



УДК 621.74:539

Поступила 07.03.2018

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР В ДЕТАЛИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ НАГРЕВАНИЯ

А. Н. ЧИЧКО, Институт тепло- и массообмена НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь, ул. П. Бровки, 15.

E-mail: chichko_a_n@mail.ru,

С. Г. ЛИХОУЗОВ, О. А. САЧЕК, О. И. ЧИЧКО, Т. В. МАТЮШИНЕЦ, г. Минск, Беларусь, пр. Независимости, 65. E-mail: osachok@mail.ru

Рассчитаны функции плотности распределения температур детали на основе результатов численного моделирования процесса нагрева. Предложены характеристики функции распределения температур детали для анализа уровня формирования термических напряжений. Показано, что разность между максимальными и минимальными температурами детали изменяется нелинейно от времени нагрева детали в печи. Предложен метод формализации данных численного моделирования для выбора наилучших термических режимов нагрева деталей.

Ключевые слова. *Функция плотности распределения температур, нагрев детали, численное моделирование.*

Для цитирования. *Чичко, А. Н. Моделирование функции плотности распределения температур в детали при постоянной температуре нагревания / А. Н. Чичко, С. Г. Лихозов, О. А. Сачек, О. И. Чичко, Т. В. Матюшинец // Литье и металлургия. 2018. Т. 91. № 2. С. 57–64.*

MODELING OF THE TEMPERATURE DISTRIBUTION DENSITY FUNCTION IN A DETAIL AT A CONSTANT HEATING TEMPERATURE

A. N. CHICHKO, Institute of Heat and Mass Transfer of National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus, 15, P. Brovki str. E-mail: chichko_a_n@mail.ru,

S. G. LIKHOUSOV, O. A. SACHEK, O. I. CHICHKO, T. V. MATYUSHINETS, Minsk, Belarus, 65, Nezavisimosti ave. E-mail: osachok@mail.ru

The functions of the temperature distribution density of the detail on the basis of the results of numerical simulation of the heating process are calculated. Characteristics of the temperature distribution function of the detail for analysis of the level of formation of thermal stresses are proposed. It was shown that the difference between the maximum and minimum temperatures of the detail varies nonlinearly with the time of heating the detail in the furnace. The method for formalizing numerical simulation data for selecting the best thermal modes for heating details is proposed.

Keywords. *Temperature distribution density function, detail heating, numerical simulation.*

For citation. *Chichko A. N., Likhousov S. G., Sачek O. A., Chichko O. I., Matyushinets T. V. Modeling of the temperature distribution density function in a detail at a constant heating temperature. Foundry production and metallurgy, 2018, vol. 91, no. 2, pp. 57–64.*

Введение

Моделирование процессов нагрева и охлаждения технологических объектов – один из важнейших инструментов работы современного разработчика технологий. Многолетние исследования сотрудников кафедры «Машины и технология литейного производства» Белорусского национального технического университета позволили разработать математические модели и программные средства для решения целого класса технических задач [1–3], связанных с процессом нагрева промышленных изделий. В [4–7] были рассмотрены варианты клеточно-автоматного подхода к решению задач численного моделирования процессов нагрева и охлаждения объектов различного назначения, что является научным вкладом в развитие методов оптимизации процессов нагрева промышленных деталей.

Настоящая работа является развитием методов моделирования процессов нагрева на основе характеристик статистического распределения температур в 3D-объекте. Опыт наших исследовательских работ

показывает, что функция плотности статистического распределения температур служит важной характеристикой распределения температурных полей по всему объему детали. Эта функция является показателем вероятности образования термических напряжений, которые образуются в процессе неравномерного прогрева различных узлов детали, помещенной в печь для проведения термических операций.

Цель работы – оценка параметров функции плотности статистического распределения температур детали на основе численного расчета процесса нагрева детали в печной среде постоянной температуры.

Для реализации цели работы использовано уравнение теплопроводности в конечно-разностной форме, которое реализовано в компьютерной системе «ПроТерм-1» [8]. Уравнение теплопроводности решается при заданной системе начальных и граничных условий для 3D-детали (рис. 1), помещенной в печную среду с однородной заданной температурой.

При проведении расчетов использованы следующие начальные условия ($\tau = 0$ с) для детали и печной среды: $T(\Omega_1) = 20$ °С (Ω_1 – множество точек, находящихся в 3D-объекте детали); $T(\Omega_2) = 850$ °С (Ω_2 – множество точек печной среды, окружающих поверхность 3D-объекта детали). Деталь, показанная на рис. 1, имела теплофизические свойства стали ($\rho = 7810$ кг/м³) и помещалась в виртуальную нагревательную печь, в которой проводили нагрев. Деталь была импортирована в систему «ПроТерм-1», в которой создана ее сеточная модель. Каждому сеточному элементу присваивали начальные температурные значения и теплофизические свойства, которые получали путем интерполяции и экстраполяции следующих данных:

- удельная теплоемкость c_1 , задаваемая в табличном виде: $c_1 = 470$ Дж/(кг·°С) (100 °С), 483 (200 °С), 525 (400 °С), 571 (600 °С);
- коэффициент теплопроводности λ_1 , задаваемый в табличном виде: $\lambda_1 = 60$ Вт/(м·°С) (100 °С), 53 (200 °С), 47 (400 °С), 41 (500 °С).

Результаты расчетов численного моделирования и их параметризация

Результатом численного моделирования являются распределения температур в 3D-пространстве детали, вычисленные в системе «ПроТерм-1». На рис. 2 показаны температурные поля в сечениях $XY = 5$, $XZ = 72$ детали для момента времени нагрева ее в печи $t = 100$ с. Цветному изображению температур 3D-детали соответствует рассчитанная табулированная трехмерная таблица температур, с помощью которой строили функцию плотности статистического распределения температур 3D-детали (рис. 3–5).

На рисунках представлены статистические распределения рассчитанных температур детали в процессе ее нагрева в виртуальной печи с температурой $T(\Omega_2) = 850$ °С для различных моментов времени нагрева. Как видно из рисунков, температурные распределения характеризуются разным количеством прогретых и непрогретых сеточных элементов детали. Так, число сеточных элементов с температурой 248,50 °С составляет около 20 000 элементов, в то же время количество элементов с температурой 402,62 °С не превышает 5000 (рис. 3, а). При общей схожести распределений для разных времен нагрева следует отметить различный диапазон распределения температур по оси T °С, что позволяет формализовать рассчитанное изображение с целью минимизации его параметров. С течением времени в процессе нагрева происходит изменение температурных диапазонов и некоторое перераспределение температур внутри детали. Общий характер распределения температур является характеристикой геометрии детали и может значительно изменяться с течением времени нагрева детали в печи.

Анализ представленных статистических распределений по температурам для различных моментов времени показывает, что распределения температур в разные моменты времени имеют два пика. Для момента времени $t = 600$ с первый пик распределения формируется на температурном интервале [255,5 °С; 269,5 °С) и достигает значения 26 762 о. е., второй пик – на температурном интервале [297,5 °С; 311,5 °С) и достигает значения 29 086 о. е. Для момента времени $t = 1200$ с первый пик формируется на температурном интервале [452,9 °С; 463,9 °С) и достигает значения 26 585 о. е., второй пик – на температурном интервале [497,0 °С; 508,0 °С) и достигает значения 28 743 о. е. Для момента времени $t = 1800$ с первый



Рис. 1. 3D-модель детали для численного моделирования

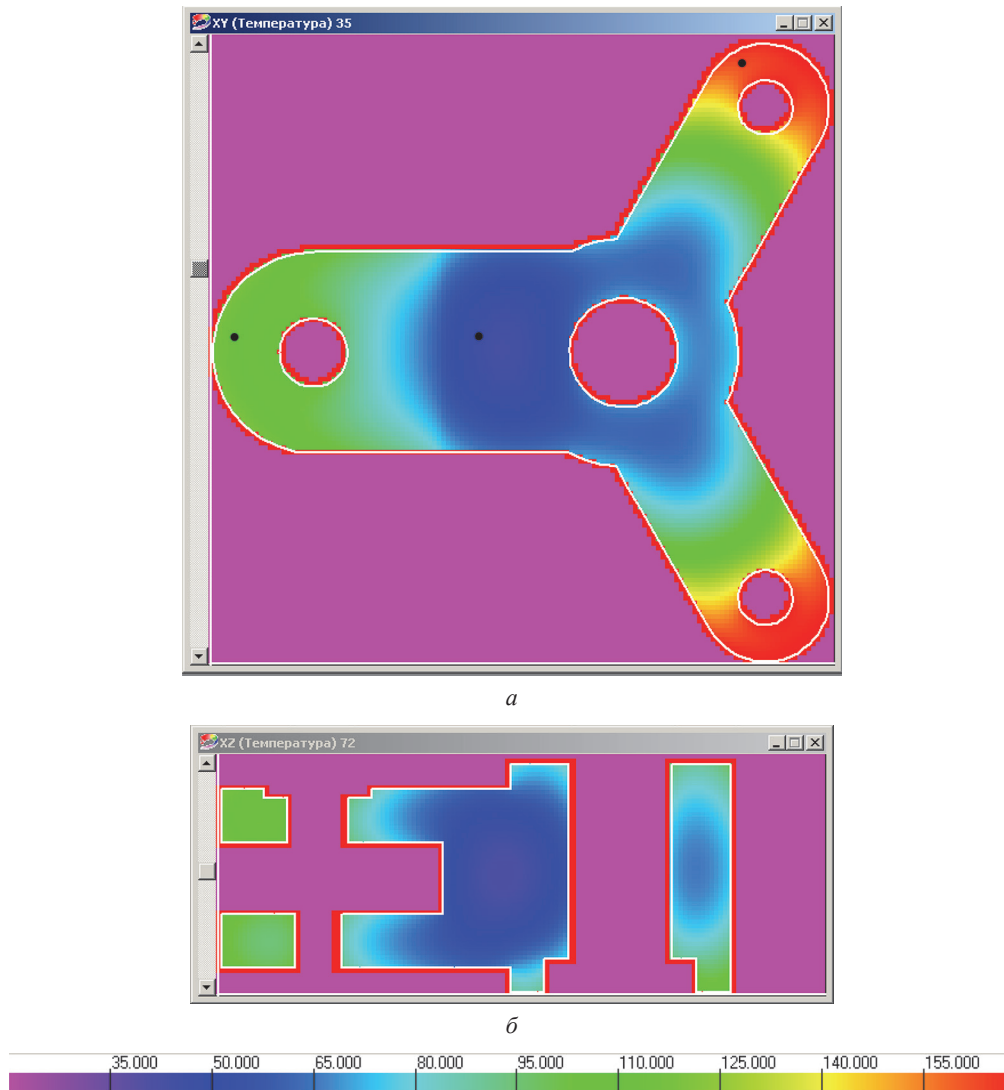


Рис. 2. Температурное поле детали для момента времени нагрева $t = 100$ с

пик формируется на температурном интервале $[589,0 \text{ } ^\circ\text{C}; 596,6 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 306 о. е., второй пик – на температурном интервале $[619,3 \text{ } ^\circ\text{C}; 626,9 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 22 143 о. е. Для момента времени $t = 2400$ с первый пик формируется на температурном интервале $[679,4 \text{ } ^\circ\text{C}; 684,4 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 188 о. е., второй пик – на температурном интервале $[704,6 \text{ } ^\circ\text{C}; 709,6 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 208 о. е. Для момента времени $t = 3000$ с первый пик формируется на температурном интервале $[738,6 \text{ } ^\circ\text{C}; 742,0 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 157 о. е., второй пик – на температурном интервале $[755,2 \text{ } ^\circ\text{C}; 758,5 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 27 319 о. е. Для момента времени $t = 3600$ с первый пик формируется на температурном интервале $[774,4 \text{ } ^\circ\text{C}; 779,6 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 158 о. е., второй пик – на температурном интервале $[788,2 \text{ } ^\circ\text{C}; 790,4 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 27 518 о. е. Для момента времени $t = 4200$ с первый пик формируется на температурном интервале $[802,7 \text{ } ^\circ\text{C}; 804,1 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 184 о. е., второй пик – на температурном интервале $[809,8 \text{ } ^\circ\text{C}; 811,2 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 27 590 о. е. Для момента времени $t = 4800$ с первый пик формируется на температурном интервале $[819,1 \text{ } ^\circ\text{C}; 820,1 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 209 о. е., второй пик – на температурном интервале $[823,8 \text{ } ^\circ\text{C}; 824,7 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 27 622 о. е. Для момента времени $t = 5400$ с первый пик формируется на температурном интервале $[829,9 \text{ } ^\circ\text{C}; 830,5 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 26 215 о. е., второй пик – на температурном интервале $[832,9 \text{ } ^\circ\text{C}; 833,5 \text{ } ^\circ\text{C})$ и достигает значения 27 632 о. е. Как видно из рисунков, второй пик распределений на протяжении процесса термообработки смещается вправо в область больших значений температур.

Как видно из представленных зависимостей, характер функции плотности распределения температур имеет свою динамику во времени нагрева и, по-видимому, связан с особенностями 3D-геометрии детали.

На рис. 6 показаны диапазоны минимальных, максимальных и средних температур нагреваемой детали. Как видно из рисунка, интервал между максимальными и минимальными температурами нагрева-

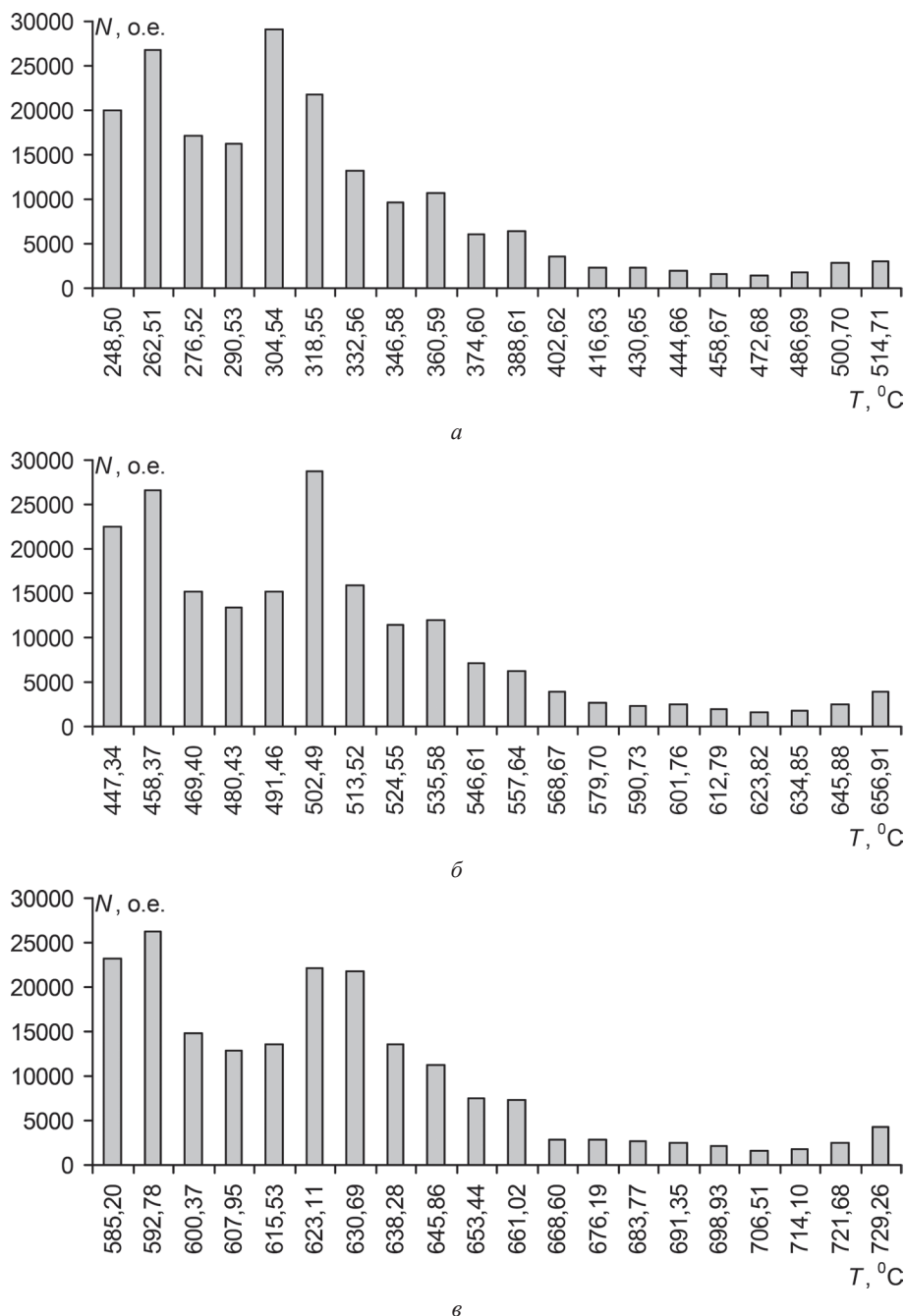


Рис. 3. Функция плотности статистического распределения температур 3D-детали (см. рис. 1) для различных моментов времени нагрева: а – $t = 600$ с; б – 1200 ; в – 1800 с

емой детали на начальном этапе нагрева резко расширяется. Затем наблюдается снижение скорости расширения интервала, и наконец, его сужение по мере приближения к температуре печи. Следует отметить близость средних температур в детали на всем протяжении процесса термообработки к минимальным температурам и их удаленность от максимальных, что говорит о наличии в данной детали перегретых областей, имеющих условия для образования термических напряжений.

Для количественной оценки статистических функций распределения были использованы четыре параметра, которые вычисляются для каждого момента времени процесса нагрева детали по формулам:

$$P_1(t) = T_{cp}(t) - \frac{\sum_{i=1}^5 N_i(t, T_i) T_i}{\sum_{i=1}^5 N_i^t(T_i)}, \quad P_2(t) = T_{cp}(t) - \frac{\sum_{i=6}^{10} N_i(t, T_i) T_i}{\sum_{i=6}^{10} N_i^t(T_i)},$$

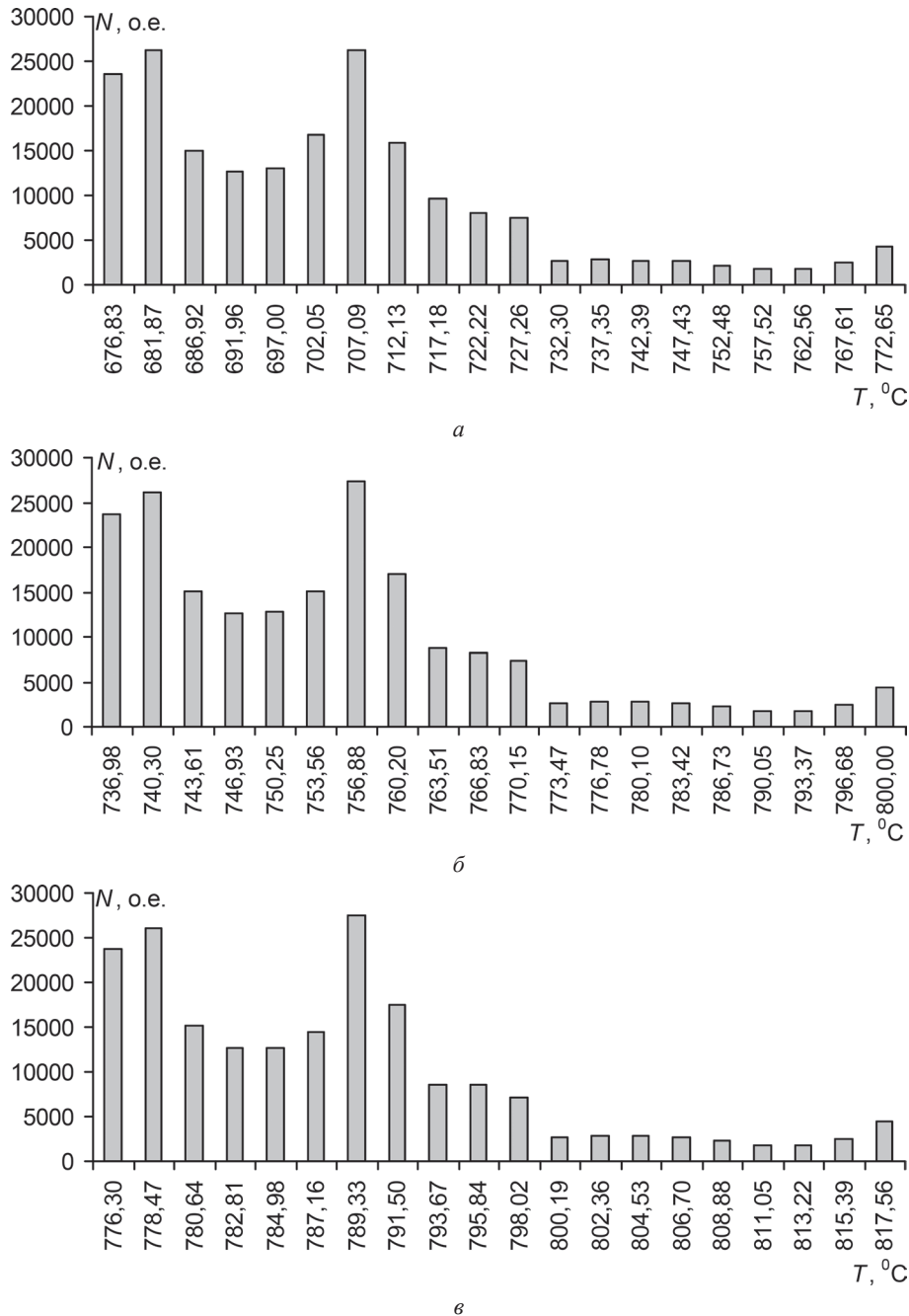


Рис. 4. Функция плотности статистического распределения температур 3D-детали (см. рис. 1) для различных моментов времени нагрева: а – $t = 2400$ с; б – 3000; в – 3600 с

$$P_3(t) = T_{cp}(t) - \frac{\sum_{i=11}^{15} N_i(t, T_i) T_i}{\sum_{i=11}^{15} N_i^t(T_i)}, \quad P_4(t) = T_{cp}(t) - \frac{\sum_{i=16}^{20} N_i(t, T_i) \cdot T_i}{\sum_{i=16}^{20} N_i^t(T_i)},$$

где $T_{cp}(t)$ – среднее значение температуры детали для момента времени t ; $N_i(t, T_i)$ – число сеточных элементов с температурой T_i для момента времени t ; T_i – среднее значение температуры для i -го интервала дискретизации, $i = 1, 20$.

Физический смысл этих параметров сводится к количественной оценке различных групп сеточных элементов от средней температуры объекта. Параметры P_1, P_2, P_3, P_4 позволяют количественно оценить разные группы сеточных элементов по отношению к средней температуре объекта. Это дает возможность использовать статистические функции распределения для оценки вероятности образования термических напряжений, возникающих в процессе термообработки. Чем больше температурное различие

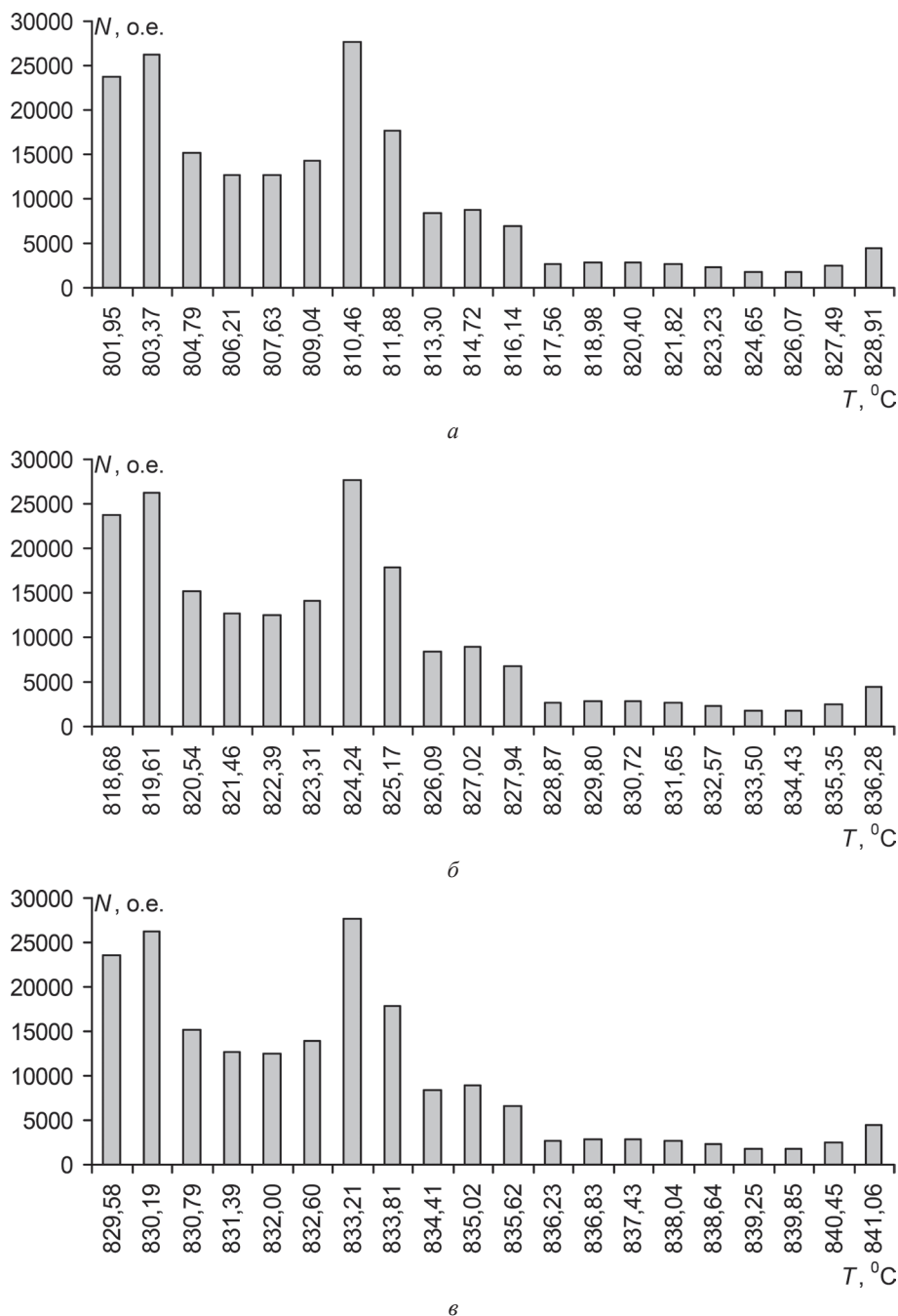


Рис. 5. Функция плотности статистического распределения температур 3D-детали (см. рис. 1) для различных моментов времени нагрева: а – $t = 4200$ с; б – 4800 ; в – 5400 с

между «холодными» и «горячими» сеточными элементами детали, тем больше склонность к образованию трещин при нагреве детали.

На рис. 7 представлено изменение рассчитанных значений параметров P_1, P_2, P_3, P_4 на протяжении всего процесса нагрева детали. Как видно из рисунка, абсолютные значения параметров возрастают на начальном этапе нагрева. Так, параметр P_1 уменьшается до момента времени $t = 900$ с, достигая значения -44 °С, параметр P_2 возрастает до момента времени $t = 400$ с, достигая значения 21 °С, параметр P_3 возрастает до момента времени $t = 500$ с, достигая значения 89 °С, параметр P_4 возрастает до момента времени $t = 500$ с, достигая значения 174 °С. Затем наблюдается снижение абсолютных значений статистических параметров, вначале более резкое, затем более плавное. Этот этап характеризует перераспределение тепла внутри детали и выравнивание значений температур по всему объему детали.

Параметры распределения температур P_1, P_2, P_3, P_4 могут быть использованы для построения интегральных показателей термонапряженного состояния. Так, на рис. 8 показан график разности параметров P_4 и P_1 на протяжении всего процесса нагрева детали. Как видно из рисунка, к моменту времени $t = 500$ с

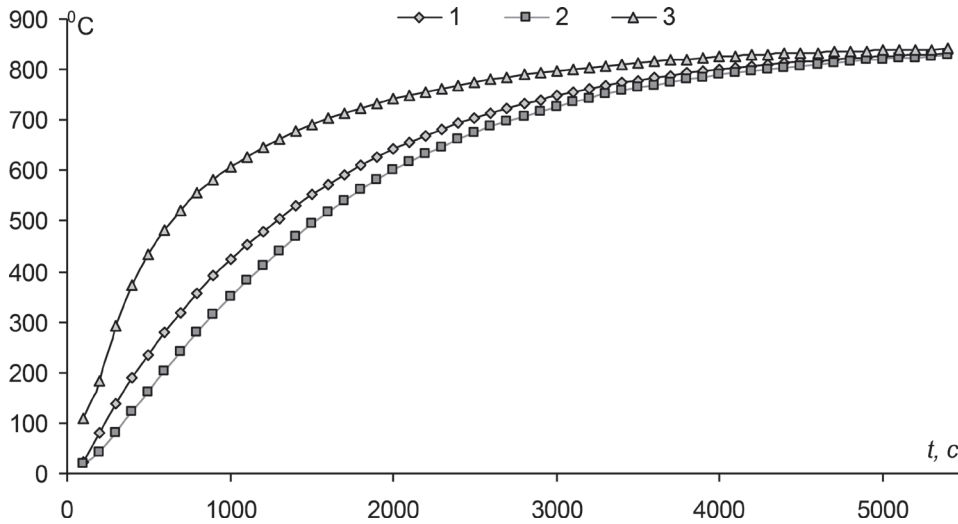


Рис. 6. Зависимость расчетных температур от времени нагрева детали в печи постоянной температуры: 1 – средние температуры; 2 – минимальные температуры; 3 – максимальные температуры

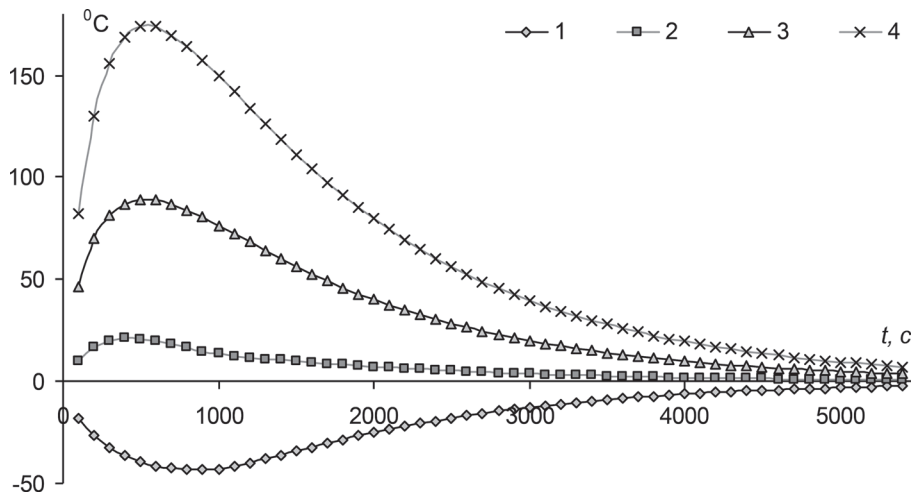


Рис. 7. Зависимость параметров распределения температур P_1, P_2, P_3, P_4 от времени нагрева детали в печи постоянной температуры: 1 – P_1 ; 2 – P_2 ; 3 – P_3 ; 4 – P_4

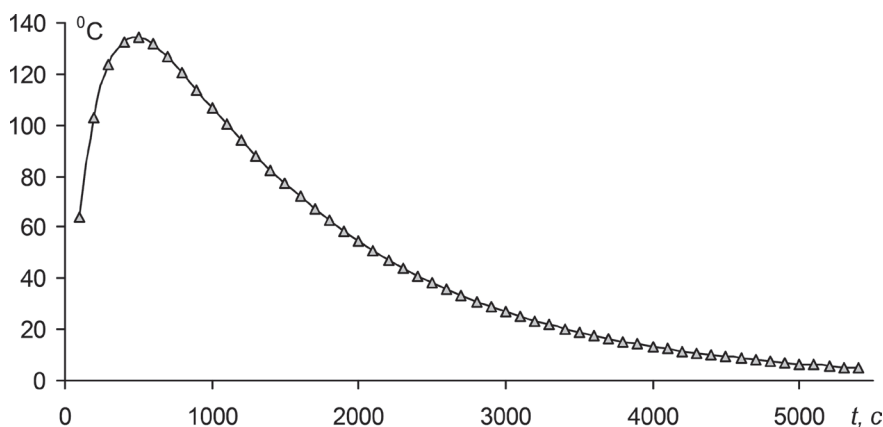


Рис. 8. Зависимость разности параметров P_4 и P_1 от времени нагрева детали в печи постоянной температуры

разность параметров P_4 и P_1 достигает пика и составляет 134 °С. Разность параметров P_4 и P_1 характеризует степень термических напряжений в детали. Чем больше значение, тем больше вероятность возникновения термических напряжений в детали.

Выводы

Предложен метод анализа процесса формирования термических напряжений от времени с помощью параметризации функций плотности распределения температур нагрева детали. Распределение темпера-

тур детали рассчитано на основе численных методов моделирования процесса нагрева. На количественном уровне показано, что интервал между максимальными и минимальными температурами в нагреваемой детали на начальном этапе нагрева расширяется, а затем наблюдается снижение скорости расширения интервала, что свидетельствует о создании условий возникновения термических напряжений в данной детали именно на начальном этапе нагрева. Функция плотности распределения температур может быть использована для решения задач оптимизации процесса нагрева деталей промышленного производства с целью минимизации термических напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чичко А. Н., Сачек О. А. Математическое моделирование процесса цементации на основе уравнения теплопроводности и диффузии // *Литье и металлургия*. 2008. № 2. С. 88–92.
2. Чичко А. Н., Сачек О. А. О точности методов численного моделирования процессов нагрева и охлаждения объектов, используемых в задачах оптимизации расходования энергоресурсов // *Изв. высш. учеб. завед. и энергет. объедин. СНГ. Энергетика*. 2008. № 1. С. 34–43.
3. Чичко А. Н., Бороздин А. В., Сачек О. А. Алгоритмы теории графов и оптимизация режимов нагрева пространственного объекта // *Литье и металлургия*. 2007. № 2. С. 110–114.
4. Чичко А. Н., Сачек О. А., Бороздин А. В. Сравнительный анализ аналитического и численного решения тепловой задачи, использующей уравнение теплопроводности // *Литье и металлургия*. 2007. № 2. С. 94–101.
5. Чичко А. Н., Бороздин А. С. Трехмерное моделирование напряженного состояния движущегося слитка при изменении граничных условий по температуре // *Изв. вузов. Энергетика*. 2005. № 4. С. 61–67.
6. Чичко А. Н., Андрианов Н. В., Бороздин А. С. Компьютерная система «ПроТерм-1n» – для моделирования процессов ступенчатого нагрева стальных слитков // *Сталь*. 2005. № 11. С. 66–71.
7. Чичко А. Н., Бороздин А. С. Математическая модель расчета напряжений движущегося в печи слитка // *Изв. вузов. Черная металлургия*. 2005. № 8. С. 47–50.
8. Чичко А. Н., Кукуй Д. М., Соболев В. Ф., Лихоузов С. Г., Сачек О. А. Моделирование процессов нагрева и охлаждения деталей на основе трехмерного уравнения теплопроводности в САЕ «ПроТерм-1» // *Литье и металлургия*. 2012. № 1. С. 65–70.

REFERENCES

1. Chichko A. N., Sachek O. A. Matematicheskoe modelirovanie processa cementacii na osnove uravnenija teploprovodnosti i diffuzii [Mathematical modeling of the cementation process on the basis of the heat conduction and diffusion equation]. *Lit'e i metallurgija = Foundry production and metallurgy*, 2008, no. 2, pp. 88–92.
2. Chichko A. N., Sachek O. A. O tochnosti metodov chislennogo modelirovanija processov nagreva i ohlazhdenija ob'ektov, ispol'zuemyh v zadachah optimizacii rashodovaniya yenergoresursov [On the accuracy of numerical simulation methods for heating and cooling of objects used in optimization of energy resources consumption]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenii i yenergeticheskikh ob'edinenii SNG. Yenergetika = Proceedings of the cis Higher Education Institutions and Power Engineering Associations. Energetika*, 2008, no. 1, pp. 34–43.
3. Chichko A. N., Borozdin A. V., Sachek O. A. Algoritmy teorii grafov i optimizacija rezhimov nagreva prostranstvennogo ob'ekta [Algorithms of graph theory and optimization of heating modes for a three-dimensional object]. *Lit'e i metallurgija = Foundry production and metallurgy*, 2007, no. 2, pp. 110–114.
4. Chichko A. N., Sachek O. A., Borozdin A. V. Sravnitel'nyi analiz analiticheskogo i chislennogo reshenija teplovoi zadachi, ispol'zuyushei uravnenie teploprovodnosti [Comparative analysis of the analytical and numerical solution of the thermal problem using the heat equation]. *Lit'e i metallurgija = Foundry production and metallurgy*, 2007, no. 2, pp. 94–101.
5. Chichko A. N., Borozdin A. S. Trehmernoe modelirovanie naprjazhennogo sostojanija dvizhushegosja slitka pri izmenenii granichnyh uslovii po temperature [Three-dimensional modeling of the stressed state of a moving ingot with a change in the temperature boundary conditions]. *Izvestiya Vuzov. Energetika = Proceedings of the cis Higher Education Institutions. Power engineering*, 2005, no. 4, pp. 61–67.
6. Chichko A. N., Andrianov N. V., Borozdin A. S. Komp'yuternaja sistema «ProTerm-1n»- dlja modelirovanija processov stупenчатого nagreva stal'nyh slitkov [Computer system «ProTerm-1n» – for modeling the processes of stepwise heating of steel ingots]. *Stal' = Steel*, 2005, no. 11, pp. 66–71.
7. Chichko A. N., Borozdin A. S. Matematicheskaja model' rascheta naprjazhenii dvizhushegosja v pechi slitka [A mathematical model for calculating the stresses of an ingot moving in a furnace]. *Izvestiya Vuzov. Chernaja metallurgija = Proceedings of high schools. Ferrous metallurgy*, 2005, no. 8, pp. 47–50.
8. Chichko A. N., Kukuj D. M., Sobolev V. F., Lihouзов S. G., Sachek O. A. Modelirovanie processov nagreva i ohlazhdenija detalei na osnove trehmernogo uravnenija teploprovodnosti v САЕ «ProTerm-1» [Modeling of heating and cooling of parts on the basis of the three-dimensional heat equation in САЕ «ProTerm-1»]. *Lit'e i metallurgija = Foundry production and metallurgy*, 2012, no. 1, pp. 65–70.