УДК 621

Аппроксимация сингулярными вейвлетами

Романчак В.М., Кондратьева Н.А.
Белорусский национальный технический университет

В вейвлете варьируют значения параметра масштабирования a и параметра сдвига b:

$$\frac{1}{a}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \tag{1}$$

В теории вейвлетов рассматривают скалярное произведение, действительной функции $f(t)$ и вейвлет функции (1), которое называют вейвлет-преобразованием:

$$Wf(b,a) = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt. \tag{2}$$

Можно показать, что если функция $\psi(x)$ в среднем равна нулю

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi(t)\,dt = 0, \tag{3}$$

то в преобразовании (2) «малый всплеск» приводит к «маленькой волне», т.е. функция $Wf(b,a)$ для малых a будет близка к нулю. Если базисный вейвлет $\psi(t)$ в среднем не равен нулю, то назовем такой вейвлет сингулярным. Если вейвлет является сингулярным («большой всплеск»), то преобразование $Wf(b,a)$ может привести к «большой волне», т.е. функция $Wf(b,a)$ не будет стремиться к нулю при малых a.

Аппроксимация сингулярными вейвлетами, основывается на регуляризации вейвлет преобразования (2) на основании формулы:

$$W\big(f - f(b)\big)(b,a) = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}(f(t) - f(b))\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt. \tag{4}$$

Если вейвлет не является сингулярным, то регуляризованное вейвлет преобразование (4) совпадает с вейвлет преобразованием (2). Но для сингулярного вейвлета «большой всплеск» по-прежнему будет приводить к «маленькой волне», т.е. функция $W(f\text{-}f(b))(b,a)$ для малых a будет близкой к нулю.