

УЧЕТ ТРЕНИЯ ПРИ СИЛОВОМ РАСЧЕТЕ МЕХАНИЗМОВ И СОСТАВЛЕНИИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Анципорович П.П., Акулич В.К., Дубовская Е.М.

The article is devoted to the research of influence of a friction in kinematic pairs of the slider crank mechanism on dynamic properties of the machine.

Введение сил трения в уравнения кинетостатики приводит к увеличению числа неизвестных компонент реакций в кинематических парах, а количество уравнений при этом остается неизменным. Поэтому, чтобы задача силового анализа оказалась разрешимой, необходимо вводить дополнительные условия, число которых равно числу добавочных неизвестных. Эти дополнительные условия, определяющие характер распределения нормальных реакций, выбираются с учетом конкретных особенностей кинематической пары.

Например, в поступательных кинематических парах нормальные составляющие реакций могут распределяться некоторым образом по одной из двух контактных плоскостей или по обеим плоскостям. Возможность перекоса ползуна может быть учтена только при использовании модели контакта по обеим плоскостям.

Силовой расчет механизмов с учетом трения сводится к совместному решению уравнений кинетостатики, содержащих силы трения в качестве дополнительных неизвестных, и соотношений, полученных при рассмотрении соответствующих моделей кинематических пар с трением. При этом полная система уравнений силового анализа оказывается нелинейной, что вызывает существенные осложнения при их решении. Кроме того, система уравнений может иметь несколько решений, и определить, какое из решений будет соответствовать действительным значениям реакций и движущих сил, достаточно сложно.

Во многих случаях эффективным способом учета трения при силовом анализе механизмов является предложенный академиком И.И. Артоблевским метод последовательных приближений [1]. Согласно этому методу вначале выполняется силовой расчет без учета трения. Затем, получив значения реакций в кинематических парах, можно найти соответствующие силы и моменты сил трения, которые вносятся в уравнения кинетостатики. В результате повторного решения этих уравнений получают уточненные значения реакций, действующих в кинематических парах (первое приближение). По полученным в первом приближении значениям сил можно снова определить силы и моменты сил трения, а затем выполнить расчет во втором приближении и получить еще более точные значения реакций в кинематических парах. Такой процесс можно продолжать и дальше в зависимости от требуемой степени точности расчета. Опыт показывает, что часто достаточно только первого приближения.

Рассмотрим изложенную методику на примере кривошипно-ползунного механизма (рисунок 1). К ползуну 3 приложена сила полезного (технологического) сопротивления F_3 .

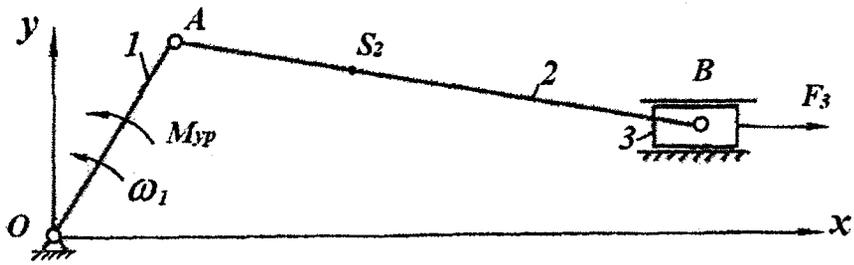


Рисунок 1 – Кривошипно-ползунный механизм

Вначале известным способом [2] определяются реакции в кинематических парах R_{10} , R_{21} , R_{23} , R_{30} и уравновешивающий (движущий) момент $M_{yр}$. По ним вычисляются моменты трения во вращательных кинематических парах и сила трения в поступательной паре:

$$M_{T10} = -R_{10} f_O r_O \text{sign}(\omega_1),$$

$$M_{T21} = -R_{21} f_A r_A \text{sign}(\omega_{21}),$$

где $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$ – относительная угловая скорость,

$$M_{T23} = -R_{23} f_B r_B \text{sign}(\omega_2),$$

$$F_{T30} = -|R_{30}| f_{\Pi} \text{sign}(V_B).$$

Здесь f_O , f_A , f_B , f_{Π} – приведенные коэффициенты трения в кинематических парах, r_O , r_A , r_B – радиусы цилиндрических элементов вращательных кинематических пар.

Расчетные схемы для силового анализа структурной группы (2,3), звена 2 и начального звена 1 показаны на рисунках 2, 3, 4. Все силы и моменты, кроме сил тяжести звеньев G_1 , G_2 , G_3 , показаны в положительном направлении. Их действительные направления укажут знаки «плюс» или «минус» после выполнения конкретных числовых расчетов.

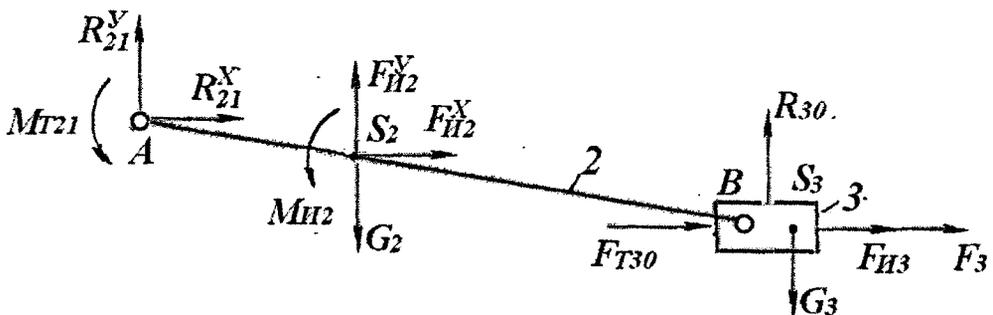


Рисунок 2 – Расчетная схема для силового расчета группы Ассура (2, 3)

Последовательно используем следующие уравнения кинестатики: $\sum F_{ix} = 0$ для группы (2,3), $\sum M_B(F_i) = 0$ для звена 2, $\sum F_{iy} = 0$ для группы (2,3), $\sum F_{ix} = 0$ и $\sum F_{iy} = 0$ для звена 2, $\sum F_{ix} = 0$, $\sum F_{iy} = 0$ и $\sum M_O(F_i) = 0$ для звена 1.

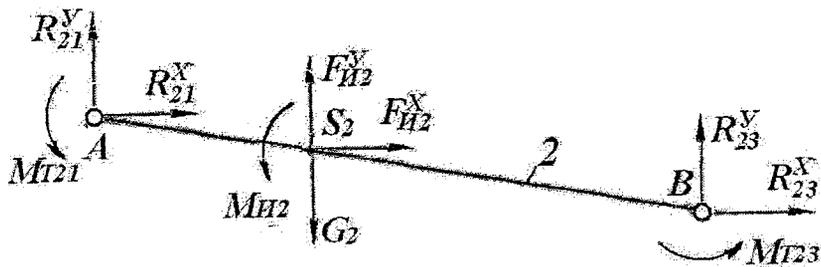


Рисунок 3 – Расчетная схема для силового расчета звена 2

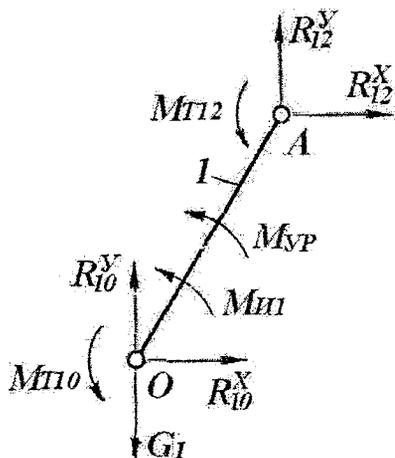


Рисунок 4 – Расчетная схема для силового расчета кривошипа 1

$$\sum F_{ix} = F_{И2}^x + F_{И3}^x + F_3^x + F_{Т30}^x + R_{21}^x = 0, \text{ откуда определяется } R_{21}^x.$$

$$\sum M_B(F_i) = R_{21}^y(x_A - x_B) + (F_{И2}^y - G_2)(x_{S_2} - x_B) - R_{21}^x(y_A - y_B) - F_{И2}^x(y_{S_2} - y_B) + M_{И2} + M_{Т21} + M_{Т23} = 0, \text{ откуда определяется } R_{21}^y.$$

$$\sum F_{iy} = F_{И2}^y + R_{21}^y - G_2 - G_3 + R_{30} = 0, \text{ откуда определяется } R_{30}.$$

$$\sum F_{ix} = R_{23}^x + F_{И2}^x + R_{21}^x = 0, \text{ откуда определяется } R_{23}^x.$$

$$\sum F_{iy} = R_{23}^y + F_{И2}^y - G_2 + R_{21}^y = 0, \text{ откуда определяется } R_{23}^y.$$

$$\sum F_{ix} = R_{10}^x + R_{12}^x = 0, \text{ откуда определяется } R_{10}^x.$$

$$\sum F_{iy} = R_{10}^y + R_{12}^y - G_1 = 0, \text{ откуда определяется } R_{10}^y.$$

$$\sum M_O(F_i) = R_{12}^y x_A - R_{12}^x y_A + M_{И1} + M_{Т12} + M_{Т10} + M_{УР} = 0, \text{ откуда определяется } M_{УР}$$

При этом следует учесть, что $R_{12}^x = -R_{21}^x$, $R_{12}^y = -R_{21}^y$, $M_{Т12} = -M_{Т21}$.

По полученным значениям проекций реакций можно найти полные реакции и их направления. Например,

$$R_{10} = \sqrt{(R_{10}^x)^2 + (R_{10}^y)^2}, \quad \cos \varphi_{R_{10}} = \frac{R_{10}^x}{R_{10}}, \quad \sin \varphi_{R_{10}} = \frac{R_{10}^y}{R_{10}}.$$

Для составления уравнения движения звена приведения с учетом трения следует определить приведенный момент от сил трения M_{Π}^T из условия равенства мощностей

$$M_{\Pi}^T \omega_1 = N_T,$$

где N_T – общие потери мощности на трение во всех кинематических парах.

$$N_T = -|M_{T10} \omega_1| - |M_{T21} \omega_{21}| - |M_{T23} \omega_2| - |F_{T30} V_B|.$$

В результате получим

$$M_{\Pi}^T = -|M_{T10}| - |M_{T21}(i_{21}-1)| - |M_{T23} i_{21}| - |F_{T30} i_{31}|,$$

где i_{21} и i_{31} – передаточные функции (аналоги скоростей).

Полученное выражение M_{Π}^T включается в дифференциальное уравнение движения звена приведения

$$I_{\Pi} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} = M_{\Pi}^D + M_{\Pi}^C + M_{\Pi}^T,$$

где M_{Π}^D и M_{Π}^C – приведенные моменты движущих сил и сил полезного сопротивления, I_{Π} – приведенный момент инерции. M_{Π}^D , M_{Π}^C и I_{Π} находятся путем использования известных методов приведения сил и масс.

Для численного решения дифференциального уравнения движения и определения закона движения $\omega_1(\varphi_1)$ дифференциальное уравнение представляется в виде

$$\frac{d\omega_1}{d\varphi_1} = \frac{M_{\Pi}^D + M_{\Pi}^C + M_{\Pi}^T - \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1}}{I_{\Pi} \omega_1}.$$

На кафедре теории механизмов и машин БНТУ разработано соответствующее программное обеспечение, позволяющее выполнить силовой расчет и определить закон движения механизмов с учетом трения в кинематических парах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – 4-е изд. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения / П.П. Анципорович [и др.]. – Минск: БНТУ, 2008. – 42 с.
3. Механика машин / И.И. Вульфсон [и др.]; под ред. Г.А.Смирнова. – М.: Высш. шк., 1996. – 511 с.
4. Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 2005. – 496 с.

Поступила 31.10.11