

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ЗАМКНУТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Якубовский А. Ч., Якубовский Ч. А.

The analysis of existing methods of stability cylindrical casing account is acted. Deficiencies of theirs are revealed. A full solution possibility only by using un-linear theory is established. The process of deformation of the cylindrical casing with wire packing is designed.

Некоторые элементы конструкций современных машин и сооружений представляют собой оболочки — тела, ограниченные двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми (толщина оболочки t) мала по сравнению с другими линейными размерами. Геометрическое место точек, эквидистантных этим двум поверхностям, называется срединной поверхностью. На практике преимущественно встречаются оболочки постоянной толщины. Их геометрия полностью определяется формой срединной поверхности и толщиной.

Рассмотрим элемент срединной поверхности (рисунок 1).

Линии A_1CB_1 и A_2CB_2 представляют собой линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей со срединной поверхностью, нормальных к ней и проходящих через нормаль n . Радиусы R_1 и R_2 являются радиусами кривизны линий A_1CB_1 и A_2CB_2 . Величины, обратные радиусам, являются кривизнами оболочки:

$$K_1 = \frac{1}{R_1}; \quad K_2 = \frac{1}{R_2}.$$

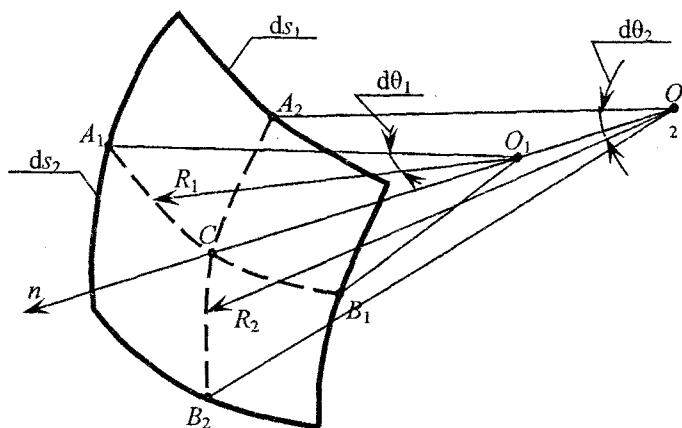


Рисунок 1

Из теории упругости известно, что на срединной поверхности оболочки можно всегда найти две взаимно перпендикулярные линии, кривизны которых обладают свойством экстремальности — одна из них максимальна и обозначается индексом 1, а другая минимальна и обозначается индексом 2. Произведение этих кривизн, называемых главными, представляет собой гауссовскую кривизну, которой и описывается геометрия оболочки:

$$\Gamma = K_1 \cdot K_2.$$

Для замкнутых круговых цилиндрических оболочек типа труб, у которых

$$R_1 = \infty \quad \text{и} \quad R_2 = R = \text{const},$$

главные кривизны имеют следующие значения:

$$K_1 = 0; \quad K_2 = K; \quad \Gamma = 0.$$

Положение произвольной точки на поверхности такой оболочки определяется двумя координатами: x и θ . Координата x отсчитывается вдоль образующей оболочки, угол θ — вдоль дуги s с постоянным радиусом R .

В зависимости от отношения толщины оболочки к наименьшему радиусу кривизны срединной поверхности оболочки делят на:

□ толстые, когда $t/R \geq 1/30$;

□ тонкие, когда $1/30 > t/R \geq 1/1000$.

Толстые оболочки рассчитываются как трехмерное упругое тело. Тонкие оболочки, имеющие прогибы более четверти своей толщины, называются гибкими.

В инженерной практике расчет тонких оболочек произвольной формы производится двумя методами в зависимости от вида напряженного состояния:

1) по безмоментной теории;

2) по моментной теории.

Первый метод применяется при так называемом безмоментном напряженном состоянии, характеризующемся постоянством напряжений по толщине оболочки. В этом случае отсутствует изгиб оболочки и в ней возникают лишь нормальные N_1 и N_2 и сдвигающие S_1 и S_2 силы (последние касательны к срединной поверхности).

Второй метод применяется при моментном напряженном состоянии, когда в оболочке возникают изгибающие M_1 и M_2 и крутящие T_1 и T_2 моменты и поперечные силы Q_1 и Q_2 (последние перпендикулярны к срединной поверхности).

На практике по безмоментной теории рассчитываются тонкостенные цилиндры, резервуары, сосуды, наполненные жидкостью, с применением известного из курса сопротивления материалов уравнения Лапласа [1]. Этот метод значительно проще расчета по полной, моментной теории. Однако он не всегда является достаточным и точным. Более точным является метод расчета оболочек с применением моментной теории. Как известно, обе эти теории являются линейными. В теории упругости подробно разработаны методы расчета оболочек с применением обеих теорий [2].

В [1] рассмотрена задача об устойчивости кольца, сжатого радиальной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q . При некотором значении этой нагрузки круговая форма кольца становится неустойчивой — кольцо изгибается и, как считает автор [1], принимает примерно эллиптическую форму (рисунок 2). Предполагается также, что местный радиус кривизны ρ мало отличается от начального радиуса R , то есть $\rho \approx R$. Получена формула для определения низшего критического значения нагрузки:

$$q_{кр} = \frac{3 \cdot E \cdot J}{3 \cdot R^3}.$$

Результат, полученный для кольца, распространен на случай длинной трубы длиной l , нагруженной внешним радиальным давлением p . При этом $q = p \cdot l$. Получена формула для определения критического давления:

$$P_{кр} = \frac{3 \cdot E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot R^3}.$$

Однако, как показывают эксперименты, для гибких замкнутых цилиндрических оболочек при их внешнем радиальном нагружении потеря устойчивости сопровождается образованием волнистой боковой поверхности оболочки (рисунок 3). При этом возникают большие деформации, которые сопровождаются появлением не только напряжений изгиба, но и дополнительных напряжений, называемых цепными.

Таким образом, существующие теории расчета оболочек, как безмоментная, так и моментная, применимы

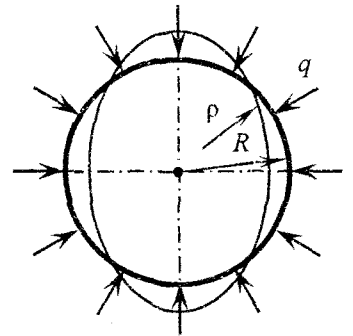


Рисунок 2

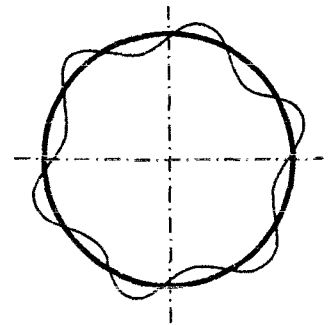


Рисунок 3

лишь при малых деформациях. При расчете оболочек на устойчивость они дают представление только об устойчивости в малом.

Поэтому вопросы расчета устойчивости тонких оболочек требуют дальнейшей разработки. Полное решение такой задачи возможно лишь с применением нелинейной теории оболочек.

В ИПКиПК БНТУ под руководством д.т.н., проф. Богинского Л.С. разрабатываются новые материалы, предполагаемые к использованию в термоядерных реакторах [3]. Технология изготовления таких материалов основана на упруго-пластической деформации тонкостенных длинномерных труб пошаговым радиальным обжатием. Для создания такой технологии необходима разработка теории расчета замкнутых цилиндрических оболочек типа тонкостенных труб бесконечной длины (пустотелых и с провололочной паковкой) на прочность и устойчивость в упруго-пластической области нагружения.

При помощи программы ANSYS смоделирован процесс деформирования цилиндрической оболочки с провололочной паковкой. Потеря устойчивости такой оболочки сопровождается образованием волнистой боковой поверхности (рисунок 4). Подобные конструкции изучены не в полной мере и теоретически не обоснованы.

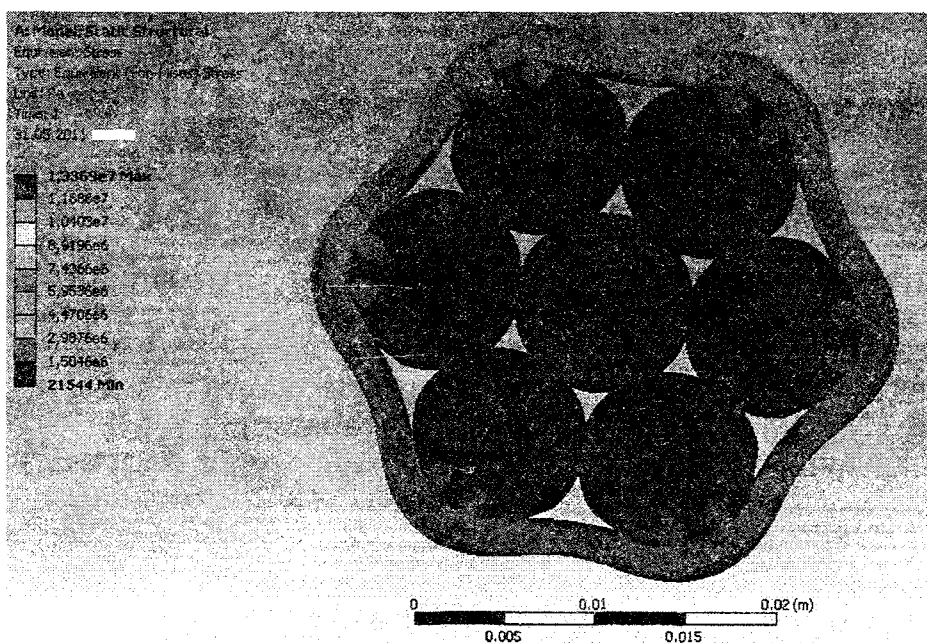


Рисунок 4 – Напряженное состояние цилиндрической оболочки с провололочной паковкой

В настоящее время авторами проводятся исследования напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки и провололочной паковки при упруго-пластическом нагружении с применением нелинейной теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М.: МГТУ, 1999. – 591 с.
2. Самуль, В.И. Основы теории упругости и пластичности / В.И. Самуль. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с.
3. Изостатическое обжатие контактных соединений (КС) сверхпроводящего кабеля магнитных систем термоядерного реактора ИТЭР / О.П. Реут [и др.] // Материалы докладов международного симпозиума «Инженерия поверхности. Новые порошковые композиционные материалы. Сварка». – Минск: ИПМ, 2009. – Ч. 2. – С. 131–134.

Поступила 02.12.11