Ю. О. Герман, *ассистент Белорусского Национального технического университета, Минск, Беларусь, juliagerman@tut.by*

О. В. Герман, *канд. техн. наук, доцент Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь, ovgerman@tut.by*

Поиск максимального независимого множества в нечетком графе

Представлен оригинальный подход к отысканию максимального независимого множества (максимальной клики) в нечетком графе. Подход базируется на представлении нечетких отношений формулами многозначных логик Я. Лукасевича и использованием их для интерпретации модальных отношений. Модальность типа «возможно» интерпретируется формулой трехзначного исчисления со значением истинности не ниже 0,5; модальность типа «необходимо» интерпретируется формулой трехзначного исчисления со значением истинности, равным 1. Введены правила исчисления выводов в нечетких модальных системах, позволяющие находить трехзначные эквиваленты произвольных модальных формул.

Ключевые слова: граф, максимальное независимое множество, клика, нечеткая клика, нечеткая логика.

Введение

Задача отыскания максимального независимого множества (ЗМНМ) вершин графа (и ассоциированная с ней задача отыскания максимальной клики (ЗМК) в графе) представляет одну из широко востребованных прикладных комбинаторных проблем. В частности, ее решение может требоваться в системах формирования кластеров документов при построении поисковых механизмов, распознавании образов (например, кластер образуют пикселы примерно одного цвета), проектировании систем экологического мониторинга (например, определении схожих по экологическим параметрам зон), размещении датчиков и т. д. Один этот перечень показывает практическую значимость рассматриваемой проблемы. Проиллюстрируем сказанное примером. Пусть дано изображение яблока на рис. 1.

Дефектная часть изображения выделена серым цветом. При распознавании весь образ яблока должен быть «ухвачен» вместе с дефектной частью, хотя «технически» дефектная часть образует отдельный кластер. Эта проблема вписывается в рамки решаемой задачи о максимальном независимом множестве (пикселей) в нечетком графе (серый цвет интерпретируется как неопределенность. Алгоритмы решения задач ЗМНМ (ЗМК) базируются на методах комбинаторного поиска типа «ветвей и границ» или «отсечений». Достаточно полный обзор точных и эвристических методов для ЗМК дан в [1]. Лучшая сложностная оценка от числа вершин *n* для точных алгорит-

Рис. 1. Изображение яблока с нежелательным серым кластером

Fig. 1. An apple image with unwanted grey cluster

мов экспоненциальна и составляет $O(1{,}21^n)$ [1; 2]. Для нечеткого варианта можно отметить, например, [3–5]. В [4] представлено определение нечеткого графа и связанных с ним понятий. Для нечеткого варианта ЗМНМ (ЗМК) предлагается использовать аппарат нейросетей, генетических алгоритмов или нечеткого математического программирования [5]. Первые два подхода эвристические и не гарантируют отыскание требуемого оптимального множества. При использовании нечеткого математического программирования решается несколько задач «четкого» математического программирования для графов, соответствующих различным градациям (уровням) нечеткой меры. Поскольку ответ не единственный, то не очевидно, какой результат выбирать в качестве окончательного ответа.

В настоящей работе сформулирована задача поиска максимального нечеткого независимого множества (максимальной нечеткой клики) с наибольшей по размеру «четкой» частью. Эта специфическая особенность требует привлечения нового аппарата. Такой аппарат основан на использовании многозначных логик Я. Лукасевича. Как следует из статьи, предложенный подход вполне можно использовать как основание для сведения «нечетких» задач математического программирования к четким. Основа такого сведения представлена в работе [6].

Формализация задачи

Известна следующая теорема [1]. Пусть дана задача оптимизации с трехзначными переменными:

$$\begin{aligned} &\max \sum_{i=1,n} w_i x_i, \\ &x_i + x_j \le 1,\ \forall i,j \in E, \qquad (1) \\ &x_i \in \{0;\ 0{,}5;\ 1\}, \end{aligned}$$

где E представляет множество пар вершин, сопоставленных ребрам графа.

Пусть в любом оптимальном решении (ослабленной) задачи (1) без учета условия $x_i \in \{0;\ 0{,}5;\ 1\}$ некоторые переменные x^* равны 1. Тогда существует оптимальное решение (усиленной) задачи (1) с $x_i \in \{0,1\}$, содержащее x^*.

Теорема (1) может быть использована для решения точного варианта ЗМНМ (ЗМК) при интерпретации графа в трехзначном исчислении. Если идет речь о нечетком графе, то данная теорема позволяет найти максимальное независимое множество вершин четкого аналога нечеткого графа, но не гарантирует, что этот граф будет содержать максимальную по размеру «четкую» часть исходного нечеткого графа. В этой работе мы заинтересованы в отыскании именно максимального независимого подмножества нечеткого графа с наибольшей по размеру «четкой» частью. Начнем с определений.

Ребро графа будем считать нечетким, если определенно не известно, входит оно в граф или нет. Ребро считаем «четким», если определенно известно, что оно входит в граф. Граф с нечеткими ребрами кодируем матрицей смежности A с элементами $a_{i,j}$, такими, что

$a_{i,j} = 1$, если ребро (i, j) — четкое;
$a_{i,j} = 0{,}5$, если ребро (i, j) нечеткое.

Для иллюстрации рассмотрим корреляционную матрицу признаков $C_1, \ldots, C_8$, представленную на рис. 2. Известно, что коэффициент (линейной) корреляции показывает тесноту связи двух (случайных) величин. Чем ближе коэффициент корреляции по абсолютной величине к «1», тем теснее связь. Также известно [7], что значение коэффициента корреляции выше 0,7 характеризует сильную связь, а менее 0,5 — слабую. Значение коэффициента корреляции в диапазоне от 0,5 до 0,7 является неопределенным, т. е. не позволяет однозначно судить о тесноте связи. На практике часто возникает задача минимизации числа признаков, описывающих сложную систему. Очевидно, если признаки сильно связаны, то их можно заменить одним.

ρ_{ij}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
C_1	1	0,6	0,2	0,8	0,9	0,9	0,8
C_2	0,6	1	0,1	0,02	0,9	0,07	0,78
C_3	0,2	0,1	1	0,76	1	0,19	0,82
C_4	0,8	0,02	0,76	1	0,77	0,07	0,61
C_5	0,9	0,9	1	0,77	1	0,1	0,02
C_6	0,9	0,07	0,19	0,07	0,1	1	0,79
C_7	0,8	0,78	0,82	0,61	0,02	0,79	1

Рис. 2. Корреляционная матрица признаков
Fig. 2. Sign correlation matrix

По матрице на рис. 1 можно построить нечеткий граф (рис. 3), причем соединим ребром вершины *i* и *j*, если $\rho_{ij} < 0,7$ (т.е. признаки либо недостаточно сильно связаны, либо связь отсутствует). Примем вес ребра равным 0,5, если $0,5 \le \rho_{ij} < 0,7$; в противном случае вес ребра равен «1».

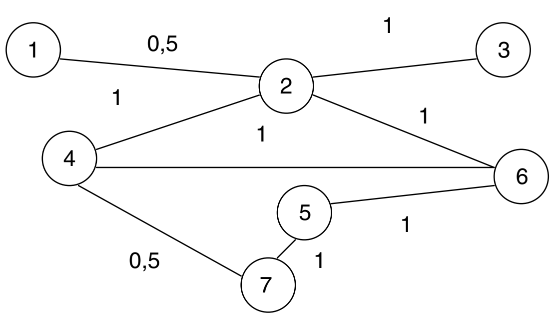

Рис. 3. Нечеткий граф для матрицы на рис. 1
Fig. 3. Fuzzy graph of the matrix on fig. 1

Требуется разбить вершины на минимальное число кластеров, причем в один и тот же кластер могут попасть либо вершины, не связанные ребрами, либо связанные ребром с весом 0,5. В силу ранее сказанного из каждого кластера можно взять по одной вершине.

Модифицируем указанную задачу (1) нужным нам образом.

Определение 1. А. (Нечетким) независимым множеством нечеткого графа назовем любое множество его вершин, никакие две из которых не связаны четким ребром (таким образом, допускается связь нечеткими ребрами).

Б. Ядром нечеткого независимого множества Ψ считаем подмножество его вершин $\Psi_C \subseteq \Psi$, никакие две из которых не соединены нечетким ребром.

Определение 2. Пусть для нечеткого графа определены два независимых множества Ψ_1, Ψ_2. Говорим, что Ψ_1 максимально предпочтительнее (*м*-предпочтительнее) Ψ_2, если размер его ядра больше размера ядра Ψ_2.

Определение 3. Нечеткое независимое множество Ψ называется *м*-максимальным, если оно имеет ядро максимального размера, а при условии равенства размеров ядер содержит наибольшее общее число вершин.

Целью настоящей статьи является отыскание *м*-максимального независимого множества нечеткого графа.

Так, для графа на рис. 2 одно из *м*-максимальных множеств суть {3; 4; 5}. Отметим, что есть и другие максимальные множества, например {1; 2; 7}, но последнее не является *м*-максимальным, так как содержит ребро с весом 0,5.

Для достижения цели мы привлекаем аппарат многозначных логик Я. Лукасевича. Будем интерпретировать понятие нечеткого ребра $x_{i,j}$ как отношение (формулу) с квантором возможности $\Diamond x_{i,j}$ (читается «возможно, что вершины *i* и *j* связаны ребром»). Таким образом, начнем рассмотрение с «наиболее простого» случая — интерпретации задачи в терминах модальной логики. Будем использовать трехзначную логику Лукасевича как модель для модальной логики с кванторами необходимости ($\Box$) и возможности ($\Diamond$) [6; 8]. Формула x имеет значения $val(x) = \{0; 0,5; 1\}$ в трехзначной логике Лукасевича, где 0 означает «невозможно», 0,5 — «неопределенно» и 1 – «необходимо». Далее принимаем

$\Box x \leftrightarrow val(x) = 1$,

$\Diamond x \leftrightarrow val(x) \ge 0,5$, т.к. $\neg\Diamond x \equiv \Box\neg x \leftrightarrow val(x) = 0$

с учетом того, что

$val(\Diamond x) \cup val(\neg\Diamond x) \subseteq \{0; 0,5; 1\}$.

Отсюда можно непосредственно установить:

$\square true \leftrightarrow val(true) = 1 \leftrightarrow true$,

$\square$false $\leftrightarrow val(false) = 1 \leftrightarrow false$,

$\square 0{,}5 \leftrightarrow val\ (0{,}5) = 1 \leftrightarrow false$,

$\lozenge true \leftrightarrow val(true) \geq 0{,}5 \leftrightarrow true$,

$\lozenge false \leftrightarrow val(false) \geq 0{,}5 \leftrightarrow false$,

$\lozenge 0{,}5 \leftrightarrow val(0{,}5) \geq 0{,}5 \leftrightarrow true$.

Представленные выше соотношения между $\square x$, $\lozenge x$ и формулами трехзначной логики Я. Лукасевича доказаны А. Тарским [8] и могут быть проверены непосредственно. Пусть $\alpha[\mu(\alpha)]$ обозначает формулу, которая допускает только те интерпретации, в которых $val(\alpha) \geq \mu_\alpha$. μ_α можно рассматривать как нечеткую степень истинности формулы α. Тогда

$$\lozenge x \equiv \mu(x) \geq 0{,}5,$$
$$\square \neg y \equiv \mu(\neg y) = 1.$$

Заменим трехзначные формулы двоичными векторными формулами, как предложено в [6], т.е.

$$x \equiv (x_1, x_2), \quad \neg x \equiv (\neg x_2, \neg x_1),$$
$$y \equiv (y_1, y_2), \quad \neg y \equiv (\neg y_2, \neg y_1).$$

Для любой трехзначной формулы мы допускаем следующие векторные значения: (1, 1) – «истинно», (1, 0) – «неопределенно», (0, 0) – «ложно».

Замечание. Везде далее принимается недопустимость интерпретации $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2) = (0, 1)$ для любой формулы α.

Воспользуемся следующим соответствием между трехзначными формулами и их векторным представлением

$$x \vee y \equiv (x_1 \vee y_1, x_2 \vee y_2),$$
$$\neg x \equiv (\neg x_2, \neg x_1),$$
$$x \,\&\, y \equiv (x_1 \,\&\, y_1, x_2 \,\&\, y_2),$$
$$\neg y \equiv (\neg y_2, \neg y_1),$$
$$x \to y \equiv \neg x \vee y = (\neg x_2 \vee y_1, \neg x_1 \vee y_2).$$

Допустимость указанных представлений легко проверяется на основании таблиц истинности для трехзначных операций, представленных ниже (табл. 1).

Таблица 1. Определение трехзначных логических операций

Table 1. Definition of the 3-valued logical

$\vee$	**0**	**0,5**	**1**
0	0	0,5	1
0,5	0,5	0,5	1
1	1	1	1

&	**0**	**0,5**	**1**
0	0	0	0
0,5	0	0,5	0,5
1	0	1/2	1

$\to$	**0**	**0,5**	**1**
0	1	1	1
0,5	0,5	0,5	1
1	0	0,5	1

$\neg$	**0**	**0,5**	**1**
	1	0,5	0

Пусть x трехзначная (векторная формула) и y двухзначная пропозициональная переменная. Пропозициональная двухзначная переменная y может быть представлена как трехзначная формула, которая не допускает значение 0,5, т. е. $y = (y_1, y_2) \,\&\, (y_1 y_2 \vee \neg y_1 \neg y_2) = (y_1 y_2, y_1 y_2)$. Отсюда находим

$$x \vee y \equiv (x_1 \vee y_1 y_2, x_2 \vee y_1 y_2),$$
$$x \,\&\, y \equiv (x_1 \,\&\, y_1 y_2, x_2 \,\&\, y_1 y_2),$$
$$x \to y \equiv \neg x \vee y = (\neg x_2 \vee y_1 y_2, \neg x_1 \vee y_1 y_2).$$

Аналогично для $\neg y$ можно записать $\neg y = (\neg y_2 \vee \neg y_1, \neg y_2 \vee \neg y_1)$.

Рассмотрим формулу с трехзначными переменными x, y:

$$\lozenge x \vee y. \tag{2}$$

Можно последовательно переписать (2) в виде

$$\mu(x) \geq 0{,}5 \vee (y_1, y_2),$$
$$\mu(x) \geq 0{,}5 \equiv (1, 0) \vee (1,1) \equiv x_1,$$
$$\mu(x) \geq 0{,}5 \vee (y_1, y_2) = (x_1 \vee y_1, x_1 \vee y_2).$$

Для систематического использования формул вида

$$\nabla(\nabla z \vee \alpha),\ \nabla(\nabla z \wedge \alpha),\text{ где}$$

∇ представляет $\Diamond$ или $\Box$ и z обозначает 3-значную формулу, тогда как α есть строгая булевская переменная с двумя возможными значениями 0 и 1, используем следующие соотношения

$$\nabla(\nabla z \vee \alpha) = \nabla(\nabla z) \vee \alpha,$$
$$\nabla(\nabla z \wedge \alpha) = \nabla(\nabla z) \wedge \alpha.$$

Отсюда, например,

$$\Box(\Diamond x \vee \neg x_2 \neg x_1) = \Box(\Diamond x) \vee \neg x_2 \neg x_1 = \Box(x_1) \vee \vee \neg x_2 \neg x_1 = x_1 \vee \neg x_2 \neg x_1 = x_1 \vee \neg x_2.$$

Допустимость подобного представления основана на формуле Шеннона, где α, строгая булевская переменная:

$$\nabla(z \vee \alpha) = \alpha \wedge (\nabla true) \vee \neg\alpha \wedge (\nabla z) = \alpha \vee \nabla z,$$
$$\nabla(z \wedge \alpha) = \alpha \wedge (\nabla z) \vee \neg\alpha \wedge (\nabla false) = \alpha \wedge \nabla z.$$

Полезно запомнить следующие эквивалентности между формулами модальной и трехзначной логик:

$$x = x_1 x_2;\ \Diamond x = x_1,\ \Box x = \Box(x_1, x_2) = x_1 x_2 \qquad (4)$$

(последние две формулы предполагают, что x не содержит модальных кванторов). Для двоичных f, G, H

$$(f \cdot G, f \cdot H) = (G, H) \cdot f\ , \qquad (5)$$

например, $(x_1x_2, x_1x_2) = x_1x_2 \cdot (1, 1) = x_1x_2$.

Приведенных сведений достаточно, чтобы приступить к решению задачи о *м*-максимальном независимом множестве (клике) нечеткого графа.

Описание подхода к решению

Снова обратимся к постановке (1). Очевидным образом будет проще изложение строить на конкретном примере. Пусть матрица A смежности нечеткого графа имеет такой вид — рис. 4 (получается непосредственно на основании рис. 3).

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
D_1	0	0,5	1	0	0	0	0
D_2	0,5	0	1	1	0	1	0
D_3	1	1	0	0	0	1	0
D_4	0	1	0	0	0	1	0.5
D_5	0	0	0	0	0	1	1
D_6	0	1	1	1	1	0	0
D_7	0	0	0	0,5	1	0	0

Рис. 4. Матрица смежности нечеткого графа
Fig. 4. Adjacency fuzzy graph matrix

Формулировку (1) теперь можно записать таким образом:

$$D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 \to \max$$

$$\begin{aligned}
&\neg D_1 \vee \neg D_3,\\
&\neg D_2 \vee \neg D_3,\\
&\neg D_2 \vee \neg D_4,\\
&\neg D_2 \vee \neg D_6,\\
&\neg D_3 \vee \neg D_6,\\
&\neg D_4 \vee \neg D_6,\\
&\neg D_5 \vee \neg D_6,\\
&\neg D_5 \vee \neg D_7,\\
&\Diamond(\neg D_1 \vee \neg D_2),\\
&\Diamond(\neg D_4 \vee \neg D_7).
\end{aligned} \qquad (6)$$

Используя двоичную интерпретацию модальных формул, перепишем систему в «чистых» булевских переменных. Введем представления

$$D_i = (x_i, y_i),\quad i = 1{,}7;$$
$$\neg D_r \vee \neg D_s = (\neg y_r, \neg x_r) \vee (\neg y_s, \neg x_s) =$$
$$= (\neg y_r \vee \neg y_s, \neg x_r \vee \neg x_s);$$
$$\Diamond(\neg D_r \vee \neg D_s) = \Diamond(\neg y_r \vee \neg y_s, \neg x_r \vee \neg x_s) =$$
$$= \neg y_r \vee \neg y_s.$$

Последняя формула получена с учетом (2), (4). Имеем

$$M \cdot y_1 + M \cdot y_2 + M \cdot y_3 + M \cdot y_4 + \\ + M \cdot y_5 + M \cdot y_6 + M \cdot y_7 + x_1 + \\ + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \to \max \qquad (7)$$

$$\neg y_1 \vee \neg y_3,\ \neg x_1 \vee \neg x_3,\ \neg y_3 \vee \neg y_6,\ \neg x_3 \vee \neg x_6,$$
$$\neg y_2 \vee \neg y_3,\ \neg x_2 \vee \neg x_3,\ \neg y_4 \vee \neg y_6,\ \neg x_4 \vee \neg x_6,$$
$$\neg y_2 \vee \neg y_4,\ \neg x_2 \vee \neg x_4,\ \neg y_5 \vee \neg y_6,\ \neg x_5 \vee \neg x_6,$$
$$\neg y_2 \vee \neg y_6,\ \neg x_2 \vee \neg x_6,\ \neg y_5 \vee \neg y_7,\ \neg x_5 \vee \neg x_7,$$
$$\neg y_3 \vee \neg y_6,\ \neg x_3 \vee \neg x_6,\ \neg y_1 \vee \neg y_2,\ \neg y_4 \vee \neg y_7,$$
$$\neg x_1 \vee y_1,\ \neg x_2 \vee y_2,\ \neg x_3 \vee y_3,\ \neg x_4 \vee y_4,$$
$$\neg x_5 \vee y_5,\ \neg x_6 \vee y_6,\ \neg x_7 \vee y_7.$$

Формулы

$$\neg x_1 \vee y_1,\ \neg x_2 \vee y_2,\ \neg x_3 \vee y_3,\ \neg x_4 \vee y_4,$$
$$\neg x_5 \vee y_5,\ \neg x_6 \vee y_6, \neg x_7 \vee y_7$$

записаны в силу сделанного выше *Замечания*. M — положительное число, превосходящее, например, удвоенное число вершин (M = 15). Целевая функция в (7) допускает нечеткие ребра, но обеспечивает максимальный размер ядра, а при равенстве размеров ядер — наибольший общий размер *м*-независимого множества. Задача сведена к известной задаче линейного булевского программирования и может быть решена, например, методом Балаша [9]. Так, используя пакет ПОИСК РЕШЕНИЯ в MS EXCEL, найдем *м*-независимое множество: $\{D_3, D_4, D_5\}$ (есть и иные варианты). Нечетких ребер нет.

Заключение

Приведенный подход можно обобщить на случай, когда степени (не) четкости отличны от 0,5. В этом случае следует использовать многозначную логику Лукасевича, позволяющую аппроксимировать нечеткие значения четкими с требуемой точностью. Подобная техника изложена в [6; 8] и здесь мы ее не рассматриваем. Таким образом, принципиально мы достигли следующего: «смоделировали» нечеткую задачу в терминах булевской двухзначной логики, сохранив при этом «эквивалентность» обеих логических систем. Техника приведения, использованная в статье, универсальна и может быть применена для произвольных нечетких мер.

Список литературы

1. *Panos M. Pardalos, Jue Xue*. The maximum clique problem // Journal of global optimization, vol. 4 (3), 1994, pp. 301–328.
2. *Лифшиц Ю*. Точные алгоритмы и открытые проблемы // Современные задачи теоретической информатики. URL: http://download.yandex.ru/class/lifshits/lecture02.pdf.
3. *Nair P. S*. Cliques and fuzzy cliques in fuzzy graphs // IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference (vol. 4). Vancouver, Canada, 25–28 July, 2001.
4. *Sunitha M. S*. Studies on Fuzzy graphs // Depart. of mathematics. Cochin university of Science and Technology. Cochin, India, 2001.
5. *Anastasiou A*. Fuzzy Mathematics: Approximation Theory. Springer, 2010–456p.
6. *Герман О. В*. Неклассические логические исчисления // Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. Минск, 2012. — 124с.
7. *Дюран Б., Одел П.* Кластерный анализ. М.: Статистика, 1977. — 128 с.
8. *Ивин А. А.* Модальные теории Я. Лукасевича // Институт философии РАН. М., 2001. — 176 с.
9. *Герман О. В., Самко А. Р., Герман Ю. О.* Система вывода для нечеткой логики на основе многозначных исчислений Лукасевича // Труды Белорусского технологического университета // Физико-математические науки и информатика. Минск, 2010, VI, № XVIII. С. 190–193.

References

1. Panos M. Pardalos, Jue Xue. *The maximum clique problem. Journal of global optimization*, 1994, vol. 4 (3), pp. 301–328.
2. Lifshiz Yu. *Tochniye algoritmy i otkrytie problemy* [Exact algorithms and open problems]. Contemporary problems in theoretical informatics. URL: http://download.yandex.ru/class/lifshits/lecture02.pdf (in Russian).
3. Nair P. S. *Cliques and fuzzy cliques in fuzzy graphs*. IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference (vol. 4). Vancouver, Canada, 25–28 July, 2001.

4. Sunitha M. S. *Studies on Fuzzy graph*. Depart. of mathematics. Cochin university of Science and Technology. Cochin, India, 2001.
5. Anastasiou A. *Fuzzy Mathematics*: *Approximation Theory*. Springer, 2010. 456 p.
6. German O. V. *Neclassicheskiye logicheskiye ischisleniya* [Non-classical logical calculi]. Belarussian State university of informatics and radio-electronics, Minsk, 2012. 124 p.
7. Duran B., Odell P. Klasterniy analys. *Obzor* [Cluster analysis. Survey]. Moscow, Statistics Publ. 1977. 128 p. (in Russian).
8. Ivin A. A. *Modalnie teorii Y. Lukasiewicha* [Modal theories of I. Lukasiewicz]. Institute of Philosophy of the Russian Academy of Science. Moscow, 2001. 176 p.
9. German O. V., Samko A. R., German Yu. O. *Systema nechetkogo logicheskogo vivoda na base mnogoznachnyh ischisleniy Lukasiewicha* [A fuzzy logic inference system on the basis of multi-valued Lukasiewicz calculi]. Proceedings of the Belarussian State Technological university. Minsk, Physics, mathematics and informatics, 2010, VI, no. XVIII, pp. 190–193

Yu. German, *Belarussian National Technical University, Minsk, Belarus, juliagerman@tut.by*
O. German, *Belarussian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus, ovgerman@tut.by*

Search for the maximum-size independent set in a fuzzy graph

An original approach to find a maximum-size independent set in a fuzzy graph is presented together with the necessary formalization technique. The approach is oriented at practical usage in applied artificial intelligent systems using fuzzy logic and modal logic concepts. The problem may be encountered in face recognition with some possible distortions. The vertices stand for the points in the face image with approximately similar color and brightness. Obviously, in the case of image distortion the arcs in the graph may be assigned with the values in 0,1-diapason. A fuzzy graph contains some nodes (arcs) with indefinite measure of their belonging to the graph. The situation may appear when no constrict classifying rules exist as explained in the paper. One can use a measure of 0.5 to interpret indefiniteness. This an interpretation enables one to apply modal logic for problem formalization and solving. The modality of the type «possible» is interpreted by the 3-valued formula with truth value not less than 0.5; the modality of the type «necessary» is interpreted by the 3-valued formula with the truth value equal to 1. The approach represented in the paper may be interesting for the researchers engaged in the recognition and classifying problems.

About authors:
Yu. German, Assistant, Belarussian National Technical University
O. German, PhD in Technique, Associate Professor, Belarussian State University of Informatics and Radioelectronics

For citation:
German Yu., German O. V. Search for the maximum-size independent set in a fuzzy graph. *Prikladnaya informatika* — Journal of Applied Informatics, 2015, vol. 10, no. 2 (56), pp. 132–138 (in Russian).