

5. Основания и фундаменты зданий и сооружений. Основные положения. Строительные нормы проектирования : ТКП 45-5.01-254-2012. – Введ. 01.07.2012. – Минск : Госстандарт, 2012. – 112 с.

6. Технология предварительного напряжения монолитных железобетонных конструкций в построечных условиях: учебное пособие для студентов специальности 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» / В.В. Латыш, С.Н. Леонович. – Минск : БНТУ, 2006 – 56 с.

7. Передков, И.И. Классификация и сравнительный анализ систем предварительного напряжения железобетонных конструкций в построечных условиях// И.И. Передков, С.Н. Леонович // Вопросы внедрения норм проектирования и стандартов Европейского союза в области строительства: сборник научно-технических статей (материалы научно – методического семинара), 22–23 мая 2013 г. В 2 ч. Ч. 1 / ред. колл.: В. Ф. Зверев [и др.]. – Минск: БНТУ, 2013. – С. 123 – 130.

УДК 624.04

ОТКЛИК ДЕФОРМИРУЕМЫХ СООРУЖЕНИЙ НА СКОРОСТНУЮ НАГРУЗКУ

СИДОРОВИЧ Е. М.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Введение. Рассматривается динамическое взаимодействие деформируемых несущих конструкций сооружений произвольного назначения с перемещающимися по ним скоростными объектами.

Дискретная расчетная модель сооружения полагается линейно деформируемой и задаётся с требуемой степенью детализации матрицей жесткости. Для построения матрицы жесткости применяется проектно-вычислительные комплексы, специальные или любые известные, реализующие метод конечных элементов. Нагрузка от подвижных объектов передаётся в заданной очередности к заданному подмножеству узлов дискретной расчётной модели [7], образующему путь движения объектов. Расчетная модель движущегося объекта

представляется линейным участком равномерно распределённой нагрузки (и массы). Интенсивность нагрузки, длина и количество участков, разрывы между участками не лимитируются. Это позволяет моделировать как отдельные силовые (сосредоточенные или распределённые) воздействия, так и поезда произвольно расположенных силовых воздействий неограниченной длины. Следует отметить, что сосредоточенное силовое воздействие, как таковое, не рассматривается, а заменяется распределённой нагрузкой по площадке контакта колеса экипажа с деформируемым сооружением по пути движения. Передача распределённых нагрузок на сооружение осуществляется по узловому принципу передачи нагрузок [1]. Скорость движущегося объекта или поезда объектов полагается заданной и постоянной за всё время взаимодействия сооружения и движущегося объекта (объектов).

Особенности численного решения. Дифференциальные уравнения движения рассматриваемой системы «сооружение - подвижная нагрузка» могут быть представлены в стандартном прямом виде:

$$M\ddot{\vec{y}} + H\dot{\vec{y}} + R\vec{y} = \vec{F}(x, t), \quad (1)$$

где M – матрица масс дискретной расчётной модели сооружения с n степенями свободы;

H – матрица коэффициентов демпфирования;

R – матрица жесткости дискретной расчётной модели;

\vec{y} – вектор динамических перемещений узлов дискретной расчётной модели сооружения;

$\vec{F}(x, t)$ – вектор узловых сил, вызванных скоростной подвижной нагрузкой.

Вектор узловых сил является переменным. В каждый конкретный момент времени загружены только узлы, контактирующие с нагрузкой. Значения контактных узловых сил зависят от текущего времени t и от текущего положения нагрузки, определяемого абсциссой x её характерной точки. Причем $x = vt$, где v – постоянная скорость перемещения всей нагрузки. Следовательно, значения узловых сил определяются весом подвижных объектов и вертикальными силами инерции.

Если рассматривать безотрывное движение скоростных объектов по сооружению, то ордината текущей контактной точки траектории подвижного объекта и ордината динамического перемещения контактного узла сооружения будут совпадать. Таким образом, динамическое вертикальное перемещение контактной точки следует рассматривать как функцию двух переменных $y = y(x, t)$, и вертикальное ускорение такой точки принято вычислять по известной формуле [2, 5, 8]:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} + v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Умножая выражение (2) на массу подвижной нагрузки, получим три составляющие распределенных вертикальных сил инерции, передаваемых на контактные узлы ускоряющимися в вертикальном направлении (но движущимися по горизонтали с постоянной скоростью) массами подвижных объектов:

$$q_1 = -m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad q_2 = -2mv \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x}, \quad q_3 = -mv^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Подставив зависимости (3) в систему уравнений движения (1), объединим первую составляющую из (3) с силами инерции масс сооружения из (1) и разрешим уравнения (1) относительно ускорений узлов дискретной модели сооружения:

$$\ddot{\vec{y}} = [M + M(q_1)]^{-1} [\vec{F}_0(q_0) + \vec{F}_2(q_2) + \vec{F}_3(q_3) - H\dot{\vec{y}} - R\vec{y}], \quad (4)$$

где q_0 – вес подвижных объектов, т. е. интенсивность скоростной нагрузки их моделирующей;

$M(q_1)$ – доля массы подвижного объекта, приходящаяся на соответствующий контактный узел в текущий момент времени.

Форма записи уравнений (4) как дифференциальных уравнений движения говорит о том, что три первых слагаемых, стоящие в квадратных скобках, эквивалентны неким как бы «внезапно приложенным силам». Четвёртое слагаемое – это силы демпфирования, а пятое – силы упругости.

Дифференциальные уравнения движения (4) разрешены относительно вторых производных и пригодны для прямого численного

интегрирования одношаговым методом Рунге-Кутты [4]. Согласно одношаговому методу численного интегрирования дифференциальных уравнений движения величины, зависящие от времени и стоящие в правой части уравнений (4), относятся к текущему временному шагу. То есть являются известными, выражаемыми, можно сказать, через начальные условия по времени. Через них вычисляются и вторые производные узловых перемещений, т. е. ускорения (левая часть системы (4)). Перемещения и скорости (первые производные) узловых перемещений, относящиеся к последующему шагу, определяются согласно алгоритму рассматриваемого метода Рунге-Кутты [4].

Однако, в правой части уравнений (4) остались слагаемые, содержащие производные по пространственной координате x . Это центробежная составляющая F_3 (вторая частная производная по x) и составляющая F_2 , или сила Кориолиса (вторая смешанная частная производная по t и по x). Их приходится вычислять численно и, к сожалению, с меньшим порядком точности, чем порядок точности основного метода Рунге-Кутты.

Для вычисления второй частной производной в контактном узле по пространственной переменной использованы центральные разностные формулы второго порядка точности, оперирующие с перемещениями узлов сооружения текущего временного шага по пути следования нагрузки. Для вычисления смешанной второй производной при численном дифференцировании по времени приходится сохранять перемещения узлов сооружения, вычисленные на предыдущем временном шаге. Таким образом, метод численного интегрирования общих уравнений движения становится двухшаговым. По сохранённым перемещениям предыдущего и текущего шагов по времени по центральным разностным формулам вычисляются первые производные по x в соответствующих контактных узлах. Затем применяется левое разностное отношение для вычисления первой производной по времени t от вычисленных первых производных по x . Как показали специально проведенные численные эксперименты, такой порядок численного вычисления второй смешанной частной производной даёт наиболее близкое приближение к точному результату.

Алгоритм вычисления правой части уравнений (4) организован следующим образом. На каждом текущем шаге по времени последовательно рассматриваются узлы дискретной расчётной схемы.

Определяется положение нагрузки, соответствующее данному временному шагу, вычисляется силовое давление и доля подвижной массы, приходящиеся на этот узел. Вычисляются силы Кориолиса и центробежные силы, отвечающие этому узлу. Эти как бы «внезапно приложенные силы» сохраняем неизменными в течение текущего временного шага. Чтобы получить решение на последующем временном шаге, управление передается алгоритму Рунге-Кутты, в котором учитываются силы демпфирования и силы упругости.

Итогом работы разработанного алгоритма и составленного программного комплекса являются массивы перемещений, скоростей и ускорений всех узлов дискретной модели сооружения на заданном временном интервале с заданным шагом по времени. Для удобства обозрения и анализа получаемых результатов созданы специальные программные модули, дающие возможность производить выборки данных с задаваемыми более крупными шагами на задаваемых интервалах, как по времени, так и по пути следования подвижных объектов. Создан особый программный модуль, позволяющий отслеживать во времени точки контакта с сооружением заданной точки движущегося объекта и строить график траектории движения этой точки объекта.

Этапы тестирования разработанного алгоритма и составленных программных модулей, а также численные исследования некоторых конструкций с целью выявления условий баллистического движения скоростных объектов при их отрыве от несущих конструкций были рассмотрены в предшествующих работах [6, 7]. В данной работе подобные исследования продолжены с учетом влияния не только центробежных сил, вызываемых движением скоростных объектов по криволинейным траекториям, но и с учетом сил Кориолиса, хотя, как отмечается в некоторых исследованиях [3, 5, 8], принято считать, что их влияние на типовые сооружения незначительно.

Результаты численных исследований. В качестве объекта исследования был выбран прототип металлического одноколейного моста (рис. 1, фото из интернета). Дискретная расчетная модель подобного объекта пролетом 60 метров с поперечными балками и неразрезными продольными балками описана в [7], имеет 148 динамических степеней свободы. Скоростная нагрузка движется по продольным неразрезным балкам. Путь движения длиной 60 метров разбит на 120 элементов.

Данная дискретная модель обладает переменной вертикальной отпорностью, что позволяет учесть влияние поперечных балок на колебания всего сооружения, так называемый «балочный эффект». Для уточнения результатов можно увеличить как степень динамической свободы, так и количество элементов. В качестве подвижного объекта принята транспортная нагрузка Н 14 (НК 100) (рис. 1). Сосредоточенные силы, равные $P = 252$ кН, заменены участками равномерно распределённой нагрузки $q = 1260$ кН/м.

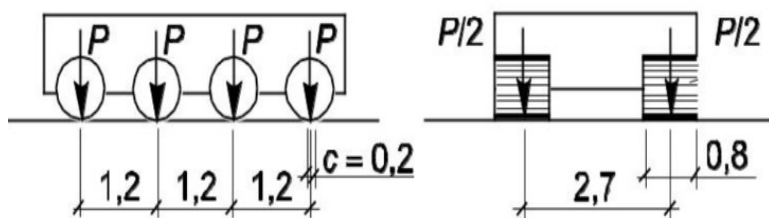


Рис. 1. Нагрузка Н 14 (НК 100)

При статическом расположении одного участка такой распределённой нагрузки над узлом расчетной схемы на этот узел передается статическая сила $F_{ст} = 226,8$ кН (шаг узлов равен полуметру). Максимальное статическое перемещение середины пролёта рассматриваемого сооружения от полной нагрузки Н-14 составляет 20,31 мм [7]. При скорости 20 м/сек движение нагрузки Н14 по проезжей части сооружения, не имеющей неровностей, сохраняется безотрывным. При этом, максимальный прогиб составил 21,3 мм. Распределение суммарного давления от первого колеса нагрузки Н14 (первые три слагаемые в квадратных скобках в (4)). Максимальное значение равно 236 кН и мало изменяется по длине пролёта.

При наличии на проезжей части неровностей характер взаимодействия подвижной нагрузки с сооружением изменяется. Так, при параболической впадине глубиной 1,5 сантиметра на длине от 20-го по 22-й метры шестидесятиметрового пролёта движение нагрузки при скорости 20 м/сек становится отрывным.

Безотрывность движения на неровности длиной 2 метра восстанавливается при скорости 10 м/сек. Максимальное давление при этом составляет 302,8 кН. Резкие изменения давления в начале и на конце неровности обусловлены переломом профиля проезжей части, а на середине неровности – максимальной кривизной.

Подобные явления имеют место и на плавных относительно длинных неровностях.

Особенности компьютерных технологий анализа результатов численных исследований. В процессе тестирования алгоритмов и программных модулей и выполнения численных экспериментов по теме данного исследования был установлен факт, показывающий с какой осторожностью и с пониманием сути исследуемых процессов необходимо относиться к результатам, выдаваемым компьютером.

Итак, был получен некий числовой массив длиной в 15 тысяч элементов, описывающий колебания одной из точек некоего сооружения. Чтобы обозреть этот массив чисел и сделать выводы, был использован сертифицированный программный модуль-графопостроитель, неоднократно применяемый ранее, который автоматически выдал график, показанный на рис. 2.

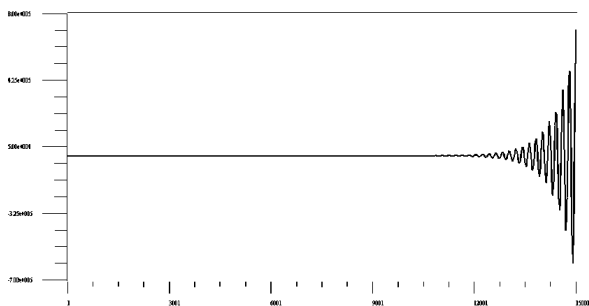


Рис. 2. График колебательного процесса на интервале 1–15 001

Из анализа данного графика следует однозначный вывод: динамический процесс относится к резонансному типу.

Для детализации графика обозримый интервал был уменьшен втрое. Из анализа второго графика с уменьшенным интервалом обзора следует несколько иной вывод: динамический процесс по-прежнему относится к резонансному типу, но с биениями.

Выводы. Усовершенствованы численные алгоритмы и программные модули динамического расчёта деформируемых сооружений произвольного назначения на действие скоростных нагрузок, совершающих безотрывное движение по сооружению.

В расчёте учитываются силы инерции масс сооружения и нагрузки, влияние статических прогибов, строительных подъёмов и несовершенств проезжей части в виде переломов, выпуклостей и вогнутостей на силы взаимодействия между движущимися объектами и деформируемым сооружением.

Установлены критерии перехода безотрывного движения скоростных объектов в их баллистическое движение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисевич, А.А. Строительная механика / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.
2. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок / С.С. Кохманюк, А.С. Дмитриев, Г.А. Шелудько и др. – Киев: Наукова думка, 1989. – 304 с.
3. Кадисов, Г.М. Конечно-элементное моделирование динамики мостов при воздействии подвижной нагрузки / Г.М. Кадисов, В.В. Чернышов // Инженерно-строительный журнал. – 2013, № 9. – С. 56 – 63.
4. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1981. – 704 с.
5. Пановко, Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1967. – 420 с.
6. Сидорович, Е.М. Динамика транспортных сооружений при действии подвижной нагрузки / Е.М. Сидорович, Д.Е. Сидорович // Вопросы внедрения норм проектирования и стандартов Европейского Союза в области строительства: сб. научн.-техн. статей: в 2-х ч., Мн.: БНТУ, 2013. – ч. 1. – С. 191 – 198.
7. Сидорович, Е.М. Обоснование динамических коэффициентов при инерционной подвижной нагрузке / Е.М. Сидорович // Инновационная подготовка инженерных кадров на основе европейских стандартов (еврокодов). – Минск: БНТУ, 2017. – С. 128 - 139.