

УДК 539.3 : 678.073:661.481

С. В. ШИЛЬКО<sup>1</sup>, Ю. М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ<sup>1</sup>, С. В. ПАНИН<sup>2</sup>, Д. А. ЧЕРНОУС<sup>1</sup>**АНАЛИЗ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ КОМПОЗИТОВ С УЧЕТОМ МЕЖФАЗНОГО СЛОЯ**<sup>1</sup>*Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого НАН Беларуси,*<sup>2</sup>*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН**(Поступила в редакцию 02.11.2013)*

**Введение.** Композиты (дисперсно- и волоконно-армированные) образуют один из самых перспективных классов конструкционных материалов. В частности, сочетание эластичного, вязкого и химически инертного матричного полимера малой плотности с высокомодульным и прочным наполнителем обеспечивает снижение массы изделий, повышение их ударной прочности и стойкости к воздействию внешней среды. Тип применяемого наполнителя зависит от требований, предъявляемых к материалу. При наполнении полимеров частицами или короткими неориентированными волокнами сохраняются исходная изотропия свойств и технологичность переработки методами литья под давлением, прессования, экструдирования. При направленном армировании длинными волокнами технологичность переработки снижается, но достигается оптимальное упрочнение материала в наиболее нагруженных зонах и направлениях. К сожалению, до настоящего времени составление рецептур композитов в большинстве случаев осуществляется эмпирическим путем. Недостаточно полно и эффективно используются возможности аналитических подходов, т. е. методов расчета механических характеристик полимерных композитов во всем диапазоне варьирования объемного содержания наполнителя и свойств компонентов.

Цель работы – расчетное определение механических характеристик трансверсально-изотропных композитов с учетом межфазного слоя исходя из доступных деформационных параметров матрицы, наполнителя и композита, а также объемного содержания названных компонентов.

**Метод исследования.** Обозначенная ситуация во многом обусловлена неопределенностью параметров так называемого межфазного слоя, под которым понимают зону существенного изменения структуры и свойств матричного компонента вблизи поверхности наполнителя [1–3]. Механические свойства и толщина межфазного слоя определяются множеством факторов: химическим составом исходных компонент, особенностями внутренней структуры полимерной матрицы, площадью и фрактальной размерностью поверхности частиц наполнителя и др. Кроме того, на формирование межфазного слоя оказывает влияние технологический режим получения композита. К сожалению, экспериментальное определение характеристик межфазного слоя является сложной проблемой даже при использовании тонких физико-механических методов, например атомно-силовой микроскопии [4].

В этой связи делаются попытки описания межфазного слоя на основе представлений механики композитов. Так, в публикациях [1, 2] наличие межфазного слоя учитывалось в рамках модели Таканаяги [3]. В [5, 6] предложен способ введения дополнительной компоненты в трехфазную модель композита [7]. В [7] показана возможность расчета свойств материала, армированного короткими волокнами и содержащего межфазный слой, на основе модели Мори–Танаки [9].

Подход, позволяющий при заданных эффективных свойствах композита определить упругие характеристики материала межфазного слоя, представлен в [10]. Однако в нем не учитывались вязкость компонент композита и зависимость свойств этих компонент от температуры.

В частности, упрощенная теория армирования [11] и различные варианты метода «само-согласования» [12] применимы только при относительно небольшом содержании (менее 25%) наполнителя. Полученные на основе известных вариационных методов [13] верхние и нижние расчетные оценки некоторых эффективных свойств армированных полимеров существенно расходятся [7]. Данное обстоятельство ограничивает использование вариационного подхода для описания исследуемых композитов. Кроме того, в большинстве аналитических решений, применяемых для определения эффективных свойств композитов, отсутствуют зависимости для распределения напряжений вблизи армирующих включений, что затрудняет прогнозирование прочностных характеристик. Исключением в этом смысле является методика, основанная на использовании трехфазной модели композита [7], в рамках которой для каждой компоненты композита записываются общие решения уравнений теории упругости, а константы, входящие в эти решения, определяются из условий неразрывности на границах раздела фаз.

Преимущество использования трехфазной модели перед многими альтернативными подходами заключается также в относительной простоте описания межфазного слоя. В [5] представлена модификация трехфазной модели, позволившая учесть деформируемый межфазный слой при анализе упругих свойств дисперсно-наполненного полимера. Далее с использованием результатов [5, 6] рассмотрено решение задач прогнозирования эффективных механических характеристик однонаправленно-армированных материалов.

**Определение эффективных упругих характеристик.** На рис. 1 представлена четырехфазная модель структуры однонаправленно-армированного композита. Данная модель представляет собой макроскопически однородную трансверсально-изотропную среду, в которую помещен составной цилиндр бесконечной длины, имеющий радиус поперечного сечения  $b$ . Упругие характеристики среды соответствуют эффективным упругим свойствам исследуемого композита. Составной цилиндр образован тремя элементами. Внутренняя часть цилиндра с радиусом поперечного сечения  $a$  моделирует армирующий элемент. Упругое деформирование материала этой части характеризуется модулем Юнга  $E$ , и коэффициентом Пуассона  $\nu$ , наполнителя. Промежуточный элемент толщиной  $l$  моделирует межфазный слой и характеризуется модулем Юнга  $E_l$  и коэффициентом Пуассона  $\nu_l$ . Внешний слой составного цилиндра имеет толщину  $b - l$  и соответствует матричному материалу с модулем Юнга  $E_m$  и коэффициентом Пуассона  $\nu_m$ . Описанная система отличается от трехфазной модели, представленной в [7] наличием элемента, моделирующего межфазный слой.

Средний радиус поперечного сечения волокна  $a$  и толщина межфазного слоя  $l$  являются структурными параметрами композита. При заданных величинах  $a$  и  $l$  общий радиус составного цилиндра  $b$  вычисляется по формуле

$$b = \frac{a}{\sqrt{c}}.$$

Здесь  $c$  – объемная доля волокон.

Для анализа напряженно-деформированного состояния четырехфазной модели введем цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$ . Ось  $z$  совпадает с осью составного цилиндра (рис. 1).

Для получения расчетных оценок эффективных упругих характеристик композита рассмотрим предложенную модель в четырех различных деформационных состояниях.

1. *Одноосное деформирование вдоль волокон.* Для четырехфазной модели на значительном расстоянии от составного цилиндра ( $r \rightarrow \infty$ ) зададим следующие значения компонент тензора деформаций –  $\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{r\varphi} = 0$ ,  $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_0$ . Здесь  $\varepsilon_0$  – произвольно выбранное ненулевое значение. При таких условиях на бесконечности общее реше-

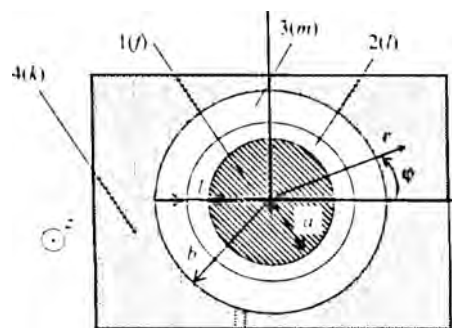


Рис. 1. Четырехфазная модель волокноно-армированного композита: 1 – волокно; 2 – межфазный слой; 3 – матрица; 4 – композит

ние уравнений теории упругости для тела из трансверсально-изотропного материала в цилиндрических координатах имеет вид [14]

$$u_r = A_1 r + \frac{A_2}{r}, \quad u_z = \varepsilon_0 z, \quad u_\varphi = 0. \quad (1)$$

Константы  $A_1$  и  $A_2$  определяются из граничных условий. Зададим распределения упругих смещений (1) в каждой части четырехфазной модели

$$u_r^i = A_1^i r + \frac{A_2^i}{r}, \quad u_z^i = \varepsilon_0 z, \quad u_\varphi^i = 0.$$

Здесь индекс  $i$  обозначает элемент модели. При  $i = f$  вышеуказанные величины характеризуют волокно;  $i = l$  соответствуют межфазному слою;  $i = m$  – матрице;  $i = f$  – макроскопически однородной трансверсально-изотропной среде, моделирующей композит.

Из граничных условий необходимо определить восемь констант  $A$  (по две для каждой из четырех компонент модели). В связи со стесненностью деформаций при  $r = 0$  необходимо принять  $A_2^f = 0$ . Энергетический принцип гомогенизации Эшелби [14] будет выполняться в том случае, если  $A_2^k = 0$ . Отсутствие радиальной деформации при  $r \rightarrow \infty$  означает, что  $A_1^k = 0$ . Следовательно, неизвестными остаются только пять констант. Эти константы определяются из условий неразрывности радиальных смещений  $u_r$  и компоненты напряжения  $\sigma_{rr}$  на границе контакта волокон с межфазным слоем ( $r = a$ ) и на границе межфазный слой – матрица ( $r = a + l$ ).

Кроме того, для определения констант используется условие неразрывности радиального смещения при переходе от матрицы к композиту ( $r = b$ ). После определения констант можно вычислить радиальное напряжение в композите. Для этого используем условие неразрывности напряжения  $\sigma_{rr}$  при  $r = b$  –  $\sigma_{rr}^k = \sigma_{rr}^m \Big|_{r=b}$ . Осевое напряжение  $\sigma_{zz}$  в композите определим как усредненное значение напряжения по поперечному сечению составного цилиндра:

$$\sigma_{zz}^k = \frac{1}{b^2} \left[ a^2 \sigma_{zz}^f + l(2a + l) \sigma_{zz}^l + (b^2 - a^2 - l^2 - 2al) \sigma_{zz}^m \right].$$

Зная компоненты тензора напряжений  $\sigma_{rr}^k$ ,  $\sigma_{zz}^k$ , возникающие в композите при заданной деформации  $\varepsilon_0$ , можно определить две компоненты тензора модулей упругости исследуемого трансверсально-изотропного материала

$$C_{11} = \frac{\sigma_{zz}^k}{\varepsilon_0}, \quad C_{12} = \frac{\sigma_{rr}^k}{\varepsilon_0}.$$

После выполнения описанных математических действий для компонент  $C_{11}$  и  $C_{12}$  получим следующие аналитические выражения:

$$C_{11} = c \left[ 2G_f + \lambda_f(1 + B_1) \right] + (c_b - c) \left[ 2G_l + \lambda_l(1 + B_2) \right] + (1 - c_b) \left[ 2G_m + \lambda_m(1 + B_3) \right],$$

$$C_{12} = \lambda_m + (2G_m + \lambda_m) B_3.$$

В приведенных соотношениях для сокращения записи введены обозначения

$$B_1 = \frac{B_2(2G_l + \lambda_l) - \lambda_f + \lambda_l}{G_f + \lambda_f + G_l}, \quad B_2 = \frac{c_a c_b (\lambda_f - \lambda_l) - B_3 (G_f + \lambda_f + G_l) (1 - c_b)}{c_b \left[ G_f + \lambda_f + G_l - c_a (G_f + \lambda_f - G_l - \lambda_l) \right]},$$

$$B_3 = c_a \frac{(G_f + \lambda_f + G_l)(\lambda_l - \lambda_m) + c_a G_l (1 + B_4)(\lambda_f - \lambda_l)}{(G_f + \lambda_f + G_l) \left[ G_l B_4 (1 - c_b) + G_m (1 + c_b) + \lambda_m c_b \right]},$$

$$B_4 = \frac{G_l (G_f + \lambda_f) (1 + c_a) + G_l (G_l + \lambda_l) (1 - c_a) + \lambda_l (G_f + \lambda_f)}{G_l (G_f + \lambda_f) (1 - c_a) + G_l (G_l + \lambda_l) (1 + c_a) - G_l \lambda_l},$$

$$c_b = c(1 + q)^2, \quad c_a = \frac{1}{(1 + q)^2}.$$

Здесь  $G_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)}$ ,  $\lambda_i = \frac{E_i \nu_i}{(1-2\nu_i)(1+\nu_i)}$  – модуль сдвига и вторая константа Ламе материала соответствующей компоненты;  $q = \frac{l}{a}$  – относительная толщина межфазного слоя.

2. *Сдвиг в плоскости армирования.* Для исследуемой модели зададим при  $r \rightarrow \infty$  условия чистого сдвига:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{zy} = 0$ ,  $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_0$ . В цилиндрических координатах они примут вид  $\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{r\varphi} = 0$ ,  $\varepsilon_{zr} = \varepsilon_0 \cos \varphi$ ,  $\varepsilon_{z\varphi} = -\varepsilon_0 \sin \varphi$ . Общее решение уравнений теории упругости при данном режиме деформирования для каждой компоненты модели следующее:

$$u_r^i = u_\varphi^i = 0, \quad u_z^i = \left( A_1^i r + \frac{A_2^i}{r} \right) \cos \varphi. \quad (2)$$

Как и в ранее рассмотренной ситуации, ограниченность деформаций при  $r = 0$  приводит к  $A_2^i = 0$ , а принцип Эшелби обуславливает  $A_1^i = 0$ . В соответствии с заданным состоянием чистого сдвига справедливо равенство  $A_1^k = 2\varepsilon_0$ .

Для определения оставшихся пяти констант используем условия неразрывности смещения  $u_z$  и компоненты напряжения  $\sigma_{zr}$  на границах раздела волокно – межфазный слой и межфазный слой – матрица. В качестве пятого уравнения для определения констант выступает условие неразрывности смещения  $u_z$  на границе раздела матрицы и композита. В соответствии с решением (2) при заданном режиме деформирования распределение напряжений в среде, моделирующей композит, не зависит от радиальной координаты  $r$ . Поэтому после определения констант  $A$  можно вычислить возникающее в композите сдвиговое напряжение  $\sigma_{zr}^k = \sigma_{zr}^m \Big|_{r=b}$ . Затем определяется модуль сдвига композита в плоскости армирования

$$G_{12} = \frac{\sigma_{zr}^k}{2\varepsilon_0 \cos \varphi}.$$

Для данной характеристики композита получим аналитическое выражение

$$G_{12} = G_m \frac{G_m(1-c_b) + G_l B_5(1+c_b)}{G_m(1+c_b) + G_l B_5(1-c_b)},$$

где введено обозначение

$$B_5 = \frac{G_l(1-c_a) + G_f(1+c_a)}{G_l(1+c_a) + G_f(1-c_a)}.$$

3. *Радиальное деформирование в плоскости изотропии.* Зададим на бесконечности следующие значения компонент тензора деформации:  $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{r\varphi} = 0$ ,  $\varepsilon_{rr} = \varepsilon_0$ . Общее решение уравнений теории упругости для каждой компоненты модели запишем в виде

$$u_r^i = A_1^i r + \frac{A_2^i}{r}, \quad u_z^i = u_\varphi^i = 0.$$

Условие ограниченности деформаций, принцип гомогенизации и заданные значения деформаций на бесконечности позволяют определить три константы

$$A_2^f = A_2^k = 0, \quad A_1^k = \varepsilon_0.$$

Остальные пять констант находятся из условий неразрывности радиальных смещения  $u_r$  и напряжения  $\sigma_{rr}$  на границах раздела между элементами модели ( $r = a$ ;  $r = a + l$ ;  $r = b$ ). При этом условие неразрывности напряжения на границе контакта матрицы с композитом ( $r = b$ ) позволяет определить величину  $\sigma_{rr}^k = \sigma_{rr}^m \Big|_{r=b}$ . Данный режим нагружения принято характеризовать объемным модулем упругости в состоянии плоской деформации [7], который вычисляется по формуле

$$K_{23} = \frac{\sigma_{rr}^k}{2\varepsilon_0}.$$

Выполнив описанные математические преобразования, получим

$$K_{23} = \frac{(2G_m + \lambda_m)(G_l B_6 + G_m)}{G_m + (G_m + \lambda_m)c_b + G_l B_6(1 - c_b)} - G_m.$$

Здесь введено обозначение

$$B_6 = \frac{(G_l + \lambda_l)(G_f + \lambda_f + G_l) + c_a G_l (G_l + \lambda_f - G_l - \lambda_l)}{G_l (G_f + \lambda_f + G_l) - c_a G_l (G_f + \lambda_f - G_l - \lambda_l)}.$$

4. *Сдвиг в плоскости изотропии.* Для рассматриваемой модели композита зададим на бесконечности условия чистого сдвига:  $\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{r\varphi} = 0$ ,  $\varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_0$ . Общее решение уравнений теории упругости для компонент модели в данном случае будет иметь вид [7,14]

$$\begin{aligned} u_r^i &= 0, \quad u_r^i = \left[ A_1^i r - 4\nu_i A_2^i r^3 + 4(1 - \nu_i) \frac{A_3^i}{r} + \frac{A_4^i}{r^3} \right] \cos 2\varphi; \\ u_\varphi^i &= \left[ -A_1^i r + 2(3 - 2\nu_i) A_2^i r^3 - 2(1 - 2\nu_i) \frac{A_3^i}{r} + \frac{A_4^i}{r^3} \right] \sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь под коэффициентом  $\nu_k$  подразумевается коэффициент Пуассона композита в плоскости изотропии  $\nu_{23}$ . Для армирующего элемента ограничение деформаций при  $r = 0$  подразумевает  $A_3^f = A_4^f = 0$ , а для композита имеет место  $A_2^k = 0$  при  $r \rightarrow \infty$ . Выполнение энергетического принципа гомогенизации требует, чтобы  $A_1^k = 0$ . Отсутствие константы  $A_1^k$  приводит к тому, что в выражениях смещений  $u_r^k$ ,  $u_\varphi^k$  и напряжений  $\sigma_{rr}^k$ ,  $\sigma_{r\varphi}^k$  имеется лишь одна упругая характеристика композита – модуль сдвига в плоскости изотропии  $G_{23}$ . В соответствии с заданным режимом деформирования  $A_4^k = \varepsilon_0$ . Для определения оставшихся констант составляются уравнения неразрывности смещений  $u_r$ ,  $u_\varphi$  и компонент напряжения  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$  на границах раздела  $r = a$ ,  $r = a + l$ ,  $r = b$ . В полученной системе двенадцати уравнений имеются двенадцать неизвестных: две константы для арматуры  $A_1^f$ ,  $A_2^f$ ; по четыре константы для межфазного слоя и матрицы  $A_1^l$ ,  $A_2^l$ ,  $A_3^l$ ,  $A_4^l$ ,  $A_1^m$ ,  $A_2^m$ ,  $A_3^m$ ,  $A_4^m$ ; одна константа для композита  $A_4^k$ ; модуль сдвига композита  $G_{23}$ . В результате решения этой нелинейной системы уравнений определяется модуль сдвига композита в плоскости изотропии. Аналитическое выражение для величины  $G_{23}$  не приводится в силу его громоздкости. Следует отметить, что при рассматриваемом режиме деформирования в отличие от трех предыдущих режимов напряжения в композите ( $r > b$ ) зависят от радиальной координаты  $r$ . Данная зависимость обусловлена ненулевой константой  $A_1^k$ .

Таким образом, анализируя в рамках предложенной модели четыре вида напряженно-деформированного состояния, определяем пять эффективных упругих характеристик одноосно-армированного композита:  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $G_{12}$ ,  $K_{23}$ ,  $G_{23}$ . Зная эти характеристики, можно вычислить обычно используемые в расчетах упругие параметры: продольный  $E_L$  и поперечный  $E_T$  модули упругости, коэффициенты Пуассона в плоскости армирования  $\nu_{12}$  и в плоскости изотропии  $\nu_{23}$

$$\begin{aligned} E_L &= C_{11} - 4\nu_{12}^2 K_{23}, \quad E_T = \frac{4G_{23} K_{23} E_L}{E_L (K_{23} + G_{23}) + 4\nu_{12}^2 G_{23} K_{23}}; \\ \nu_{12} &= \frac{C_{12}}{2K_{23}}, \quad \nu_{23} = \frac{E_L (K_{23} - G_{23}) - 4\nu_{12}^2 G_{23} K_{23}}{E_L (K_{23} + G_{23}) + 4\nu_{12}^2 G_{23} K_{23}}. \end{aligned}$$

**Пример использования математической модели.** В качестве примера использования данной методики определим оценки упругих характеристик однонаправленно-армированного стеклопластика с эпоксидной матрицей. В соответствии с экспериментальными результатами [16] задавались следующие характеристики эпоксидного связующего:  $E_m = 3,1$  ГПа;  $\nu_m = 0,4$ ; для армирующего наполнителя ( $E$ -стекловолокно):  $E_f = 68,6$  ГПа;  $\nu_f = 0,22$ .

На рис. 2 представлены результаты расчета поперечного модуля упругости  $E_T$  и модуля сдвига в плоскости армирования  $G_{12}$  данного композита без учета межфазного слоя ( $l = 0$ ). Можно

отметить, что расчетные зависимости данных характеристик от объемного содержания волокон существенно нелинейны. Здесь же приведены результаты расчета эффективных упругих характеристик в рамках упрощенных математических моделей. Так, в [17] для параметров  $E_T$  и  $G_{12}$  предложены соотношения:

$$E_T = \frac{E_m E_f}{c E_m + (1-c) E_f - \frac{c(1-c)(E_f \nu_m - E_m \nu_f)}{c E_f + (1-c) E_m}}, \quad G_{12} = \frac{G_m G_f}{c G_m + (1-c) G_f} \quad (4)$$

В [9] поперечный модуль упругости стеклопластиков рекомендуется вычислять по формуле

$$E_T = \frac{E_m E_f}{E_m + E_f (1 - \nu_m^2) (1 - \sqrt{c})} \quad (5)$$

При получении соотношений (4) и (5) композит рассматривается как система из двух последовательно соединенных упругих элементов. Подобный упрощенный подход к моделированию исследуемого объекта снижает точность расчетных оценок, полученных по данным выражениям. Четырехфазная модель (рис. 1) позволяет более точно прогнозировать упругие свойства композита. Из анализа зависимостей на рис. 2 следует вывод о том, что результаты использования соотношений (4) соответствуют значениям, полученным на основе более сложной модели лишь при малом содержании волокон ( $c < 0,2$ ). При более высоких значениях  $c$  использование соотношений (4) приводит к заниженной оценке эффективных модулей  $E_T$  и  $G_{12}$ . Выражение (5) может применяться для расчета поперечного модуля упругости стеклопластиков с большим объемным содержанием волокон ( $c > 0,6$ ). При меньших значениях  $c$  применение соотношения (5) приводит к завышенным оценкам жесткости композита.

Разработанная методика позволяет учесть существенное влияние межфазного слоя при прогнозировании эффективных характеристик композита. В армированных полимерах межфазный слой представляет собой модификацию приграничного объема материала матрицы. С учетом общности результатов использования четырехфазной модели в расчетном примере примем, что объемный модуль материала межфазного слоя совпадает с объемным модулем материала матрицы  $K_f = K_m$ . Тогда упругие свойства слоя можно характеризовать одним параметром – относительным модулем сдвига  $g_i^m = \frac{G_f}{G_m}$ . Влияние относительного модуля сдвига межфазного слоя на упругие характеристики  $E_T$  и  $G_{12}$  рассматриваемого стеклопластика представлено на рис. 3, а. Видно, что характер зависимостей  $E_T(g_i^m)$ ,  $G_{12}(g_i^m)$  идентичен. При этом увеличение относительного модуля сдвига слоя ведет к росту эффективных моделей композита. В диапазоне малых значений параметра  $g_i^m$  ( $g_i^m < 5$ ) влияние относительной жесткости межфазного слоя на эффективные свойства композита выражено гораздо сильнее, чем при больших значениях  $g_i^m$ . Для получения приемлемых расчетных оценок свойств композита, содержащего межфазный слой, не-

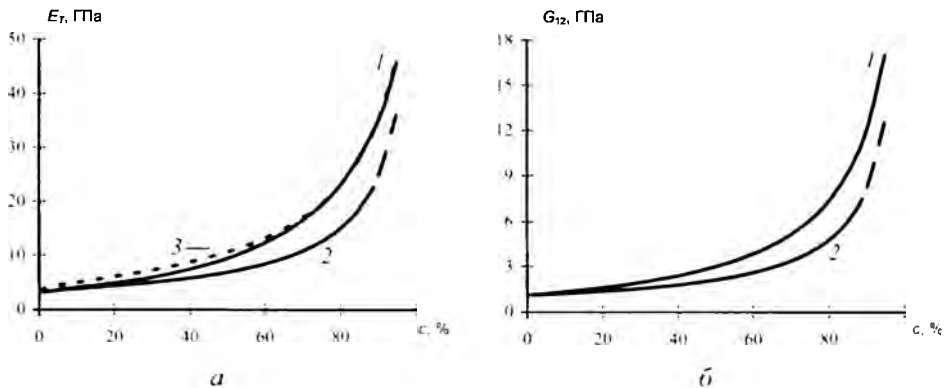


Рис. 2. Зависимость поперечного модуля упругости (а) и модуля сдвига в плоскости армирования (б) композита от объемной доли волокон: 1 – разработанная модель; 2 – соотношения (4); 3 – расчет по формуле (5)

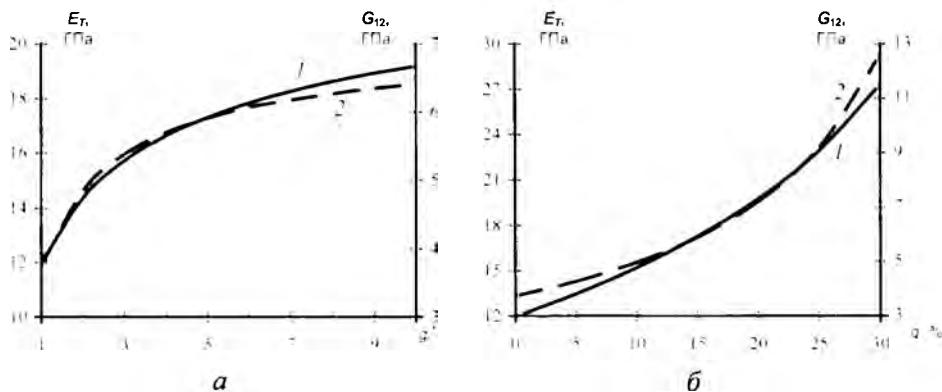


Рис. 3. Зависимость поперечного модуля упругости (кривые 1) и модуля сдвига в плоскости армирования (кривые 2) композита от относительного модуля сдвига материала межфазного слоя при  $q = 0,15$  (а) и от относительной толщины слоя при  $g^m = 5$  (б)

обходимо знать не только механические характеристики, но и толщину данного слоя. Согласно графикам, представленным на рис. 3, б, зависимости поперечного модуля  $E_T$  и модуля сдвига  $G_{12}$  композита от относительной толщины межфазного слоя существенно нелинейны. В результате расчетов было установлено, что данные зависимости имеют тот же общий вид, что и функции  $E_T(\sqrt{c})$ ,  $G_{12}(\sqrt{c})$  для композита при отсутствии межфазного слоя.

Дальнейшее развитие выполненного исследования в соответствии с задачами, обозначенными в [18], предполагает реализацию идеи моделирования межфазного слоя с последующим расчетом (восстановлением) его деформационно-прочностных характеристик путем идентификации модели по доступным экспериментальным данным (например, результатам стандартных механических испытаний).

**Заключение.** Разработана уточненная (четырёхфазная) модель трансверсально-изотропного волокнистого композита, позволяющая прогнозировать эффективные механические характеристики композита с учетом параметров межфазного слоя. Проведенные тестовые расчеты характеристик однонаправленно-армированного стеклопластика с эпоксидной матрицей, учитывающие объемное содержание волокон, относительную толщину и модуль сдвига межфазного слоя, позволили установить существенную нелинейность зависимостей эффективных упругих модулей композита от вышеуказанных параметров. Также показано, что существующие упрощенные расчетные методики, основанные на моделировании композита последовательно и параллельно соединенными упругими элементами, позволяют получить приемлемые оценки поперечного модуля упругости и модуля сдвига лишь при малом объемном содержании наполнителя ( $c < 0,2$ ).

## Литература

1. Физикохимия многокомпонентных полимерных систем: В 2-х т. / Под общ. ред. Ю. С. Липатова. Киев, 1986.
- Т. 1. Наполненные полимеры / Бабич В. Ф., Брык М. Т., Веселовский Р. А. и др. Киев, 1986.
2. Липатов Ю. С., Бабич В. Ф., Перепелицина Л. Н. // Высокомолекулярные соединения. Сер. Б. 1982. Т. 24, № 7. С. 548–553.
3. Мэнсон Дж., Сперлинг Л. Полимерные смеси и композиты. М., 1979.
4. Chizhik S. A., Rytuzza Z., Chikunov V. V., Kuznetsova T. A., Jarzabek D. // Recent advances in mechatronics / Ed. by Jablonski et al. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. P. 541–545.
5. Черноус Д. А., Шилько С. В., Панин С. В. // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 13, № 4. С. 85–90.
6. Шилько С. В., Черноус Д. А., Панин С. В. // Физическая мезомеханика. 2011. Т. 14, № 1. С. 67–83.
7. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М., 1982.
8. Shilko S. V., Chernous D. A., Panin S. V. // Mechanics of Composite Materials. 2012. Vol. 48, N 2. P. 171–178.
9. Mori T., Tanaka K. // Acta Metallurgica. 1973. Vol. 21, N 5. P. 571–574.
10. Бурьян О. Ю., Новиков В. У. // Механика композитных материалов. 2002. Т. 38, № 3. С. 289–304.
11. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопrotивление жестких полимерных материалов. Рига, 1972.
12. Composite materials. Vol. 2. Mechanics of composite materials / Ed. by G. P. Sendeckyj. New York and London: Academic Press, 1974.
13. Гузь А. Н., Хорошун Л. П., Ванин Г. А. Механика композитных материалов и элементов конструкций: В 3-х т. Т. 1. Механика материалов. Киев, 1982.

14. *Старовойтов Э. И.* Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости. Гомель, 2001.
15. *Эшелби Дж.* Континуальная теория дислокаций. М., 1963.
16. *Тарнопольский Ю. М., Скудра А. М.* Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков. Рига, 1966.
17. Тканые конструкционные композиты / Под ред. Т.-В. Чу, Ф. Ко. М., 1991.
18. *Плескачевский Ю. М., Шилько С. В., Можаровский В. В.* // Вестн НАН Беларуси. Сер. фіз-тэхн. навук. 1998. № 4. С. 42–52.

*S. V. SHIL'KO, Yu. M. PLESKACHEVSKY, S. V. PANIN, D. A. CHERNOUS*

**ANALYSIS OF TRANSVERSAL ISOTROPIC COMPOSITES MECHANICAL PROPERTIES WITH TAKING INTO ACCOUNT OF INTERFACE LAYER**

**Summary**

The problem of theoretical prediction of composite's properties taking into account of interface layer, has been shown. For this aim the modification of three-phase model of fiber reinforcing transverse-isotropic composite has been proposed. The calculated parameters have been compared with the results of alternative simplified methods. This modification (four-phase model) allows us to take into account the interface layer parameters and to obtain nonlinear dependencies of the elastic properties of composite on fibers content, relative thickness and shear modulus of the interface layer in the expanded range of reinforcing.