



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный  
технический университет**

---

---

**Кафедра «Теория механизмов и машин»**

## **ИНЖЕНЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ В MATHCAD**

*Учебно-методическое пособие*

*Электронный учебный материал*

Минск 2018

УДК 681.3 (075.4)  
ББК 32.81я7  
И62

#### **Авторы**

Н.Я. Луцко, О.Н. Кавальчук

#### **Рецензенты**

И.А. Каштальян, профессор кафедры «Технология машиностроения» машиностроительного факультета БНТУ, доктор технических наук, профессор

Учебно-методическое пособие к лабораторным работам включает раздел «Инженерные расчеты в Mathcad» дисциплины «Информационные технологии». Изучаются и закрепляются инструментарий и технологии Mathcad в процессе построения Mathcad документов для решения простейших технических задач. Рассмотрены принципы использования Mathcad для определения пределов, производных, интегралов, решения задач дисциплин «Теоретическая механика», «Механика материалов» и «Теория механизмов и машин». Для студентов даны инструкции к выполнению шести лабораторных работ.

Настоящее издание адресовано студентам инженерно-технических специальностей ВУЗов, может быть полезным магистрантам и аспирантам, научным работникам.

Белорусский национальный технический университет  
пр-т Независимости 65, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.(017)2927787  
E-mail:tmm@bntu.by  
<http://www.bntu.by/msftmm.html>  
Регистрационный № БНТУ/МСФ26-18.2018

© БНТУ, 2018  
© Луцко Н.Я., Кавальчук О.Н.

## Содержание

Введение .....	4
Лабораторная работа № М1 Знакомство с Mathcad .....	5
Лабораторная работа № М2 Основные элементы Mathcad .....	10
Лабораторная работа № М3 Решение в Mathcad технических задач, моделируемых объектами высшей математики .....	22
Лабораторная работа № М4 Циклические вычислительные процессы в Mathcad .....	27
Лабораторная работа № М5 Решение технических задач в Mathcad .....	35
Лабораторная работа № М6 Решение задач динамики в Mathcad .....	41
Список использованных источников .....	46

## Введение

Mathcad – инженерное, математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять и анализировать важнейшие инженерные расчеты, обмениваться ими.

Представленные в удобном интерфейсе математические обозначения, действующие в режиме реального времени, средства анализа единиц измерения и мощные функции выполнения инженерных расчетов позволяют инженерам и проектно-конструкторским группам документировать и передавать инженерные математические расчеты, критические параметры конструирования и знания в области проектирования и конструирования в целом.

Среди возможностей Mathcad можно выделить:

- численные и аналитические расчеты;
- решение уравнений и неравенств;
- решение задач математического анализа;
- возможности обработки данных;
- статистические расчеты;
- построение графиков и диаграмм;
- программирование;
- анимацию;
- интеграцию с САПР-системами, использование результатов вычислений в качестве управляющих параметров.

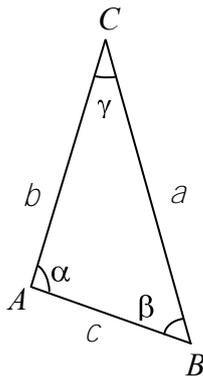
В учебном процессе простота изучения и возможности Mathcad позволяют использовать его в качестве инструмента решения задач дисциплин «Теоретическая механика», «Механика материалов», «Теория механизмов и машин» и других, связанных с математически сложными техническими расчетами.

Представленное учебно-методическое пособие ориентировано на самостоятельную работу студента. В результате тщательной проработки теоретического материала и выполнения предложенных лабораторных работ, студент изучит назначение и основные функции математической системы Mathcad; овладеет технологиями построения автоматизированного документа с использованием формул и графиков.

## Лабораторная работа № M1 Знакомство с Mathcad

Цель работы: ознакомление с математическим пакетом Mathcad; изучение основных технологий и приобретение навыков построения документа Mathcad для решения технической задачи.

**Постановка задачи.** Для треугольника, заданного длинами трех сторон  $a$ ,  $b$  и  $c$ , определить:



- полупериметр  $\rho$ ;
- площадь  $S$ ;
- радиус описанной окружности  $R$ ;
- радиус вписанной окружности  $r$ ;
- длину медианы  $m_a$ , проведенной из вершины  $A$  к стороне  $a$ ;
- длину биссектрисы  $l_\alpha$ , проведенной из вершины  $A$  к стороне  $a$ ;
- длину высоты  $h_a$ , проведенной из вершины  $A$  к стороне  $a$ ;
- величину внутреннего угла  $\alpha$ , измеренного в радианах и градусах;
- величину внутреннего угла  $\beta$ , измеренного в радианах и градусах;
- величину внутреннего угла  $\gamma$ , измеренного в радианах и градусах.

Значения  $a = 45$  мм,  $b = 40$  мм,  $c = 30$  мм.

**Математическая модель задачи.** При заданных длинах сторон треугольника  $a$ ,  $b$ ,  $c$  полупериметр  $\rho = \frac{a+b+c}{2}$ . Площадь треугольника по формуле Герона  $S = \sqrt{\rho(\rho-a)(\rho-b)(\rho-c)}$ . Радиус описанной окружности вычисляется по формуле  $R = \frac{abc}{4S}$ , радиус вписанной окружности  $r = \rho \operatorname{tg} \frac{\alpha_{\text{рад}}}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_{\text{рад}}}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma_{\text{рад}}}{2}$ . Длины медианы  $m_a$ , высоты  $h_a$ , проведенных из вершины  $A$ , и биссектрисы угла  $\alpha$  —  $l_\alpha$  определяются

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2},$$

$$h_a = \frac{2\sqrt{\rho(\rho-a)(\rho-b)(\rho-c)}}{a},$$

$$l_\alpha = \frac{2bc \cos \frac{\alpha_{\text{рад}}}{2}}{b+c}.$$

Для определения величины угла  $\alpha$  воспользуемся теоремой косинусов в виде  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ . Отсюда значение угла в радианах  $\alpha_{\text{рад}} = \arccos \left( \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)$ .

Используя теорему синусов  $\frac{a}{\sin \alpha_{\text{рад}}} = \frac{b}{\sin \beta_{\text{рад}}}$ , получим  $\beta_{\text{рад}} = \arcsin \left( \frac{b \sin \alpha_{\text{рад}}}{a} \right)$ .

Значение угла  $\gamma_{\text{рад}}$  вычислим по формуле  $\gamma_{\text{рад}} = \pi - 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{a+b}{a-b} \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_{\text{рад}} - \beta_{\text{рад}}}{2} \right) \right)$ .

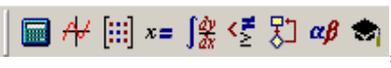
Для вычисления значений углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  в градусах построим и используем пользовательскую функцию  $Grad(\varphi_{\text{рад}}) = \frac{180 \cdot \varphi_{\text{рад}}}{\pi}$ .

**Документ Mathcad.** Решим поставленную задачу, построив документ Mathcad

1. Загрузите математическую систему Mathcad и разместите окно  **Mathcad - [Безымянный:1]** на свободной части экрана монитора, выполнив **Пуск – Программы – Mathcad – Mathcad 14 – Mathcad 14**.

2. Изучите окно  **Mathcad - [Безымянный:1]**. Обратите внимание на следующие элементы окна:

- 2.1 строку заголовка;
- 2.2 строку меню;
- 2.3 **Панель инструментов Стандартная**;
- 2.4 **Панель инструментов Форматирование**.

3. Если необходимо отобразите **Панель Математика** , выполнив **Вид – Панели инструментов – Математическая**.

4. Закройте, если развернуто, окно трассировки.

5. Сохраните будущий документ в файле M1\_Ф\_N.xmcd (Ф – ваша фамилия на русском языке, N – номер группы).

6. Постройте стили для оформления текста в документе. Для этого:

- 6.1 измените параметры стиля Normal. Для этого:
  - 6.1.1 активизируйте пункты меню **Формат – Стиль...**;
  - 6.1.2 в окне **Стили текста** выберите стиль Normal;
  - 6.1.3 нажмите кнопку **Изменить...**;
  - 6.1.4 в окне **Определение стиля** нажмите кнопку **Шрифт...**;
  - 6.1.5 в окне **Формат текста** установите:
    - шрифт: *Times New Roman*,
    - размер: 12,
    - начертание: *обычный*;
  - 6.1.6 в окне **Формат текста** нажмите кнопку ОК;
  - 6.1.7 в окне **Определение стиля** нажмите кнопку ОК;
- 6.2 измените параметры стиля Title, задав
  - шрифт: *Times New Roman*,
  - размер: 14,
  - начертание: *жирный*;
- 6.3 создайте стиль **Заголовок 1**. Для этого:
  - 6.3.1 активизируйте пункты меню **Формат – Стиль...**;
  - 6.3.2 в окне **Стили текста** нажмите кнопку **Новый...**;
  - 6.3.3 в окне **Определение стиля** введите имя **Заголовок 1**;
  - 6.3.4 нажмите кнопку **Шрифт...**;
  - 6.3.5 в окне **Формат текста** установите:
    - шрифт: *Times New Roman*,
    - размер: 16,
    - начертание: *жирный*;
  - 6.3.6 в окне **Формат текста** нажмите кнопку ОК;

- 6.3.7 в окне **Определение стиля** нажмите кнопку **ОК**;
- 6.4 создайте стиль **Заголовок 2**, имеющий параметры:  
 шрифт: *Times New Roman*,  
 размер: 14,  
 начертание: *жирный, курсив*.
- 6.5 в окне **Стили текста** нажмите кнопку **Заккрыть**.

7. Создайте в документе поясняющий текст **Лабораторная работа № М1**. Для этого:

- 7.1 вставьте текстовую область. Для этого:  
 7.1.1 выполните **LC** в том месте рабочего документа, где должен располагаться текст, курсор примет вид **+** (визира);  
 7.1.2 активизируйте пункты меню **Добавить – Текстовую область**, курсор примет вид **|**;  
 7.1.3 установите на **Панели Форматирование** стиль **Заголовок 1**;  
 7.1.4 установите русский язык для клавиатуры;  
 7.1.5 наберите с клавиатуры текст: **Лабораторная работа № М1**;  
 7.1.6 выполните **LC** вне текстовой области.

8. Введите текст, содержащий **название лабораторной работы**, установив стиль **Заголовок 1**.

9. Введите текст, содержащий **название решаемой задачи**: *Определение параметров треугольника*, установив стиль **Заголовок 2**.

10. Введите текст, содержащий **Вашу фамилию и номер группы**, установив стиль **Title**.

11. Введите текст **Исходные данные**, установив стиль **Title**.

12. Задайте значение исходному данному – переменной *a*. Для этого:

- 12.1 выполните **LC** под текстовой областью **Исходные данные**;  
 12.2 введите с клавиатуры *a*;  
 12.3 разверните **Панель Калькулятор**, нажав кнопку  - **Панель калькулятора на Панели Математика**;  
 12.4 введите оператор присваивания, нажав кнопку  на **Панели Калькулятор**, выражение примет вид ;  
 12.5 в шаблон введите с клавиатуры значение 45;  
 12.6 выполните **LC** вне блока;  
 12.7 задайте единицы измерения, используя текстовую область и стиль **Normal**.

13. Задайте значения остальным исходным данным – переменным *b* и *c*. Блоки **a := 45 мм** целесообразно скопировать, вставить и отредактировать.

14. Введите текст **Вычислительные формулы**, установив стиль **Title**.

15. Постройте формулу для вычисления полупериметра, используя оператор присваивания

 Формула должна иметь вид  $p := \frac{a + b + c}{2}$ . Для этого:

- 15.1 постройте ;

15.2 постройте в шаблоне будущий числитель;

15.3 нажмите нужное количество раз клавишу **Пробел** для выделения курсором числителя

тебя  $p := a + b + c$ ;

15.4 нажмите на **Панели Калькулятор** кнопку  $\frac{\square}{\square}$  – Деление /;

15.5 в выражении  $p := \frac{a + b + c}{\square}$  заполните шаблон знаменателя;

15.6 выполните LC вне формулы.

16. Постройте формулы для вычисления площади треугольника

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , радиуса описанной окружности  $R = \frac{abc}{4S}$ , медианы

$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ , высоты  $h_a = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}$ . Для обращения к простей-

шим стандартным функциям Mathcad, например, Квадратный корень, Синус, Тангенс, Экспонента и т.д. используйте соответствующие кнопки **Панели Калькулятор**.

17. Постройте в документе Mathcad формулу для вычисления переменной  $\alpha_{rad}$ , которая в

математической модели имеет вид  $\alpha_{rad} = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$ . Для построения греческого

символа  $\alpha$  разверните панель **Греческая**, нажав кнопку  $\alpha\beta$  – **Панель греческих символов** на **Панели Математика**. Для обращения к сложным стандартным функциям Mathcad, например,  $\arccos$  используйте технологию:

17.1 нажмите кнопку  $f(x)$  – **Вставить функцию** на **Панели инструментов Стандартная**;

17.2 в окне **Вставка функции** выберите категорию функций – **Тригонометрические**;

17.3 выберите функцию  $\arccos$ ;

17.4 изучите комментарии в окне **Вставка функции** к функции  $\arccos$ ;

17.5 нажмите кнопку ОК;

17.6 введите аргумент.

18. Постройте формулы для вычисления биссектрисы  $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha_{rad}}{2}}{b+c}$ , углов

$\beta_{rad} = \arcsin\left(\frac{b \sin \alpha_{rad}}{a}\right)$  и  $\gamma_{rad} = \pi - 2 \arctg\left(\frac{a+b}{a-b} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_{rad} - \beta_{rad}}{2}\right)\right)$ , радиуса вписанной

окружности  $r = \rho \operatorname{tg} \frac{\alpha_{rad}}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_{rad}}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma_{rad}}{2}$ .

19. Для вычисления значений углов в градусах

19.1 постройте пользовательскую функцию Mathcad  $\operatorname{Grad}(\phi_{rad}) := \frac{180 \cdot \phi_{rad}}{\pi}$ ;

19.2 используйте её для вычисления  $\alpha$  в виде  $\alpha := \operatorname{Grad}(\alpha_{rad})$ ;

19.3 вычислите  $\beta$  и  $\gamma$ .

20. Введите текст **Результаты**, установив стиль Title.

21. Для каждого определяемого параметра постройте результирующую формулу и текстовую область, содержащую единицы измерения. Например,  $p = 57.5 \text{ мм}$ .

22. Введите текст **Построение разветвлений**, установив стиль Title.

23. Докажите, что сумма внутренних углов треугольника равна  $\pi$ .

Используйте алгоритм

если  $|\alpha_{\text{рад}} + \beta_{\text{рад}} + \gamma_{\text{рад}} - \pi| \leq \varepsilon$ ,

то

вывод сообщения «Равна  $\pi$ »

иначе

вывод сообщения «Не равна  $\pi$ ».

Здесь  $\varepsilon$  – точность вычислений и исходное данное  $\varepsilon = 0,001$ .

Для этого:

23.1 задайте значение  $\varepsilon$  в категории **Исходные данные**;

23.2 вставьте функцию if категории **Кусочно-непрерывные** ;

23.3 в первый шаблон введите логическое выражение  $|\alpha_{\text{рад}} + \beta_{\text{рад}} + \gamma_{\text{рад}} - \pi| \leq \varepsilon$ , Для построения логической операции  $\leq$  используйте **Панель Логический**, которая развернется при нажатии кнопки  – **Панель логики** на **Панели Математика**;

23.4 во второй шаблон, используя русский шрифт, введите текст «Равна ПИ»;

23.5 в третий шаблон введите текст «Не равна ПИ»;

23.6 выделите курсором все выражение и активизируйте операцию =.

24. Докажите, что сумма внутренних углов треугольника равна  $180^\circ$ .

25. Сдайте работу преподавателю.

## Лабораторная работа № M2 Основные элементы Mathcad

Цель работы: закрепление основных технологий математической системы MathCad и навыков их использования для построения документа MathCad при решении технической задачи.

### Задания для выполнения

Для поставленных задач постройте документ Mathcad следующей структуры

- поясняющий текст **Лабораторная работа № M2 и название лабораторной работы**;
- сведения о студенте, включающие фамилию, инициалы, номер учебной группы, номер выполняемого варианта;
- текст: **Задача** и ее номер;
- название решаемой задачи, определяющее исследуемый объект или процесс;
- текст: **Исходные данные** ;
- исходные данные с заданием вычислительной формулы и единиц измерения в выбранной системе счисления;
- текст: **Вычислительные формулы** ;
- вычислительные формулы Mathcad строго в соответствии с алгоритмом решения задачи;
- текст: **Результаты** ;
- окончательные результаты, содержащие наименования параметров, результирующие формулы, единицы измерения.

Сохраняйте документ в файле с именем M2\_Ф\_N.xmcd. Выполните три задачи. Сдайте работу преподавателю. Студенты, претендующие на экзаменационную оценку выше 6, дополнительно решают четвертую задачу.

### Вариант 1

1. Вычислить площадь полной поверхности усеченного конуса  $S = \pi R^2 + \pi r^2 + \pi(R+r)l$ , где  $r = kR$  и  $l = (R-r) \cos \alpha$ .

Значения  $k = 0,5$ ,  $\alpha = 0,5233$ рад,  $R = 40$ мм.

2. Вычислить значение функции  $t = \frac{\sqrt{|\beta - \alpha|} + e^\alpha}{\ln^2(\alpha + \beta)}$ , где  $\alpha = \sqrt[5]{\frac{\operatorname{tg}(x)}{y_1 - x}} + \frac{\pi}{x + y_1}$  и

$$\beta = \cos\left(2 \operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha - 1}{y_1}\right) - \frac{\pi}{8}\right).$$

Значения  $x = 0,2$ ,  $y_1 = 1,65$ .

**Результат для проверки:**  $\alpha = 2,373$ ,  $\beta = 0,544$ ,  $t = 10,539$ .

3. Вычислить значение движущей силы  $F_D$ , действующей на тело, при заданном значении перемещения  $S$ , удовлетворяющем условию  $S_{нач} \leq S \leq S_{кон}$  :

$$F_D = \begin{cases} d \cdot S, & \text{если } S_{нач} \leq S < S_T; \\ d \cdot S^2, & \text{если } S_T \leq S \leq S_{кон}, \end{cases}$$

где  $d = a + \sqrt{b} + \operatorname{tg} \frac{a}{b}$ .

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_T = 0,9$  м,  $S_{кон} = 1,2$  м,  $S = 1,05$  м,  $a = 1,25$ ,  $b = 5,75$ .

4. Вычислить значение движущей силы  $F_D$ , действующей на тело, при заданных значениях перемещения  $S_{нач} \leq S \leq S_{кон}$  и номере закона движения  $k$ ,

$$\text{где } F_D = \begin{cases} d \cdot S, & \text{если } S_{нач} \leq S < S_p; \\ 5,5 + d, & \text{если } S_p \leq S < S_T; \\ d \cdot S^2, & \text{если } S_T \leq S < S_{кон}; \end{cases}$$

$$\text{причем } d = \begin{cases} 2,5, & \text{если } k = 1 \text{ или } 5; \\ 1,5, & \text{если } k = 2 \text{ или } 4; \\ 10,2, & \text{если } k = 3 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $S_{нач} = 0 \text{ м}$ ,  $S_p = 0,5 \text{ м}$ ,  $S_T = 0,9 \text{ м}$ ,  $S_{кон} = 1,2 \text{ м}$ ,  $S = 0,7 \text{ м}$ ,  $k = 3$ .

## Вариант 2

1. Вычислить площадь боковой грани прямой треугольной призмы  $S_{2p} = a \cdot h$ , где  $a = \sqrt{2 \cdot S_{mp}}$ .

Значения  $h = 50 \text{ мм}$ ,  $S_{mp} = 800 \text{ мм}^2$ .

2. Вычислить значение функции  $S = \frac{\sin^2 \gamma - \cos^3 c}{c - e^x}$ , где  $\gamma = \frac{\sqrt[3]{x_1 + 1}}{|3 - x_1^2|}$ , и

$$c = \sin\left(\arccos\left(\frac{3}{a}\right) + \gamma\right) + \frac{\text{tg}(a^2)}{\pi}.$$

Значения  $x_1 = 7,2$ ,  $a = 5,4$ .

**Результат для проверки:**  $\gamma = 0,041$ ,  $c = 1,243$ ,  $S = -0,157$ .

3. Вычислить значение скорости  $v = v_0 + at$  движущегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$ :

$$v_0 = \begin{cases} 1,5 + k, & \text{если } t_{нач} \leq t < t_p; \\ 2 \cdot k, & \text{если } t_p \leq t \leq t_{кон}; \end{cases}$$

где  $k = \sin y + e^x$ .

Значения  $t_{нач} = 0 \text{ с}$ ,  $t_p = 7,9 \text{ с}$ ,  $t_{кон} = 10,2 \text{ с}$ ,  $t = 8,7 \text{ с}$ ,  $a = 1,5 \text{ м/с}^2$ ,  $x = 1,2$ ,  $y = 0,75$ .

4. Вычислить значение скорости  $v = v_0 + at$  движущегося тела при заданных значениях времени  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$  и номере закона движения  $n$ ,

$$\text{где } v_0 = \begin{cases} 1,5 + k, & \text{если } t_{нач} \leq t < t_p; \\ k + t, & \text{если } t_p \leq t < t_T; \\ 2 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{кон}; \end{cases}$$

$$\text{причем } k = \begin{cases} 2,5, & \text{если } n = 1 \text{ или } 5; \\ 1,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 4; \\ 7,5, & \text{если } n = 3 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $t_{нач} = 0 \text{ с}$ ,  $t_p = 5,2 \text{ с}$ ,  $t_T = 7,9 \text{ с}$ ,  $t_{кон} = 10,2 \text{ с}$ ,  $t = 0,7 \text{ с}$ ,  $a = 1,5 \text{ м/с}^2$ ,  $n = 1$ .

### Вариант 3

1. Вычислить площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда  $S = 2(ab + bc + ac)$ , где  $b = n_1 a$  и  $c = n_2 a$ .

Значения  $a = 45$  мм,  $n_1 = 0,7$ ,  $n_2 = 0,8$

2. Вычислить значение функции  $t = \frac{\lg^2 x + e^{x-0,3}}{1 - \operatorname{tg}(\sqrt{x})}$ , где  $x = \sqrt{\frac{\alpha - c_1^2}{c_1^3 - \pi}}$ ,

$$y = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2x-1} \arcsin\left(\frac{\alpha}{c_1}\right)\right) - \sin\left(\sqrt[3]{\frac{\pi - \alpha}{\alpha^2}}\right).$$

Значения  $c_1 = 13,2$ ,  $\alpha = 5,38$ .

**Результат для проверки:**  $x = 0,271$ ,  $y = 0,159$ ,  $t = 1,327$ .

3. Вычислить значение ускорения  $a$  движущегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$ :

$$a = \begin{cases} t + k, & \text{если } t_{\text{нач}} \leq t < t_T; \\ \sin(k \cdot t), & \text{если } t_T \leq t \leq t_{\text{кон}}, \end{cases}$$

где  $k = \cos y + y^2$ .

Значения  $t_{\text{нач}} = 0$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{\text{кон}} = 10,2$  с,  $t = 8,2$  с,  $y = 1,5$ .

4. Вычислить значение ускорения  $a$  движущегося тела при заданных значениях времени  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$  и номере закона движения  $n$ ,

$$\text{где } a = \begin{cases} t + k, & \text{если } t_{\text{нач}} \leq t < t_P; \\ t \cdot k, & \text{если } t_P \leq t < t_T; \\ \sin(k \cdot t), & \text{если } t_T \leq t \leq t_{\text{кон}}, \end{cases}$$

$$\text{причем } k = \begin{cases} 0,5, & \text{если } n = 1 \text{ или } 3; \\ 1,5, & \text{если } n = 4 \text{ или } 5; \\ 4,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $t_{\text{нач}} = 0$  с,  $t_P = 5,2$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{\text{кон}} = 10,2$  с,  $t = 0,7$  с,  $n = 5$ .

### Вариант 4

1. Вычислить объем цилиндра  $V = \pi R^2 h$ , где  $h = kR$ .

Значения  $k = 0,5$ ,  $R = 40$  мм.

2. Вычислить значение функции  $q = b \left| e^{-at} \sin \omega t \right| - \arcsin^2 \omega$ , где  $a = \frac{\ln(t-0,5)}{\sqrt[3]{k_1^2 - 2,5}}$ ,

$$b = \cos(\omega - k_1) + \sqrt[3]{\frac{1 + \operatorname{tg}(\sqrt{x})}{\pi - a}}$$

Значения  $t = 3,4$ ,  $\omega = 0,3$ ,  $k_1 = 0,7$ .

**Результат для проверки:**  $a = -0,622$ ,  $b = 1,583$ ,  $q = 11,086$ .

3. Вычислить значение перемещения  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  движущегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$ :

$$v_0 = \begin{cases} 1,5 + r, & \text{если } t_{нач} \leq t \leq t_T; \\ 2 \cdot r, & \text{если } t_T < t \leq t_{кон}. \end{cases}$$

где  $r = c^2 + be^{b+c}$ .

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{кон} = 10,2$  с,  $t = 9,3$  с,  $a = 1,5$  м/с<sup>2</sup>,  $c = 0,5$ ,  $b = 1,5$ .

4. Вычислить значение перемещения  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  движущегося тела при заданных значениях времени  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$  и номере закона движения  $n$ ,

$$\text{где } v_0 = \begin{cases} 1,5 + r, & \text{если } t_{нач} \leq t \leq t_p; \\ r, & \text{если } t_p < t < t_T; \\ 2 \cdot r, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{кон}. \end{cases}$$

$$\text{причем } r = \begin{cases} 2,5, & \text{если } n = 1 \text{ или } 5; \\ 1,5, & \text{если } n = 3 \text{ или } 4; \\ 10,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_p = 5,2$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{кон} = 10,2$  с,  $t = 0,7$  с,  $a = 1,5$  м/с<sup>2</sup>,  $n = 4$ .

### Вариант 5

1. Вычислить объём усеченного конуса  $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)$ , где  $h = k_1 R$  и  $r = k_2 R$ .

Значения  $R = 40$  мм,  $k_1 = 1,2$ ,  $k_2 = 1,5$ .

2. Вычислить значение функции  $z = \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - xy}{\lg^2 x + 1} - \text{ctg} \left( \frac{y}{q_1^2} \right)$ , где  $x = \sqrt{\frac{|\beta^2 - q_1^3|}{\sin(\pi - \beta) + 1}}$

и  $y = \beta e^{-0,2q_1} + \arcsin \left( \frac{\beta x}{6} \right)$ .

Значения  $\beta = 1,2$ ,  $q_1 = 3,5$ .

**Результат для проверки:**  $x = 4,631$ ,  $y = 1,78$ ,  $z = -10,591$ .

3. Вычислить значение угловой скорости  $\omega$  вращающегося тела при заданном значении угла поворота  $\varphi$ , удовлетворяющем условию  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$ :

$$\omega = \begin{cases} q \cdot \varphi, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi < \varphi_T; \\ q \cdot \varphi^2, & \text{если } \varphi_T \leq \varphi \leq \varphi_{кон}. \end{cases}$$

где  $q = \frac{\sin z + zx}{z^2 + x^2}$ .

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_T = 4,7101$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$ ,  $\varphi = 5,1415$  рад,  $z = 1,5$ ,  $x = 2,1$ .

4. Вычислить значение угловой скорости  $\omega$  вращающегося тела при заданных значениях угла поворота  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$  и номере закона движения  $k$ ,

$$\text{где } \omega = \begin{cases} q \cdot \varphi, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi < \varphi_p; \\ 1,5 + q, & \text{если } \varphi_p \leq \varphi \leq \varphi_T; \\ q \cdot \varphi^2, & \text{если } \varphi_T < \varphi \leq \varphi_{кон}. \end{cases}$$

$$\text{причем } q = \begin{cases} 0,5, & \text{если } k = 1 \text{ или } 4; \\ 3,25, & \text{если } k = 2 \text{ или } 3; \\ 1,05, & \text{если } k = 5. \end{cases}$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_p = 1,0467$  рад,  $\varphi_T = 4,7101$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 3,1415$  рад,  $k = 3$ .

### Вариант 6

1. Вычислить радиус  $r$  вписанной окружности и площадь  $S$  равностороннего треугольника со сторонами  $a$  по формулам  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$  и  $r = \frac{S}{\rho}$ , где  $\rho$  – полупериметр.

Значения  $a = 30$  мм.

2. Вычислить значения функций  $\varphi = a \cdot e^{-0,3t} + \frac{t^2\omega}{\ln^2(t-2,7)}$  и  $\omega = \frac{\sqrt[3]{t-a}+1}{|a-t|}$ , где

$$a = \operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{5}{t}\right)\right) + \cos^2\sqrt{\frac{h_1}{\pi}}.$$

Значения  $t = 12,3$ ,  $h_1 = 2,06$ .

**Результат для проверки:**  $a = 0,921$ ,  $\omega = 0,286$ ,  $\varphi = 0,023$ .

3. Вычислить значение углового ускорения  $\varepsilon$  вращающегося тела при заданном значении угла поворота  $\varphi$ , удовлетворяющем условию  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$ :

$$\varepsilon = \begin{cases} \cos q, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_T; \\ q \cdot \varphi, & \text{если } \varphi_T < \varphi \leq \varphi_{кон}, \end{cases}$$

где  $q = \operatorname{tg}(y+x) + \sqrt{y}$ .

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_T = 4,7101$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 5,1415$  рад,  $x = 1,5$ ,  $y = 1,1$ .

4. Вычислить значение углового ускорения  $\varepsilon$  вращающегося тела при заданных значениях угла поворота  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$  и номере закона движения  $k$ ,

$$\text{где } \varepsilon = \begin{cases} \cos q, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_p; \\ 1,5 + q, & \text{если } \varphi_p < \varphi \leq \varphi_T; \\ q \cdot \varphi, & \text{если } \varphi_T < \varphi \leq \varphi_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{причем } q = \begin{cases} 0,67, & \text{если } k = 1 \text{ или } 4; \\ 3,25, & \text{если } k = 2 \text{ или } 3; \\ 0,5, & \text{если } k = 5 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_p = 1,0467$  рад,  $\varphi_T = 4,7101$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 3,1415$  рад,  $k = 2$ .

### Вариант 7

1. Вычислить площадь полной поверхности конуса  $S = \pi Rl + \pi R^2$ , где  $l = R \cos \alpha$ .

Значения  $R = 36$  мм,  $\alpha = 1,0467$  рад.

2. Вычислить значение функции  $y = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{9}\right) + \frac{\sqrt{x-1}}{\lambda + \arcsin d_2}$ , где

$$x = \frac{\operatorname{tg}(c + d_2 - 0,5p) + \sin(cd_2)}{\sqrt{|d_2^2 - c^2|}} \text{ и } \lambda = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\lg(c+1)} - \frac{cx}{d_2 + e^{d_2}}.$$

Значения  $c = 3,6$ ,  $d_2 = 0,4$ .

**Результат для проверки:**  $x = 0,036$ ,  $\lambda = 0,096$ ,  $y = -0,74$ .

3. Вычислить значение угла поворота  $\varphi$  вращающегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$ :

$$\varphi = \begin{cases} t + k, & \text{если } t_{\text{нач}} \leq t < t_T; \\ 2 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{\text{кон}}. \end{cases}$$

$$\text{где } k = \frac{a + |b|}{ab + 1}.$$

Значения  $t_{\text{нач}} = 0$  с,  $t_T = 8,9$  с,  $t_{\text{кон}} = 11,2$  с,  $t = 9,7$  с,  $a = 2,5$ ,  $b = 1,5$ .

4. Вычислить значение угла поворота  $\varphi$  вращающегося тела при заданных значениях времени  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$  и номере закона движения  $n$ ,

$$\text{где } \varphi = \begin{cases} t + k, & \text{если } t_{\text{нач}} \leq t < t_p; \\ t \cdot k, & \text{если } t_p \leq t < t_T; \\ 2 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{\text{кон}}. \end{cases}$$

$$\text{причем } k = \begin{cases} 0,5, & \text{если } n = 1 \text{ или } 5; \\ 1,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 4; \\ 4,5, & \text{если } n = 3 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $t_{\text{нач}} = 0$  с,  $t_p = 4,2$  с,  $t_T = 8,9$  с,  $t_{\text{кон}} = 11,2$  с,  $t = 1,7$  с,  $n = 1$ .

## Вариант 8

1. Вычислить объём конуса  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ , где  $h = R \cdot \operatorname{tg} \gamma$ .

Значения  $R = 28$  мм,  $\gamma = 0,7853$  рад.

2. Вычислить значение функции  $\varphi = \frac{ae^{-\eta t} \sin(kt + \pi\beta)}{\arccos b}$ , где  $a = \frac{\sqrt[5]{t+\beta}}{\beta + \ln t}$  и

$$k = \frac{\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{ctg}^2 t}{\sqrt{|\beta^2 - \eta^2|} + e^{\eta t}}.$$

Значения  $\eta = 1,2$ ,  $t = 1,6$ ,  $\beta = 0,3$ .

**Результат для проверки:**  $a = 1,197$ ,  $k = 0,813$ ,  $\varphi = 0,108$ .

3. Вычислить значение силы сопротивления  $F_C$ , действующей на тело, при заданном значении перемещения  $S$ , удовлетворяющем условию  $S_{\text{нач}} \leq S \leq S_{\text{кон}}$ :

$$F_C = \begin{cases} d \cdot S^2, & \text{если } S_{\text{нач}} \leq S < S_T; \\ d \cdot S, & \text{если } S_T \leq S \leq S_{\text{кон}}. \end{cases}$$

$$\text{где } d = \frac{\sqrt{a}}{a^2 + b^2}.$$

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_T = 2,9$  м,  $S_{кон} = 4,2$  м,  $S = 3,4$  м,  $a = 5$ ,  $b = 2,5$ .

4. Вычислить значение силы сопротивления  $F_C$ , действующей на тело, при заданных значениях перемещения  $S_{нач} \leq S \leq S_{кон}$  и номере закона движения  $k$ ,

$$\text{где } F_C = \begin{cases} d \cdot S^2, & \text{если } S_{нач} \leq S < S_p; \\ 15,5 + d, & \text{если } S_p \leq S < S_T; \\ d \cdot S, & \text{если } S_T \leq S \leq S_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{причем } d = \begin{cases} 2,5, & \text{если } k = 1 \text{ или } 5; \\ 1,5, & \text{если } k = 2 \text{ или } 4; \\ 10,5, & \text{если } k = 3 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_p = 1,5$  м,  $S_T = 2,9$  м,  $S_{кон} = 4,2$  м,  $S = 0,7$  м,  $k = 5$ .

### Вариант 9

1. Вычислить площадь полной поверхности цилиндра  $S = 2\pi R h + 2\pi R^2$ , где  $h = k_1 R$ .

Значения  $k_1 = 1,8$ ,  $R = 38$  мм.

2. Вычислить значение функции  $T = \frac{1}{\lg t + (m+v)^2} + \sqrt{\frac{m+v}{\ln^2 m + 1}}$ , где

$$v = \frac{\sqrt[3]{t^2 + 1} - \sin(\pi \alpha t)}{|v_0 - \lg^3 t|} \text{ и } m = \frac{v_0 t - e^{-\alpha t}}{\arcsin(v + 0,7)}.$$

Значения  $v_0 = 17$ ,  $t = 7$ ,  $\alpha = 0,2$ .

**Результат для проверки:**  $v = 0,284$ ,  $m = 85,436$ ,  $T = 2,031$ .

3. Вычислить значение момента движущих сил  $M_D$ , действующего на вращающееся тело, при заданном значении угла поворота  $\varphi$ , удовлетворяющем условию  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$ :

$$M_D = \begin{cases} \rho \cdot \varphi^2, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi < \varphi_T; \\ \varphi + 2,5, & \text{если } \varphi_T \leq \varphi \leq \varphi_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{где } \rho = \frac{\cos x + y}{|x^2 - 1|}.$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_T = 4,3632$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 4,8862$  рад,  $x = 2,5$ ,  $y = 1,0$ .

4. Вычислить значение момента движущих сил  $M_D$ , действующего на вращающееся тело, при заданных значениях угла поворота  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$  и номере закона движения  $m$ ,

$$\text{где } M_D = \begin{cases} \rho \cdot \varphi^2, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_p; \\ \sin \rho, & \text{если } \varphi_p < \varphi < \varphi_T; \\ \varphi + 2,5, & \text{если } \varphi_T \leq \varphi \leq \varphi_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{причем } \rho = \begin{cases} 2,5, & \text{если } m=1 \text{ или } 4; \\ -1,5, & \text{если } m=2 \text{ или } 5; \\ 7,5, & \text{если } m=3 \end{cases}.$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_p = 1,0467$  рад,  $\varphi_T = 4,3632$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 1,3862$  рад,  $m = 2$ .

### Вариант 10

1. Вычислить площадь трапеции с основаниями  $a > b$ , высотой  $h$  и острым углом  $\alpha$  по формуле  $S = \frac{a+b}{2}h$ , где  $h = \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \alpha$ .

Значения  $a = 42$  мм,  $b = 34$  мм,  $\alpha = 0,7853$  рад.

2. Вычислить значение функции  $f = \frac{\sqrt{|d-\rho_1|} + e^\beta}{\ln^2(a+\beta)}$ , где  $\beta = \sin\left(\frac{d-1}{\rho_1} - \frac{\pi}{3}\right)$  и

$$a = \cos\left(2 \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{d}\right)\right) + \operatorname{tg}\left(\sqrt[4]{\frac{\beta+1}{\rho_1-21,06}}\right).$$

Значения  $\rho_1 = 24,2$ ,  $d = 71,24$ .

**Результат для проверки:**  $\beta = 0,96$ ,  $a = 2,231$ ,  $f = 7,033$ .

3. Вычислить значение момента сил сопротивления  $M_C$ , действующего на вращающееся тело, при заданном значении угла поворота  $\varphi$ , удовлетворяющем условию  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$ :

$$M_C = \begin{cases} f, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_T; \\ f + \varphi, & \text{если } \varphi_T < \varphi \leq \varphi_{кон} \end{cases}.$$

$$\text{где } f = \frac{a+b^2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}.$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_T = 4,7101$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 5,6981$  рад,  $a = 1,13$ ,  $b = 4,2$ .

4. Вычислить и вывести значение момента сил сопротивления  $M_C$ , действующего на вращающееся тело, при заданных значениях угла поворота  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$  и номере закона движения  $l$ ,

$$\text{где } M_C = \begin{cases} f, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_p; \\ 10 + f, & \text{если } \varphi_p < \varphi < \varphi_T; \\ f + \varphi, & \text{если } \varphi_T \leq \varphi \leq \varphi_{кон} \end{cases}.$$

$$\text{причем } f = \begin{cases} 0,5, & \text{если } l = 1 \text{ или } 3; \\ 1,5, & \text{если } l = 2 \text{ или } 5; \\ 10,5, & \text{если } l = 4 \text{ или } 6 \text{ или } 7 \end{cases}.$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_p = 1,0467$  рад,  $\varphi_T = 4,7101$  рад,  $\varphi_{кон} = 6,2830$  рад,  $\varphi = 0,6981$  рад,  $l = 3$ .

## Вариант 11

1. Вычислить площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы,

$$S_{бок} = 3ah \text{ где } a = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{\sin 60^\circ}} \text{ и } h = \sqrt{d^2 - a^2}.$$

Значения  $S = 173,205 \text{ мм}^2$ ,  $d = 36 \text{ мм}$ .

2. Вычислить значение функции  $S = \frac{a_1 + a_2}{n - \sqrt[3]{d^2}} + e^{-n}$ , где  $b = \cos^2(\pi d)$  и

$$a_2 = \frac{1}{\lg a_1} + \arcsin \left( \operatorname{tg} \sqrt{\frac{|b-1|}{a_1+1}} \right).$$

Значения  $d = 1,3$ ,  $a_1 = 7,5$ ,  $n = 11$ .

**Результат для проверки:**  $a_2 = 1,432$ ,  $b = 0,345$ ,  $S = 0,911$ .

3. Вычислить значение момента сил сопротивления  $M_C$ , действующего на вращающееся тело, при заданном значении угла поворота  $\varphi$ , удовлетворяющем условию  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$ :

$$M_C = \begin{cases} a \cdot \varphi, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_T; \\ \frac{a}{\varphi}, & \text{если } \varphi_T < \varphi \leq \varphi_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{где } a = \frac{b + \sqrt{d}}{2b}.$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_T = 4,7123 \text{ рад}$ ,  $\varphi_{кон} = 6,2830 \text{ рад}$ ,  $\varphi = 5,1415 \text{ рад}$ ,  $b = 1,5$ ,  $d = 2,1$ .

4. Вычислить значение момента сил сопротивления  $M_C$ , действующего на вращающееся тело, при заданных значениях угла поворота  $\varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_{кон}$  и номере закона движения  $k$ ,

$$\text{где } M_C = \begin{cases} a \cdot \varphi, & \text{если } \varphi_{нач} \leq \varphi \leq \varphi_P; \\ \frac{a}{\varphi}, & \text{если } \varphi_P < \varphi \leq \varphi_T; \\ 10 + \varphi, & \text{если } \varphi_T \leq \varphi \leq \varphi_{кон}. \end{cases}$$

$$\text{причем } a = \begin{cases} 0,5, & \text{если } k = 1 \text{ или } 3; \\ 1,5, & \text{если } k = 2 \text{ или } 5; \\ 10,5, & \text{если } k = 4. \end{cases}$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0 \text{ рад}$ ,  $\varphi_P = 1,0467 \text{ рад}$ ,  $\varphi_T = 4,7123 \text{ рад}$ ,  $\varphi_{кон} = 6,2830 \text{ рад}$ ,  $\varphi = 3,1415 \text{ рад}$ ,  $k = 3$ .

## Вариант 12

1. Вычислить площадь боковой грани правильной четырехугольной пирамиды

$$S_{бок} = \frac{1}{2} a \cdot l, \text{ где } a = \sqrt{S_{осн}} \text{ и } l = \sqrt{d^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}.$$

Значения  $S_{осн} = 14400 \text{ мм}^2$ ,  $d = 100 \text{ мм}$ .

2. Вычислить значение функции  $S = \sqrt{\frac{b}{1+\alpha}} \cdot \left| e^{-q_2 n} \cos(\alpha \pi n) \right|$ , где  $\alpha = \frac{\ln(q_2 - 0,03)}{\sqrt[4]{n^3} - 2,5}$

и  $b = \frac{\arcsin(q_2)(q_2 - n) + \sqrt[3]{q_2^2}}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$ .

Значения  $q_2 = 0,15$ ,  $n = 7$ .

**Результат для проверки:**  $\alpha = -1,176$ ,  $b = -0,13$ ,  $S = 0,227$ .

3. Вычислить значение угла поворота  $\varphi$  вращающегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$ :

$$\varphi = \begin{cases} t \cdot k, & \text{если } t_{\text{нач}} \leq t < t_T; \\ 7 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{\text{кон}}. \end{cases}$$

где  $k = \frac{\cos x + y}{|x^2 - 1|}$ .

Значения  $t_{\text{нач}} = 0$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{\text{кон}} = 10,3$  с,  $t = 9,8$  с,  $x = 2,5$ ,  $y = 1,0$ .

4. Вычислить значение угла поворота  $\varphi$  вращающегося тела при заданных значениях времени  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$  и номере закона движения  $n$ ,

где  $\varphi = \begin{cases} t \cdot k, & \text{если } t_{\text{нач}} \leq t < t_p; \\ t - k, & \text{если } t_p \leq t < t_T; \\ 7 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{\text{кон}}. \end{cases}$

причем  $k = \begin{cases} 0,8, & \text{если } n = 1 \text{ или } 3; \\ 3,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 4; \\ 2,7, & \text{если } n = 5 \text{ или } 6. \end{cases}$

Значения  $t_{\text{нач}} = 0$  с,  $t_p = 3,1$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{\text{кон}} = 10,3$  с,  $t = 0,7$  с,  $n = 2$ .

### Вариант 13

1. Вычислить объём правильной четырехугольной пирамиды  $V = \frac{1}{2} a^2 \cdot H$ , где

$$a = \sqrt{\frac{d^2}{2}} \text{ и } H = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}.$$

Значения  $d = 60$  мм,  $l = 50$  мм.

2. Вычислить значение функции  $t = \frac{\lg(2n_1^3) + e^{-4a}}{|f - n_1^2|}$ , где  $a = \sqrt{\frac{|d - n_1|}{n_1 - 4,6}} - \sqrt[3]{n_1^2}$  и

$$f = \cos \frac{\pi}{7} + \frac{\operatorname{tg}^2 a}{\arccos(-0,27\pi)}.$$

Значения  $n_1 = 5,7$ ,  $d = 9,6$ .

**Результат для проверки:**  $a = -1,308$ ,  $f = 6,249$ ,  $t = 7,23$ .

3. Вычислить значение движущей силы  $F_D$ , действующей на тело, при заданном значении перемещения  $S$ , удовлетворяющем условию  $S_{\text{нач}} \leq S \leq S_{\text{кон}}$ :

$$F_D = \begin{cases} d \cdot S^2, & \text{если } S_{\text{нач}} \leq S < S_T; \\ 6,5 + d, & \text{если } S_T \leq S \leq S_{\text{кон}}. \end{cases}$$

где  $d = \frac{\sqrt{a}}{a^2 + b^3}$ .

Значения  $S_{нач} = 0 \text{ м}$ ,  $S_T = 1,0 \text{ м}$ ,  $S_{кон} = 2,3 \text{ м}$ ,  $S = 1,9 \text{ м}$ ,  $a = 5$ ,  $b = 2,5$ .

4. Вычислить значение движущей силы  $F_D$ , действующей на тело, при заданных значениях перемещения  $S_{нач} \leq S \leq S_{кон}$  и номере закона движения  $k$ ,

$$\text{где } F_D = \begin{cases} d \cdot S^2, & \text{если } S_{нач} \leq S < S_p; \\ d \cdot S, & \text{если } S_p \leq S < S_T; \\ 6,5 + d, & \text{если } S_T \leq S \leq S_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{причем } d = \begin{cases} 3,5, & \text{если } k = 1 \text{ или } 6; \\ 2,5, & \text{если } k = 2 \text{ или } 3; \\ 11,2, & \text{если } k = 4 \text{ или } 5. \end{cases}$$

Значения  $S_{нач} = 0 \text{ м}$ ,  $S_p = 0,6 \text{ м}$ ,  $S_T = 1,0 \text{ м}$ ,  $S_{кон} = 2,3 \text{ м}$ ,  $S = 0,9 \text{ м}$ ,  $k = 5$ .

### Вариант 14

1. Вычислить объем прямоугольного параллелепипеда  $V = 2a^2 \cdot H$ , где  $H = d \sin \alpha$  и  $a = \frac{d \cdot \cos \alpha}{\sqrt{5}}$ .

Значения  $d = 100 \text{ мм}$ ,  $\alpha = 0,52353 \text{ рад}$ .

2. Вычислить значение функции  $b = a_1 e^{-a_1 t} \left[ \alpha - \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\omega t}{\pi} \right) \right]$ , где  $a_1 = \frac{t + 3,7 \ln \omega}{\sqrt[3]{t^2} + \frac{14,5}{\pi}}$  и

$$\alpha = \sqrt{\frac{\cos t}{\arcsin(\omega - 1) - t}} - \ln^3 a_1.$$

Значения  $t = 2,6$ ,  $\omega = 0,6$ .

**Результат для проверки:**  $a_1 = 0,109$ ,  $\alpha = 11,406$ ,  $b = 703,908$ .

3. Вычислить значение скорости  $v = v_0 + at$  движущегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$ :

$$v_0 = \begin{cases} 6,5 + k, & \text{если } t_{нач} \leq t < t_T; \\ 7 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{кон}, \end{cases}$$

где  $k = \cos y + y^2$ .

Значения  $t_{нач} = 0 \text{ с}$ ,  $t_T = 6,9 \text{ с}$ ,  $t_{кон} = 9,2 \text{ с}$ ,  $t = 7,6 \text{ с}$ ,  $y = 1,5$ ,  $a = 1,5 \text{ м/с}^2$ .

4. Вычислить значение скорости  $v = v_0 + at$  движущегося тела при заданных значениях времени  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$  и номере закона движения  $n$ ,

$$\text{где } v_0 = \begin{cases} 6,5 + k, & \text{если } t_{нач} \leq t < t_p; \\ k + t, & \text{если } t_p \leq t < t_T; \\ 7 \cdot k, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{кон}, \end{cases}$$

$$\text{причем } k = \begin{cases} 2,5, & \text{если } n = 1 \text{ или } 3; \\ 7,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 6; \\ 1,5, & \text{если } n = 5 \text{ или } 4. \end{cases}$$

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_p = 4,2$  с,  $t_T = 6,9$  с,  $t_{кон} = 9,2$  с,  $t = 0,6$  с,  $n = 2$ .

### Вариант 15

1. Вычислить объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , где  $d = \sqrt{2S}$  и  $R = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ .

Значения  $S = 800$  мм<sup>2</sup>,  $h = 30$  мм.

2. Вычислить значение функции  $x = \sqrt[3]{q^2} + \lg q - \frac{\operatorname{tg}(\rho + 0,9\pi)}{\arccos^3 \rho}$ , где

$$\rho = \frac{|a_1 - d^2|}{a_1^2 + d^2 - e^d} \text{ и } q = \sin^2(a_1 d + 1) - \cos(a_1^2 - \rho).$$

Значения  $a_1 = -5,1$ ,  $d = 6$ .

**Результат для проверки:**  $\rho = -0,12$ ,  $q = 0,399$ ,  $x = 0,238$ .

3. Вычислить значение ускорения  $a$  движущегося тела при заданном значении времени  $t$ , удовлетворяющем условию  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$ :

$$a = \begin{cases} \sin(k \cdot t), & \text{если } t_{нач} \leq t < t_T; \\ k \cdot t, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{кон}. \end{cases}$$

где  $k = \sin y + e^y$ .

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{кон} = 10,2$  с,  $t = 8,7$  с,  $y = 0,75$ .

4. Вычислить значение ускорения  $a$  движущегося тела при заданных значениях времени  $t_{нач} \leq t \leq t_{кон}$  и номере закона движения  $n$ ,

$$\text{где } a = \begin{cases} k^2 \cdot t, & \text{если } t_{нач} \leq t < t_p; \\ t + k, & \text{если } t_p \leq t < t_T; \\ k \cdot t, & \text{если } t_T \leq t \leq t_{кон}. \end{cases}$$

$$\text{причем } k = \begin{cases} 0,5, & \text{если } n = 1 \text{ или } 5; \\ 1,5, & \text{если } n = 4 \text{ или } 3; \\ 4,5, & \text{если } n = 2 \text{ или } 6. \end{cases}$$

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_p = 5,2$  с,  $t_T = 7,9$  с,  $t_{кон} = 10,2$  с,  $t = 0,7$  с,  $n = 2$ .

## Лабораторная работа № М3 Решение в Mathcad технических задач, моделируемых объектами высшей математики

Цель работы: приобретение навыков использования пакета Mathcad для решения технических задач, математическими моделями которых являются объекты высшей математики.

1. Загрузите математическую систему Mathcad и разместите окно  Mathcad - [Безымянный:1] на свободной части экрана монитора.

2. Если необходимо закройте окно трассировки.

3. Сохраните документ в файле M3\_1\_Ф\_N.xmcd (Ф – ваша фамилия на русском языке, N – номер группы).

4. Создайте в документе текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.

5. Введите поясняющий текст *1 Суммирование в MathCad.*

6. Вычислите  $Sum = \sum_{i=i_{нач}}^{i_{кон}} \langle +1 \rangle$ , где  $i$  изменяется от  $i_{нач} = 0$  до  $i_{кон} = 6$  с шагом  $\Delta i = 1$ , используя оператор суммирования MathCad. Для этого:

6.1 задайте значения исходных данных;

6.2 выполните LC в месте расположения вычислительной формулы;

6.3 постройте левую часть оператора присваивания вида  $Sum :=$ ;

6.4 вставьте оператор суммирования, нажав кнопку  – Суммирование на Панели Ичисления. Для активизации Панели инструментов Ичисления нажмите кнопку  – Панель вычисления на Панели Математика;

6.5 заполните шаблоны;

6.6 вычислите значение  $Sum$ .

7. Вычислите  $Sum1 = \sum_{i=i_{нач}}^{i_{кон}} \sum_{j=j_{нач}}^{j_{кон}} \langle +j \rangle$ , где  $i$  изменяется от  $i_{нач} = 1$  до  $i_{кон} = 5$  с шагом  $\Delta i = 1$  и

$j$  изменяется от  $j_{нач} = 0$  до  $j_{кон} = 3$  с шагом  $\Delta j = 1$ , используя оператор суммирования MathCad.

8. Докажите, что  $\ln \langle +t \rangle = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + \langle -1 \rangle^{n-1} \frac{t^n}{n} + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – точность вычислений. Значения  $t = 0,53$ ,  $n = 20$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

Для этого:

8.1 введите исходные данные;

8.2 постройте формулу для вычисления правой части равенства  $s/1 = \ln \langle +t \rangle$ ;

8.3 постройте формулу для вычисления левой части равенства

$$s/2 = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + \langle -1 \rangle^{n-1} \frac{t^n}{n} = \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \frac{t^i}{i};$$

8.4 докажите выполнение условия  $|s/1 - s/2| \leq \varepsilon$ , используя функцию if категории Кусочно-непрерывные.

9. Докажите равенства, используя значения  $b1 = 1,32$ ,  $\alpha5 = 9,128$ ,  $n = 20$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

$$9.1 \sin(b1) \approx \frac{b1}{1!} - \frac{b1^3}{3!} + \frac{b1^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{b1^{2n+1}}{(2n+1)!} + \varepsilon;$$

$$9.2 \cos(\alpha5) \approx 1 - \frac{\alpha5^2}{2!} + \frac{\alpha5^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{\alpha5^{2n}}{(2n)!} + \varepsilon.$$

10. Введите поясняющий текст 2 Произведение в MathCad.

11. Вычислите  $proiz = \prod_{i=i_{нач}}^{i_{кон}} (+1)$ , где  $i$  изменяется от  $i_{нач} = 3$  до  $i_{кон} = 8$  с шагом  $\Delta i = 1$ , используя оператор для вычисления произведения, нажав кнопку  – **Продукт итерации** на **Панели Ичисление**.

12. Введите поясняющий текст 3 Факториал в MathCad.

13. Вычислите  $F1 = m!$  и  $F2 = m!$  двумя разными способами при  $m = 6$ . Сравните результаты.

14. Введите текст 4 Определенный интеграл в MathCad.

15. Определите площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \cos(x)$ , осью  $Ox$ , прямыми  $x = x_{нач}$  и  $x = x_{кон}$ , вычислив определенный интеграл  $S = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} \cos x dx$ . Значения  $x_{нач} = 0$ ,

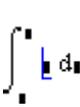
$$x_{кон} = \frac{\pi}{4}.$$

Для этого:

15.1 задайте исходные данные;

15.2 постройте левую часть оператора присваивания  $S :=$  ;

15.3 нажмите кнопку  – **Определенный интеграл** на **Панели Ичисление**;

15.4 заполните шаблон  в виде  $\int_{x1}^{xk} \cos(x) dx$  ;

15.5 вычислите значение  $S$ , добавьте единицы измерения.

16. Определите путь  $S$ , пройденный телом, вычислив  $S = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} \sqrt{a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt$ . Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 15$  с,  $a = 1,75$  м,  $b = 0,78$  м.

17. Определите угловую скорость  $\omega$ , вычислив  $\omega = \sqrt{\frac{2}{J_{II}} \int_{\varphi_{нач}}^{\varphi_{кон}} M_0 (+ \sin \varphi) d\varphi}$ . Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_{кон} = \pi$  рад,  $M_0 = 10$  Н·м  $J_{II} = 10$  кг·м<sup>2</sup>.

18. Сохраните файл M3\_1\_Ф\_N.xmcd как файл M3\_2\_Ф\_N.xmcd. В файле M3\_2\_Ф\_N.xmcd удалите пункты 1 Суммирование в Mathcad – 4 Определенный интеграл в Mathcad.

19. Введите текст 5 **Пределы в MathCad**.

20. Определите предельную силу сопротивления воздуха  $R_{max}$ , действующую на летящий шарик, вычислив  $R_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} A(1 - e^{-2t})$ . Значение  $A = 0,94$  Н.

Для этого:

20.1 задайте исходные данные;

20.2 постройте левую часть оператора присваивания  $R_{max} :=$ ;

20.3 нажмите кнопку  $\lim_{a \rightarrow b}$  – Двухсторонняя граница на Панели Исчисление;

20.4 заполните шаблон Двухсторонняя граница  $\lim_{t \rightarrow \infty}$  в виде

$$R_{max} := \lim_{t \rightarrow \infty} [A \cdot (1 - e^{-2 \cdot t})]$$

$$R_{max} := \lim_{t \rightarrow \infty} [A \cdot (1 - e^{-2 \cdot t})]$$

20.5 выделите курсором (синим уголком) весь предел

20.6 активизируйте пункты меню **Символика – Вычислить – Символически**;

20.7 Mathcad построит вычислительную формулу вида  $R_{max} := A$ ;

20.8 вычислите значение  $R_{max}$ , добавьте единицы измерения.

21. Определите скорость установившегося движения инструмента  $v_{уст}$ , вычислив

$$v_{уст} = \lim_{S \rightarrow S_{pk}} v_{рез} \left( \frac{S}{S_{pk}} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi}{S_{pk}} S \right) \right). \text{ Значения } v_{рез} = 0,26 \frac{\text{м}}{\text{с}}, S_{pk} = 0,15 \text{ м.}$$

22. Определите максимальное значение аналога ускорения движущегося инструмента  $v1$ ,

$$\text{вычислив } v1 = \lim_{S \rightarrow \frac{S_{pk}}{2}} \frac{v_{рез}}{S_{pk}} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{S_{pk}} S \right) \right). \text{ Значения } v_{рез} = 0,26 \frac{\text{м}}{\text{с}}, S_{pk} = 0,15 \text{ м.}$$

23. Введите текст 6 **Производные в MathCad**.

24. Зная зависимость скорости движущегося инструмента

$$v(S) = v_{рез} \left( \frac{S}{S_{pk}} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi}{S_{pk}} S \right) \right), \text{ постройте зависимость аналога ускорения}$$

$$v' \Rightarrow \frac{d}{dS} v(S).$$

Для этого:

24.1 постройте левую часть функциональной зависимости  $V1(S) :=$ ;

24.2 нажмите кнопку  $\frac{d}{dx}$  – Производная на Панели Исчисление;

24.3 заполните шаблон Производная  $\frac{d}{dS}$  в виде

$$V1(S) := \frac{d}{dS} \left[ v_{рез} \left( \frac{S}{S_{pk}} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot \pi}{S_{pk}} S \right) \right) \right]$$

$$V1(S) := \frac{d}{dS} \left[ V_r \left( \frac{S}{S_{rk}} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot \pi}{S_{rk}} \cdot S \right) \right) \right]$$

24.4 выделите курсором дифференцирование

24.5 активизируйте пункты меню **Символика – Вычислить – Символически**;

$$V1(S) := -V_r \left( \frac{\cos \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot S}{S_{rk}} \right)}{S_{rk}} - \frac{1}{S_{rk}} \right)$$

24.6 Mathcad построит зависимость вида

25. Зная зависимость заряда колебательного контура  $q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t)$ , постройте зависимость силы тока  $I(t) = \frac{d}{dt} q(t)$ .

Для этого:

25.1 постройте функцию  $q(t) := q_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ ;

25.2 постройте левую часть функциональной зависимости  $I(t) :=$ ;

25.3 нажмите кнопку  $\frac{d}{dx}$  – **Производная** на **Панели Ичисление**;

25.4 заполните шаблон **Производная**  $\frac{d}{dt}$  в виде  $I(t) := \frac{d}{dt} q(t)$ ;

25.5 выделите курсором дифференцирование;

25.6 нажмите кнопку  $\rightarrow$  – **Символьное вычисление** на панели **Символьная**. Для до-

ступа к панели **Символьная** нажмите кнопку  – **Панель символьных ключевых слов** на панели **Математическая**;

25.7 выполните LC вне полученного выражения;

25.8 Mathcad построит зависимость вида  $I(t) := \frac{d}{dt} q(t) \rightarrow -q_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(t \cdot \omega_0)$

26. Введите текст **7 Неопределенные интегралы в MathCad**.

27. Зная зависимость углового ускорения  $\varepsilon(t) = 4 \sin 2t$ , постройте зависимость угловой скорости  $\omega \left( \int \varepsilon dt \right)$ .

Для этого:

27.1 постройте левую часть функциональной зависимости  $\omega(t) :=$ ;

27.2 нажмите кнопку  $\int$  – **Неопределенный интеграл** на **Панели Ичисление**;

27.3 заполните шаблоны  $\omega(t) := \int \quad dt$  в виде  $\omega(t) := \int 4 \sin(2 \cdot t) dt$ ;

27.4 выделите курсором интегрирование  $\omega(t) := \int 4 \sin(2 \cdot t) dt$ ;

27.5 активизируйте пункты меню **Символика – Вычислить – Символически**;

27.6 Mathcad построит зависимость вида  $\omega(t) := -2 \cdot \cos(2 \cdot t)$

28. Зная зависимость угловой скорости  $\omega$ , постройте зависимость угла поворота  $\varphi$ , используя кнопку  $\rightarrow$  – **Символьное вычисление** на **Панели Символьная**.

29. Зная зависимость аналога ускорения  $\frac{d^2 S}{d\varphi^2} = \frac{\pi^2 h}{2\varphi_{II}^2} \cos\left(\frac{\pi}{\varphi_{II}} \varphi\right)$  кулачкового механизма, постройте зависимости аналога скорости  $\frac{dS}{d\varphi}$  и функции положения  $S$ , используя интегрирование.

30. Введите поясняющий текст *в Упрощение выражений*.

31. Потенциальная энергия  $\Pi$  системы, состоящей из трех тел массой  $m$  каждое и трех пружин жесткостью  $c_0$  каждая, задается формулой

$$\Pi = \frac{1}{2} c_0 x_1^2 + \frac{1}{2} c_0 (x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2} c_0 (x_3 - x_2)^2.$$

Упростите формулу  $\Pi$ . Для этого:

31.1 постройте вычислительную формулу;

31.2 нажмите кнопку `simplify` на Панели Символьная;

31.3 выполните LC вне полученного выражения.

32. Кинетическая энергия  $T$  системы, состоящей из трех тел массой  $m$  каждое и трех пружин жесткостью  $c_0$  каждая, задается формулой  $T = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}$ . Упростите формулу  $T$ , активизируя пункты меню **Символика – Упростить**.

33. Сдайте работу преподавателю.

## Лабораторная работа № М4 Циклические вычислительные процессы в Mathcad

Цель работы: приобретение навыков использования пакета Mathcad для решения задач циклической структуры.

1. Загрузите математическую систему Mathcad и разместите окно  Mathcad - [Безымянный:1] на свободной части экрана монитора.

2. Если необходимо закройте окно трассировки.

3. Сохраните документ в файле M4\_Ф\_N.xmcd (Ф – ваша фамилия на русском языке, N – номер группы).

4. Создайте в документе текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.

5. Введите поясняющий текст *1 Дискретные переменные*, установив стиль **Заголовок 2**.

6. Определите значения дискретной переменной  $S$ , изменяющиеся от  $S_{нач}$  до  $S_{кон}$  с шагом 1, если  $S_{нач} = 0$ ,  $S_{кон} = 5$ . Для этого:

6.1 введите исходные данные  $S_n := 0$   $S_k := 5$  ;

6.2 постройте формулу для вычисления дискретной переменной  $S$ . Для этого:

6.2.1 выполните LC в месте расположения формулы;

6.2.2 введите  $S$  и оператор присваивания;



6.2.3 разверните панель инструментов  – **Матрица**, нажав кнопку

 – **Панель векторов и матриц** на панели **Математика**;

6.2.4 нажмите кнопку  – **Область переменной** ; на **Панели Матрица**;

6.2.5 введите в первый шаблон имя переменной  $S_n$ , во второй шаблон – имя переменной  $S_k$  ;

6.3 вычислите значения дискретной переменной  $S$ .

7. Определите значения дискретной переменной  $t$ , изменяющиеся от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$  с шагом  $\Delta t$ , если  $t_{нач} = 0$ ,  $t_{кон} = 3$ ,  $\Delta t = 0,5$ . Для этого:

7.1 введите исходные данные в той же строчке, где расположены исходные данные для предыдущего примера;

7.2 постройте формулу для вычисления дискретной переменной  $t$ . Для этого:

7.2.1 выполните LC в той же строчке, где расположена формула для вычисления  $S$ ;

7.2.2 введите  $t$  и оператор присваивания;

7.2.3 нажмите кнопку  – **Область переменной** на **Панели Матрица**.

7.2.4 введите в первый шаблон имя переменной  $tn$ , введите с клавиатуры запятую, введите во второй шаблон выражение  $tn + \Delta t$  (начальное значение переменной плюс шаг), в третий шаблон – имя переменной  $tk$  ;

7.3 вычислите  $t$ .

8. Введите поясняющий текст **2 Примеры с дискретными переменными**, установив стиль **Заголовок 2**.

9. Постройте фрагменты документа MathCad, расположив результаты компактно.

9.1 определите значения дискретной переменной  $r^2$ , изменяющиеся от  $r^2_{нач}$  до  $r^2_{кон}$  с шагом  $\Delta r^2$ , если  $r^2_{нач} = 8$ ,  $r^2_{кон} = 6$ ,  $\Delta r^2 = -0,2$ .

9.2 определите значения дискретной переменной  $\beta$ , изменяющиеся от  $\beta_{нач}$  до  $\beta_{кон}$  с шагом  $\Delta\beta$ , если  $\beta_{нач} = 0$ ,  $\beta_{кон} = 2\pi$ ,  $\Delta\beta = \frac{\pi}{3}$ .

10. Введите поясняющий текст **3 Использование дискретных переменных**, установив стиль **Заголовок 2**.

11. Вычислите сумму  $\frac{k+1}{2}$  для  $k$  изменяющегося от  $k_{нач}$  до  $k_{кон}$  с шагом  $\Delta k$ . Значения  $k_{нач} = 1$ ,  $k_{кон} = 2$ ,  $\Delta k = 0,2$ . Для этого:

11.1 введите исходные данные;

11.2 постройте формулу для вычисления дискретной переменной  $k$ ;

11.3 вычислите сумму, используя кнопку  $\sum_n$  – **Диапазон изменения суммирования на Панели Исчисление**.

12. Вычислите произведение  $\frac{u}{u+1}$  для  $u$  изменяющегося от  $u_{нач}$  до  $u_{кон}$  с шагом  $\Delta u$ .

Значения  $u_{нач} = 1,2$ ,  $u_{кон} = 2,4$ ,  $\Delta u = 0,4$ . Для этого:

12.1 введите исходные данные;

12.2 постройте формулу для вычисления дискретной переменной  $u$ ;

12.3 вычислите произведение, используя кнопку  $\prod_n$  – **Диапазон изменений продукта итерации на Панели Исчисление**.

13. Введите поясняющий текст **4 Определение параметров поступательного движения**, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи.** Определите параметры поступательного равноускоренного движения тела, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , скорости  $v = v_0 + at$ , перемещения

$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  и силы  $F = F_0 \left(1 + \frac{s}{s_{кон}}\right)$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Значения

$t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 5$  с,  $v_0 = 3,5$  м/с,  $a = 0,5$  м/с<sup>2</sup>,  $F_0 = 90,5$  Н,  $n = 11$ . Постройте графики зависимостей  $v(t)$ ,  $s(t)$ ,  $F(s)$ ,  $v(t)$  и  $s(t)$  в одних осях координат.

**Математическая модель процесса.** Разобьем промежуток времени  $[t_{нач}, t_{кон}]$  на  $n-1$  равный элементарный интервал величиной  $\Delta t = \frac{(t_{кон} - t_{нач})}{(n-1)}$ . Полученные промежуточные точки пронумеруем от 1 до  $n$ . Используем переменную  $i$  для обозначения номера

текущей точки. Значения параметров движения в  $i$ -ой точке вычисляются по формулам

$$t_i = t_{нач} + \overset{\ominus}{\Delta} t, \quad v_i = v_0 + at_i, \quad s_i = v_0 t_i + \frac{at_i^2}{2}, \quad F_i = F_0 \left(1 + \frac{s_i}{s_{кон}}\right) \quad \text{для } i=1, 2, \dots, n.$$

14. Фрагмент документа Mathcad постройте по алгоритму

14.1 задайте исходные данные;

14.2 задайте стандартную переменную  $ORIGIN = 1$ ;

14.3 постройте формулу для вычисления  $\Delta t = \frac{(t_{кон} - t_{нач})}{(n-1)}$ ;

14.4 постройте формулу для вычисления дискретной переменной  $i$ ;

14.5 постройте формулу для вычисления  $t_i = t_{нач} + \overset{\ominus}{\Delta} t$ . При построении индекса используйте кнопку  – **Нижний индекс** [ на панели **Матрица**];

14.6 постройте формулы для вычисления  $v_i = v_0 + at_i$  и  $s_i = v_0 t_i + \frac{at_i^2}{2}$ ;

14.7 постройте формулу для вычисления  $s_{кон} = v_0 t_{кон} + \frac{at_{кон}^2}{2}$ ;

14.8 постройте формулу для вычисления  $F_i = F_0 \left(1 + \frac{s_i}{s_{кон}}\right)$ ;

14.9 в категории **Результаты** Mathcad документа вычислите массивы  $t, v, s, F$ ;

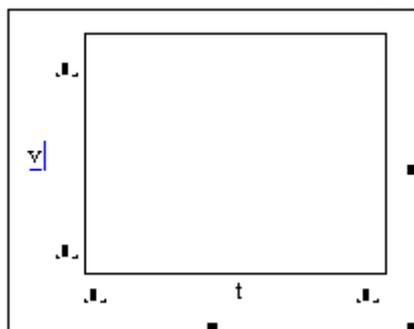
14.10 постройте график  $v(t)$ . Для этого:

14.10.1 установите курсор в место расположения графика;

14.10.2 нажмите на **Панели инструментов Математика** кнопку  – **Панель графиков**;

14.10.3 нажмите на **Панели График** кнопку  – **XY График**;

14.10.4 заполните поле графика по образцу



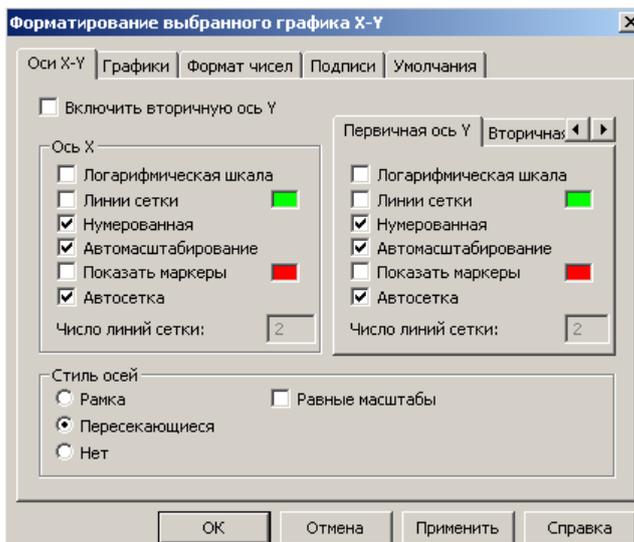
14.10.5 выполните LC вне поля графика;

14.10.6 добавьте оси координат. Для этого:

14.10.6.1 поставьте курсор на поле графика и вызовите контекстное меню, выполнив RC;

14.10.6.2 выберите пункт **Формат...**;

14.10.6.3 заполните окно по образцу



14.10.6.4 нажмите кнопку **OK**;

14.10.7 выполните LC вне поля графика.

14.11 постройте графики  $s(t)$ ,  $F(s)$ ;

14.12 постройте графики  $v(t)$  и  $s(t)$  в одних осях координат. Для этого:

14.12.1 скопируйте график функции  $v(t)$ ;

14.12.2 в копии установите курсор в поле графика  $v(t)$  возле оси ординат после  $V$ ;

14.12.3 нажмите на клавиатуре запятую;

14.12.4 в появившемся шаблоне введите  $s$ ;

14.12.5 выполните LC вне поля графика.

15. Сдайте работу преподавателю. Студенты, претендующие на экзаменационную оценку выше 6, продолжают построение документа.

16. Введите поясняющий текст 5 **Исследование технического процесса**, установив стиль **Заголовок 2**.

17. Выполните задание по варианту. Для этого:

1. Изучите поставленную задачу.

2. В рабочей тетради постройте математическую модель исследуемого процесса и **сдайте** ее преподавателю.

3. В соответствии с математической моделью и алгоритмом решения задачи постройте фрагмент документа Mathcad, содержащий

- название решаемой задачи, определяющее исследуемый объект или процесс;
- сведения о студенте, включающие фамилию, инициалы, номер учебной группы и номер варианта;
- текст: **Исходные данные** ;
- исходные данные с указанием наименования параметра, технического обозначения, числового значения, единиц измерения в выбранной системе счисления;
- текст: **Вычислительные формулы** ;
- вычислительные формулы Mathcad строго в соответствии с алгоритмом решения задачи;
- текст: **Результаты** ;
- окончательные результаты, содержащие наименования параметров, результирующие формулы, единицы измерения;
- постройте графики требуемых зависимостей.

### Задания для выполнения

1. Определить параметры движения тела, брошенного вертикально вверх, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , скорости  $v = v_0 - gt$  и высоты подъема  $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $v(t)$ ,  $h(t)$ ,  $v(t)$  и  $h(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 2,038736$  с,  $v_0 = 20$  м/с,  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>,  $n = 16$ .

2. Определить параметры вращательного движения вала, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , угловой скорости  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$  и угла поворота  $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $\omega(t)$ ,  $\varphi(t)$ ,  $\omega(t)$  и  $\varphi(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 15$  с,  $\omega_0 = 7,85$  с<sup>-1</sup>,  $\varepsilon = 0,588$  с<sup>-2</sup>,  $n = 9$ .

3. На тело действуют движущая сила  $F_D$  и сила сопротивления  $F_C$ . Определить силовые параметры движения, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , движущей силы  $F_D = F_0(1 + \sin \omega t)$  и силы сопротивления  $F_C = \frac{F_0}{n}(5,8 + \cos \omega t)$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $F_D(t)$ ,  $F_C(t)$ ,  $F_D(t)$  и  $F_C(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 4$  с,  $F_0 = 60,3$  Н, циклической частоты  $\omega = 0,9$  с<sup>-1</sup>,  $n = 11$ .

4. На вращающийся вал действуют движущий момент  $M_D$  и момент сопротивления  $M_C$ . Определить параметры вращения вала, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , движущего момента  $M_D = M_0(2 + \cos(\omega t + \varphi_0))$  и момента сопротивления  $M_C = \frac{M_0}{2}(1 + \sin(\omega t + \varphi_0))$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $M_D(t)$ ,  $M_C(t)$ ,  $M_D(t)$  и  $M_C(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 9$  с, начального момента  $M_0 = 15,3$  Н·м, циклической частоты  $\omega = 0,698131701$  с<sup>-1</sup>, начальной фазы колебаний  $\varphi_0 = 0,52359878$  рад,  $n = 9$ .

5. На тело действуют движущая сила  $F_D$  и сила сопротивления  $F_C$ . Определить силовые параметры движения, вычислив  $n$  значений перемещения  $S$ , движущей силы  $F_D = F_0 \left( 1 + \ln \left( \frac{S_{кон} + S}{S_{кон}} \right) \right)$  и силы сопротивления  $F_C = \frac{F_0}{4} \left( 1 + \sqrt{\frac{S_{кон} - S}{S_{кон}}} \right)$  при изменении перемещения  $S$  от  $S_{нач}$  до  $S_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $F_D(S)$ ,  $F_C(S)$ ,  $F_D(S)$  и  $F_C(S)$  в одних осях координат.

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_{кон} = 1,5$  м,  $F_0 = 10,3$  Н,  $n = 10$ .

6. На вращающийся вал действуют движущий момент  $M_D$  и момент сопротивления  $M_C$ . Определить параметры вращения вала, вычислив  $n$  значений угла поворота  $\varphi$ ,

движущего момента  $M_D = M_0 \frac{2\varphi_{кон}^2 + \varphi^2}{\varphi_{кон}^2}$  и момента сопротивления

$M_C = M_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi_{кон}}} \right)$  при изменении угла поворота  $\varphi$  от  $\varphi_{нач}$  до  $\varphi_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $M_D(\varphi)$ ,  $M_C(\varphi)$ ,  $M_D(\varphi)$  и  $M_C(\varphi)$  в одних осях координат.

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_{кон} = 2\pi$  рад, начального момента  $M_0 = 5,8$  Н·м,  $n = 12$ .

7. Определить параметры гармонических колебаний тела, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , амплитуды колебаний  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  и скорости колебаний  $v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0)$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $x(t)$ ,  $v(t)$ ,  $x(t)$  и  $v(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 8$  с, максимальной амплитуды колебаний  $A = 0,03$  м, циклической частоты  $\omega = 1,570796327$  с<sup>-1</sup>, начальной фазы колебаний  $\varphi_0 = 0$  рад,  $n = 17$ .

8. Процесс резания металла характеризуется скоростью резания  $v(S)$  и аналогом ускорения  $v'(S) = \frac{dv}{dS}$ . Определить параметры резания, вычислив  $n$  значений перемещения

$S$ , скорости резания  $v = v_{рез} \frac{S^2}{S_{кон}^2} \left( 3 - 2 \frac{S}{S_{кон}} \right)$  и аналога ускорения

$v' = \frac{6 \cdot v_{рез} \cdot S}{S_{кон}^2} \left( 1 - \frac{S}{S_{кон}} \right)$  при изменении перемещения  $S$  от  $S_{нач}$  до  $S_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $v(S)$ ,  $v'(S)$ ,  $v(S)$  и  $v'(S)$  в одних осях координат.

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_{кон} = 0,65$  м, начальной скорости резания  $v_{рез} = 0,3$  м/с,  $n = 12$ .

9. На тело действуют движущая сила  $F_D$  и сила сопротивления  $F_C$ , которые совершают работу  $A_D$  и  $A_C$ . Определить параметры процесса, вычислив  $n$  значений перемещения  $S$ , работы движущей силы  $A_D = F_0 \cdot S_{кон} \left( 1 + \frac{S^2}{S_{кон}^2} \right)$  и работы силы сопротивле-

ния  $A_C = \frac{F_0 S_{кон}}{4} \left( 1 + e^{\frac{S}{S_{кон}}} \right)$  при изменении перемещения  $S$  от  $S_{нач}$  до  $S_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $A_D(S)$ ,  $A_C(S)$ ,  $A_D(S)$  и  $A_C(S)$  в одних осях координат.

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_{кон} = 3,5$  м,  $F_0 = 10,3$  Н,  $n = 10$ .

10. На вращающееся тело действуют движущий момент  $M_D$  и момент сопротивления  $M_C$ , которые совершают работу  $A_D$  и  $A_C$ . Определить параметры процесса, вы-

числив  $n$  значений угла поворота  $\varphi$ , работы движущего момента  $A_D = M_0 \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} \right)$  и ра-

боты момента сопротивления  $A_C = \frac{M_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right)$  при изменении угла поворота  $\varphi$

от  $\varphi_{нач}$  до  $\varphi_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $A_D(\varphi)$ ,  $A_C(\varphi)$ ,  $A_D(\varphi)$  и  $A_C(\varphi)$  в одних осях координат.

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_{кон} = 5,75$  рад,  $M_0 = 8,43$  Н·м,  $n = 10$ .

11. Процесс резания металла характеризуется скоростью резания  $v(S)$  и аналогом ускорения  $v'(S) = \frac{dv}{dS}$ . Определить параметры резания, вычислив  $n$  значений перемещения  $S$ , скорости резания  $v = \frac{v_{рез}}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi S}{S_{кон}} \right)$  и аналога ускорения  $v' = \frac{\pi \cdot v_{рез}}{2 \cdot S_{кон}} \sin \frac{\pi S}{S_{кон}}$

при изменении перемещения  $S$  от  $S_{нач}$  до  $S_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $v(S)$ ,  $v'(S)$ ,  $v(S)$  и  $v'(S)$  в одних осях координат.

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_{кон} = 0,4$  м, начальной скорости резания  $v_{рез} = 0,15$  м/с,  $n = 12$ .

12. Процесс шлифования характеризуется угловой скоростью  $\omega(\varphi)$  и аналогом углового ускорения  $\omega'(\varphi) = \frac{d\omega}{d\varphi}$ . Определить параметры шлифования, вычислив  $n$  значений угла поворота  $\varphi$ , угловой скорости  $\omega = \omega_0 \left( \frac{\varphi}{\varphi_{кон}} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\varphi}{\varphi_{кон}} \right)$  и аналога углового

ускорения  $\omega' = \frac{\omega_0}{\varphi_{кон}} \left( 1 - \cos \frac{2\pi\varphi}{\varphi_{кон}} \right)$  при изменении угла поворота  $\varphi$  от  $\varphi_{нач}$  до  $\varphi_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $\omega(\varphi)$ ,  $\omega'(\varphi)$ ,  $\omega(\varphi)$  и  $\omega'(\varphi)$  в одних осях координат.

Значения  $\varphi_{нач} = 0$  рад,  $\varphi_{кон} = 2\pi$  рад, начальной угловой скорости  $\omega_0 = 5,8$  с<sup>-1</sup>,  $n = 12$ .

13. Определить параметры вращательного движения вала, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , угловой скорости  $\omega = \omega_0 \left( 3 + 2 \frac{t^2}{t_{кон}^2} \right)$  и углового ускорения  $\varepsilon = \omega_0 \frac{4t}{t_{кон}^2}$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $\omega(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ ,  $\omega(t)$  и  $\varepsilon(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 20$  с,  $\omega_0 = 5,6$  с<sup>-1</sup>,  $n = 12$ .

14. Определить энергетические параметры гармонических колебаний, вычислив  $n$  значений времени  $t$ , кинетической энергии  $W_K = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$  и потенциальной

энергии  $W_{II} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$  при изменении времени  $t$  от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $W_K(t)$ ,  $W_{II}(t)$ ,  $W_K(t)$  и  $W_{II}(t)$  в одних осях координат.

Значения  $t_{нач} = 0$  с,  $t_{кон} = 10$  с, массы тела  $m = 0,2$  кг, максимальной амплитуды колебаний  $A = 0,2$  м, циклической частоты  $\omega = 0,628318531$  с<sup>-1</sup>, начальной фазы колебаний  $\varphi_0 = 0$  рад,  $n = 13$ .

15. Процесс резания металла характеризуется скоростью резания  $v(S)$  и аналогом ускорения  $v'(S) = \frac{dv}{dS}$ . Определить параметры резания, вычислив  $n$  значений перемеще-

ния  $S$ , скорости резания  $v = \begin{cases} v_{рез} \frac{S^2}{S_{кон} \cdot S1}, & \text{если } S_{нач} \leq S \leq S1 ; \\ v_{рез} \left( 1 - \frac{S_{кон}}{S_{кон} - S1} \left( 1 - \frac{S}{S_{кон}} \right)^2 \right), & \text{если } S1 < S \leq S_{кон} \end{cases}$  и

аналога ускорения  $v' = \begin{cases} 2v_{рез} \frac{S}{S_{кон} \cdot S1}, & \text{если } S_{нач} \leq S \leq S1 ; \\ 1 - \frac{S}{S_{кон}} \\ 2v_{рез} \frac{S_{кон}}{S_{кон} - S1}, & \text{если } S1 < S \leq S_{кон} \end{cases}$  при изменении пере-

мещения  $S$  от  $S_{нач}$  до  $S_{кон}$ . Построить графики зависимостей  $v(S)$ ,  $v'(S)$ ,  $v(S)$  и  $v'(S)$  в одних осях координат.

Значения  $S_{нач} = 0$  м,  $S_{кон} = 0,6$  м, начальной скорости резания  $v_{рез} = 0,4$  м/с, перемещения  $S1 = \frac{2,5n\Delta S}{6}$  м,  $n = 12$ .

## Лабораторная работа № М5 Решение технических задач в Mathcad

Цель работы: закрепление навыков использования пакета Mathcad для решения технических задач.

1. Загрузите математическую систему Mathcad и разместите окно  на свободной части экрана монитора.
2. Если необходимо, закройте окно трассировки.
3. Сохраните документ в файле M5\_1\_Ф\_N.xmcd (Ф – ваша фамилия на русском языке, N – номер группы).
4. Создайте в документе текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.
5. Введите поясняющий текст *1 Задачи статики*, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи 1.** Электрическая лампа весом  $P$  подвешена к потолку на шнуре  $AB$  и затем оттянута к стене веревкой  $BC$ . Определить натяжения:  $T_A$  шнура  $AB$  и  $T_C$  веревки  $BC$ . Весом шнура и веревки пренебречь. Значения  $P = 20$  Н, угол  $\alpha = 60^\circ$ , угол  $\beta = 135^\circ$ .

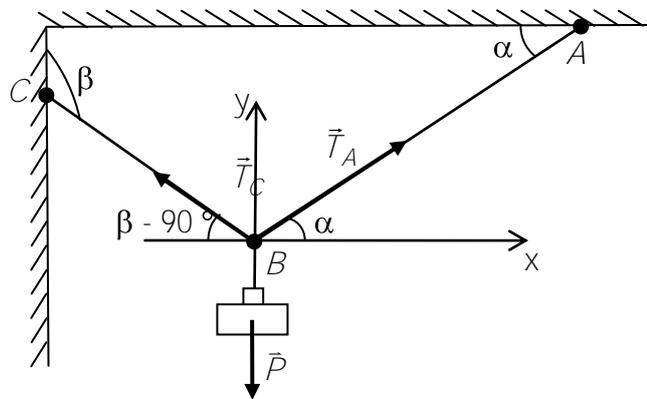


Рисунок 1 – Расчетная схема равновесия лампы

**Математическая модель процесса.** Составим уравнения равновесия узла  $B$

$$\begin{cases} T_A \cos \alpha - T_C \cos(\beta - 90^\circ) = 0 \\ T_A \sin \alpha + T_C \sin(\beta - 90^\circ) = P \end{cases}$$

Построим столбец неизвестных  $T = \begin{pmatrix} T_A \\ T_C \end{pmatrix}$ . Тогда матрица системы  $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\cos(\beta - 90^\circ) \\ \sin \alpha & \sin(\beta - 90^\circ) \end{pmatrix}$ , столбец свободных членов  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ P \end{pmatrix}$ .

Используя для решения СЛАУ матричный метод, получим  $T = A^{-1}B$ .

6. Фрагмент документа Mathcad постройте по алгоритму
  - 6.1 задайте исходные данные;
  - 6.2 задайте стандартную переменную  $\text{ORIGIN} = 1$ ;

- 6.3 постройте пользовательскую функцию  $\text{Rad}(\varphi)$  для перевода значения угла из градусов в радианы;
- 6.4 используйте её для вычисления значения углов  $\alpha_{\text{рад}}$  и  $\gamma_{\text{рад}} = \text{Rad}(\beta - 90^\circ)$ ;
- 6.5 задайте матрицу  $A$ , используя кнопку  – **Матрица или вектор** на панели **Матрица**;
- 6.6 задайте столбец свободных членов  $B$ ;
- 6.7 постройте формулу  $T = A^{-1}B$ , используя кнопку  – **Инверсия** на панели **Матрица**;
- 6.8 задайте  $T_A = T_1$  и  $T_C = T_2$ , используя кнопку  – **Нижний индекс** [на панели **Матрица**];
- 6.9 вычислите  $T_A$  и  $T_C$ .

**Постановка задачи 2.** Прямоугольная однородная полка  $ABCD$  весом  $G$  удерживается в горизонтальном положении тросом  $EH$ , составляющим с плоскостью полки угол  $\alpha$ . Геометрические параметры  $AK = KB = DE = EC$  и  $HK$  перпендикулярно  $AB$ . Определить натяжение  $T$  троса (весом его пренебречь) и реакции петель  $A$  и  $B$ . Значения  $G = 120$  Н, угол  $\alpha = 20^\circ$ .

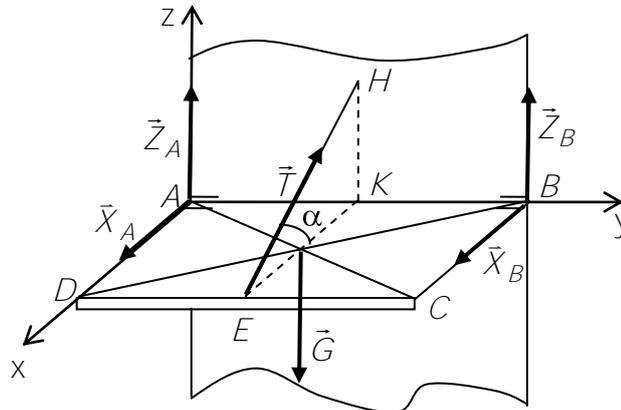


Рисунок 2 – Расчетная схема равновесия полки

**Математическая модель процесса.** Составим уравнения равновесия

$$\left\{ \begin{array}{l} X_A + X_B - T \cos \alpha = 0 \\ Z_A + Z_B - G + T \sin \alpha = 0 \\ -G \cdot \frac{AB}{2} + T \sin \alpha \cdot \frac{AB}{2} + Z_B AB = 0 \\ G \cdot \frac{CB}{2} - T \sin \alpha \cdot CB = 0 \\ -X_B \cdot AB + T \cos \alpha \cdot \frac{AB}{2} = 0. \end{array} \right.$$

Продолжите построение математической модели, определив столбец неизвестных, матрицу системы, столбец свободных членов и формулу матричного метода.

7. Постройте фрагмент документа Mathcad для решения задачи статики 2.

8. Сдайте работу преподавателю.

9. Сохраните документ M5\_1\_Ф\_N.xmcd как файл M5\_2\_Ф\_N.xmcd.

10. Очистите документ M5\_2\_Ф\_N.xmcd, оставив текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.

11. Введите поясняющий текст **2 Численное интегрирование**, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи 3.** Определить время  $t$  перемещения рабочего органа пружинного механизма, вычислив

$$t = \sqrt{\frac{S_{max} \cdot m}{F_0}} \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} \frac{dS}{\sqrt{S^2 + 2S_{max} \cdot S}}, \text{ где } F_0 = \frac{S_{max} \cdot m \cdot \pi}{4t_{нач}^2}.$$

Значения  $S_{нач} = 0,05$  м,  $S_{кон} = 0,5$  м,  $S_{max} = 0,1$  м,  $m = 0,1$  кг,  $t_{нач} = 1$  с, число интервалов  $n = 12$ .

**Математическая модель.** Используем вспомогательную переменную  $t_1 = \sqrt{\frac{S_{max} \cdot m}{F_0}}$ . Анализ постановки задачи показывает, что  $S$  – переменная интегрирования,  $f(S) = \frac{1}{\sqrt{S^2 + 2S_{max} \cdot S}}$  – аналитически заданная подынтегральная функция. Для вычисления приближенного значения интеграла применим метод трапеций. Разобьем интервал изменения аргумента  $[S_{нач}, S_{кон}]$  на  $n$  участков длиной  $\Delta S = \frac{S_{кон} - S_{нач}}{n}$ . Получим  $n+1$  положение тела. Используем переменную  $i$  для обозначения номера положения. Её значение будет изменяться от 1 до  $n+1$ . Тогда для каждого  $i$ -го положения вычислим значение аргумента  $S_i = S_{нач} + (i-1)\Delta S$  и значение подынтегральной функции

$f_i = \frac{1}{\sqrt{S_i^2 + 2S_{max} \cdot S_i}}$ . Применяя формулу трапеций, получим

$$Int \approx \sum_{i=2}^{n+1} \left( \frac{f_{i-1} + f_i}{2} \right) \Delta S.$$

Окончательно  $t_{прибл} = t_1 \cdot Int$ .

Для анализа приближенного значения времени  $t_{прибл}$  определим точное значение времени  $t_{точн}$ , вычислив в Mathcad интеграл точно.

12. **Документ Mathcad** постройте по алгоритму

12.1 задайте исходные данные  $S_{нач}, S_{кон}, S_{max}, m, t_{нач}, n$ ;

12.2 постройте пользовательскую функцию  $f(S)$ , задающую подынтегральную функцию;

12.3 постройте формулы для вычисления  $F_0, t_1, \Delta S$ ;

12.4 постройте формулу для вычисления дискретной переменной  $i$ ;

12.5 постройте формулу для вычисления  $S_i$ ;

12.6 постройте формулу для вычисления приближенного значения интеграла, используя пользовательскую функцию, в виде  $Int = \sum_{i=2}^{n+1} \left( \frac{f(S_{i-1}) + f(S_i)}{2} \right) \Delta S$ ;

12.7 постройте формулу для вычисления  $t_{прибл} = t_1 \cdot Int$ ;

12.8 постройте формулу для вычисления  $t_{\text{точн}} = \sqrt{\frac{S_{\text{max}} \cdot m}{F_0}} \int_{S_{\text{нач}}}^{S_{\text{кон}}} \frac{dS}{\sqrt{S^2 + 2S_{\text{max}} \cdot S}}$ ;

12.9 вычислите  $t_{\text{прибл}}$  и  $t_{\text{точн}}$ ;

12.10 сравните полученные результаты. Проведите вычислительный эксперимент с целью повышения точности вычисления  $t_{\text{прибл}}$ .

13. Сдайте работу преподавателю.

14. Сохраните документ M5\_2\_Ф\_N.xmcd как файл M5\_3\_Уравнения\_Ф\_N.xmcd.

15. Очистите документ M5\_3\_Уравнения\_Ф\_N.xmcd, оставив текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.

16. Введите поясняющий текст *3 Задачи, моделируемые нелинейными уравнениями*, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи 4.** Тело массой  $m$  брошено вертикально вверх с поверхности земли с начальной скоростью  $v_0$ .

Определить момент времени  $t_p$ , в который тело поднимется на высоту  $y_p$ .

Значения  $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ,  $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ,  $y_p = 10 \text{ м}$ .

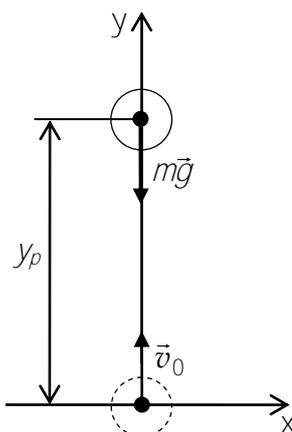


Рисунок 3 – Расчетная схема движения тела, брошенного вертикально вверх

**Математическая модель процесса.** В соответствии со 2-ым законом Ньютона  $ma = -mg$ . Проинтегрировав и учтя начальные условия, получим зависимости

$v \curvearrowright v_0 - gt$  и  $y \curvearrowright v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ . Из условия  $v(t_k) = 0$  определим момент времени  $t_k = \frac{v_0}{g}$ ,

когда тело поднимется на максимальную высоту  $y_k$ . Момент времени  $t_p$  является корнем уравнения  $y \curvearrowright y_p = 0$  на интервале  $[0, t_k]$ .

17. Документ **Mathcad** постройте по алгоритму

17.1 задайте исходные данные;

17.2 постройте пользовательскую функцию  $y(t)$ ;

17.3 постройте формулу для вычисления  $t_k$ ;

17.4 постройте формулу для вычисления  $t_p$ , используя для решения уравнения в Mathcad функцию **root** категории **Решение** в виде  $t_p := \text{root}(y(t) - y_p, t, 0, t_k)$ ;

17.5 вычислите  $t_p$ .

18. Сохраните документ M5\_3\_Уравнения\_Ф\_N.xmcd как файл M5\_3\_Системы уравнений\_Ф\_N.xmcd.

19. Очистите документ M5\_3\_Системы уравнений\_Ф\_N.xmcd, оставив текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.

20. Введите поясняющий текст **4 Задачи, моделируемые системами нелинейных уравнений**, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи 5.** Тело массой  $m$  брошено под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $\vec{v}_0$ . В момент времени  $t_p$  координаты тела равны  $x_p$  и  $y_p$ .

Определить угол  $\alpha$  и начальную скорость  $v_0$ . Силами сопротивления пренебречь.

Значения  $g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ ,  $t_p = 2,7 \text{ с}$ ,  $x_p = 45 \text{ м}$ ,  $y_p = 0 \text{ м}$ .

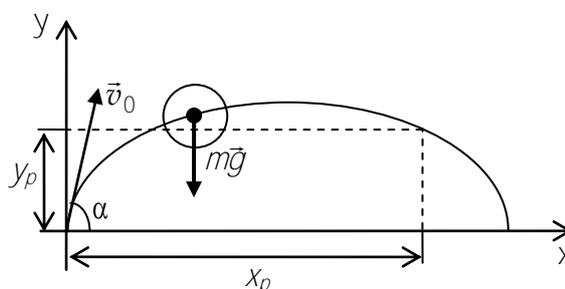


Рисунок 4 – Расчетная схема движения тела, брошенного под углом к горизонту

**Математическая модель процесса.** Координаты тела, брошенного под углом к горизонту, без учета сопротивления определяются зависимостями

$$x \curvearrowright = v_0 t \cos \alpha,$$

$$y \curvearrowright = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Для определения  $\alpha$  и  $v_0$  необходимо решить систему нелинейных уравнений вида

$$v_0 t_p \cos \alpha = x_p,$$

$$v_0 t_p \sin \alpha - \frac{gt_p^2}{2} = y_p.$$

21. Документ **Mathcad** постройте по алгоритму

21.1 задайте исходные данные;

21.2 задайте стандартную переменную  $\text{ORIGIN} = 1$ ;

21.3 задайте приблизительные начальные значения неизвестных переменных, например,  $v_0 = 1 \frac{\text{М}}{\text{с}}$  и  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  рад.

21.4 для решения системы нелинейных уравнений постройте вычислительный блок Given – Find. Для этого:

21.4.1 наберите служебное слово Given;

21.4.2 постройте первое уравнение системы, используя логический оператор равно;

21.4.3 постройте второе уравнение системы, используя **логический оператор равно**;

21.4.4 постройте формулу для формирования вектора  $X$ , элементами которого являются неизвестные переменные, в виде  $X := \text{Find}(v_0, \alpha)$ ;

21.5 постройте вычислительные формулы для неизвестных в нашем случае в виде  $v_0 := X_1$  и  $\alpha := X_2$ ;

21.6 постройте формулу для вычисления  $\alpha_{\text{град}}$  – значения угла  $\alpha$ , выраженного в градусах;

21.7 вычислите  $v_0$  и  $\alpha_{\text{град}}$ .

22. Сдайте работу преподавателю.

## Лабораторная работа № М6 Решение задач динамики в Mathcad

Цель работы: закрепление навыков использования пакета Mathcad для решения задач динамики.

1. Загрузите математическую систему Mathcad и разместите окно  на свободной части экрана монитора.
2. Если необходимо, закройте окно трассировки.
3. Сохраните документ в файле М6\_1\_Ф\_N.xmcd (Ф – ваша фамилия на русском языке, N – номер группы).
4. Создайте в документе текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.
5. Введите поясняющий текст *1 Задачи динамики, моделируемые линейным дифференциальным уравнением в форме задачи Коши*, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи 1.** На тело массой  $m$ , брошенное вертикально вверх с начальной скоростью  $v_{нач}$ , изображенное на рисунке 1, действуют сила тяжести  $mg$  и сила сопротивления воздуха  $F_C = kv$ , где  $v$  – скорость тела,  $k$  – коэффициент пропорциональности. Тело достигнет максимальной высоты подъема  $h_{max}$  в момент времени

$$t_{кон} = -\frac{m}{k} \ln \left( \frac{g}{\frac{k}{m} v_{нач} + g} \right).$$

Исследовать изменение высоты подъема тела в зависимости от времени при движении вверх и определить максимальную высоту подъема. Построить график зависимости  $h(t)$ .

Значения  $m = 0,5$  кг,  $v_{нач} = 5 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ ,  $k = 0,2 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ ,  $g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ ,  $t_{нач} = 0$  с, число разбиений интервала  $[t_{нач}, t_{кон}]$   $n = 100$ .

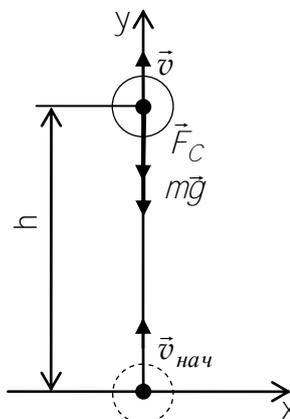


Рисунок 1 – Расчетная схема движения тела, брошенного вертикально вверх

**Математическая модель процесса.** В соответствии со вторым законом Ньютона дифференциальное уравнение движения в проекции на ось  $Oy$  запишется в виде

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = -mg - kv$$

с начальными условиями  $h'(t_{нач}) = v_{нач}$  и  $h(t_{нач}) = 0$ . Таким образом, математической моделью движения тела, брошенного вертикально вверх, является задача Коши вида

$$\begin{cases} \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{k}{m} \frac{dh}{dt} = -g, \\ h'(t_{нач}) = v_{нач}, \\ h(t_{нач}) = 0. \end{cases}$$

Ее решение на промежутке времени  $[t_{нач}, t_{кон}]$  покажет характер изменения высоты подъема тела при полете вверх.

6. **Документ Mathcad** постройте по алгоритму

6.1 задайте исходные данные;

6.2 постройте формулу для вычисления  $t_{кон}$ ;

6.3 для решения задачи Коши постройте вычислительный блок Given – Odesolve. Для этого:

6.3.1 наберите служебное слово Given;

6.3.2 постройте дифференциальное уравнение, используя кнопки Панели инструмен-

тов **Исчисление** и **логический оператор равно**, в виде  $\frac{d^2}{dt^2} h(t) + \frac{k}{m} \left( \frac{d}{dt} h(t) \right) = -g$ ;

6.3.3 постройте начальные условия, используя **логический оператор равно**, в виде  $h'(tk) = v_{нач}$ ,  $h(tk) = 0$ . Для задания штриха в производной  $h'$  используйте одновременное нажатие клавиш [Ctrl]+[F7];

6.3.4 постройте формулу для формирования **функции**  $h(t)$ , используя функцию Mathcad Odesolve категории **Решение дифференциальных уравнений**, в виде  $h := Odesolve(t, tk, n)$ . Здесь  $t$  – переменная, от которой зависит функция;  $tk = t_{кон}$  – правая граница интервала поиска решения;  $n$  – число шагов, используемое методом Рунге-Кутты;

6.4 постройте формулу для вычисления  $h_{max}$  в виде  $h_{max} := h(tk)$ ;

6.5 постройте график зависимости  $h(t)$  на интервале  $[t_{нач}, t_{кон}]$ , используя построенную функцию  $h(t)$ ;

6.6 вычислите  $h_{max}$ .

**Постановка задачи 2.** Для тела, рассмотренного в предыдущей задаче, исследовать изменение скорости полета в зависимости от времени, построить график зависимости  $v(t)$ .

**Указания к выполнению.** Постройте задачу Коши, определяющую изменение скорости полета тела. Продолжите построение документа Mathcad, используя для решения задачи Коши вычислительный блок Given – Odesolve. Постройте график зависимости  $v(t)$ .

7. Сдайте работу преподавателю.

8. Сохраните документ M6\_1\_Ф\_N.xmcd как файл M6\_2\_Ф\_N.xmcd.

9. Очистите документ М6\_2\_Ф\_N.xmcd, оставив текстовые области, содержащие номер лабораторной работы, её название, сведения об исполнителе.

10. Введите поясняющий текст **2 Задачи динамики, моделируемые системой дифференциальных уравнений в форме задачи Коши**, установив стиль **Заголовок 2**.

**Постановка задачи 3.** Тело массой  $m$ , изображенное на рисунке 2, брошено под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $\vec{v}_0$ . На тело действует сила сопротивления  $\vec{F}_C = k\vec{v}$ , направленная горизонтально.

Исследовать характер движения тела, построив графики зависимостей  $v_x(t)$ ,  $x(t)$ ,  $v_y(t)$ ,  $y(t)$ ,  $v(t)$  и  $y(x)$ .

Исходными данными являются  $v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ,  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $k = 2,8 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ ,  $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ,  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  рад,  $t_{\text{нач}} = 0 \text{ с}$ ,  $t_{\text{кон}} = 0,5103 \text{ с}$ , количество разбиений интервала  $[t_{\text{нач}}, t_{\text{кон}}]$   $n = 100$ .

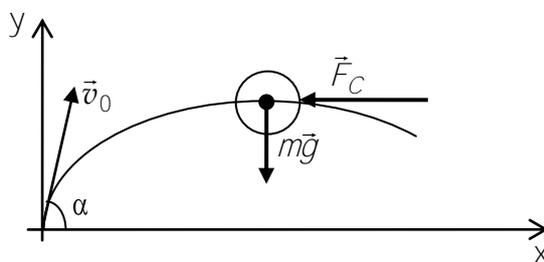


Рисунок 2 – Расчетная схема движения тела, брошенного под углом к горизонту

**Математическая модель процесса.** В соответствии со вторым законом Ньютона дифференциальные уравнения движения в проекциях на оси  $Ox$  и  $Oy$  запишутся в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k v_x,$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg.$$

Начальные условия движения тела  $x|_{\text{нач}} = 0$ ,  $y|_{\text{нач}} = 0$ ,  $\frac{dx}{dt}|_{\text{нач}} = v_0 \cos \alpha$ ,

$$\frac{dy}{dt}|_{\text{нач}} = v_0 \sin \alpha.$$

Таким образом, для исследования характера движения тела необходимо найти решение задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} v_x \\ \frac{dx}{dt} \Big|_{нач} = v_0 \cos \alpha \\ x \Big|_{нач} = 0 \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = -g \\ \frac{dy}{dt} \Big|_{нач} = v_0 \sin \alpha \\ y \Big|_{нач} = 0 \end{cases}$$

Преобразуем ее к системе дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m} v_x \\ \frac{dx}{dt} = v_x \\ v_x \Big|_{нач} = v_0 \cos \alpha \\ x \Big|_{нач} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ v_y \Big|_{нач} = v_0 \sin \alpha \\ y \Big|_{нач} = 0 \end{cases}$$

Для построения документа Mathcad установим соответствия

$$y_1 \leftrightarrow v_x, y_2 \leftrightarrow x, y_3 \leftrightarrow v_y, y_4 \leftrightarrow y.$$

Тогда систему дифференциальных уравнений первого порядка можно представить в виде

$$\begin{cases} y_1' = -\frac{k}{m} y_1 \\ y_2' = y_1 \\ y_3' = -g \\ y_4' = y_3 \end{cases}$$

и начальные условия запишутся как

$$\begin{cases} y_1 \Big|_{нач} = v_0 \cos \alpha \\ y_2 \Big|_{нач} = 0 \\ y_3 \Big|_{нач} = v_0 \sin \alpha \\ y_4 \Big|_{нач} = 0 \end{cases}$$

Учитывая правую часть системы, сформируем матрицу  $D(t, y)$  вида

$$D \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} -\frac{k}{m} y_1 \\ y_1 \\ -g \\ y_3 \end{pmatrix} \text{ и столбец начальных условий } y_0 = \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ 0 \\ v_0 \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Найдя совокупность значений  $v_x$  и  $v_y$  вычислим  $v$  по формуле  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ .

11. Документ **Mathcad** постройте по алгоритму

11.1 задайте исходные данные;

11.2 задайте стандартную переменную  $\text{ORIGIN} = 1$ ;

11.3 постройте матрицу  $D(t, y)$ ;

11.4 постройте столбец  $y_0$ ;

11.5 для решения системы дифференциальных уравнений используйте функцию Mathcad `rkfixed` категории **Решение дифференциальных уравнений** в виде

$Z := \text{rkfixed}(y_0, t_n, t_k, n, D)$  ,

11.6 постройте формулы для вычисления технических параметров в виде  $t := Z^{(1)}$  ,

$v_x := Z^{(2)}$  ,  $x := Z^{(3)}$  ,  $v_y := Z^{(4)}$  ,  $y := Z^{(5)}$  , используя кнопку  – **Столбец матрицы** на

Панели инструментов **Матрица**;

11.7 постройте формулу для вычисления  $v$ ;

11.8 постройте графики зависимостей  $v_x(t)$  ,  $x(t)$  ,  $v_y(t)$  ,  $y(t)$  ,  $v(t)$  и  $y(x)$  .

12. Сдайте работу преподавателю.

### Список использованных источников

1. <http://www.ptc.ru.com/engineering-math-software/mathcad>
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Mathcad>
3. Гурский, Д.А. Вычисления в Mathcad / Д.А. Гурский – Минск.: Новое знание, 2003. – 814с.
4. Информатика : методическое пособие к лабораторным работам для студентов машиностроительных специальностей : в 4 ч. / П. П. Анципорович [и др.]. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск : БНТУ, 2007. – Ч. 1 : Алгоритмизация инженерных задач. – 56 с.
5. Макаров, Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15 / Е.Г. Макаров. – СПб.: Питер, 2011. – 402 с.
6. Очков, В.Ф. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов / В.Ф. Очков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 356 с.