

Метод конечных элементов в расчетах тепловых процессов

ЕСЬМАН Р.И.

Белорусский национальный технический университет

В настоящее время численные методы и интерактивная графическая техника составляют единое целое в программах систем автоматизации научных исследований и автоматизированного проектирования. В качестве вычислительного средства часто используется метод конечных элементов (МКЭ). Суть МКЭ состоит в замене математической модели исследуемого процесса или объекта системой алгебраических уравнений. Большинство математических моделей содержит систему дифференциальных или интегральных уравнений относительно тех функций от координат и времени, которые являются важнейшими характеристиками исследуемого процесса. При применении МКЭ исследуемый объект условно разбивается на небольшие части (конечные элементы). Каждый элемент включает некоторое количество узловых точек. Целью метода является вычисление искомых функций в этих узлах. Таким образом, МКЭ заменяет анализ сложной модели более простой задачей решения алгебраической системы, которая может содержать достаточно большое число неизвестных. С появлением компьютеров интерес к дискретному представлению объектов существенно возрос. МКЭ в отличие от метода конечных разностей основан на вариационном исчислении. В методе конечных разностей используется разностная аппроксимация производных, входящих в дифференциальные уравнения. При использовании метода конечных элементов, представляющего собой неявное применение метода Рунге (Рунге – Рунге – Галёркина) на отдельных отрезках, физическая задача заменяется кусочно-гладкой моделью. Дифференциальное уравнение, описывающее задачу, и соответствующие граничные условия используются для постановки вариационной задачи, которая затем непосредственно решается.

Основными этапами применения метода являются следующие: дискретизация задачи, т. е. представление расчетной области в виде совокупности конечных элементов, взаимосвязанных в узловых точках; получение матриц элементов; построение общей матрицы для всей области и вектора нагрузки; наложение граничных условий; решение системы уравнений; расчет любой другой функции, зависящей от узловых неизвестных. Решение задачи конечных элементов начинается с разбиения области на элементы (подобласти). Простейшим элементом для двумерной области является треугольный элемент с тремя узлами в вершинах треугольника. Целесообразно использовать треугольники, близкие к равносторонним, что приводит к наиболее точным результатам.