УДК 519.173

Спектральное условие гамильтоновости сбалансированных двудольных графов

Бенедиктович В.И.
Институт математики НАН Беларуси

Пусть $G = (V(G), E(G))$ – простой неориентированный граф порядка n. Наибольшее собственное значение $\rho(G)$ его матрицы смежности $A = A(G)$ называется *спектральным радиусом* графа G. Цикл, проходящий через все вершины графа G, называется *гамильтоновым*. Граф G, содержащий гамильтонов цикл, называется *гамильтоновым*. *Задача распознавания* гамильтоновости заданного графа является *NP*-полной. Двудольный граф G называется *сбалансированным*, если его доли имеют одинаковое количество вершин. Для любых натуральных чисел $k \geq 1$ и $n \geq 2k+1$ обозначим через B_n^k граф, полученный из полного двудольного графа $K_{n,n}$ удалением всех ребер его полного двудольного подграфа $K_{n-k,k}$. Отметим, что граф B_n^k негамильтонов.

Мы рассматриваем следующую проблему Брюалди-Золхайда.

Среди всех негамильтоновых сбалансированных двудольных графов G порядка $2n$ с минимальной степенью $\delta(G) \geq k$ найти максимальное значение спектрального радиуса.

Последний известный результат в решении этой проблемы был получен сравнительно недавно.

Теорема [1]. Пусть G сбалансированный двудольный граф порядка $2n$ и минимальной степени $\delta(G) \geq k \geq 1$. Тогда если $n \geq (k+1)^2$ и $\rho(G) \geq \rho(B_n^k)$, то G гамильтонов, кроме случая, когда $G = B_n^k$.

Нами получено усиление последнего утверждения в виде следующей теоремы.

Теорема 1. *Пусть G – простой граф порядка $2n \geq k^3 + 4k + 2$ с минимальной степенью $\delta(G) \geq k \geq 2$, отличный от графа B_n^k. Тогда если его спектральный радиус $\rho(G) \geq \sqrt{n(n-k)}$, то граф G гамильтонов.*

Литература

Li B., Ning B. Spectral analogues of Erdös' and Moon-Moser's theorems on Hamilton cycles. Linear and Multilinear Algebra. V.64, №11. P. 2252–2269. 2016.