



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный
технический университет**

Кафедра «Техническая физика»

**ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ МЕТОДОМ
НАКЛОННОГО МАЯТНИКА**

Методические указания к лабораторной работе

**Минск
БНТУ
2018**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Техническая физика»

**ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ МЕТОДОМ
НАКЛОННОГО МАЯТНИКА**

Методические указания к лабораторной работе

Минск
БНТУ
2018

УДК 531.45(076.5)

ББК 22.2я7

ИЗ7

Составители:

Д. А. Русакевич, И. К. Султанова, С. И. Шеденков

Рецензенты:

доцент кафедры «Физика» БНТУ, канд. физ.-мат. наук

Н. П. Юркевич;

доцент кафедры «Управление подвижностью» ГИУСТ БГУ,

канд. физ.-мат. наук *В. П. Киреенко*

В методических указаниях рассматриваются различные виды трения, даются понятия внешнего и внутреннего трения, сухого и вязкого трения, трения покоя, скольжения и качения. Для определения коэффициента трения качения в работе используется метод наклонного маятника, разработанный А. С. Ахматовым. В работе приводится вывод формулы для расчета коэффициента трения качения стали по различным металлическим подложкам, приводится расчет погрешности эксперимента.

УДК 531.45(076.5)

ББК 22.2я7

© Белорусский национальный
технический университет, 2018

Цель работы: изучить основные закономерности трения качения, определить коэффициент трения качения методом наклонного маятника.

Порядок теоретической подготовки к выполнению работы: изучить и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы.

1. Сила трения. Трение покоя и трение скольжения.
2. Что такое трение качения? Какому закону оно подчиняется?
3. Какой физический смысл имеет коэффициент трения качения?
4. Какой закон используется как исходный для вывода расчетной формулы? В чем конкретно выражается этот закон по отношению к колебаниям маятника на наклонной плоскости?
5. Почему убыль полной энергии маятника можно считать равной убыли потенциальной энергии маятника в конечном и начальном крайнем положении? Как рассчитывается убыль энергии?
6. Как рассчитывается работа сил сопротивления качению?

Приборы и принадлежности: наклонный маятник, сменные подложки (сталь, алюминий, латунь).

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- цель работы;
- приборы и принадлежности к работе;
- схему лабораторной установки;
- физическую модель;
- математическую модель;
- таблицу результатов измерений;
- результаты расчетов и погрешности;
- вывод.

ВВЕДЕНИЕ

В современной физике различают четыре вида взаимодействий: 1) **гравитационное** (взаимодействие, обусловленное всемирным тяготением), 2) **электромагнитное** (осуществляемое через электрические и магнитные поля), 3) **сильное, или ядерное** (обеспечивающее связь частиц в атомном ядре), 4) **слабое** (ответственное за процессы распада элементарных частиц).

В рамках классической механики имеют дело с гравитационными и электромагнитными взаимодействиями. Одним из проявлений таких взаимодействий являются силы трения.

Силы трения проявляются как при относительном перемещении соприкасающихся тел или их частей, так и при их относительном покое. Трение, возникающее при относительном перемещении двух соприкасающихся тел, называется **внешним**; трение между частями одного и того же тела (например, жидкости или газа) носит название **внутреннего**.

Трение между поверхностями двух твердых тел при отсутствии какой-либо прослойки (смазки) между ними называется **сухим**. Трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой, а также между слоями такой среды, называется **вязким**.

Применительно к сухому трению различают **трение покоя, скольжения и качения**.

Силы сухого трения возникают между несмазанными соприкасающимися поверхностями твердых тел. На величину этих сил и характер их зависимости от скорости существенно влияют состояние соприкасающихся поверхностей, их обработка, наличие загрязнений и т.д. Характерной чертой сил сухого трения является то, что они не обращаются в нуль вместе со скоростью. Сила трения, которая существует между соприкасающимися, но не движущимися друг относительно друга телами, носит название **силы трения покоя**. Величина и направление этой силы определяется величиной и направлением той внешней силы, которая должна была бы вызвать скольжение.

Сила трения покоя возникает при попытке вывести тело из состояния покоя. Величина силы трения покоя автоматически принимает значения, равные внешней силе F , и изменяется в пределах от 0 до F_0 , где F_0 – это сила, при которой тело приходит в движение. Сила трения скольжения в момент начала скольжения равна F_0 . При увеличении модуля скорости сила трения скольжения вначале убывает, проходит через минимум, а затем начинает возрастать. Характер зависимости силы трения от скорости для различных тел и различной обработки поверхностей весьма различен, но для разнородных материалов сила трения скольжения в начале падает с увеличением скорости, так как при этом уменьшается площадь соприкосновения – тела проскакивают неровности и шероховатости поверхностей. Дальнейшее увеличение скорости приводит к повышению температуры трущихся поверхностей и их размягчению – сила трения уменьшается, или к окислению – в этом случае она увеличивается. Зависимость силы трения от скорости, как правило, выражена очень слабо, поэтому будем считать, что сила трения скольжения от скорости не зависит. Как экспериментально установил **Ш. Кулон**, сила трения не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и пропорциональна силе нормального давления N , с которой одно тело действует на другое

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Постоянная μ называется **коэффициентом трения** и зависит от природы и состояния трущихся поверхностей. Если тело скользит по поверхности другого тела, то μ называют коэффициентом трения скольжения, если же тела покоятся друг относительно друга – коэффициентом трения покоя.

Сила **трения качения** возникает между шарообразным или цилиндрическим телом, катящимся по плоской или изогнутой поверхности. Трение качения формально подчиняется тем же

законам, что и трение скольжения, но коэффициент трения при качении значительно меньше, чем при скольжении.

Трение качения

Если тело A катится по телу B , то есть движется так, что точки соприкосновения их поверхностей не обладают относительной скоростью, то трение, возникающее в этом случае, называется **трением качения**. Возникновение трения при таких условиях объясняется тем, что тело A и опора B (рис. 1) под действием силы нормального давления N взаимно деформируются, поэтому телу A приходится как бы подниматься на возвышение C , преодолевая одновременно молекулярное схватывание в зоне взаимного соприкосновения обоих тел.

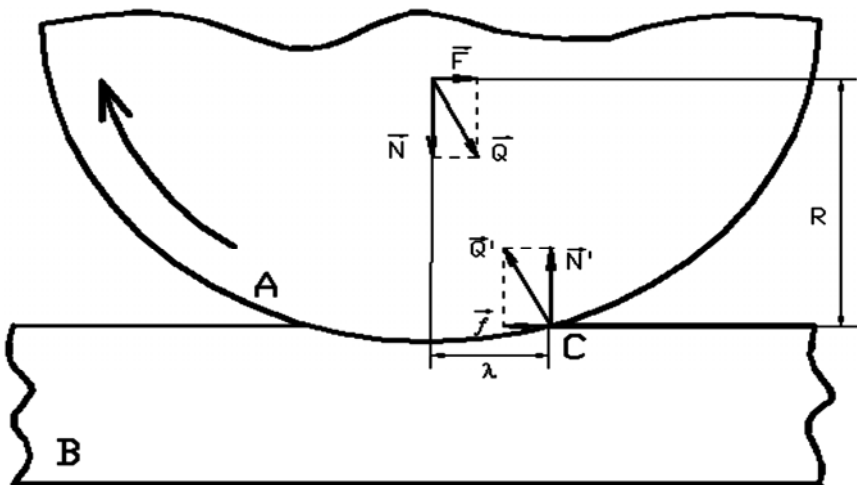


Рис. 1.

В условиях данной работы молекулярное схватывание можно считать слабым фактором. Это допускает рассмотрение сил трения для самого простого случая качения. Пусть тело A равномерно катится по телу B под действием постоян-

ной движущей силы F . Тогда в точке C , вокруг которой в данный момент происходит вращение тела A , возникает приложенная к данному телу реакция опоры Q' . Она равна по величине и противоположна по направлению равнодействующей Q и лежит с ней на одной прямой (см. рис. 1). Если разложить Q' на составляющие N' и f , параллельные N и F соответственно, будут иметь место следующие равенства:

$$N' = N; \quad f = F. \quad (1)$$

Сила f , приложенная к движущемуся телу и направленная против движения, является силой трения качения.

При равномерном качении тела A алгебраическая сумма моментов всех сил (F , N , N' , f) относительно точки вращения C по условию равновесия должна равняться нулю, то есть $M_F + M_N + M_{N'} + M_f = 0$. Поскольку $M_{N'} = M_f = 0$, а $M_F = FR$ и $M_N = -N\lambda$, то это условие равновесия сводится к выражению

$$FR = N\lambda, \quad (2)$$

где R – плечо движущей силы F ;

λ – плечо силы нормального давления N (см. рис. 1). Из (1) и (2) следует окончательное выражение для силы трения качения

$$f = \lambda \frac{N}{R}. \quad (3)$$

При качении тела всегда $\lambda \ll R$, что эквивалентно условию $f \ll N$. Это значит, что сила трения качения отличается весьма малым значением, в сравнении с силой нормального давления. Заметим, что при скольжении подобное соотношение между силой трения и силой нормального давления не соблюдается.

Величина λ в уравнении (3) называется **коэффициентом трения качения**. Являясь плечом силы нормального давления, этот коэффициент имеет размерность длины и выражается обычно десятыми и сотыми долями миллиметра в зависимости от свойств поверхности качения. Для данной пары тел при данном состоянии их поверхностей коэффициент трения качения имеет вполне определенное значение, не зависящее в широких пределах о величины скорости качения.

Содержание работы

Среди различных способов определения коэффициента трения качения одним из наиболее совершенных методов является метод наклонного маятника, разработанный **А. С. Ахматовым**. Суть этого метод заключается в том, что коэффициент трения определяется из условий колебаний математического маятника на наклонной плоскости, где возникает трение качения между колеблющимся телом и наклонной плоскостью.

Наклонный маятник схематически изображен на рис. 2, где A – колеблющееся тело, которое в процессе колебания катится по наклонной плоскости B , составляющей угол β с горизонтальной плоскостью C . Так как на колеблющееся тело непрерывно действует сила трения, то колебания будут затухающими, то есть амплитуда колебаний будет уменьшаться. Закономерность убывания амплитуды определяется характером силы, вызывающей затухание. Если затухание вызывает сила, которая не зависит от скорости движения колеблющегося тела, то амплитуда будет убывать по закону арифметической прогрессии. В нашем случае силой, вызывающей затухание, является сила трения, которая в широких пределах не зависит от скорости.

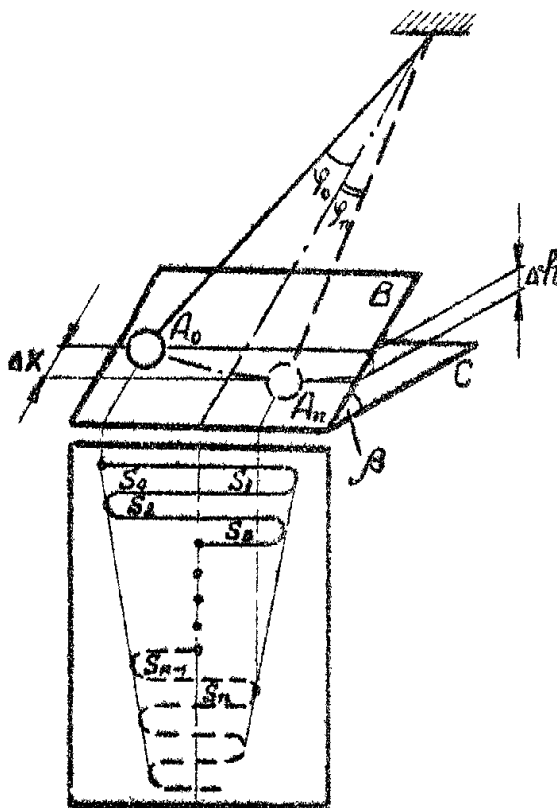


Рис. 2

Следовательно, в условиях наклонного маятника амплитуда будет убывать по арифметической прогрессии, то есть линейно. Расчетную форму для определения кинематического коэффициента трения качения можно вывести на основании закона сохранения энергии. Пусть ΔE – уменьшение энергии маятника после некоторого числа колебаний, обусловленное их затуханием. Тогда ΔE должно быть равным работе сил сопротивления качению, то есть

$$\Delta E = \Delta A. \tag{4}$$

Найдем сначала ΔE . Энергия колеблющегося тела равна потенциальной энергии этого тела в крайнем положении. Вследствие затухания высота крайнего положения тела на наклонном маятнике по отношению к произвольно выбранному горизонтальному уровню будет уменьшаться с каждым колебанием. Таким образом, убыль энергии, возникающую вследствие затухания, можно выразить через убыль потенциальной энергии в крайних положениях.

Обозначим через Π_0 потенциальную энергию маятника в начальном крайнем положении, а через Π_n – его потенциальную энергию в конечном крайнем положении. Так как полная энергия маятника равна его потенциальной энергии в крайнем положении, то убыль энергии

$$\Delta E = \Pi_0 - \Pi_n. \quad (5)$$

Как следует из рис. 2,

$$\Delta h = \Delta x \sin \beta = l(\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) \sin \beta, \quad (6)$$

где l – длина маятника;

Δh – разность высот центра тяжести колеблющегося тела в начальном и конечном крайних положениях по отношению к произвольно выбранному горизонтальному уровню.

Подставив выражение Δh из равенства (6) в (5), получаем окончательную формулу изменения энергии

$$\Delta E = mgl \sin \beta (\cos \varphi_n - \cos \varphi_0). \quad (7)$$

Найдем работу сил сопротивления качению. Эта работа равна произведению силы трения f на путь S , представляющий собой сумму всех амплитуд, пройденных телом после n простых колебаний (два простых колебания составляют одно полное).

Следовательно

$$\Delta A = fS, \quad (8)$$

где S , как следует из рис. 2,

$$\begin{aligned} S &= S_0 + 2S_1 + 2S_2 + \dots + 2S_{n-1} + S_n = \\ &= S_0 + S_n + 2(S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1}). \end{aligned} \quad (9)$$

Так как амплитуды $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$ убывают по закону арифметической прогрессии, можно записать

$$S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1} = \frac{n-1}{2}(S_1 + S_{n-1}). \quad (10)$$

После каждого простого колебания амплитуда убывает на одну и ту же величину ΔS , поэтому S_1 и S_{n-1} можно выразить через S_0 и S_n на основании следующих уравнений:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_0 - \Delta S; \\ S_{n-1} &= S_n + \Delta S, \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$S_1 + S_{n-1} = S_0 - \Delta S + S_n + \Delta S = S_0 + S_n. \quad (11)$$

Принимая во внимание выражения (10) и (11), выражение (9) можно записать иначе

$$S = S_0 + S_n + 2 \frac{n-1}{2}(S_0 + S_n) = n(S_0 + S_n). \quad (12)$$

Амплитуда S_0 и S_n представляет собой дуги окружности радиуса l , поэтому

$$\begin{cases} S_0 = l\varphi_0. \\ S_n = l\varphi_n. \end{cases} \quad (13)$$

где l – длина маятника;

φ_0 и φ_n – углы его отклонения, выраженные в радианах.

Таким образом, путь, пройденный маятником за n простых колебаний, как следует из выражений (12) и (13), равен

$$S = nl(\varphi_0 + \varphi_n). \quad (14)$$

Выразим теперь силу трения f , входящую в формулу (8). Как следует из формулы (3), она равна

$$f = \lambda \frac{N}{R} = 2\lambda \frac{N}{D}, \quad (15)$$

где D – диаметр шарика, колеблющегося на наклонной плоскости,

N – сила нормального давления, которая в данном случае является составляющей силы тяжести mg (рис. 3), направленной нормально к плоскости.

Эта составляющая, как видно из рис. 3, где показан наклонный маятник (A – колеблющееся тело, B и C соответственно наклонная и горизонтальная плоскость), равна $P_2 = mg\cos\beta$.

Поэтому уравнение (15) принимает следующий вид:

$$f = 2\lambda \frac{mg\cos\beta}{D}. \quad (16)$$

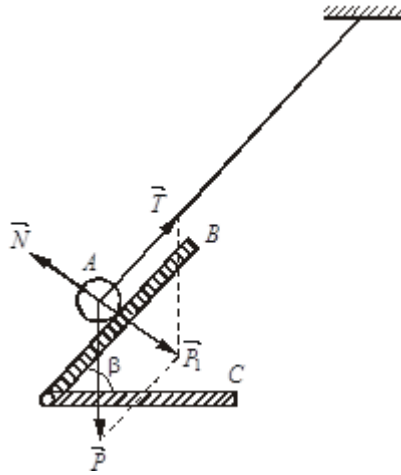


Рис. 3

Подставляя выражение f из уравнения (16) и S из уравнения (14) в формулу (8), получаем работу сил сопротивления качению, совершенную за n простых колебаний

$$\Delta A = 2\lambda \frac{mg \cos \beta}{D} nl(\varphi_0 + \varphi_n). \quad (17)$$

Так как работа силы трения ΔA равна убыли энергии маятника ΔE , то, подставив значения этих величин соответственно из уравнений (18) и (8) в (5), имеем

$$mgl \sin \beta (\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) = 2\lambda \frac{\varphi \cos \beta}{D} nl(\varphi_0 + \varphi_n),$$

откуда после несложного преобразования получаем следующее выражение для коэффициента трения качения:

$$\lambda = \frac{\cos \varphi_n - \cos \varphi_0}{2n(\varphi_0 + \varphi_n)} D \operatorname{tg} \beta. \quad (18)$$

Принимая во внимание, что углы φ_0 и φ_n , стоящие в знаменателе этой формулы, должны быть выражены в радианах, а наклонный маятник для измерения этих углов снабжен градусной шкалой, можем ввести в формулу (18) соответствующий переводной коэффициент, при наличии которого не будет надобности переводить результаты измерения углов в градусной мере в радианную меру. Учитывая, что $1^\circ = \frac{1}{57,3}$ рад, получаем окончательную формулу с переводным коэффициентом

$$\lambda = 28,6 \operatorname{tg} \beta \frac{\cos \varphi_n - \cos \varphi_0}{n(\varphi_0 + \varphi_n)} D, \quad (19)$$

где D – диаметр шара, колеблющегося на наклонной плоскости;
 β – угол наклона плоскости, градусы;
 φ_0 и φ_n – углы отклонения маятника при его начальном и конечном крайнем положении, градусы;
 n – число простых колебаний (счет ведется по крайним положениям маятника);
 λ – коэффициент трения качения.
 Или

$$\lambda = 57,3 \operatorname{tg} \beta \frac{\cos \varphi_n - \cos \varphi_0}{N(\varphi_0 + \varphi_n)} D, \quad (20)$$

где N – число полных колебаний.

Порядок выполнения работы

1. Установите в наклонный маятник стальную подложку.
2. Отклоните наклонную плоскость на 45° от вертикального положения.

3. Измерьте не менее трех раз диаметр стального шарика D . Данные занесите в табл. 1.

4. Расположите нить маятника против нулевого штриха наклонной шкалы.

5. При выбранном наклоне плоскости отклоните маятник от положения равновесия на угол 11° по шкале кронштейна. Выбранный угол отклонения φ_0 запишите в табл. 1. Затем без толчка отпустите маятник и с этого момента начните отсчет полных колебаний. После того, как маятник совершит 15 полных колебаний, измерьте угол отклонения конечного колебания маятника φ_{n1} (φ_{n1} измеряется на ходу). Измерения повторите три раза. Результаты измерений занесите в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	β , град	D , мм	ΔD , мм	φ_0° , град	φ_{n1}° , град	φ_{n2}° , град	φ_{n3}° , град	N
1				11				15
2				11				15
3				11				15
		$\bar{D} =$	$\Delta\bar{D} =$	11	$\bar{\varphi}_{n1}^\circ =$	$\bar{\varphi}_{n2}^\circ =$	$\bar{\varphi}_{n3}^\circ =$	15

6. По формуле (20) рассчитайте значение коэффициента трения качения сталь по стали

$$\lambda_1 = 57,3 \operatorname{tg} \beta \frac{\cos \bar{\varphi}_n - \cos \varphi_0}{N(\varphi_0 + \bar{\varphi}_{n1})} D.$$

7. Замените стальную подложку латунной. Повторите измерения по п. 5–6. Данные занесите в табл. 1 (φ_{n2}°).

8. Рассчитайте значение коэффициента трения качения сталь по латуни λ_2 .

9. Замените латунную подложку алюминиевой. Повторите измерения по п. 5–6. Данные занесите в табл. 1 (φ_{n3}°).

10. Рассчитайте значение коэффициента трения качения сталь по алюминию λ_3 .

11. Определите относительную и абсолютную ошибки определения λ для первого случая:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2\Delta\beta}{\sin 2\beta} + \frac{\sin\varphi_n \Delta\varphi_n + \sin\varphi_0 \Delta\varphi_0}{\cos\varphi_n - \cos\varphi_0} + \frac{\Delta\varphi_n + \Delta\varphi_0}{\varphi_n + \varphi_0} + \frac{\Delta D}{D}.$$

$$\Delta\lambda = \lambda\varepsilon,$$

где $\Delta\varphi = \Delta\beta = 0,5$ град = $8,7 \cdot 10^{-3}$ рад.

12. Запишите окончательный результат в виде:

$$\lambda_c = \lambda_1 \pm \Delta\lambda; \quad \lambda_{л} = \lambda_2 \pm \Delta\lambda; \quad \lambda_a = \lambda_3 \pm \Delta\lambda, \quad \text{при } \varepsilon = \underline{\quad}\%.$$

13. Сделайте выводы (сравните λ_c , $\lambda_{л}$ и λ_a , оцените величину погрешности измерений).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики / Д. В. Сивухин. – М.: «Наука», 1989. – Т. 1 гл. 2 § 17.
2. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: «Высшая школа», 1989.
3. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: «Высшая школа», 1998.
4. Савельев, И.В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – М.: «Наука», 1977. – Т. 1 гл. 2 § 15.

Учебное издание

**ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ МЕТОДОМ
НАКЛОННОГО МАЯТНИКА**

Методические указания к лабораторной работе

Составители:

РУСАКЕВИЧ Дмитрий Александрович

СУЛТАНОВА Ирина Константиновна

ШЕДЕНКОВ Сергей Игнатьевич

Редактор *Е. С. Кочерго*

Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 18.04.2018. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 1,05. Уч.-изд. л. 0,82. Тираж 100. Заказ 1288.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.