УДК 530.12

КВАЗИ-КОЛЛИНЕАРНЫЕ ТОЧКИ В ОГРАНИЧЕННОЙ КРУГОВОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Трухан Т.А.
Научный руководитель – Зубко О.Л.

Целями данной работы являются:

1. нахождение точных *квази-коллинеарных* решений системы дифференциальных уравнений для частицы A_3 (m_3 г) в ограниченной круговой задаче трех тел при учете релятивистского изменения электромагнитного излучения звезды в соответствии с продольным эффектом Доплера и аберрации света, когда тяжелое тело A_1 (m_1 г) – центрально-симметричная звезда, а тяжелое тело A_2 (m_2 г) – центрально-симметричное темное тело;
2. выполнение численных расчетов для систем и Солнце-Юпитер-частица в программном пакете Maple.

Движение тел происходит в прямоугольной барицентрической системе координат xOy, относительно которой тяжелые тела A_1 и A_2 движутся по круговым орбитам с угловой скоростью $\omega_0^2 = \gamma m / r_0^3$. Система дифференциальных уравнений, описывающая движение частицы A_3 (m_3 г) в системе координат x^0Oy^0, относительно которой частица покоится, имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{x}_3 - 2\omega_0 \dot{y}_3 - \omega_0^2 X + \dfrac{\gamma m_2}{r_{23}^3}\left(X - \dfrac{m_1}{m} r_0 \right) + \dfrac{\gamma m_1}{r_{13}^3}\left(X + \dfrac{m_2}{m} r_0 \right) = \\ = \dfrac{\gamma m_{13}}{r_{13}^3}\left(\left(X + \dfrac{m_2}{m} r_0 \right)\cos\delta + Y \sin\delta \right), \\ \ddot{y}_3 + 2\omega_0 \dot{x}_3 - \omega_0^2 Y + \dfrac{\gamma m_2}{r_{23}^3} Y + \dfrac{\gamma m_1}{r_{13}^3} Y = \\ = \dfrac{\gamma m_{13}}{r_{13}^3}\left(Y\cos\delta - \left(X + \dfrac{m_2}{m} r_0 \right)\sin\delta \right), \end{cases} \tag{1}$$

где

$r_{i3} = \left[(x_3 - x_i)^2 + (y_3 - y_i)^2 \right]^{1/2}, i = 1,2$ см – расстояние между телами A_i и A_3;

$m = m_1 + m_2$;

$m_{13} = A_{13}\ 1 - 2(v/c)\cos\alpha$.

Величина $A_{13} = k_3 \sigma_3 W_0 r_{00}^2 / (\gamma m_3 c)$ – *редуцирующая масса* звезды A_1, соответствующая частице A_3;

k_3 - коэффициент отражения света частицей A_3 $(1 \le k \le 2)$;

W_0 –звездная постоянная, являющаяся плотностью электромагнитного излучения звезды, приходящего за 1 с на 1 см^2 площадки, перпендикулярной направлению на звезду и находящейся на расстоянии r_{00} от звезды;

$\sigma_3\ см^2$ – площадь миделевого сечения частицы в неподвижной системе отсчета;

$c = 3 \cdot 10^6 см \cdot c^{-1}$ – скорость света в вакууме;

$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-8} г^{-1} \cdot см^3 \cdot c^{-2}$ – ньютоновская постоянная тяготения;

δ – угол аберрации, то есть угол между направлением электромагнитного излучения и радиус-вектором частицы, причем $\sin\delta = (v/c)\sin\alpha,\ \cos\delta = 1.$

$|\vec{v}| = v = const \neq 0 см \cdot c^{-1}$ –поступательная скорость частицы;

$\alpha = 90^\circ + \beta = \angle(\vec{v}, \vec{r}_3),\ \beta = \angle(\vec{r}_{13}, \vec{r}_3)$;

$\vec{r}_3(x_3, y_3)$ – радиус-вектор частицы.

Если в системе (1) выражения, стоящие в правой части заменить нулями, то мы получаем в коллинеарном случае, то есть при $\alpha = 90^\circ,\ \beta = \angle(\vec{r}_{13}, \vec{r}_3) = 0^\circ,\ Y = 0$ три коллинеарные – эйлеровые точки либрации. Если в системе учесть только электромагнитное излучение звезды, то есть учесть только члены порядка $(v/c)^0$, то получим коллинеарные точки фотолибрации, положение которых в пространстве описывает уравнение (19) в [1]. Мы решим систему (1) при учете членов порядка $(v/c)^1$.

Ищем решение системы в виде

$$X = \tilde{x}_3^0 + x_3 = const,\ Y = \tilde{y}_3^0 + y_3 = const. \qquad (2)$$

Величина $\tilde{x}_3^0$ является решением нелинейного уравнения (19) в [1], $\tilde{y}_3^0 = 0$, $x_3 \neq 0,\ y_3 \neq 0$ – релятивистские поправки порядка $(v/c)^1$, которые необходимо было найти. Решая систему (1) апроксимационным методом Эйнштейна-Инфельда-Хоффмана, для релятивистских поправок получены следующие значения:

$$x_3 = 0,$$

$$y_3 = \left(-\frac{\gamma A_{13}}{(\tilde{r}_{13}^0)^3} \sqrt{\frac{\gamma m}{r_0}} \left(\tilde{x}_3^0 + \frac{m_2}{m} r_0 \right) \right) / \left(-\omega_0^2 + \frac{\gamma m_2}{(\tilde{r}_{23}^0)^3} + \frac{\gamma m_1}{(\tilde{r}_{13}^0)^3} \right), \qquad (3)$$

$$\tilde{r}_{13}^0 = \left| \tilde{x}_3^0 + (m_2 r_0)/m \right|,\ \tilde{r}_{23}^0 = \left| \tilde{x}_3^0 - (m_1 r_0)/m \right|.$$

При проведении численных расчетов для системы Солнце-Юпитер-частица), получили, что для каждого, заданного значения параметра A_{13}, существуют три *квази-коллинеарные* точки фотолибрации $L_i^{**}\ (i = 1, 2, 3)$, которые не распологаются на одной прямой, как это выполнялось для эйлеровых точек либрации и для точек фотолибрации $L_i^*(i=1,2,3)$ (учет только электромагнитного излучения).

Литература

1. Точки фотолибрации в небесной механике / А.П. Рябушко [и др.] // Весці НАН Беларусі. Серыя Фіз.-Мат. Навук. – 2014. – № 3. – С.60-66.