УДК 51(077)

# Классы взаимно дифференцируемых функций

Новиков А.А
Белорусский национальный технический университет

Опр. Числовой функцией $f(x)$числового аргумента $(x)$ будем называть последовательность неких вычислительных действий (понятий описываемых глагольными формами языка математики), проводимых над $x$ (понятие описываемое существительными формами) и дающих в результате число - значение функции. Синтаксически задание функции осуществляется уравнением $y= f(x)$ (аналог утвердительного предложения в естественном языке), где переменной $y$ присваивается значение функции.

Определяющее свойство математических объектов (МО) функции является изменчивость: разным значениям аргументов сопоставляются разные значения функций. Простейшей полноценной функцией является $y=x$, которая описывает вычислительную операцию (действие – глагол) копирование. Рассматривать «взаимодействие» МО функций и переменных, вообще то, не корректно: функции (действия) взаимодействуют только с функциями, а переменные-аргументы используются только для символической записи неких вычислительных действий. Формально, предельным вырождением МО функции является число–*const*, но не равная нулю.

Простейшей оценкой свойства изменчивости функций является – приращение функции $\Delta f=f(x+\Delta)-f(x)=\varphi(x,\Delta)$ , вообще то, более сложный МО – функция двух переменных. Эта аддитивно-композиционное сравнение свойств изменчивости функции $y= f(x)$ с эталонной функцией копирования $y=\Delta$ вводит понятие свойства непрерывности функции $f(x)$ по функции $x$ *(жаргонно принято говорить о непрерывности по аргументу)*.

Мультипликативное – композиционное сравнение свойств изменчивости двух функций $f(x)$ и $\psi(x)$ так же оценивается более сложной функцией $\varphi(x,\Delta)=( f(x+\Delta) - f(x))/( \psi (x+\Delta) - \psi (x))$, которая при использовании эталонной функции копирования $\psi (x)= x$ и предельного перехода, позволяет ввести в математику новую бинарную операцию дифференцирования $d/d$ и класс функций дифференцируемых как по $x$, так и «друг по другу». Интересно, что следующее по иерархии сравнение свойств изменчивости на основе логарифмически-композиционной конструкции

$$\varphi(x,\Delta)=\ln(f(x+\Delta) - f(x))/\ln(\psi(x+\Delta) - \psi (x))\to 1,$$

приводит к вырождению оценочной функции $\varphi(x,\Delta)$ почти для всех значений аргументов гладких функций $f(x)$ и $\psi(x)$. Использование любого «классически не дифференцируемого эталона» $\psi(x)$ порождает свой класс взаимно дифференцируемых функций.