

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА
В ВОЗДУХЕ И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ
АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Методические указания
к лабораторной работе по физике

Минск
БНТУ
2011

УДК 536.633.3 (075.8)

ББК 22.3я7

О 62

Составители:

А.А. Баранов, И.А. Климович, А.И. Бибик

Рецензенты:

В.И. Кудин, В.А. Потачиц

На основе первого начала термодинамики изложена классическая теория теплоемкости идеальных газов. Рассмотрен политропный процесс, включающий в себя все изопроцессы и, в частности, адиабатный процесс. Приведена методика определения скорости звука в воздухе в адиабатическом приближении. Изложен метод определения показателя адиабаты для воздуха акустическим методом.

Для студентов инженерно-технических специальностей.

Цель работы: изучить классическую теорию теплоемкости и политропный процесс для идеальных газов. Для адиабатного процесса с помощью звуковой стоячей волны в трубке-резонаторе определить скорость звука в воздухе и показатель адиабаты.

1. Первое начало термодинамики. Теплоемкости газов

Термодинамика есть раздел физики, изучающий состояние и поведение вещества на основе законов термодинамики (ТД). В данной работе будем использовать первое начало ТД.

Первое начало термодинамика есть закон сохранения энергии для термодинамических систем. В дальнейшем в качестве термодинамической системы будем рассматривать только идеальный газ, находящийся в сосуде.

Идеальный газ – это газ, удовлетворяющий следующим условиям:

- 1) размеры молекулы газа пренебрежимо малы по сравнению с размером сосуда, в котором они находятся;
- 2) взаимодействие молекул между собой и со стенками сосуда происходит по законам упругого удара;
- 3) молекулы не взаимодействуют между собой на расстоянии;
- 4) между столкновениями молекулы движутся по инерции.

Состояние идеального газа описывается уравнением Клапейрона–Менделеева:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1)$$

Таким образом, состояние идеального газа описывается термодинамическими параметрами: P – давление газа, V – его объем, m – масса газа, μ – молярная масса, T – абсолютная температура по шкале Кельвина ($T = t \text{ }^\circ\text{C} + 273$),

$R = 8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная. При комнатных условиях ($P = 1$ атм, $t = 20$ °С) воздух очень близок к идеальному газу.

Первое начало термодинамики гласит: теплота δQ , сообщаемая системе расходуется на изменение внутренней энергии системы dU и на совершение системой работы δA над внешними телами, т.е.

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (2)$$

Для идеального газа внутренняя энергия складывается только из кинетической энергии поступательного и вращательного хаотического (теплого) движения молекул газа. В модели идеального газа не учитывают потенциальную энергию взаимодействия молекул. Символ dU означает, что внутренняя энергия газа есть полный дифференциал, т.е. функция состояния системы. Это означает, что после совершения системой кругового процесса и возвращения ее в исходное состояние, полное изменение внутренней энергии равно нулю.

Величины δQ и δA не являются полными дифференциалами и это означает, что количество теплоты и работа есть функции процесса, т.е. зависят от вида процесса, который совершается над системой. Величина δQ характеризует микроскопический способ изменения внутренней энергии, а δA – макроскопический способ изменения внутренней энергии.

Работа газа при изменении его объема на dV задается соотношением

$$\delta A = PdV, \quad (3)$$

где P – давление газа.

Теплоемкость тела C численно равна количеству теплоты, которое надо сообщить телу или отнять от него, чтобы изменить температуру тела на 1 кельвин, т.е.

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (4)$$

Единица измерения $[C] = \text{Дж/К}$.

Удельная теплоемкость c численно равна количеству теплоты, которое надо сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на 1 К, т.е.

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}. \quad (5)$$

Здесь m – масса вещества. Размерность $[c] = \text{Дж/кг}\cdot\text{К}$.

Молярная теплоемкость C_μ численно равна количеству теплоты, которое нужно сообщить 1 моль вещества для изменения температуры на 1 К, т.е.

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (6)$$

Здесь ν – число молей вещества, размерность $[C_\mu] = \text{Дж/моль}\cdot\text{К}$. Удельная теплоемкость связана с молярной соотношением

$$c = \frac{C_\mu}{\mu}. \quad (7)$$

Теплоемкость газа зависит от вида процесса. Найдем молярные теплоемкости при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_p . Для вычисления этих теплоемкостей вводится понятие о числе степеней свободы молекулы вещества.

Число степеней свободы i молекулы вещества называется число независимых параметров (координат), определяющих положение молекулы в пространстве.

Для одноатомного газа (например, гелия He) число степеней свободы атома $i = 3$, т.к. три координаты, например (x, y, z) задают положение атома в пространстве.

Молекулы двухатомного газа, например кислорода O_2 , можно рассматривать как гантель с одной жесткой связью (рис. 1, а). Тогда число степеней свободы двухатомного газа равно $i = 3 + 3 - 1 = 5$, где «-1» – условие жесткой связи. Для трехатомного газа число степеней свободы принимают равным $i = 3 + 3 + 3 - 1 - 1 - 1 = 6$. Это соотношение поясняет рис. 1, б.

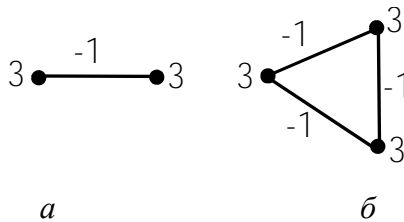


Рис. 1. К характеристике числа степеней свободы

Как известно, средняя кинетическая энергия теплового поступательного движения молекулы одноатомного газа с числом степеней свободы $i = 3$ равна

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT,$$

где T – абсолютная температура;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

По **закону о равномерном распределении энергии по степеням свободы** на одну степень свободы молекулы газа в состоянии равновесия при температуре T приходится в среднем

энергия равная $\frac{1}{2} kT$.

Для одного моля идеального газа с числом степеней свободы i и содержащего $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$ (число Авогадро) молекул внутренняя энергия равна

$$U = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT.$$

Здесь учтено $k \cdot N_A = R$ – универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж / моль \cdot К.

Внутренняя энергия $\nu = \frac{m}{\mu}$ молей идеального газа равна

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT. \quad (8)$$

Первое начало термодинамики для $V = \text{const}$ ($\delta A = 0$):

$$\delta Q = dU.$$

Тогда молярная теплоемкость при постоянном объеме в силу (6), (8) равна

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R, \quad (9)$$

откуда получаем

$$dU = C_V \frac{m}{\mu} dT. \quad (10)$$

Первое начало термодинамики для $P = \text{const}$:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + PdV.$$

Тогда молярная теплоемкость при постоянном давлении равна

$$C_P = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_P \stackrel{(6)}{=} \frac{dU}{dT} + \frac{PdV}{dT}. \quad (11)$$

Последнее слагаемое в выражении (11) легко определяется из уравнения состояния идеального газа для $\nu = 1$ моль:

$$PdV = RdT.$$

Окончательно с учетом последнего выражения и уравнения (9) получаем формулу Майера:

$$C_P = C_V + R. \quad (12)$$

Так как $C_V = \frac{i}{2} R$, то

$$C_P = \frac{i+2}{2} R. \quad (13)$$

2. Политропный процесс

Состояние термодинамической системы (например, сосуда с газом) характеризуется набором *термодинамических параметров*: давлением P , объемом V , абсолютной температурой T , концентрацией молекул (их числом в единице объема) n и т.д.

Термодинамическим процессом называется переход системы из одного состояния в другое, когда меняется хотя бы один из термодинамических параметров.

Изопроцесс – это процесс, при котором остается постоянным один из параметров.

Политропным называется процесс, протекающий при постоянной теплоемкости тела $C = \text{const}$.

Политропный процесс включает в себя как частные случаи другие процессы: изотермический ($T = \text{const}$), изобарный ($P = \text{const}$), изохорный ($V = \text{const}$), адиабатный (без теплообмена $\delta Q = \text{const}$).

Получим уравнение политропы идеального газа в переменных P, V (на плоскости переменных давление, объем). Исходя из первого начала термодинамики имеем:

$$\delta Q = dU + \nu \delta A.$$

Для одного моля, исходя из выражений (3), (4), (10) $dU_\mu = C_V dT$, $\delta A_\mu = PdV$, $\delta Q = CdT$,

$$CdT = C_V dT + PdV \text{ или } (C - C_V)dT = PdV. \quad (14)$$

Возьмем дифференциал от обеих частей уравнения состояния идеального газа (1), записанного для одного моля газа $PV = RT$:

$$\nu dP + PdV = RdT,$$

откуда

$$dT = \frac{\nu dP + PdV}{R}. \quad (15)$$

Подставляем (15) в (14):

$$(C - C_V) \frac{(\nu dP + PdV)}{R} = PdV$$

или

$$(C - C_V) \cancel{V} dP + (C - C_V) P dV = R P dV$$

или

$$(C - C_V) \cancel{V} dP + (C - C_V - R) P dV = 0.$$

Так как из выражения (12) $R = C_p - C_V$, то

$$(C - C_V) \cancel{V} dP + (C - C_p) P dV = 0.$$

Разделяя переменные (делим выражение на PV), получаем:

$$(C - C_V) \frac{dP}{P} + (C - C_p) \frac{dV}{V} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dP}{P} + \frac{(C - C_p)}{(C - C_V)} \frac{dV}{V} = 0.$$

После интегрирования получим:

$$\ln P + \frac{C - C_p}{C - C_V} \ln V = \text{Inconst}$$

или

$$\ln P + \ln V^{\frac{C - C_p}{C - C_V}} = \text{Inconst}$$

$$\ln \left(P V^{\frac{C - C_p}{C - C_V}} \right) = \text{Inconst}$$

$$P V^{\frac{C - C_p}{C - C_V}} = \text{const}. \quad (16)$$

Введем **показатель политропы** n :

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_V}, \quad (17)$$

Подставив (17) в (16), приходим к искомому **уравнению политропы**:

$$PV^n = \text{const.} \quad (18)$$

В качестве частных случаев уравнение политропы (18) содержит уравнение других изопроцессов.

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена, т.е. $\delta Q = 0$. На практике адиабатными являются быстро протекающие процессы, когда не успевают произойти теплообмен системы с окружающими телами.

Теплоемкость $C = \frac{\delta Q}{dT}$ при адиабатном процессе, когда $\delta Q = 0$, равна нулю, т.е. $C = 0$. Тогда из показателя политропы, согласно (17),

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V} = \frac{C_P}{C_V} = \gamma,$$

где γ – показатель адиабаты.

Уравнение адиабаты в переменных P, V имеет вид

$$PV^\gamma = \text{const.}$$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \quad (19)$$

есть отношение молярных теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме.

Все изопроцессы можно представить в виде таблицы 1.

Таблица 1

n	C	Уравнение изопроцесса	Название процесса
0	C_P	$P = const$	Изобарный
1	$\pm \infty$	$PV = const$	Изотермический
γ	0	PV^γ	Адиабатный
∞	C_V	$V = const$	Изохорный

3. Определение скорости звука в воздухе

Звук или **акустические волны** представляют собой процесс распространения колебаний в упругой среде с частотой колебаний $16 \text{ Гц} \leq \nu \leq 20 \text{ кГц}$.

В воздухе (газе) возможны только деформации сжатия и растяжения (не сдвига) и потому наблюдаются только продольные звуковые волны, когда смещение частиц среды при прохождении волны происходят вдоль направления распространения волны.

Для определения скорости звука применяют акустический резонатор, представляющий собой трубку, в которой заключен столб воздуха, ограниченный с обеих сторон. Звуковая волна, идущая от источника колебаний, в данном случае от закрепленного на конце трубы микрофона, связанного со звуковым генератором, достигнув противоположного конца трубы, распространяется в обратном направлении. При наложении падающей и отраженной волны вследствие интерференции образуется стоячая волна (рис. 2).

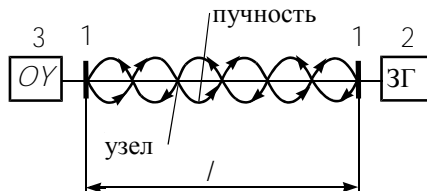


Рис. 2. Схема акустического резонатора:

1 – микрофоны; 2 – звуковой генератор; 3 – осциллограф

В закрытом резонаторе звуковая волна отражается от среды с большей плотностью, при этом волна меняет фазу на противоположную, т.е. на π , и на концах образуются **узлы**, в которых колебания частиц воздуха отсутствуют (амплитуда = 0).

Точки стоячей волны, в которых колебания максимальны называются **пучностями**.

Так как в закрытом резонаторе укладывается целое число длин полуволен, то условие возникновения стоячей волны в закрытом резонаторе имеет вид

$$l = \frac{\lambda}{2} n, \quad (20)$$

где l – длина резонатора;

λ – длина бегущей волны;

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Стоячую волну можно получить либо изменяя длину резонатора l при постоянной частоте колебаний источника ν , либо изменяя ν при неизменной длине резонатора.

Пусть при некоторой частоте ν_0 возникает N стоячих полуволен, при частоте $\nu_n = (N + n)$ стоячих полуволен, при частоте $\nu_m = (N + m)$ стоячих полуволен. Тогда

$$l = \frac{\lambda_1}{2} (N + n), \quad l = \frac{\lambda_2}{2} (N + m).$$

Так как скорость волны в среде $\nu = \lambda \nu$, то для частот ν_n и ν_m имеем

$$\nu = \frac{2l}{N + n} \nu_n, \quad \nu = \frac{2l}{N + m} \nu_m.$$

Исключая из последних уравнений N , получаем *рабочую формулу* для определения скорости звука в воздухе

$$v = \frac{2l(v_m - v_n)}{m - n}. \quad (21)$$

4. Определение показателя адиабаты акустическим методом

Как известно [1], скорость распространения звуковой продольной волны в сплошной среде, в частности в воздухе, равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где ρ – плотность среды;

E – модуль Юнга (модуль упругости).

Физический смысл модуля Юнга следует из закона Гука для деформации растяжения – сжатия:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (22)$$

где σ – механическое напряжение, равное отношению силы, приложенной к телу, к площади его поперечного сечения, т.е.

$$\sigma = \frac{F}{S}; \quad [\sigma] = \text{Па};$$

ε – относительная деформация, равная отношению абсолютной деформации $\Delta l = l - l_0$ (l – конечные размеры тела) к первоначальной длине тела l_0 . Тогда из (22) следует: модуль

Юнга равен такому напряжению σ , при котором относительная деформация $\varepsilon = 1$, а длина тела увеличивается в 2 раза ($\Delta l = 2 l_0 - l_0 = l_0$).

При прохождении звука в воздухе закон Гука приобретает вид

$$dP = -E \frac{dV}{V},$$

где dP – изменение давления воздуха при прохождении звуковой волны, аналогично механическому напряжению σ из (22);

$\frac{dV}{V}$ – относительное изменение объема воздуха, аналогично относительной деформации ε из (22). Знак минус означает, что при увеличении объема происходит уменьшение давления.

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$E = -V \frac{dP}{dV}. \quad (23)$$

Опыт показывает, что звуковые колебания протекают столь быстро, что сжатие и расширение воздуха являются адиабатными (без теплообмена).

Найдем выражение $\frac{dP}{dV}$, дифференцируя уравнение адиабаты $PV^\gamma = \text{const}$:

$$V^\gamma dP + \gamma V^{\gamma-1} P dV = 0.$$

Откуда получаем

$$\frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V}. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (23), получим

$$E = V(-\gamma) \frac{P}{V} = \gamma P. \quad (25)$$

Тогда скорость продольной звуковой волны в воздухе с учетом $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ равна

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}, \quad (26)$$

где P и ρ – давление и плотность невозмущенного волной воздуха.

Так как из уравнения Клапейрона–Менделеева следует $\rho = \frac{P\mu}{RT}$, то выражение для скорости звука в воздухе принимает вид

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \quad (27)$$

откуда получаем *рабочую формулу для показателя адиабаты*:

$$\gamma = \frac{v^2 \mu}{RT}. \quad (28)$$

5. Описание установки

Схема лабораторной установки для определения скорости звука в воздухе и показателя адиабаты акустическим методом приведена на рис. 3.

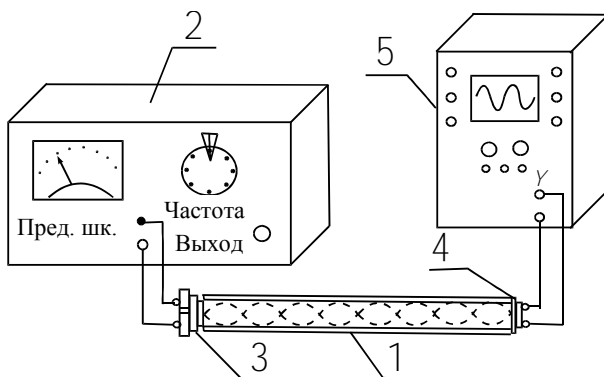


Рис. 3. Схема установки для определения скорости звука в воздухе:
 1 – полый цилиндр; 2 – задающий звуковой генератор; 3 – телефон;
 4 – микрофон, 5 – осциллограф

Мембрана телефона совершает звуковые колебания с частотой задающего звукового генератора. Это колебания возбуждают колебания воздушного столба в цилиндре с той же частотой. При этом в цилиндре возникает стоячая волна. Колебания принимаются через микрофон осциллографом.

В работе предлагается найти максимумы амплитуды сигнала осциллографа, которые соответствуют пучностям стоячей волны. В таблицу записать значения частот, соответствующие этим максимумам. По формуле (21) вычислить скорость звука v , а затем по формуле (28) вычислить γ . Зная γ (из опыта), рассчитать число степеней свободы молекул воздуха по формуле (19).

Инструкция по выполнению работы прилагается на рабочем месте.

6. Контрольные вопросы

1. Дать определения молярной и удельной теплоемкости тела.
2. Сформулировать первое начало термодинамики.
3. Что такое число степеней свободы молекулы газа? Как оно определяется?

4. Получить формулу Майера для молярных теплоемкостей.
5. Пояснить качественно (без формулы Майера) почему C_p больше C_v .
6. Записать теплоемкости в адиабатном и изотермическом процессах?
7. Что называется политропным и адиабатным процессами?
8. Вывести уравнения политропы и адиабаты в переменных (P, V) .
9. Вывести формулу для определения скорости звука в воздухе.
10. Вывести формулу для определения показателя адиабаты акустическим методом.
11. Привести уравнения политропы и адиабаты идеального газа в переменных (P, T) . (V, T) .

Литература

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М., 2007.
2. Сивухин, Д.В. Курс общей физики: в 2 т. / Д.В. Сивухин. – М., 1990. – Т. 2.
3. Савельев, Н.В. Курс общей физики: в 2 т. / Н.В. Савельев – М., 1988. – Т. 2.
4. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М., 2002.
5. Наркевич, И.И. Физика / И.И. Наркевич, Э.И. Волмянский, С.И. Лобко. – М., 2004.
6. Петренко, С.И. Методические указания к лабораторной работе «Определение скорости звука в воздухе и отношения C_p/C_v акустическим методом» / С.И. Петренко. Л.А. Путан. – Минск, 1987.

Учебное издание

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА
В ВОЗДУХЕ И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ
АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Методические указания
к лабораторной работе по физике

С о с т а в и т е л и :
БАРАНОВ Артур Александрович
КЛИМОВИЧ Ирина Антонова
БИБИК Александр Иванович

Технический редактор О.В. Песенько
Компьютерная верстка Д.А. Исаева

Подписано в печать 20.01.2011.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 1,10. Уч.-изд. л. 0,86. Тираж 100. Заказ 703.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.