

Обобщение проблемы обращения Якоби и ее действительного аналога для римановой поверхности с краем

Крушевский Е.А.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрено формальное возможное обобщение проблемы обращения Якоби

$$\sum_{v=1}^h \zeta(q_v) \equiv q_\mu - k_\mu \pmod{1/\lambda \text{ периодов}}, \lambda > 1,$$

где все обозначения были взяты из [1], [2], [3] для римановой поверхности рода $h \geq 1$ с краем.

Известно, что классическая проблема обращения Якоби для римановой поверхности с краем, реализация которой представлена как пространственная многосвязная область с h «дырками», решается вектор-тэта-функцией Римана $\theta(w(z) - ie) = \sum_{n \in \square^h} \exp\{-\pi \cdot {}^t n B n + 2\pi i \cdot {}^t n (w(z) - ie)\}$, которая возникает при

подстановке векторного аргумента $w(z) - ie$ в качестве аргумента в классическую тэта-функцию. При этом обозначено B – матрица B -периодов, а верхний индекс t обозначает операцию транспонирования матрицы, записанной после него. Нули такой тэта-функции Римана дают решение проблемы обращения Якоби. Для нахождения этих нулей после применения теоремы о логарифмическом вычете возникает СЛАУ. Вопросы разрешимости такой системы в случае $\lambda = 1$ решены в работе [1].

По аналогии со случаем $\lambda = 1$ получено выражение для тэта-функции Римана с нецелыми характеристиками,

$$\theta(z) = \sum_{n \in \square^h} \exp\{-\pi \cdot {}^t (n + \frac{1}{\lambda} E_\nu) B (n + \frac{1}{\lambda} E_\nu) + 2\pi i \cdot {}^t (n + \frac{1}{\lambda} E_\nu) (w(z) - ie)\},$$

которая, согласно своим стандартным свойствам квазипериодичности, решает проблему обращения Якоби для $1/\lambda$ периодов, $\lambda > 1$, где E_ν – ν -й столбец единичной матрицы порядка h .

Литература

1. Чеботарев Н.Г., Теория алгебраических функций, М.: Гостехиздат, 1948, 400 с.
2. Зверович Э.И., Проблема обращения Якоби, ее аналоги и обобщения – В сб. Актуальные проблемы современного анализа, Гродно, 2009, с. 69-83.
3. Зверович Э.И., Долгополова О.Б., Крушевский Е.А. Вещественный аналог проблемы обращения Якоби на римановой поверхности с краем, его обобщения и приложения – Сиб. Мат. Ж., Том 57, № 2 (336), Новосибирск, Изд-во Института Математики, 2016, с. 312-331.