

Применение соотношения неопределенностей позволяет оценить размеры атома, объяснить, почему энергия стационарных состояний в атоме имеет определенное значение, получить оценку нулевой энергии гармонического осциллятора, показать, если проекция момента импульса на ось Z имеет определенное значение, то проекции его на другие оси точно не определены.

Все перечисленные вопросы, рассмотренные на практических и лекционных занятиях, позволяют существенно улучшить восприятие студентами непривычных понятий квантовой механики.

УДК 531.535

### **Аэродинамический маятник и связанные с ним задачи**

Кириленко А.И., Рубанов И.В.

Белорусская государственная академия авиации

Аэродинамический маятник, представляющий собой поворачивающуюся лопасть на подвесе - стержне, давно применяется в лабораторном практикуме. В установке при колебаниях реализуется два режима, в которых при поперечном положении лопасти преобладают силы аэродинамического сопротивления, а при продольном, когда хорошо обтекаемая лопасть располагается в плоскости колебаний, преобладающими силами являются силы вязкого трения. Рассмотрим первый случай, пренебрегая вязкостью.

Дифференциальные уравнения колебаний вытекают из уравнений моментов. В общем случае это уравнение Релея - типовое уравнение нелинейных колебаний. Для малых колебаний оно приводится к виду

$$\varphi'' + a(\varphi')^2 + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{mgl}{J}$ ,  $a = c_x \frac{\rho}{2J} SL^3$ ,  $m$  - масса маятника,  $l$  - расстояние от оси

подвеса до центра масс,  $J$  - момент инерции всего маятника,  $c_x \approx 1,1$  - аэродинамический коэффициент сопротивления квадратной тонкой лопасти,  $\rho$  - плотность среды,  $S$  - площадь лопасти,  $L$  - расстояние от оси до середины лопасти.

Решения этого уравнения известны в неявном виде

$$t = C_2 \pm a \int_0^\varphi \left[ C_1 a^2 e^{-2ax} + \omega_0^2(0,5 - ax) \right]^{-0,5} dx. \quad (2)$$

Анализ решений уравнения (1) можно провести аналитически лишь в

тривиальном случае: при  $\alpha = 0$  это простые гармонические колебания. Применение математического пакета Wolfram mathematica 9.0 результата не дало – получаются неустойчивые решения. То же самое относится и к функции (2)  $t(\varphi)$ . Однако если в (1) добавить член пропорциональный первой производной, то получаются легко узнаваемые затухающие гармоники и релаксации. При использовании пакета с неизвестным алгоритмом численного метода трудно оценить погрешности расчета.

Проведенные нами эксперименты с аэродинамическим маятником при углах отклонения менее  $5^\circ$  не выявили зависимости периода колебаний от номера этого периода. Также и амплитуда колебаний убывала в геометрической прогрессии в зависимости от номера периода.

УДК 531.535

### **Установка для определения коэффициента линейного расширения**

Дмитриев В.А., Кириленко А.И.

Белорусская государственная академия авиации

При изменении температуры в пределах сотен кельвинов для большинства металлов справедлив закон линейного расширения стержня с температурой. При этом коэффициент линейного расширения  $\alpha$  определяется выражением

$$\alpha = \left( \frac{L}{L_0} - 1 \right) \frac{1}{\Delta T}.$$

$\Delta L = L - L_0$  - изменение начальной длины стержня  $L_0$  при его нагревании на  $\Delta T$  К. Чем больше величина  $\Delta L$ , тем точнее можно определить  $\alpha$ , при том, что  $\Delta L$  пропорционально  $L_0$ .

На основе этих соображений установка должна содержать достаточно длинный стержень из материала с большим  $\alpha$ . При этом возникает проблема равномерного прогрева стержня по всей длине. Мы прогревали алюминиевый стержень длиной 60 см диаметром 8 мм с плоскими торцами, помещенный внутри трубчатых резисторов типа ПЭВ. Стыки между резисторами герметизированы и теплоизолированы. Для усиления конвективного теплообмена резисторы нанизываются на вертикальный стержень, выполненный из алюминия. Измеряется линейное расширение этого же стержня. Контроль за температурой стержня осуществляется посредством двух термопар хромель-алюмель – верхней и нижней. На начальном этапе эксперимента осуществляется прогрев установки с контролем температуры. Как только температура сверху и снизу