УДК 517.926+517.977

О нерезонансности равномерно вполне управляемых быстро осциллирующих систем малых размерностей

Козлов А.А.
Полоцкий государственный университет

Рассмотрим нестационарную управляемую систему с помехами

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + w(t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad w \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0, \qquad (1)$$

с локально суммируемыми по Лебегу и интегрально ограниченными матрицами коэффициентов A и B. В рассматриваемой системе $u = u(t)$ и $w = w(t)$, $t \geqslant 0$, – некоторые измеримые и ограниченные соответственно управление и функция, учитывающая внешние помехи.

Обозначим $f(t) = B(t)u(t) + w(t)$. Тогда система (1) запишется в виде

$$\dot{x} = A(t)x + f(t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad f \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0. \qquad (2)$$

Определение 1. Система (2) называется *резонансной*, если существует начальное условие $x(t_0) = x_0$ и измеримая и ограниченная при $t \geqslant t_0$ функция $f(t)$, что порожденное ими решение $x(t)$ неограничено на $t \geqslant t_0$; система, неявляющаяся резонансной, называется *нерезонансной.*

Возьмем в качестве управления u вектор-функцию $u(t) = U(t)x + v(t)$, где $U(\cdot)$ и $v(\cdot)$ – некоторые измеримые и ограниченные $(m \times n)$ – матрица и $(m \times 1)$ – вектор соответственно. Тогда система (1) примет вид

$$\dot{x} = (A(t)x + B(t)U(t))x + B(t)v + w(t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad v \in \mathbb{R}^m, \quad w \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0. \qquad (3)$$

Определение 2. Задача нахождения измеримой и ограниченной матрицы-функции $U(t)$, $t \geqslant 0$, при которой система (3) с управлением $u(t) = U(t)x + v(t)$ является нерезнансной (имеет только ограниченные решения при измеримых и ограниченных воздействиях $v(t)$ и внешних помехах $w(t)$) называется *задачей синтеза нерезонансной системы* (3).

Определение 3. Система (1) (при $w(t) \equiv 0$) называется *равномерно вполне управляемой*, если существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и $x_0 \in \mathbb{R}^n$ найдется измеримое и ограниченное управление $u : [t_0, t_0 + \sigma] \to \mathbb{R}^m$, удовлетворяющее $\| u(t) \| \leqslant \gamma \| x_0 \|$ и переводящее век-тор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в ноль на этом отрезке.

Теорема. *Пусть* $n = 2$, $m \in \{1, 2\}$. *Если при* $w(t) \equiv 0$ *система* (1) *рав-номерно вполне управляема, то задача синтеза нерезонансной системы* (3) *разрешима*.