УДК 621.396.96

АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЧ ТРАНЗИСТОРОВ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ЧИСЛЕННОМ ВИДЕ, НА ДИСКРЕТНОМ РЯДЕ ЧАСТОТ

Исаев В.О., Свириденко А.А.

Военная академия Республики Беларусь, г. Минск, e-mail: ystasmoz@gmail.com
Военная академия Республики Беларусь, г. Минск, e-mail: svirid2785@gmail.com

Введение. В настоящее время во всем мире наблюдается стремительное развитие радиоэлектронных систем в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ): систем сотовой и радиорелейной связи, радионавигации и радиолокации, телевидения и т.д. Убедиться в этом нетрудно обратившись к широкому спектру самой передовой продукции в диапазоне СВЧ выпускаемой ведущими корпорациями в этом секторе: TriQuint Semiconductor, Hittite Microwave Corporation, Excelics, RFMD, Mimix Broadband и рядом других. Компоненты, в частности СВЧ транзисторы, выпускаемые этими корпорациями как правило имеют технический паспорт – «Datasheet» в котором указывается основная информация о рабочих параметрах, режимах работы и характеристиках транзистора. Частью этой информации являются заданные на дискретном ряде частот значения (модуль и фаза) элементов матрицы рассеяния.

При проектировании СВЧ радиоэлектронных устройств (РЭУ) (таких как СВЧ транзисторные усилители, преобразователи и умножители частоты, активные фильтры, антенные устройства и др.), важное значение имеет решение задач широкополосного согласования. При задании параметров рассеивания согласуемых СВЧ устройств в виде численных дискретных зависимостей модуля и аргумента от частоты задача согласования может быть решена исключительно численными методами.

По-иному дело обстоит, когда согласующая цепь находится аналитическими методами. Здесь успех в решении задач согласования напрямую связан с определением адекватных математических моделей (дробно - рациональных функций (3)) согласуемых нагрузок. Таким образом актуальным является вопрос о нахождении математических моделей СВЧ РЭУ, представленных в численном виде на дискретном ряде частот, которые бы описывали параметры этих устройств с требуемой точностью. Это позволит применять современные аналитические методики широкополосного согласования и послужит толчком для их дальнейшего развития.

Матрица рассеивания четырехполюсников. Для пассивного линейного четырехполюсника (ЧП), включенного в СВЧ тракт с волновым сопротивлением Z_0, можно записать уравнения, определяющие линейную связь между падающими и отраженными волнами на входе и выходе ЧП в виде:

$$
\begin{aligned}
U_{отр1} &= S_{11}U_{пад1} + S_{12}U_{отр1},\\
U_{пад2} &= S_{21}U_{пад1} + S_{22}U_{отр2}.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Матрицу $[S]$ называют матрицей рассеяния. Для ЧП эта матрица имеет размер 2×2. Она устанавливает связь между комплексными нормированными амплитудами отраженных и падающих волн в плечах ЧП.

В матричной записи уравнения (1) приобретают вид:

$$
\begin{bmatrix} U_{отр1} \\ U_{отр2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{пад1} \\ U_{пад2} \end{bmatrix}. \tag{2}
$$

Элементы волновой матрицы рассеяния имеют ясный физический смысл и могут быть измерены сравнительно простым способом, в частности с помощью измерительной линии.

При работе СВЧ - четырехполюсника на согласованную нагрузку отраженная волна на выходе его отсутствует, а из соотношения (2) следует:

$$S_{11} = \frac{U_{отр1}}{U_{пад1}},$$

$$S_{21} = \frac{U_{пад2}}{U_{пад1}}.$$

Где S_{11} - комплексный коэффициент отражения от входа исследуемого ЧП, а S_{21} - комплексный коэффициент передачи ЧП. В общем случае он учитывает, как активные потери в четырёхполюснике, так и потери на отражение.

Элементы S_{22} и S_{21} имеют аналогичный смысл, но соответствуют обратному включению ЧП (при этом выход ЧП соединяют с генератором, а на вход его включают согласованную нагрузку).

Значения матрицы рассеяния описывают свойства ЧП лишь на заданной частоте. Для представления ЧП в полосе частот элементы матриц рассеяния преобразуются в рациональную функцию вида:

$$f(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + ... + a_k s^k}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + ... + b_n s^n}. \qquad (3)$$

Алгоритм аппроксимации частотных характеристик СВЧ транзисторов, представленных в численном виде, на дискретном ряде частот. Взяв за основу дробно - рациональную функцию (3) с неизвестными коэффициентами при переменной s можно максимально точно аппроксимировать заданные в табличном виде модуль и фазу коэффициента отражения S_{11} СВЧ устройства.

Так, как рассматриваемые модуль и фаза коэффициента отражения S_{11} являются комплексными, то для поиска функции, максимально точно описывающей транзистор с заданными параметрами, необходимо воспользоваться некоторыми свойствами комплексных чисел.

Как известно, модуль комплексного числа S_{11} можно представить в виде

$$S_{11} = |S_{11}| = \sqrt{A^2 + B^2}, \qquad (4)$$

где A – действительная часть S_{11}, а B – мнимая часть S_{11}. Тогда фаза коэффициента отражения S_{11} равна

$$\varphi = -\arctan\frac{B}{A}. \qquad (5)$$

Представим функцию (3) через четные и нечетные части ее числителя и знаменателя [1]:

$$f(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)}.$$

Умножим $P(s)$ и $Q(s)$ на $(m_2 + n_2) = Q(-s)$:

$$f(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)} \frac{m_2 - n_2}{m_2 - n_2} = \frac{(m_1 m_2 - n_1 n_2) + (n_1 m_2 - m_1 n_2)}{m_2^2 - n_2^2},$$

где $m_1 = a_0 + a_2 s^2$ - четная часть числителя функции $f(s)$,

$m_2 = b_0 + b_2 s^2$ - четная часть знаменателя функции $f(s)$,

$m_1 = a_1 s$ - нечетная часть числителя функции $f(s)$,

$n_1 = b_1 s$ - нечетная часть знаменателя функции $f(s)$.

Из теории цепей известно [1], что действительная и мнимая части дробно - рациональной функции (3) находиться как:

$$\operatorname{Re} f(s) = \frac{m_1 m_2 - n_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2};$$

$$\operatorname{Im} f(s) = \frac{n_1 m_2 - m_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2}.$$

Тогда действительная и мнимая части требуемой функции принимают вид:

$$\operatorname{Re} f(s) = \frac{(a_0 + a_2 s^2)(b_0 + b_2 s^2) - a_1 b_1 s^2}{(b_0 + b_2 s^2)^2 - (b_1 s)^2};$$

$$\operatorname{Im} f(s) = \frac{(a_1 s)(b_0 + b_2 s^2) - (a_0 + a_2 s^2) b_1 s}{(b_0 + b_2 s^2)^2 - (b_1 s)^2}.$$

Исходя из (4) и (5) модуль и фаза примет вид:

$$|f(s)| = \sqrt{\left(\frac{(a_0 + a_2 s^2)(b_0 + b_2 s^2) - a_1 b_1 s^2}{(b_0 + b_2 s^2)^2 - (b_1 s)^2}\right)^2 + \left(\frac{(a_1 s)(b_0 + b_2 s^2) - (a_0 + a_2 s^2) b_1 s}{(b_0 + b_2 s^2)^2 - (b_1 s)^2}\right)^2};$$

$$\eta(s) = -\arctan \frac{(a_1 s)(b_0 + b_2 s^2) - (a_0 + a_2 s^2) b_1 s}{(a_0 + a_2 s^2)(b_0 + b_2 s^2) - a_1 b_1 s^2}.$$

Используя численный метод решения задачи Чебышевской аппроксимации и, выбрав интервал частот, требуемый для согласования транзистора, получаем системы неравенств [2]:

$$\begin{cases} |S_{11}(\omega_{min}) - f(\omega_{min})| \le \delta_{\rho(\omega_{min})}; \\ |S_{11}(\omega_1) - f(\omega_1)| \le \delta_{\rho(\omega_1)}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ |S_{11}(\omega_{max}) - f(\omega_{max})| \le \delta_{\rho(\omega_{max})}. \end{cases} \qquad \begin{cases} |\varphi(\omega_{min}) - \eta(\omega_{min})| \le \delta_{\eta(\omega_{min})}; \\ |\varphi(\omega_1) - \eta(\omega_1)| \le \delta_{\eta(\omega_1)}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ |\varphi(\omega_{max}) - \eta(\omega_{max})| \le \delta_{\eta(\omega_{max})}. \end{cases}$$

В качестве целевой функции выберем параметр δ, который будем минимизировать путём определения коэффициентов a_0, a_1, a_2 и b_0, b_1, b_2, т.е. $\delta = \underset{a,b}{\xrightarrow{min}}$.

Для упрощения поиска требуемой функции так же примем во внимание следующее: ошибка всей функции будет тем больше, чем больше сумма каждой из ошибок по отдельности, т.е.

$$\begin{cases} |\delta_{f(\omega_{min})} + \delta_{\eta(\omega_{min})}| = \delta; \\ |\delta_{f(\omega_1)} + \delta_{\eta(\omega_1)}| = \delta; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ |\delta_{f(\omega_{max})} + \delta_{\eta(\omega_{max})}| = \delta. \end{cases}$$

Следовательно, искомая функции будет та, у которой «δ» будет минимальной.

Список литературы

1. Карни, Ш., Теория цепей. Анализ и синтез. – М. «Связь», 1973. – 269с.
2. Белецкий, А.Ф. Теория линейных электрических цепей / А.Ф. Белецкий. – М.: Радио и связь, 1986. – 544.