МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ

УДК 621.1

Р. И. ЕСЬМАН, Е. И. МАРУКОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЛИТЕЙНЫХ ФОРМ

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь,
e-mail: pte_bntu@mail.ru

Разработаны расчетные методы исследования теплообмена при взаимодействии заготовки и металлической формы. Получено численное решение задачи нестационарных температурных полей и температурных напряжений в форме в процессе термодеформационного взаимодействия.

Ключевые слова: теплообмен, металлическая форма, взаимодействие, температурное поле, температурные напряжения, охлаждение, затвердевание, теплофизические свойства, термоупругость, термическое сопротивление формы.

R. I. ESMAN, E. I. MARUKOVICH

INVESTIGATION OF HEAT-STRESS STATE OF METALLIC CASING MOULDS

Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus,
e-mail: pte_bntu@mail.ru

Calculation methods for investigation of heat exchange at interaction of a billet and a metallic mould are developed. A numeric solution for the problem of non-stationary heat fields and heat stresses in a mould during thermal-deformation interaction is obtained.

Keywords: heat exchange, metallic mould, interaction, heart field, heat stresses, cooling, solidification, heat-physical properties, heat-elasticity, heat resistance of a mould.

Проведем численный анализ и расчет полей температур и профильных температурных напряжений в плоских каналах и щелевых питателях в специальных технологиях литья. При решении задачи учитываются нелинейный характер внешнего и внутреннего термических сопротивлений, переменные теплофизические характеристики стенок канала, изоляции, покрытия, являющиеся функциями температуры.

Тепловой режим многослойного тела определяется геометрическими размерами и конфигурацией; состоянием в начальный момент времени; теплофизическими и термоупругими свойствами материалов и т.д.

Температурные функции, определяющие распределение температуры в расплаве и канале (в момент времени t в точке x), обозначим соответственно $T_1(x, t)$ и $T_2(x, t)$. Требуется вычислить эти функции, т. е. найти распределение температуры в любой момент времени в направлении x.

Температурное поле стенок формы описывается дифференциальным уравнением теплопроводности Фурье

$$c_j\left(T_j\right)\rho_j\left(T_j\right)\frac{\partial T_j\left(x,t\right)}{dt}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_j\left(T_j\right)\frac{\partial T_j\left(x,t\right)}{\partial x}\right] \text{ при } j=1,2, \quad (1)$$

где c_j – удельная массовая теплоемкость; ρ_j – плотность; λ_j – коэффициент теплопроводности.

В общем случае теплофизические коэффициенты c_j, λ_j, ρ_j являются функцией температуры данной точки тела в текущий момент времени.

Предположим, что в момент заливки ($t = 0$) температуры в стенке канала и расплава распределены по сечению равномерно (вдоль оси x), но имеют разные значения в стенке канала и расплаве. Соответствующие условия следующие:

$$T_j(x,0) = T_{0j}. \tag{2}$$

Нижний индекс «0» обозначает для расплава температуру заливки, для канала – начальную температуру стенки.

Ввиду малой кривизны стенки канала при расчетах температур и профильных температурных напряжений он может рассматриваться как плоская полость или щель.

В начальный момент времени стенка канала равномерно прогрета, при этом температурные напряжения отсутствуют. В процессе охлаждения отливки в плоскости нормального сечения (по отношению к стенкам канала) возникает поперечный градиент температуры. Если каждую из сторон стенки канала рассматривать как балку с незакрепленными краями, ввести систему координат, связанную с центром тяжести (причем ось x направить вдоль балки, ось z − по высоте, а ось y − поперек балки в направлении действия градиента температур), и считать, что поле температур вдоль оси x не меняется, то в точках, достаточно удаленных от краев, возникают напряжения, имеющие проекции на осях x и z, вычисляемые таким образом:

$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\beta E}{1-\nu}\left[T(y) - T_0\right] + \frac{1}{2c(1-\nu)}\int_{-c}^{c}\beta E\left[T(y) - T_0\right]dy +$$
$$+\frac{3y}{2c^3(1-\nu)}\int_{-c}^{c}\beta E\left[T(y) - T_0\right]y\,dy,$$

где σ_x, σ_z – напряжения по осям x и z; β – коэффициент термического расширения; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; $T(y)$ – поле температур в стенке канала; T_0 – начальная температура стенки канала; $2c$ – толщина пластины (балки).

В данном уравнении первый член дает напряжения сжатия по слоям материала стенки канала; второй член интегральный, характеризует равномерно распределенные растягивающие напряжения в балке, возникающие за счет неравномерности поля температур в поперечном сечении; третий член определяет напряжения в балке, возникающие при тех же условиях в поперечном сечении; третий член определяет напряжения изгиба, проявляющиеся в поперечном сечении за счет несимметричности поля температур.

В действительности по оси x поле температур меняется и для определения напряжения σ_x следует пользоваться формулой

$$\sigma_x = \sigma_{x1} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(F_{x2}),$$

где

$$\frac{F_{x2}}{\beta E} = y\int_{-c}^{y}\left[T(y) - T_0\right]y\,dy - \frac{c}{12}\left[1 + 6\frac{y}{c} + 6\frac{y^2}{c}\right]\int_{-c}^{c}\left[T(y) - T_0\right]\times$$
$$\times dy + \frac{1}{20}\left[10 + 21\frac{y}{c} - 10\left(\frac{y}{c}\right)^3\right]\int_{-c}^{c}\left[T(y) - T_0\right]y\,dy - \frac{1}{4c^3}\int_{-c}^{c}\left[T(y) - T_0\right]y^3 dy.$$

При медленном изменении температуры вдоль оси x приращение к σ_x за счет переменности поля вдоль оси x, содержащее производные по x, будет незначительным. В этом случае данная формула дает достаточно хорошие результаты для определения напряженного состояния формы. Последнее справедливо для балок, длина которых существенно превышает ширину, что и имеет место в стенке канала.

Определим граничные условия теплового взаимодействия и стенок канала. В первом варианте будем считать, что охлаждение стенки канала с внешней поверхности происходит в среде с некоторой температурой T_0, постоянный вдали от поверхности. В этом случае теплообмен с внешней поверхности стенки канала осуществляется радиационно-конвективным способом. Граничные условия на внешней поверхности стенки канала могут быть сформулированы с учетом радиационного теплообмена в соответствии с законом Стефана – Больцмана

$$q_n(t) = \text{у}*\left[T_n^4(t) - T_0^4\right],$$

где $\sigma*$ – приведенный коэффициент радиационного теплообмена, $\sigma* = \sigma_0\varepsilon$; σ_0 – коэффициент излучения абсолютно черного тела (постоянная Больцмана): $\sigma = 5{,}68 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 ·К^4); ε – интегральная степень черноты поверхности стенки канала.

Условие на внешней поверхности стенки канала

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha\left(T_2 - T_0\right) + \varepsilon\sigma_0\left(T_2^4 - T_0^4\right) \text{ при } x = \alpha. \tag{3}$$

Воспользуемся уравнениями подобия, полученными для теплоотдачи при свободном движении жидкости в большом (неограниченном) объеме. Данное условие предполагает, что объем среды настолько велик, что свободное движение, возникающее у других тел, расположенных в этом объеме, не влияет на характер теплообмена.

Уравнения подобия для определения коэффициентов теплоотдачи при свободном движении жидкости (газа) вдоль вертикальной пластины имеют вид:

при свободном ламинарном движении среды $\mathrm{Nu} = 1{,}18\,(\mathrm{GrPr})^{1/8}$, $10^{-3} < \mathrm{GrPr} < 5 \cdot 10^2$;

при переходном режиме свободного движения $\mathrm{Nu} = 0{,}54(\mathrm{GrPr})^{1/4}$, $5\times10^2 < \mathrm{GrPr} < 2\times10^7$;

при свободном турбулентном движении жидкости $\mathrm{Nu} = 0{,}13(\mathrm{CrPr})^{1/3}$, $\mathrm{GrPr} > 2\times10^7$, где Nu – число подобия Нуссельта; Pr – число подобия Прандтля; Gr – число подобия Грасгофа.

Число подобия Nu характеризует теплообмен на внешней поверхности стенки канала: $\mathrm{Nu} = \alpha L/\lambda_{\text{в}}$.

Число подобия Pr представляет меру подобия полей температур и скоростей движения среды: $\mathrm{Pr} = c_p\mu/\lambda_{\text{в}}$.

Число подобия Gr характеризует подъемную силу, возникающую в среде, которая обтекает внешнюю поверхность стенки канала, вследствие разности плотностей:

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta\left[T_2(\alpha, t) - T_0\right]L^3}{\nu_{\text{в}}^2},$$

где β – коэффициент температурного расширения; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость; μ – коэффициент динамической вязкости; λ – коэффициент теплопроводности; ν – коэффициент кинематической вязкости; L – характерный размер тела.

В уравнении (3) все теплофизические параметры принимаются при соответствующих температурах для определенной охлаждающей среды.

Коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности стенки канала $\alpha_{\text{к}} = \mathrm{Nu}\lambda/L$.

Теплофизические коэффициенты β, c_p, μ, ν вычисляются при определяющей температуре, равной $\left[T_0 + T_2(\alpha, T)\right]/2$.

На границе стенки канала и расплава имеется двухслойная контактная поверхность, состоящая из слоя покрытия толщиной $\delta_{\text{кр}} = \mathrm{const}$ и газовой прослойки, толщина которой изменяется во времени по определенному закону $\delta = \delta(t)$. Полагая, что для газовой прослойки и слоя покрытия имеет место квазистационарный режим, при теплопередаче через газовую прослойку, осуществляемую механизмами теплопроводности и радиационного теплообмена, для плотности теплового потока, проходящего через слой покрытия и воздуха, можно записать следующие соотношения:

$$\begin{cases} Q = \left(T_{кр} - T_2\right)\dfrac{\lambda_{кр}}{\alpha_{кр}}, \\ Q = \left(T_1 - T_{кр}\right)\dfrac{\lambda}{\sigma} + \varepsilon_{1/2}\sigma\left(T_1^4 - T_{кр}^4\right), \end{cases} \tag{4}$$

где $T_{кр}$ – температура поверхности покрытия, соприкасающейся в начальный момент времени с поверхностью расплава; T_1 и T_2 – температуры отливки и стенки канала, которые берутся при значении координаты $x = \alpha_0$; $\lambda_{кр}$ – коэффициент теплопроводности покрытия, в расчетах принимается величиной постоянной; λ – коэффициент теплопроводности среды, вычисляемый при температуре $\left(T_1 + T_2\right)/2$; $\varepsilon_{1/2}$ – коэффициент излучения.

Выражение (4) можно представить в следующем виде:

$$Q = \left(T_1 - T_{кр}\right)\left(\frac{\lambda}{\sigma} + \alpha_л\right). \tag{5}$$

Здесь $\alpha_л$ – коэффициент теплообмена излучением между поверхностью расплава и поверхностью покрытия.

Приравнивая выражения (4), (5), получаем

$$T_{кр} = \frac{T_2\dfrac{\lambda_{кр}}{\sigma_{кр}} + T_1\left(\dfrac{\lambda}{\sigma} + \alpha_л\right)}{\dfrac{\lambda_{кр}}{\sigma_{кр}} + \dfrac{\lambda}{\sigma} + \alpha_л}.$$

Граничные условия на рабочей поверхности стенки канала (при $x = \alpha_0$) могут быть записаны таким образом:

$$-\lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial x} = -\lambda_2\frac{\partial T_2}{\partial x} = \frac{\lambda_{кр}}{\sigma_{кр}}\left(T_{кр} - T_2\right) = \frac{\left(T_1 - T_2\right)\left(\dfrac{\lambda}{\sigma} + \alpha_л\right)\dfrac{\lambda_{кр}}{\sigma_{кр}}}{\dfrac{\lambda_{кр}}{\sigma_{кр}} + \dfrac{\lambda_в}{\sigma} + \alpha_л}.$$

Величина газового зазора как функция времени определяется из решения соответствующей задачи термоупругости.

Условие на оси симметрии становится

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0. \tag{6}$$

В процессе охлаждения расплава происходит переход из жидкого состояния в твердое. В течение некоторого промежутка времени имеет место двухфазное состояние вещества.

Задача Стефана формулируется следующим образом. Пусть имеются две фазы (жидкая и твердая) с соответствующими теплофизическими коэффициентами $\lambda_{1т}\left(T\right)$, $\lambda_{1ж}\left(T\right)$, $\rho_{1ж}\left(T\right)$, $c_{1ж}\left(T\right)$, $\rho_{1т}\left(T\right)$, $c_{1т}\left(T\right)$. В каждой фазе температурная функция удовлетворяет уравнению нестационарной теплопроводности Фурье (1), принимаем, что при j = 1 последнее относится к жидкой фазе.

На границе раздела фаз температура постоянная и равная температуре фазового перехода $T\left(x,t\right) = T_ф$.

Скорость движения границы фазового перехода $d\xi/dt$ удовлетворяет уравнению

$$\lambda_{1Т}\left.\frac{\partial T_1}{\partial x}\right|_{x=\xi+0} - \lambda_{1ж}\left.\frac{\partial T_1}{\partial x}\right|_{x=\xi-0} = r\rho\frac{d\xi}{dt},$$

где r – теплота фазового перехода (теплота фазового затвердевания); ρ – плотность материала отливки при температуре фазового перехода.

Уравнение (1) с учетом условий на границе фазового перехода запишем в следующем виде:

$$\rho_1(T_1)\left[c_1(T_1)+r\sigma\left(T_1-T_\text{ф}\right)\right]\frac{\partial T_1}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial x}\right].$$

Здесь приняты следующие обозначения для теплофизических коэффициентов:

удельная массовая теплоемкость

$$c_1(T_1)=\begin{cases}c_{1\text{т}}(T_1)\ \text{при}\ T_1<T_\text{ф},\\ c_{1\text{ж}}(T_1)\ \text{при}\ T_1>T_\text{ф},\end{cases}$$

коэффициент теплопроводности

$$\lambda_1(T_1)=\begin{cases}\lambda_{1\text{т}}(T_1)\ \text{при}\ T_1<T_\text{ф},\\ \lambda_{1\text{ж}}(T_1)\ \text{при}\ T_1>T_\text{ф},\end{cases}$$

плотность расплава

$$\rho_1(T_1)=\begin{cases}\rho_{1\text{т}}(T_1)\ \text{при}\ T_1<T_\text{ф},\\ \rho_{1\text{ж}}(T_1)\ \text{при}\ T_1>T_\text{ф}.\end{cases}$$

Для решения задачи затвердевания расплава (задача Стефана) применяется метод сглаживания: δ-функция заменяется δ-образной функцией $\delta\left(T_1-T_\text{ф},\Delta\right)$, отличной от нуля лишь на интервале $\left(T_\text{ф}-\Delta, T_\text{ф}+\Delta\right)$ и удовлетворяющей условию нормировки

$$\int\limits_{T_\text{ф}-\Delta}^{T_\text{ф}+\Delta}\delta\left(T_1-T_\text{ф},\Delta\right)dT_1=1.$$

Сглаживая на интервале $\left(T_\text{ф}-\Delta,T_\text{ф}+\Delta\right)$ функции $\rho_{1\text{ж}}(T_1)$, $\rho_{1\text{т}}(T_1)$, $c_{1\text{ж}}(T_1)$, $c_{1\text{т}}(T_1)$, $\lambda_{1\text{ж}}(T_1)$, $\lambda_{1\text{т}}(T_1)$ (например, при линейной зависимостей между значениями в твердой фазе при $T_1<T_\text{ф}-\Delta$, и в жидкой фазе при $T_1>T_\text{ф}+\Delta$), получаем квазилинейное уравнение

$$\rho_1(T_1)c_1(T_1)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial x}\right], \tag{7}$$

по форме совпадающее с дифференциальным уравнением (1). Для решения квазилинейного уравнения можно использовать разностные методы.

Для определения зазора, возникающего главным образом за счет деформацией изгиба стенки канала, воспользуемся зависимостью

$$\delta=-\frac{3}{2}\frac{Mb}{\left(n_2ha\right)^3E}.$$

Здесь b – длина плоской части стенки канала; M – момент изгиба пластины (балки) стенки канала относительно концов ее закрепления:

$$M=b(ha)^2\sum_{i=n_1}^{n}\varepsilon_i\left(i-n_1-\frac{h_2}{2}\right)\left(\sigma_i^1+\sigma^2+\sigma_i^3\right),$$

$$\varepsilon_i=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\quad \text{при}\ i=n_1,\ i=n;\\ 1\quad \text{при прочих значениях}\ i,\end{cases}$$

σ_i^1, σ^2, σ_i^3 – соответственно напряжения сжатия, растяжения и изгиба за счет неравности поля температур, определяемые по формулам:

$$\sigma_i^1=-\beta_iE\left[\left(\frac{u_i+u_{i-1}}{2}+1\right)T_0-T_{2_0}\right],$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=n_2}^{n} \varepsilon_i \beta_i E\left[\left(\frac{u_i + u_{i-1}}{2} + 1\right) T_0 - T_{2_0}\right],$$

$$\sigma_i^3 = \frac{3}{2n_2^3}\left(i - n_1 - \frac{n_2}{2}\right) \sum_{i=n_2}^{n} \varepsilon_i \beta_i E\left(i - n_1 - \frac{n_2}{2}\right)\left[\left(\frac{u_i + u_{i-1}}{2} + 1\right) T_0 - T_{2_0}\right],$$

где β_i – коэффициент температурного напряжения материала стенки канала, вычисляемый по температуре $\frac{u_i + u_{i-1}}{2}$, $i = n_2$, $n_2 + 1, ..., n$.

Значение δ пропорционально длине плоской части стенки канала в квадрате. Величина σ_i^3, как правило, не превосходит 10 % от суммы $\sigma_i^1 + \sigma^2$ и слабо влияет на величину δ.

Выводы

1. Разработаны математические модели и алгоритмы численного решения задачи нестационарных температурных полей и профильных температурных напряжений в плоских многослойных стенках каналов.

2. Численными методами решена задача оптимального функционирования плоского канала (питателя), исходя из требований минимизации теплопотерь и величины профильных температурных напряжений.

3. Результаты численного эксперимента позволяют определить оптимальные режимные параметры движения высокопотенциальных теплоносителей (расплава жидких металлов и сплавов) в многослойных каналах с эффективной тепловой изоляцией.

4. Анализ динамики температурных полей и напряжений создает возможность на стадии проектирования определить тепловой и гидродинамический оптимальные режимы технологических процессов специальных технологий литья.

Список использованной литературы

1. *Лыков, А. В.* Тепломассообмен / Справочник / А. В. Лыков. – М.: Энергоатомиздат, 1972.

2. *Полянин, А. Д.* Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев, А. И. Журов. – М., 2005.

3. *Есьман, Р. И.* Численное решение краевой задачи нестационарной теплопроводности / Р. И. Есьман, Е. И. Марукович // Весці НАН Беларусі. Сер.-фіз. тэхн. навук. – 2012. – № 3. – С. 5–9.

Поступила в редакцию 15.10.2015