5008

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный
технический университет

Кафедра «Горные машины»

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Практикум

Минск
БНТУ
2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Горные машины»

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Практикум для студентов специальностей
1-36 10 01 «Горные машины и оборудование (по направлениям)»,
1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства»

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области горнодобывающей промышленности

Минск
БНТУ
2018

УД~~К 001.891+001.895~~(076.5)(075.8)
ББ~~К 72я7~~
О-75

Составители:
Е. К. Костюкевич, Н. И. Березовский

Рецензенты:
С. А. Федотова, А. М. Абрамец

Основы научных исследований и инновационной деятельности : практикум для студентов специальностей 1-36 10 01 «Горные машины и оборудование (по направлениям)», 1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства» / сост.: Е. К. Костюкевич, Н. И. Березовский. – Минск: БНТУ, 2018. – 36 с.
ISBN 978-985-583-185-4.

Содержится методика проведения полного факторного эксперимента для получения математической модели объекта и проверки ее адекватности, инженерной интерпретации уравнения регрессии.

УДК 001.891+001.895(076.5)(075.8)
ББК 72я7

ISBN 978-985-583-185-4

ВВЕДЕНИЕ

Изучение материала студент должен производить последовательно, раздел за разделом. В случае затруднений или при углубленном изучении материала следует обратиться к источникам информации, рекомендуемым преподавателем.

Отчет о работе рекомендуется выполнять в соответствии с ГОСТ 7.32–2001 «Отчет о научно-исследовательской работе». Общие требования к правилам оформления: четкость построения, логическая последовательность изложения материала, убедительность аргументов, краткость и точность формулировок, конкретность изложения результатов расчета, доказательность выводов и обоснованность рекомендаций.

Построение отчета рекомендуется делать в соответствии с нижеизложенной структурой:

1. Титульный лист.
2. Введение, в котором кратко дается состояние проблемы, выявляется необходимость и цель проведения работы.
3. Краткий анализ возможных подходов к решению поставленной задачи, выбор путей и средств достижения целей.
4. Методика исследования, описание эксперимента с указанием его цели, изложение сущности эксперимента и последовательности его проведения.
5. Проверка воспроизводимости результатов эксперимента. Собственно построение математической модели с вычислением коэффициентов уравнения регрессии. Проверка адекватности уравнения регрессии (производится в соответствии с методическими указаниями).
6. Краткое заключение об основных результатах, о соответствии результатов и поставленной цели работы; возможность применения полученных результатов либо обоснование нецелесообразности продолжения исследований.
7. Список использованных источников (список использованных источников формируется в порядке появления ссылок на источники в тексте отчета). Нумерация источников производится арабскими цифрами (ссылки на источники указываются в тексте в квадратных скобках). Библиографические описания источников приводятся в соответствии с ГОСТ 7.1 и ГОСТ 7.82.

Практическая работа

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Цель работы: практическое освоение методики планирования многофакторного эксперимента; построение математической модели зависимости изучаемого параметра от влияющих на него факторов, проверка полученной модели на адекватность и ее анализ, изучение возможностей пакета MSExcel при решении задач проверки воспроизводимости результатов эксперимента, построения математической модели и проверки ее адекватности.

Общие положения

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям, совокупность действий, направленных на разработку стратегии экспериментирования (от получения априорной информации до получения работоспособной математической модели или определения оптимальных условий).

Эксперимент – это специальным образом спланированная и организованная процедура изучения некоторого объекта исследования, при которой на этот объект оказывают запланированные воздействия и регистрируют его реакции на эти воздействия.

Цель планирования эксперимента – нахождение таких условий и правил проведения опытов, при которых удается получить надежную и достоверную информацию об объекте исследования с наименьшей затратой труда, а также представить эту информацию в компактной и удобной форме с количественной оценкой точности.

Объект исследования – это объект любого характера, который изучается экспериментальным путем.

Результатами применения методов планирования экспериментов являются разработки наиболее оптимальных рекомендаций по совершенствованию технологического процесса, имеющих важные экономические, технические, технологические последствия и влекущих за собой как модернизацию отдельного технологического процесса, оборудования, так и целого производства

Для подробного изучения объекта исследования необходима его подробная модель. Для описания понятия «объект исследования» можно использовать представление о кибернетической системе, которая носит название «*черный ящик*». Таким образом, любой объект исследования можно представить в виде «черного ящика» с определенным количеством входов и выходов.

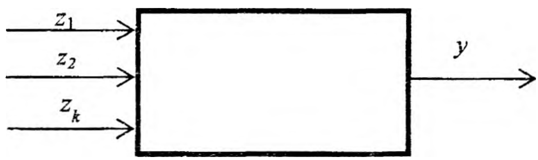

Рис. 1. «Черный ящик» – модель изучаемого процесса

Стрелка справа (y) изображает численную характеристику цели исследования и называется *выходным параметром* или *параметром оптимизации*. Его называют также критерием оптимизации, целевой функцией, выходом «черного ящика» и т. д.

Для проведения эксперимента необходимо воздействовать на поведение черного ящика. Все способы воздействия обозначаются через z_i, $i = 1,2 \ldots, k$ и называются ***входными параметрами или факторами***. Их называют также независимыми переменными и входами «черного ящика». Каждый фактор может принимать в опыте одно из нескольких значений, такие значения называются ***уровнями***. Фиксированный набор уровней и факторов определяет одно из возможных состояний «черного ящика», одновременно они являются условиями проведения одного из возможных опытов.

Эксперимент, в котором исследователь по своему усмотрению может изменять условия его проведения, называется ***активным экспериментом***. Если исследователь не может самостоятельно изменять условия его проведения, а лишь регистрирует их, то это ***пассивный эксперимент***.

Опыт – это отдельная экспериментальная часть.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок проведения опытов.

Параметр оптимизации (отклик) – величина, описывающая результат проведенного эксперимента и зависящая от факторов, влияющих на эксперимент. Параметр оптимизации должен быть эффективным с точки зрения достижения цели, универсальным, количественным, выражаемым числом, имеющим физический смысл, быть простым и легко вычисляемым.

Математическая модель объекта исследования – это определенная фраза на языке математики, содержательно отражающая те или иные свойства изучаемого объекта, в частности структуру и количественные связи, его характеризующие. Методы планирования предназначены для получения математических статистических моделей объектов исследования.

В процессе измерений, последующей обработки данных, а также формализации результатов в виде математической модели, возникают погрешности, теряется часть информации, содержащейся в исходных данных. Применение методов планирования эксперимента позволяет определить погрешность математической модели судить о ее адекватности. Если точность модели оказывается недостаточной, то применение методов планирования эксперимента позволяет модернизировать математическую модель с проведением дополнительных опытов без потери предыдущей информации и с минимальными затратами.

Фактор – измеряемая величина, описывающая влияние на объект исследования. Планирование эксперимента позволяет варьировать все факторы и получать одновременно оценки их влияния. Каждое значение, принимаемое фактором, называется ***уровнем фактора***.

Параметр оптимизации, каждый фактор имеет ***область определения***, то есть совокупность всех значений, которые может принимать данный параметр (фактор).

Требования, предъявляемые к факторам:

– фактор должен быть управляемым, то есть экспериментатор должен иметь возможность, выбрав нужное значение фактора, поддерживать его постоянным на протяжении всего эксперимента;

– фактор должен быть операциональным, то есть можно указать последовательность действий (операций), необходимых для задания того или иного значения фактора;

– фактор должен быть однозначен, то есть непосредственно влиять на объект исследования. Трудно изменять фактор, который является функцией других факторов.

При планировании эксперимента редко рассматривается один фактор, обычно берется в рассмотрение сразу несколько факторов.

Требования, предъявляемые к совокупности факторов:

– факторы должны быть совместимы. Совместимость факторов означает, что все их комбинации осуществимы и безопасны. Несовместимость факторов может наблюдаться на границах областей их определения. Избавиться от несовместимости можно, если в каждой области брать подобласть несколько меньшего размера;

– факторы должны быть независимы, то есть возможность установления факторов на каком-либо уровне вне зависимости от значений уровней других факторов. Иначе это требование называют требованием отсутствия корреляции между факторами. Если между факторами наблюдается зависимость среднего или высокого уровня, один из двух факторов не принимают в рассмотрение.

Выбор экспериментальной области факторного пространства связан с тщательным анализом априорной информации.

Априорной называется информация, извлеченная из результатов предшествующих опытов.

Существует два вида планирования активного эксперимента: традиционное (классическое) однофакторное и многофакторное (факторное).

В традиционном однофакторном планировании влияние входных параметров (факторов) на выходной параметр изучается постепенно, причем в каждой серии опытов меняется уровень лишь одного фактора, а все остальные остаются неизменными.

Эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней исследуемых факторов, называется ***полным факторным экспериментом*** (ПФЭ). В основе ПФЭ лежит способ построения зависимости влияния определяющих факторов на параметр оптимизации в виде отрезка степенного ряда Тейлора.

Метод полного факторного эксперимента включает в себя последовательные этапы математического моделирования:

1. Выбор параметра (или параметров) оптимизации и влияющих факторов.
2. Выбор основного уровня и интервала варьирования по каждому фактору.
3. Проверка воспроизводимости результатов эксперимента.
4. Собственно построение математической модели с вычислением коэффициентов уравнения регрессии.
5. Проверка адекватности уравнения регрессии.
6. Инженерная интерпретация уравнения регрессии.

При планировании активного эксперимента реализуются различные комбинации факторов на выбранных для исследования уровнях в соответствии с планом эксперимента.

Количество опытов N при ПФЭ определяется по формуле

$$N = p^k, \tag{1}$$

где p – число уровней;

k – число факторов.

Область значений факторов z_i, в которой находятся точки, отвечающие условиям проведения опытов используемого плана эксперимента, называется ***областью планирования***. Чаще всего область планирования задается интервалами возможного изменения факторов $z_{i\min} \le z_i \le z_{i\max}$, $i = 1, 2, \ldots, k$.

Интервалом варьирования фактора называется некоторое число, прибавление которого к основному уровню дает верхний уровень, а вычитание – нижний уровень.

В задачу планирования эксперимента входит: выбор необходимых для эксперимента опытов, то есть построение матрицы планирования, и выбор методов математической обработки результатов эксперимента.

Матрица планирования эксперимента представляет собой таблицу, в которой указаны значения уровней факторов в различных сериях опытов. Число опытов определяется задачами исследования и методами планирования эксперимента.

Полный факторный эксперимент обладает следующими свойствами, которые непосредственно следуют из построения матрицы планирования:

– симметричность относительно центра эксперимента, которая формулируется следующим образом: алгебраическая сумма элементов вектора-столбца каждого фактора равна нулю:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 0,$$

где $i = 1, 2, \ldots, k$ – номер фактора;

$j = 1, 2, \ldots, N$ – номер опытов;

– соблюдается условие нормировки, то есть сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 = N;$$

– ортогональность матрицы планирования, то есть сумма почленных произведений любых двух вектор-столбцов матрицы равна нулю:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}x_{uj} = 0, \text{ при } i \neq u, \text{ а также } i, u = 0,1, \ldots, k;$$

– ротатабельность, то есть точки в матрице планирования подбираются так, что точность предсказаний значений параметра оптимизации одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления.

Выполнение этих условий обеспечивает минимальную дисперсию коэффициентов регрессии, но и равенство дисперсии. Это облегчает статистический анализ результатов эксперимента.

Предположим, что изучается влияние ряда факторов z_i (i = 1, 2, ..., k) на некоторую величину y. Для этого проводят эксперименты по определенному плану, который позволяет реализовать все возможные комбинации факторов. Каждый фактор рассматривается лишь на двух фиксированных уровнях (верхнем и нижнем). Согласно (1) число всех экспериментов (опытов) в этом случае будет равно $N = 2^k$.

План проведения экспериментов записывается в виде матрицы планирования, в которой в определенном порядке перечисляются различные комбинации факторов на двух уровнях. Например, в табл. 1 приведена матрица планирования ПФЭ типа 2^3 для трех факторов: z_1, z_2, z_3. Знак «+» означает, что во время опыта значение фактора устанавливают на верхнем уровне, а знак «–» показывает, что значение фактора устанавливают на нижнем уровне.

При проведении экспериментов получают значения исследуемой величины y (отклик) для каждого опыта (или серии опытов). Затем переходят к построению математической модели.

Под математической моделью в данном случае понимается уравнение, связывающее параметр оптимизации со значениями факторов, лежащих в интервале между нижним (z_{imin}) и верхним (z_{imax}) уровнями:

Таблица 1

Матрица планирования типа 2^3

Номер опыта	Изучаемые факторы		
	z_1	z_2	z_3
1	+	+	+
2	–	+	+
3	+	–	+
4	–	–	+
5	+	+	–
6	–	+	–
7	+	–	–
8	–	–	–

$$y = F(z_1, z_2, ..., z_k),$$

где $F(z_1, z_2, ..., z_k)$ – функция отклика.

Такую функцию называют ***уравнением регрессии***.

Самыми простыми моделями являются алгебраические полиномы.

С целью обработки результатов проведенных экспериментов и определения коэффициентов уравнения регрессии факторы необходимо привести к одному масштабу, что достигается путем кодирования переменных. Если обозначить нижний уровень фактора z_i через z_i^-, а верхний уровень – через z_i^+ (то есть $z_i \in \left[z_i^-; z_i^+\right]$, $i = 1, 2, ..., k$), то новые кодированные переменные x_i будут определяться через z_i по формуле

$$x_i = \frac{z_i - z_i^0}{\lambda_i}, \tag{2}$$

где z_i^0 называют центром плана (основной уровень),

$$z_i^0 = \frac{z_i^+ + z_i^-}{2},$$

λ_i – интервал варьирования.

$$\lambda_i = \frac{z_i^+ - z_i^-}{2}.$$

При таком кодировании все новые переменные будут принимать значения от –1 (нижний уровень) до +1 (верхний уровень) (то есть $x_i \in [-1; +1]$, $i = 1, 2, ..., k$).

Линейное уравнение регрессии относительно новых переменных имеет вид

$$y = b_0 + \sum_i b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j,$$

где y – значения критерия;

b_i – линейные коэффициенты;

b_{ij} – коэффициенты двойного взаимодействия;

x_i – кодированные значения факторов.

Фактически коэффициенты являются оценками для теоретических коэффициентов регрессии.

Прежде чем определить коэффициенты выбранной модели, матрицу планирования записывают относительно новых переменных. Обозначим знак «+» или «–» в матрице планирования для x_{ji}, который соответствует j-му опыту ($j = 1, 2, ..., N$) для i-го фактора ($i = 1, 2, ..., k$). При этом знак «+» показывает, что кодированная переменная принимает значение +1, а знак «–» соответствует значению –1. Тогда знаки (или уровни варьирования) для взаимодействия факторов вычисляются простым перемножением: x_1 на x_2.

Например, в табл. 2 знаки для взаимодействия x_1x_2 получены таким образом:

для 1-го опыта (j = 1) $x_{11}x_{12} = (+1)\cdot(+1) = +1$,
для 2-го опыта (j = 2) $x_{21}x_{22} = (-1)\cdot(+1) = -1$,
для 3-го опыта (j = 3) $x_{31}x_{32} = (+1)\cdot(-1) = -1$, и т. д.

Для проверки уравнения на адекватность обычно проводят несколько серий опытов для каждого эксперимента.

Адекватность – это способность модели предсказывать результаты эксперимента в некоторой области с требуемой точностью.

Результаты опытов в каждом j-м эксперименте (j = 1, ..., N) записывают в правые столбцы матрицы планирования. В последнем столбце записывают средние выборочные значения полученных результатов для каждой серии опытов $\bar{y}_j$ (см. табл. 2). Если каждый эксперимент повторяли m раз, то в матрице будет записано m столбцов y_1, y_2, y_m.

Таблица 2

Матрица планирования для обработки результатов

№ серии опыта	Факторы			Взаимодействия				Результаты опытов, y_{ji}			Среднее результатов опытов
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_1	y_2	y_3	$\bar{y}_j$
1	+	+	–	+	–	–	–	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$\bar{y}_1$
2	–	+	–	–	+	–	+	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$\bar{y}_2$
3	+	–	–	–	–	+	+	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$\bar{y}_3$
4	–	–	–	+	+	+	–	y_{41}	y_{42}	y_{43}	$\bar{y}_4$
5	+	+	+	+	+	+	+	y_{51}	y_{52}	y_{53}	$\bar{y}_5$

Окончание табл. 2

№ серии опыта	Факторы			Взаимодействия				Результаты опытов, y_{ji}			Среднее результатов опытов
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_1	y_2	y_3	$\overline{y}_j$
6	–	+	+	–	–	+	–	y_{61}	y_{62}	y_{63}	$\overline{y}_6$
7	+	–	+	–	+	–	–	y_{71}	y_{72}	y_{73}	$\overline{y}_7$
8	–	–	+	+	–	–	+	y_{81}	y_{82}	y_{83}	$\overline{y}_8$

Например, в табл. 2 видно, что каждый эксперимент повторялся три раза, то есть $m = 3$. Если обозначить за y_j значение результата, полученного в i-м опыте ($i = 1, ..., m$) для j-го эксперимента ($j = 1, 2, ..., N$), то выборочное среднее для каждого эксперимента определяют по формуле

$$\overline{y_j} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_{ji}, \ (j = 1, 2, ..., N). \qquad (3)$$

Проверка воспроизводимости результатов эксперимента (однородности дисперсий)

Опыт считается воспроизводимым, если дисперсия выходного параметра y_{ji} однородна в каждой точке факторного пространства.

Для каждой серии параллельных опытов определяется оценка дисперсии по формуле

$$S_j^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(y_{ji} - \overline{y_j})^2. \qquad (4)$$

Проверка гипотезы об однородности дисперсии в опытах матрицы проводится с помощью критерия Кохрена. Расчетное значение критерия Кохрена G_p находят по формуле

$$G_p = \frac{\max S_j^2}{\sum\limits_{j=1}^{N} S_j^2}. \qquad (5)$$

Значение G_p сравнивают с табличным значением критерия Кохрена $G_{\text{табл.}}$, которое выбирается из справочных данных (табл. А1) по общему количеству дисперсий N, числу степеней свободы $f = m - 1$ и уровню доверительной вероятности $P =$ $= 0{,}95$.

Если выполняется условие

$$G_p, \leq G_{\text{табл.}}, \qquad (6)$$

то опыты считаются воспроизводимыми, а оценки дисперсий – однородными.

Если условие (6) не выполняется, гипотеза об однородности дисперсий отвергается, в этом случае эксперимент необходимо повторить, изменив условия его проведения (набор факторов, интервал их варьирования, точность измерительных приборов и пр.).

В случае равномерного дублирования опытов (то есть при одинаковом числе наблюдений в каждом эксперименте) находят оценку дисперсии воспроизводимости $S_{\{y\}}^2$, которая характеризует ошибку всего эксперимента, для расчета используют формулу

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{1}{N(m-1)} \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{m} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} S_j^2, \qquad (7)$$

где N – число экспериментов (число строк в матрице ПФЭ);

m – число опытов (наблюдений) в каждом эксперименте;

y_{ji} – результат отдельного i-го наблюдения в j-м эксперименте;

$\overline{y}_j$ – среднее выборочное значение наблюдений для j-го эксперимента, которое определяется по формуле (3);

S_j^2 – выборочные дисперсии результатов опытов для j-го эксперимента ($j = 1, ..., N$), определяется по формуле (4).

Расчет оценок коэффициентов регрессионного уравнения

Коэффициенты уравнения регрессии находят с помощью метода наименьших квадратов и определяются по формулам

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\overline{y}_j;$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_{ji}\overline{y}_j, \quad (i = 1, 2, ..., k);$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_{ij}x_{ji}\overline{y}_j, \quad (i^1 j). \tag{8}$$

Полученные коэффициенты необходимо проверить на значимость.

Это можно сделать с помощью критерия Стьюдента:

если $|b| > t_{кр.} \cdot S_{коэф.}$, то b значим; если $|b| < t_{кр.} \cdot S_{коэф.}$, то b незначим и его полагают равным нулю в уравнении регрессии.

Критическую точку $t_{кр.}$ находят из таблиц распределения Стьюдента (табл. А2) по числу степеней свободы $f = N(m-1)$ и с заданным уровнем значимости Р = 0,95.

Среднее квадратическое отклонение коэффициентов $S_{коэф.}$ зависит от дисперсии воспроизводимости результатов по всем проведенным опытам $S^2_{\{y\}}$ и вычисляется по формуле

$$S_{коэф.} = \sqrt{\frac{S^2_{\{y\}}}{N}}. \qquad (9)$$

Проверка на адекватность полученного уравнения регрессии со значимыми коэффициентами осуществляется с помощью критерия Фишера: если $F_{расч.} < F_{табл.}$, то уравнение адекватно, в противномслучае – неадекватно.

Расчетное значение критерия $F_{расч.}$ определяют по формуле

$$F_{расч.} = \frac{S^2_{ад.}}{S^2_{\{y\}}}, \qquad (10)$$

где $S^2_{ад.}$ – дисперсия адекватности или остаточная дисперсия, которая определяется по следующей формуле:

$$S^2_{ад.} = \frac{1}{N-r}\sum_{j=1}^{N}\Delta y_j^2, \qquad (11)$$

где r – число значимых коэффициентов в уравнении регрессии;

Δy_j – величина ошибки выходной величины для условий j-го опыта, определяется по формуле

$$\Delta y_j = \overline{y_j} - \widehat{y_j}, \qquad (12)$$

где $\widehat{y}_j$ – значение изучаемого параметра, вычисленное по уравнению регрессии со значимыми коэффициентами для j-го эксперимента;

$\overline{y}_j$ – среднее выборочное значение наблюдений для j-го эксперимента (формула (2)).

Табличное значение критерия $F_{\text{табл.}}$ находят из таблиц критических точек распределения Фишера (табл. А3) по заданному уровню значимости Р = 0,95 и по соответствующим степеням свободы

$$f_1 = N - r,$$

$$f_2 = N \cdot (m - 1), \qquad (13)$$

где f_1 – степень свободы, которая соответствует степени свободы числителя формулы (10);

f_2 – степень свободы знаменателя формулы (10).

Анализ результатов предполагает интерпретацию полученной модели. Интерпретацию модели можно производить только тогда, когда она записана в кодированных переменных. Только в этом случае на коэффициенты не влияет масштаб факторов и можно по величине коэффициентов судить о степени влияния того или иного фактора. Чем больше абсолютная величина коэффициента, тем больше фактор влияет на отклик (изучаемый параметр). Можно расположить факторы по величине их влияния. Знак «плюс» у коэффициента свидетельствует о том, что с увеличением значения фактора растет величина отклика, а при знаке «минус» – убывает.

Для получения математической модели в натуральных переменных z_i в уравнение регрессии вместо x_i необходимо подставить их выражения из формулы (2). При переходе к натуральным переменным коэффициенты уравнения изменяются, и в этом случае пропадает возможность интерпретации влияния факторов по величинам и знакам коэффициентов. Однако, если уравнение адекватно, то с его помощью можно определять значения исследуемой величины, не проводя эксперимент и придавая факторам значения, которые должны лежать между нижним и верхним уровнем.

В настоящее время обработку экспериментальных данных существенно облегчают современные компьютерные технологии, программное обеспечение. Например, электронные таблицы MS Excel. В прил. Б представлен перечень в алфавитном порядке некоторых функций MS Excel, позволяющих реализовывать обработку данных, непосредственно на листе электронной таблицы.

Демонстрационный пример планирования эксперимента

Рассматривается случай соединения полимерных материалов методом ультразвуковой сварки. Параметром оптимизации взята прочность на сдвиг сварного шва. Процесс ультразвуковой сварки (УЗС) характеризуется следующими параметрами: амплитудой колебаний рабочего торца инструмента, частотой колебаний, длительностью ультразвукового (УЗ) импульса, статическим давлением инструмента на свариваемые материалы, видом опоры колебательной системы, шириной сварного шва, физико-механическими характеристиками свариваемых материалов и т. д.

I. Из анализа литературных источников и по результатам однофакторных экспериментов выделены для дальнейшего исследования следующие факторы:

– амплитуда колебаний – A;

– статическое давление – P;

– длительность ультразвукового импульса (время сварки) – t.

Остальные факторы зафиксированы:

частота колебаний f = 21,8 кГц;

ширина шва h = 5 мм.

Значения уровней и интервалов варьирования факторов приведены в табл. 3.

II. В эксперименте проверка прочности сварного шва производилась на разрывной машине РТ-250.

Проводился эксперимент типа 2^3, где число факторов $k = 3$, число уровней $P = 2$, число опытов $N = 8$, число повторных опытов $m = 5$.

Таблица 3

Значения уровней и интервалов варьирования факторов

Наименование факторов	Уровни варьирования			Интервалы варьирования
	нижний уровень	основной уровень	верхний уровень	
Амплитуда колебаний z_1, мкм	65	70	75	5
Статическое давление z_2, 10^5 Па	5,5	7	8,5	1,5
Время сварки z_3, с	0,4	0,45	0,50	0,05

Матрица планирования, рабочая матрица, результаты оценки точности эксперимента приведены в табл. 4.

Проверка однородности дисперсий производится по критерию Кохрена (5).

$$G_p = \frac{0,463}{1,3233} = 0,3499.$$

Табличное значение критерия Кохрена выбирается из табл. А1 в зависимости от числа степеней свободы $f = 5 - 1 = 4$ и $N = 8$.

$$G_{табл.} = 0,391.$$

Таблица 4

Матрица планирования, рабочая матрица, результаты оценки точности эксперимента

Номер опыта	Матрица планирования								Рабочая матрица			Результаты параллельных экспериментов, y_{iu}, кгс/см					Среднее выборочное значение наблюдений, $\overline{y}_j$, кгс/см	$\sum_{i=1}^{m}(y_{ji}-\overline{y}_j)^2$	S_j^2
	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	A, мкм	P 10^5, Па	t, с	y_{j1}	y_{j2}	y_{j3}	y_{j4}	y_{jj5}			
1	+	+	+	–	+	–	–	–	75	8,5	0,4	7,8	8,5	7,7	7,6	8	7,92	0,508	0,1270
2	+	–	+	–	–	+	–	+	65	8,5	0,4	1,8	2,5	2	1,8	1,6	1,94	0,472	0,1180
3	+	+	–	–	–	–	+	+	75	5,5	0,4	5,3	5,7	6,2	5,8	6,2	5,84	0,5725	0,1431
4	+	–	–	–	+	+	+	–	65	5,5	0,4	4,3	4,2	5	4,9	4,6	4,6	0,500	0,1250
5	+	+	+	+	+	+	+	+	75	8,5	0,5	9,7	10,4	11,4	10,9	10,9	10,66	1,852	0,4630
6	+	–	+	+	–	–	+	–	65	8,5	0,5	4,2	4,4	4,5	4	3,8	4,18	0,3285	0,0821
7	+	+	–	+	–	+	–	–	75	5,5	0,5	3,7	3,4	4	3,6	4,1	3,76	0,3325	0,0831
8	+	–	–	+	+	–	–	+	65	5,5	0,5	4,1	5,1	4,8	5,1	4,5	4,72	0,728	0,1820

Условие (6) выполняется:

$$0{,}3499 \le 0{,}391.$$

Следовательно, дисперсии однородны.

Дисперсию воспроизводимости рассчитываем по формуле (7):

$$S^2_{\{y\}} = \frac{1}{8} 1{,}3233 = 0{,}1654.$$

В общем виде уравнение математической модели с учетом парных взаимодействий имеет вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 +$$
$$+ b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3.$$

Коэффициенты регрессии при полном факторном эксперименте определяют по выражениям (4):

$b_0 = 5{,}4525;$ $b_{12} = 1{,}5225;$
$b_1 = 1{,}5925;$ $b_{13} = -0{,}2125;$
$b_2 = 0{,}7225;$ $b_{23} = 0{,}8625;$
$b_3 = 0{,}3775;$ $b_{123} = 0{,}3375.$

Для того чтобы полученные коэффициенты проверить на значимость, определяется среднее квадратическое отклонение коэффициентов $S_{\text{коэф.}}$ по формуле (9):

$$S_{\text{коэф.}} = \sqrt{\frac{0{,}1654}{8}} = 0{,}1438.$$

Из таблиц распределения Стьюдента (табл. А2) находится критическая точка $t_{\text{кр.}}$ по числу степеней свободы $f = 8 \cdot (5 - 1) = 32$ и с заданным уровнем значимости $P = 0{,}95$. Поскольку в табл. А2 значение $f = 32$ отсутствует, рекомендуется находить $t_{кр}$ путем интерполяции между значениями этой величины для $f = 30$ и $f = 40$. Тогда

$$t_{кр.} = 2,038.$$

Далее определяют

$$t_{кр.} \cdot S_{коэф} = 2,038 \cdot 0,1438 = 0,2931.$$

Следовательно, если $|b| > 0,2931$, то b значим, если $|b| < t_{кр.} \cdot S_{коэф.}$, то b незначим и его полагают равным нулю в уравнении регрессии.

Сравнивая значения всех коэффициентов регрессии, видим, что коэффициент b_{13} незначим.

Уравнение математической модели имеет вид:

$$\hat{y} = 5,4525 + 1,5925x_1 + 0,7225x_2 + 0,3775x_3 +$$
$$+1,5225x_1x_2 + 0,8625x_2x_3 + 0,3375x_1x_2x_3.$$

Проверяем адекватность полученного уравнения, для этого вычисляем теоретическое значение параметра оптимизации $\hat{y}$, величину ошибки Δy_j по (12), Δy^2. Результаты расчетов представлены в табл. 5.

Таблица 5

Расчетные данные для определения дисперсии адекватности

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8
$\hat{y}$	7,760	2,160	5,620	4,820	10,880	3,960	3,980	4,500
Δy	0,220	–0,220	0,220	–0,220	–0,220	0,220	–0,220	0,220
Δy^2	0,048	0,048	0,048	0,048	0,048	0,048	0,048	0,048

Рассчитаем дисперсию адекватности по (11) с учетом, что число значимых коэффициентов $r = 7$.

$$S^2_{\text{ад.}} = \frac{1}{8-7} 0,387 = 0,3872;$$

$$f_2 = N \cdot (m - 1).$$

Адекватность математической модели определяем по критерию Фишера по формуле (10):

$$F_{\text{расч.}} = \frac{0,3872}{0,1654} = 2,341.$$

По значениям степеней свободы согласно (13)

$$f_1 = 8 - 7 = 1,$$

$$f_2 = 8 \cdot (5 - 1) = 32,$$

определяем $F_{\text{табл.}}$, но поскольку в табл. А3 значение $f_2 = 32$ отсутствует, находим $F_{\text{табл.}}$ путем интерполяции между значениями этой величины для $f_2 = 30$ и $f_2 = 40$.

Тогда

$$F_{\text{табл.}} = 4,15.$$

$F_{\text{расч.}} \leq F_{\text{табл.}}$, следовательно модель адекватна.

Выводы

Физический смысл полученной математической модели следующий: полученное соотношение показывает взаимосвязь прочности соединения полимерного материала с такими факторами, как амплитуда колебаний инструмента, статическое давление и время сварки. На параметр оптимизации перечисленные факторы влияют пропорционально, на что указывают линейные эффекты. С увеличением значений факторов прочность соединения должна увеличиваться. Наибольшее влияние оказывает амплитуда колебаний и парное взаимодействие амплитуды колебаний и статического давления. Наименьшее влияние оказывает время сварки, взаимное влияние трех факторов. Парное взаимодействие амплитуды колебаний и времени сварки оказалось не значимым. Предположительно, объяснение данного явления следует искать в малом интервале варьирования времени сварки – 0,05 с. При этом, необходимо отметить, что малый интервал варьирования был выбран экспериментатором сознательно, так как из практики известно, что увеличение интервала до 0,1 с приводит в некоторых случаях к непровару или пережогу соединяемых материалов, то есть к невозможности оценить прочность шва. Максимальное значение прочности достигнуто при амплитуде колебаний 75 мкм, статическом давлении 8,5 10^5 Па и времени сварки 0,5 с, принимает значение 10,46 кг/см.

ЗАДАНИЕ

Используя данные из табл. 6 и 7 в соответствии с вариантом, необходимо: спланировать эксперимент, построить и проанализировать уравнение регрессии, отражающее зависимость параметра шероховатости поверхности Ra от исследуемых факторов: зернистости абразивной ленты $d_з$, твердости контактного ролика H_s и скорости подачи изделия $v_и$.

По каждому независимому опыту проводилось по 3 параллельные серии опытов с замером каждый раз параметра Ra шероховатости поверхности.

Примечание. *Ленточное шлифование как разновидность абразивной обработки осуществляется резанием множеством абразивных зерен, нанесенных электростатическим методом и закрепленных на клеевой основе на гибкое тканевое, полиэфирное или бумажное основание ленты. Склеенные в кольцо ленты получили название «ленты бесконечные» с символом ЛБ (ГОСТ 23505–79). Ленточное шлифование, при котором прижим ленты к обрабатываемой поверхности осуществляется специальным устройством (роликом, копиром и др.), называется ленточным шлифованием с контактной опорой. Ленточное шлифование без контактной опоры осуществляется с поджимом детали к свободно вращающейся ветви абразивной ленты.*

Большие преимущества ленточное шлифование имеет при обработке криволинейных поверхностей деталей с целью придания им высокой чистоты обработки. Шлифование таких деталей осуществляется по методу «свободного копирования» с постоянным усилием прижима абразивной ленты P_y к обрабатываемой поверхности. Этим достигается и обеспечение условия слежения за изменяющейся кривизной обрабатываемой поверхности, и поддержание постоянными параметров режима обработки.

При ленточном шлифовании с постоянным усилием прижима (P_y = const) основными факторами, влияющими на ше-

роховатость поверхности, являются: зернистость абразивной ленты $d_з$, твердость обрезиненного покрытия контактного ролика H_s и скорость продольной подачи изделия $v_и$.

Варианты заданий к практической работе

Таблица 6

Уровни варьирования факторов

Номер варианта	Уровни варьирования факторов					
	зернистость ленты $d_з \cdot 10^{-2}$, мм		твердость H_s, ед. Шора		скорость подачи изделия $v_и$, м/мин	
	max	min	max	min	max	min
1	50	12	90	35	12	2
2	40	12	90	50	12	4
3	50	16	90	35	12	6
4	40	16	90	50	10	2
5	40	25	50	35	10	4
6	50	12	90	35	12	2
7	32	8	122	9	8	2
8	50	8	68	4	14	2
9	40	16	170	26	14	4
10	50	12	90	35	8	2
11	40	12	110	50	8	2
12	50	16	85	35	14	2
13	40	16	90	50	14	4
14	32	8	122	9	12	2
15	50	8	68	4	12	4
16	40	16	173	36	12	6
17	50	12	90	35	10	2

Окончание табл. 6

Номер варианта	Уровни варьирования факторов					
	зернистость ленты $d_з \cdot 10^{-2}$, мм		твердость H_5, ед. Шора		скорость подачи изделия v_u, м/мин	
	max	min	max	min	max	min
18	40	12	115	50	10	4
19	50	16	122	35	12	2
20	40	8	180	26	12	2
21	50	25	100	10	12	4
22	32	2	110	50	12	6
23	40	2	85	35	10	2
24	50	16	95	50	10	4
25	50	12	122	40	14	6
26	50	8	130	42	14	4

Для выполнения задания необходимо:

1. Составить матрицу планирования для полного трехфакторного эксперимента с использованием дополнительного нулевого фактора ($x_0 = 1$).

2. Выполнить статистическую обработку результатов параллельных экспериментов для каждой серии опытов.

3. Найти среднее арифметическое значение параметра оптимизации из трех повторных опытов $\overline{y}_j$.

4. Проверить однородность дисперсии по критерию Кохрена.

5. Найти коэффициенты уравнения регрессии.

6. С помощью критерия Стьюдента оценить значимость коэффициентов регрессии.

7. Составить уравнение регрессии в кодированном виде и проверить его адекватность с помощью критерия Фишера.

8. Представить выводы.

Таблица 7

Результаты исследования параллельных экспериментов: значение шероховатости поверхности *Ra*, мкм

Номер варианта	Номера параллельных опытов	Номер серии опытов							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1,4	4,7	2,6	4,2	2,6	3,7	1,6	1,4
	2	1,3	5,0	2,9	3,9	2,6	3,4	1,3	1,1
	3	1,2	4,9	2,8	4,0	2,5	3,6	1,4	1,3
2	1	1,3	3,9	2,5	0,8	3,7	4,9	1,3	2.5
	2	1,0	4,0	2,3	0.9	3,4	5.2	1,2	2,5
	3	1,2	4,2	2,2	0,6	3,6	4,9	1,2	2,2
3	1	2,9	1,5	3,9	4,7	1,4	4,6	2,4	1,3
	2	2,9	1,4	3,7	4,6	1,1	4.5	2,3	1,5
	3	2,8	1,2	3,7	4,7	1,2	4,3	2,2	1,3
4	1	3,5	2,2	1,5	2,4	4,6	3,2	2,9	1,9
	2	3,6	1,8	1,3	2,7	4,5	3,4	2,6	1,6
	3	3,6	1,9	1,3	2,5	4,3	3,1	2.7	1,8
5	1	0,6	4,6	1,6	2,8	3,2	1,7	4,4	2,2
	2	0,8	4,9	1,9	2,6	3,4	1,5	4,6	1,9
	3	0,5	4,8	1,8	2,5	3,1	1,6	4,7	2,0
6	1	1,1	4,4	3,0	3,6	4,1	3,5	4.8	1,5
	2	0,9	4,5	2,7	3,3	3,9	3,7	4,6	1,1
	3	0,8	4,5	2,9	3,4	3,8	3,6	4,7	1,3
7	1	1,4	4,7	2,6	3,2	2,6	3,7	4,6	1,4
	2	1,3	4,9	2,5	3,8	2,7	3,9	4,3	1,5
	3	1,1	4,4	2,0	3,6	2,6	3,5	4,8	1,5
8	1	0,6	4,6	1,6	2,8	3,2	1,7	4,4	2,2
	2	0,8	4,5	1,9	2,4	3,8	1,6	4,7	2,3
	3	0.5	4,8	1,8	2,5	3,1	1,6	4,7	2,0

Продолжение табл. 7

Номер варианта	Номера параллельных опытов	Номер серии опытов							
		1	2	3	4	5	6	7	8
9	1	1,3	3,9	2,5	0,8	3,7	4,9	1,3	2,5
	2	1,2	4,2	2,2	0,6	3,6	4,9	1,2	2,2
	3	1,4	4,3	2,6	0,9	3,6	4,7	1,6	2,4
10	1	0,9	4,5	1,9	3,3	3,9	1,7	4,6	2,3
	2	0,8	4,8	1,8	3,5	3,1	1,6	4,7	2,0
	3	0,6	4,6	1,6	3,8	3,2	1,7	4,4	2,2
11	1	1,3	5,0	2,9	3,9	3,6	3,6	4,3	2,1
	2	0,9	4,5	2,7	3,6	3,9	3,7	4,6	2,1
	3	1,2	4,9	2,5	3,8	3,7	3,9	4,3	2,5
12	1	1,0	4,6	2,6	0,9	3,4	3,2	1,4	1,5
	2	0,8	4,9	2,9	0,6	3,4	3,5	1,6	1,9
	3	0,8	4,5	2,9	0,6	3,8	3,6	1,7	1,8
13	1	2,5	3,9	2,2	0,8	2,6	3,7	4,7	1,3
	2	2,3	3,8	2,3	0,6	2,7	3,9	4,7	0,9
	3	2,5	4,0	2,5	1,1	2,6	3,5	4,9	1,2
14	1	0,5	4,6	2,9	0,9	3,3	4,6	1,8	1,3
	2	0,8	4,8	2,8	0,6	3,5	4,8	1,6	1,3
	3	0,6	4,5	2,5	0,5	3,6	4,9	1,7	1,2
15	1	1,3	3,9	2,5	0,8	3,7	4,9	1,3	2,5
	2	1,5	3,6	2,2	0,6	3,6	4,9	1,2	2,2
	3	1,4	3,7	2,6	0,9	3,6	4,7	1,6	2,4
16	1	2,6	1,5	3,6	4,5	1,4	4,6	2,4	1,3
	2	2,9	1,4	3,7	4,5	1,1	4,5	2,3	1,5
	3	2,8	1,2	3,7	4,7	1,2	4,3	2,2	1,3
17	1	0,6	4,9	1,9	2,8	3,2	1,7	4,4	2,2
	2	0,8	4,9	1,9	2,7	3,4	1,5	4,6	1,9
	3	0,5	4,8	1,8	2,5	3,1	1,6	4,7	2,0

Окончание табл. 7

Номер варианта	Номера параллельных опытов	Номер серии опытов							
		1	2	3	4	5	6	7	8
18	1	0,9	4,4	3,0	3,4	4,1	3,6	4,9	1,5
	2	0,9	4,5	2,7	3,2	3,9	3,7	4,6	1,1
	3	0,8	4,5	2,9	3,4	3,8	3,6	4,7	1,2
19	1	1,4	4,7	2,6	3,2	2,6	3,7	4,6	1,4
	2	1,3	4,9	2,5	3,8	2,7	3,9	4,3	1,5
	3	1,1	4,4	2,0	3,6	2,6	3,5	4,8	1,5
20	1	0,6	4,6	1,6	2,8	3,2	1,7	4,4	2,2
	2	0,8	4,5	1,9	2,4	3,8	1,6	4,7	2,3
	3	0,5	4,8	1,8	2,5	3,1	1,6	4,7	2,0
21	1	1,3	3,9	2,5	0,8	3,7	4,9	1,3	2,5
	2	1,2	4,2	2,2	0,6	3,6	4,9	1,2	2,2
	3	1,4	4,3	2,6	0,9	3,6	4,7	1,6	2,4
22	1	0,9	4,5	1,9	3,3	3,9	1,7	4,6	2,3
	2	0,8	4,8	1,8	3,5	3,1	1,6	4,7	2,0
	3	0,6	4,6	1,6	3,8	3,2	1,7	4,4	2,2
23	1	2,6	3,7	1,6	1,4	1,0	4,6	2,6	0,9
	2	2,6	3,4	1,3	1,1	0,8	4,9	2,9	0,6
	3	2,5	3,6	1,4	1,3	0,8	4,5	2,9	0,6
24	1	3,7	4,9	1,3	2,5	2,5	3,9	2,2	0,8
	2	3,4	5,2	1,2	2,5	2,3	3,8	2,3	0,6
	3	3,6	4,9	1,2	2,2	2,5	4,0	2,5	1,1
25	1	1,4	4,6	2,4	1,3	0,5	4,6	2,9	0,9
	2	1,1	4,5	2,3	1,5	0,5	4,8	2,8	0,6
	3	1,2	4,3	2,2	1,3	0,6	4,5	2,5	0,5
26	1	1,3	3,9	2,5	0,8	1,3	3,9	2,5	0,8
	2	1,5	3,6	2,2	0,6	1,5	3,6	2,2	0,6
	3	1,4	3,7	2,6	0,9	1,4	3,7	2,6	0,9

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

Таблица А1

Значения критерия Кохрена $G_{табл.}(P; N; f)$
при доверительной вероятности $P = 0,95$

N	$f = m - 1$			
	1	2	3	4
2	0,999	0,998	0,939	0,906
3	0,967	0,871	0,798	0,746
4	0,907	0,768	0,684	0,628
5	0,841	0,684	0,598	0,544
6	0,781	0,616	0,532	0,480
7	0,727	0,561	0,480	0,431
8	0,680	0,516	0,438	0,391
9	0,639	0,478	0,403	0,358
10	0,602	0,445	0,373	0,331
12	0,541	0,392	0,326	0,288
15	0,471	0,335	0,276	0,242
20	0,389	0,271	0,221	0,191

Таблица А2

Значения критерия Стьюдента $t_{кр}(P; f)$ при доверительной вероятности $P = 0,95$ для разного числа измерений f

f	t	f	t	f	t	f	t
1	12,71	9	2,26	17	2,11	25	2,06
2	4,30	10	2,23	18	2,10	26	2,06
3	3,18	11	2,20	19	2,09	27	2,05
4	2,78	12	2,18	20	2,09	28	2,05
5	2,57	13	2,16	21	2,08	29	2,05
6	2,45	14	2,14	22	2,07	30	2,04
7	2,37	15	2,13	23	2,07	40	2,02
8	2,30	16	2,12	24	2,06	60	2,00

Таблица А3

Значение критерия Фишера $F_{табл.}$ (P; f_1; f_2)
при доверительной вероятности P = 0,95

Число степеней свободы f_2	Число степеней свободы f_1 (для числителя)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	161,40	199,50	215,70	224,60	230,20	234,00	236,80	238,90
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18

Приложение Б

Некоторые функции MS Excel, позволяющие реализовывать обработку данных

Функция	Описание, синтаксис
ДИСП	Оценивает дисперсию по выборке. ДИСП(число1; число2; ...)
КВАДРОТКЛ	Возвращает сумму квадратов отклонений. КВАДРОТКЛ(число1; число2;...)
МАКС	Возвращает наибольшее значение из набора значений. МАКС(число1; число2; ...)
МИН	Возвращает наименьшее значение в списке аргументов. МИН(число1; число2; ...)
СРЗНАЧ	Возвращает среднее арифметическое аргументов. СРЗНАЧ(число1; число2; ...)
СТАНДОТКЛОНА	Оценивает стандартное отклонение по выборке. СТАНДОТКЛОНА (число1; число2; ...)
СЧЕТ	Подсчитывает количество чисел в списке аргументов. СЧЕТ(значение1; значение2; ...)
СЧЕТЕСЛИ	Подсчитывает количество ячеек в диапазоне, удовлетворяющих заданному условию. СЧЕТЕСЛИ (диапазон; критерий)
СЧЕТЗ	Подсчитывает количество значений в списке аргументов. СЧЕТЗ (значение1; значение2; ...)
ЕСЛИ	Возвращает одно значение, если указанное условие дает в результате значение ИСТИНА, и другое значение, если условие дает в результате значение ЛОЖЬ. ЕСЛИ (лог_выражение, [значение_если_истина], [значение_если_ложь])
СУММ	Вычисляет сумму всех чисел, указанных в качестве аргументов. СУММ (число1,[число2],...])
СУММПРОИЗВ	Перемножает соответствующие элементы заданных массивов и возвращает сумму произведений. СУММПРОИЗВ (массив1, [массив2], [массив3],...)

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, К. В. Макарова, Ю. В. Грановский; под ред. Ю. П. Адлер. – Москва: Наука, 1976. – 279 с.

2. Кане, М. М. Основы научных исследований в технологии машиностроения / М. М. Кане. – Минск: Вышэйшая школа, 1987. – 231 с.

3. Кане, М. М. Исследование и изобретательство в машиностроении : практикум / под общ. ред. М. М. Кане. – Минск: УП «Технопринт», 2003. – 237 с.

4. Соколовская, И. Ю. Полный факторный эксперимент / И. Ю. Соколовская // Методические указания для самостоятельной работы студентов. – Новосибирск: НГАВТ, 2010. – 36 с.

5. Налимов, В. В. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов / В. В. Налимов, И. А. Чернова; под ред. В. В. Налимова. – Москва: Наука, 1965. – 340 с.

6. Половинкин, А. И. Основы инженерного творчества : учебное пособие для студентов вузов / А. И. Половинкин. – Москва: Машиностроение, 1988. – 368 с.

7. Основы научных исследований : учебник для технических вузов / В. И. Кругов [и др.]; под. ред. В. И. Крутова. – Москва: Высшая школа, 1988. – 400 с.

8. Кислов, Н. В. Учебное пособие по курсу «Основы научных исследований» для студентов специальности 0507 «Торфяные машины и комплексы» / Н. В. Кислов, В. Т. Васильев; кол. авт. Белорусского политехнического института, кафедра «Торфяные машины». – Минск: БПИ, 1981. – 114 с.

9. Вадзинский, Р. Статистические вычисления в среде Excel. Библиотека пользователя / Р. Вадзинский. – СПб.: Питер, 2008. – 608 с.

10. Веденеева, Е. А. Функции и формулы. Excel 2007. Библиотека пользователя / Е. А. Веденеева. – СПБ.: Питер, 2008. – 384 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Практикум для студентов специальностей
1-36 10 01 «Горные машины и оборудование (по направлениям)»,
1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства»

Составители:
КОСТЮКЕВИЧ Елена Казимировна
БЕРЕЗОВСКИЙ Николай Иванович

Редактор *Ю. В. Ходочинская*
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 10.06.2018.Формат 60×84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,09. Уч.-изд. л. 1,64. Тираж 100. Заказ 1000.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.