

учащихся правильно ориентироваться в потоке информации, выделять главные моменты поиска при решении поставленной задачи. Для формирования у учащихся интереса к физике и математике, получению хороших знаний важно использование любых современных методов получения знаний.

УДК 53 (076.2) (07.07)

### **Анализ типов задач в механике, при решении которых используется понятие центра масс**

Золотарева Л.Е., Жарихина Л.П.

Белорусский национальный технический университет

При решении задач в разделе механика неоценимую услугу может оказать использование понятия центра масс системы материальных точек.

Центр масс – это точка приложения всех массовых сил (параллельные силы, действие которых на каждый элементарный объем тела пропорционально массе внутри этого объема). Массовыми силами являются гравитационные и силы тяжести, точка приложения которых – центр тяжести. В поле силы тяжести положение центра тяжести и центра масс совпадают. На данном выводе базируется решение целого блока задач на нахождение положения центра тяжести системы материальных точек различной конфигурации через определение соответствующих координат центра масс. А также нахождение центра тяжести или центра масс сплошных и протяженных тел (диск, балка, стержень и т. д.). Для решения задач на движение системы связанных тел целесообразно использовать тот факт, что центр масс системы движется так, как двигалась бы воображаемая точка с массой, равной массе системы, под действием результирующей внешней силы. Все внутренние силы, действующие между телами системы, сокращаются по третьему закону Ньютона. Если сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то центр масс такой системы движется с постоянной скоростью, т. е. равномерно и прямолинейно. Если первоначально центр масс покоился, то он будет покоиться и в дальнейшем. Система отсчета, связанная с центром масс замкнутой системы, является инерциальной. При рассмотрении целого ряда задач на движение связанных тел переход в систему отсчета, связанную с центром масс, приводит к значительному упрощению понимания движения каждого из тел и, как следствие, упрощению решения задачи в целом. Целесообразно использовать эту систему при решении задач на столкновение двух тел (частиц) в случаях как упругого, так и неупругого взаимодействия. В этой системе суммарный импульс двух тел равен нулю до удара, так и после него. После нахождения скоростей тел после взаимодействия достаточно вернуться в исходную систему отсчета, применив закон сложения скоростей.

Перечисление задач можно продолжить, что только убеждает в необходимости знать и уметь применять на практике понятие центра масс.

УДК 51. (07.07)

### Использование принципа Дирихле

Сенькова Е.В., Чернявская С.В.

Белорусский национальный технический университет

Использование принципа Дирихле является эффективным методом решения задач и дает часто наиболее простое и изящное решение.

**Задача 1.** В 25 коробках лежат шарики нескольких цветов. Известно, что при любом  $k$  ( $1 \leq k \leq 25$ ) в любых  $k$  коробках лежат шарики  $k+1$  различных цветов. Докажите, что шарики одного из цветов лежат во всех коробках.

**Решение:** Обозначим коробки  $b(1) \dots b(25)$ . Общее число цветов равно 26. Если рассмотреть все коробки, кроме  $b(i)$ , то общее число цветов в них равно 25. Следовательно, есть цвет, присутствующий только в коробке  $b(i)$ , назовем его  $c(i)$ . Поскольку общее число цветов – 26, остался ровно один цвет  $c$ , отличный от всех  $c(i)$ . Если в какой-то коробке  $b(k)$  нет шариков этого цвета, то в ней есть шарики цвета  $b(k)$ , что противоречит условию (в  $b(k)$  должны быть шарики двух цветов. Значит, шарики цвета  $c$  есть во всех коробках.

**Задача 2.** Какое наибольшее число точек можно разместить в квадрате со стороной 1 таким образом, чтобы все расстояния между этими точками были не менее 0,5 (“в квадрате” означает “внутри квадрата или на его границе”)

**Решение:** Решение состоит из двух частей: доказательства того факта, что некоторое количество точек размещать должным образом возможно, а также того факта, что большего количества точек размещать таким образом нельзя. Легко понять, как разместить 9 точек в соответствии с требованием условия задачи: одну точку разместить в центре квадрата, четыре – в его вершинах и еще четыре – на серединах сторон квадрата. К этому размещению десятую точку добавить уже нельзя, так как круги радиуса 0,5 с центрами в первых 9 точках накрывают весь квадрат. Однако, приведенные соображения нельзя считать решением задачи. Действительно, возможно существуют и другие способы размещения 9 точек, при этом возможно будет добавить к ним еще и 10 точку, не нарушая условия задачи. Именно здесь пригодятся соображения, связанные с принципом Дирихле. Действительно, разобьем квадрат на 9 равных квадратиков со стороной  $\frac{1}{3}$ . Если в единичном квадрате размещено 10 точек, то хотя бы две из них попадут в один и тот же квадратик. Расстояние между любыми двумя точками квадратика не превышает длины его диагонали  $0,16$ , но  $0,16 < 0,5$ . Следовательно, можно разместить только 9 точек. Ответ: 9.