УДК 51(07.07)

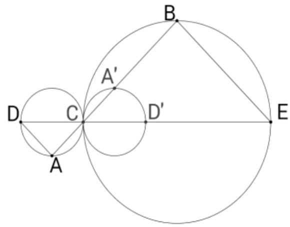
Приемы систематизации умений и навыков решения задач на взаимное расположение окружностей и шаров

Ковалёнок Н.В., Кленовская И.С
Белорусский национальный технический университет

При решении ряда геометрических задач, нередко приходится сталкиваться с понятиями взаимного расположения окружностей на плоскости и шаров в пространстве. Данные задачи нередко вызывают сложности у абитуриентов уже на этапе построения чертежа к задаче. Первой причиной является слабое владение учащихся теоретическим материалом; второй – неумение подмечать свойства фигур, о которых в задаче ничего не говорится.

Необходимо стремится к тому, чтобы научиться сразу видеть, что тот или иной способ непригоден. А так же уметь выделять, разные случаи решения одной задачи, если условие не однозначное.

Приведём пример. Окружность радиуса 1 касается окружности радиуса 3 в точке С. Прямая проходящая через точку С, пересекает окружность меньшего радиуса в точке А, а большего – в точке В. Найдите отрезок АС, если АВ = $2\sqrt{5}$



Решение. Проведя анализ условия, заключаем, что возможны два случая расположения окружностей.
Первый - окружности касаются внешним образом. Второй - окружности касаются внутренним образом.

Рассмотрим первый случай. Треугольник CAD подобен треугольнику CBE.

Значит, $\frac{CD}{CE}=\frac{AC}{BC}$. Пусть AC = x, тогда $\frac{2}{6}=\frac{x}{2\sqrt{5}-x}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Рассмотрим второй случай. Аналогично треугольник CA´D´ подобен треугольнику CBE. Значит $\frac{2}{6}=\frac{x}{2\sqrt{5}+x}\Rightarrow x=\sqrt{5}$ Но такого не может быть, так как хорда окружности оказывается больше диаметра ($\sqrt{5}$ >2).

Следовательно, возможно только внешнее касание. Ответ:. $\frac{\sqrt{5}}{2}$