

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КУБА, ОБТЕКАЕМОГО ПОТОКОМ ВОЗДУХА

\*Чичко А.Н., Яцкевич Ю. В., Матюшинец Т.В.

*Белорусский национальный технический университет, \*ГНУ «Институт тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси»,  
г.Минск, Республика Беларусь, chichko\_a\_n@mail.ru*

**Реферат.** Представлена математическая модель для расчета процесса обтекания куба, движущегося в потоке воздуха, позволяющая рассчитать трехмерное распределение скоростей, температур и давлений в различных плоскостях пространства. Приведены результаты тестового моделирования движения куба со сверхзвуковой скоростью 1.5 числа Маха. Результат расчета по лобовому сопротивлению согласуется с известными опытными данными для куба.

Современные задачи проектирования летательных объектов тесно связаны с математическими моделями и САЕ-системами, позволяющими рассчитать процессы обтекания летательного объекта при его движении в воздушной среде. Методы моделирования аэродинамической среды, обтекающей 3d-тело, как правило, основаны на конечно-разностных аппроксимациях для систем дифференциальных уравнений в частных производных. Причем, САЕ системы, построенные на этих уравнениях, позволяют получать большое количество информации об аэродинамических характеристиках системы «летательный объект - аэродинамическая среда» на основе которых снижаются сроки проектирования и повышается качество решений по выбору геометрии летательного объекта.

Разнообразие специальных аэродинамических задач и расширение возможностей моделирования являются стимулом разработки специализированных компьютерных программ, которые являются альтернативными импортным аналогам.

**Целью работы** является численное моделирование базовых аэродинамических характеристик движущегося со сверхзвуковой скоростью куба на основе разрабатываемого математического аппарата и программного обеспечения.

Настоящая работа является продолжением и развитием математических моделей, описанных в работах [1-4] для процессов, использующих газодинамические уравнения.

**Математическая модель для расчета коэффициента лобового сопротивления ( $C_x$ ) и коэффициента подъемной силы ( $C_y$ ).** В основе математической модели положены уравнения Навье-Стокса, уравнение неразрывности, уравнение теплопроводности, уравнение Менделеева-Клапейрона, уравнение Бернулли и другие специальные уравнения, позволяющие обеспечить замкнутость математической системы. Модель отражает концепцию так называемого прямого численного моделирования (Direct Number Simulation - DNS).

Моделирование распределения скорости  $v(x,y,z,t)$  по трехмерному пространству моделируемой среды выполнялось на основе уравнений движения Навье-Стокса:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta(\rho, T)}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta(\rho, T)}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta(\rho, T)}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $x, y, z$  – декартовы координаты (ось  $Y$  направлена вертикально);  $v_x, v_y, v_z$  – проекции скорости воздуха на координатные оси  $X, Y, Z$  соответственно;  $P$  – давление воздуха;  $\rho$  – плотность воздуха;  $\eta(\rho, T)$  – динамическая вязкость воздуха, заданная таблично.

Моделирование распределения плотности  $\rho(x,y,z,t)$  по трехмерному пространству моделируемой среды производилось на основании трехмерного поля скоростей  $v(x,y,z,t)$  по уравнению неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \quad (2)$$

Моделирование распределения давления и расчет изменения плотности  $\rho(x,y,z,t)$  в поле давлений  $P(x,y,z,t)$  производился по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$P = \frac{\rho}{M} RT, \quad (3)$$

где  $T$  – температура воздуха;  $M=0,029$ кг/моль – молярная масса воздуха;  $R=8,3144$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Моделирование нагрева воздуха при торможении набегающего потока о поверхность твердого тела моделировалось на основе закона сохранения энергии с помощью уравнения Бернулли для сжимаемой среды для стационарного течения:

$$\frac{\rho_1 v_1^2}{2} - \frac{\rho_2 v_2^2}{2} = \frac{k}{k-1} (A_2 - A_1), \quad (4)$$

где  $\rho_1 v_1^2/2$  и  $\rho_2 v_2^2/2$  – плотность кинетической энергии потока в начале и в конце трубки тока соответственно;  $(k/(k-1))(A_2 - A_1)$  – удельная работа (Дж/м<sup>3</sup>) сил, возникающих в результате разности давления воздуха между двумя концами трубки тока;  $k=1,4$  – показатель адиабаты воздуха.

Моделирование переноса тепла вместе с потоком воздуха без учета процесса теплопроводности (только конвекция) рассчитывалось по следующим уравнениям:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -v_x \frac{\partial T}{\partial x} - v_y \frac{\partial T}{\partial y} - v_z \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} - v_x \frac{\partial T}{\partial x} - v_y \frac{\partial T}{\partial y} - v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{(k-1)M}{2kR\rho} \left( \frac{\partial(\rho v_x^3)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y^3)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z^3)}{\partial z} \right). \quad (6)$$

Конечно-разностная форма система уравнений (1)-(6) была положена в основу компьютерной модели, в которой моделируемое пространство разбивается на прямоугольные элементы (прямоугольная сетка). Расчет аэродинамических характеристик. Аэродинамические характеристики вычислялись следующим образом. Первоначально вычислялись силы давления, действующие с разных сторон на объект, путем суммирования сил давления каждого конечно-объемного элемента, пересекающего поверхность объекта:

$$F_n = \sum_{\substack{(x,y,z)\text{-воздух} \\ (x+\Delta x,y,z)\text{-тело}}} (P(x,y,z) - P_0) \Delta y \Delta z, \quad (10)$$

$$F_z = \sum_{\substack{(x,y,z)\text{-воздух} \\ (x-\Delta x,y,z)\text{-тело}}} (P(x,y,z) - P_0) \Delta y \Delta z, \quad (11)$$

$$F_x = \sum_{\substack{(x,y,z)\text{-воздух} \\ (x,y-\Delta y,z)\text{-тело}}} (P(x,y,z) - P_0) \Delta x \Delta z, \quad (12)$$

$$F_n = \sum_{\substack{(x,y,z)\text{-воздух} \\ (x,y+\Delta y,z)\text{-тело}}} (P(x,y,z) - P_0) \Delta x \Delta z, \quad (13)$$

где  $F_n, F_z, F_g, F_n$  – силы давления, действующие на объект спереди, сзади, сверху, снизу соответственно;  $P(x,y,z)$  – давление в конечно-разностном элементе с координатами  $(x,y,z)$ ;  $P_0$  – нормальное давление воздуха;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – шаг конечно-разностной сетки.

На основании полученных сил, действующих с разных сторон на объект, вычислялись лобовое сопротивление:

$$X = F_n - F_z, \quad (14)$$

подъемная сила:

$$Y = F_n - F_g, \quad (15)$$

коэффициент лобового сопротивления:

$$C_x = \frac{2X}{S_n \rho_0 v_\infty^2}, \quad (16)$$

коэффициент подъемной силы:

$$C_y = \frac{2Y}{S_n \rho_0 v_\infty^2}, \quad (17)$$

где  $S_n$  – площадь несущей поверхности (вертикальной проекции объекта),  $\rho_0$  – нормальная плотность воздуха на бесконечном удалении от объекта;  $v_\infty$  – скорость воздуха на бесконечном удалении от объекта.

**Исходные данные.** Для определения степени адекватности математической модели была проведена серия численных экспериментов по моделированию обтекания воздухом 3d-куба размером 500x500x500мм, который был помещен в воздушную среду (виртуальная аэродинамическая среда) размером 2,43x2,45x2,43м. В расчетах использовали 2196870 сеточных элементов. Все аэродинамическое рабочее пространство было разбито на сетку размером ячейки 0,01 мм. На границе аэродинамической трубы перпендикулярно к поверхности куба генерировался поток воздуха, который имел скорость 514.5 м/с.

Использовались следующие начальные условия задачи. Начальная температура потока воздуха была принята равной:  $T_{ijk}=15^0\text{C}$ . Начальное давление было принято равным:  $P_{ijk}=101149\text{Па}$ . Начальная плотность воздуха принята равной:  $\rho_{ijk}=1.225 \text{ кг/м}^3$ . Шаг по времени процесса моделирования являлся постоянным и равным :  $\tau=7.5*10^{-6}$  сек.

### Результаты численного моделирования

Некоторые результаты в виде фрагментов моделирования приведены на рисунках 1-4.

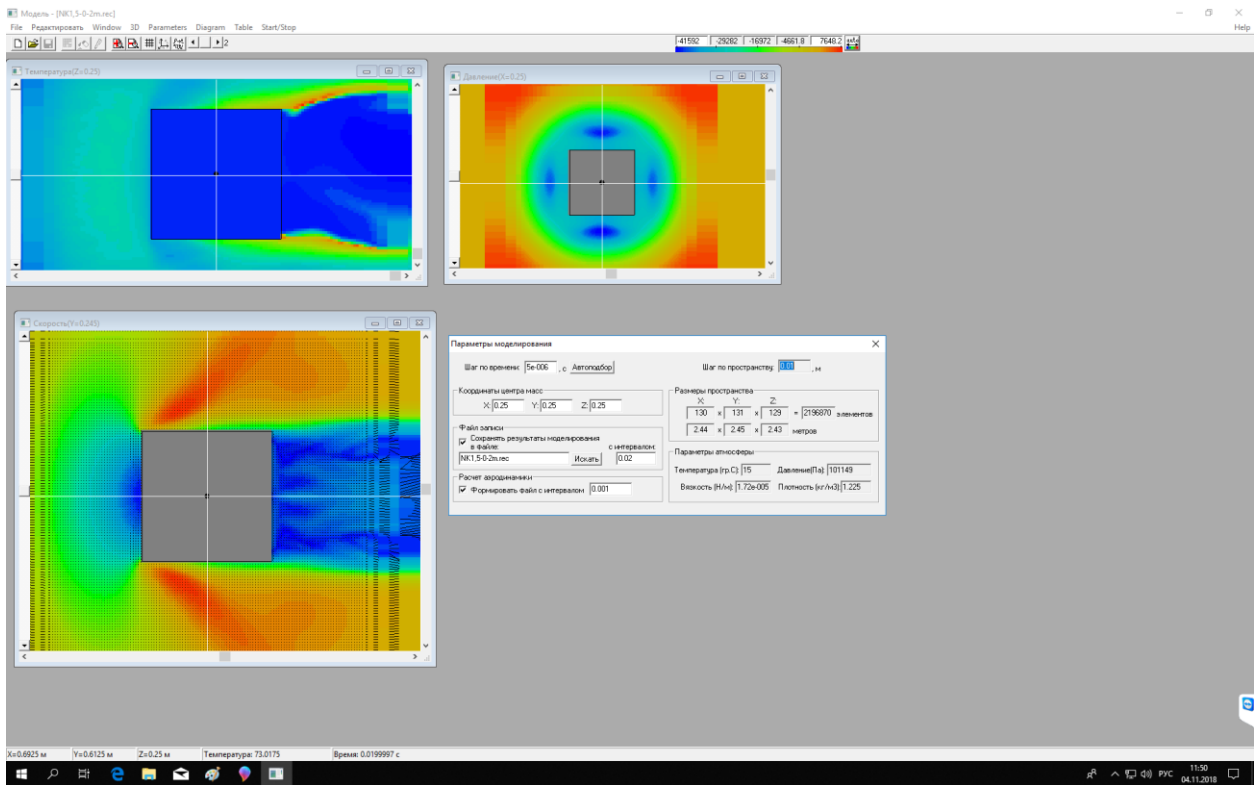


Рисунок 1 – Фрагмент моделирования с входными параметрами движения куба в воздушной среде со скоростью 514,5 м/с (число Маха=1,5) для времени моделирования  $\tau=0,0199\text{c}$

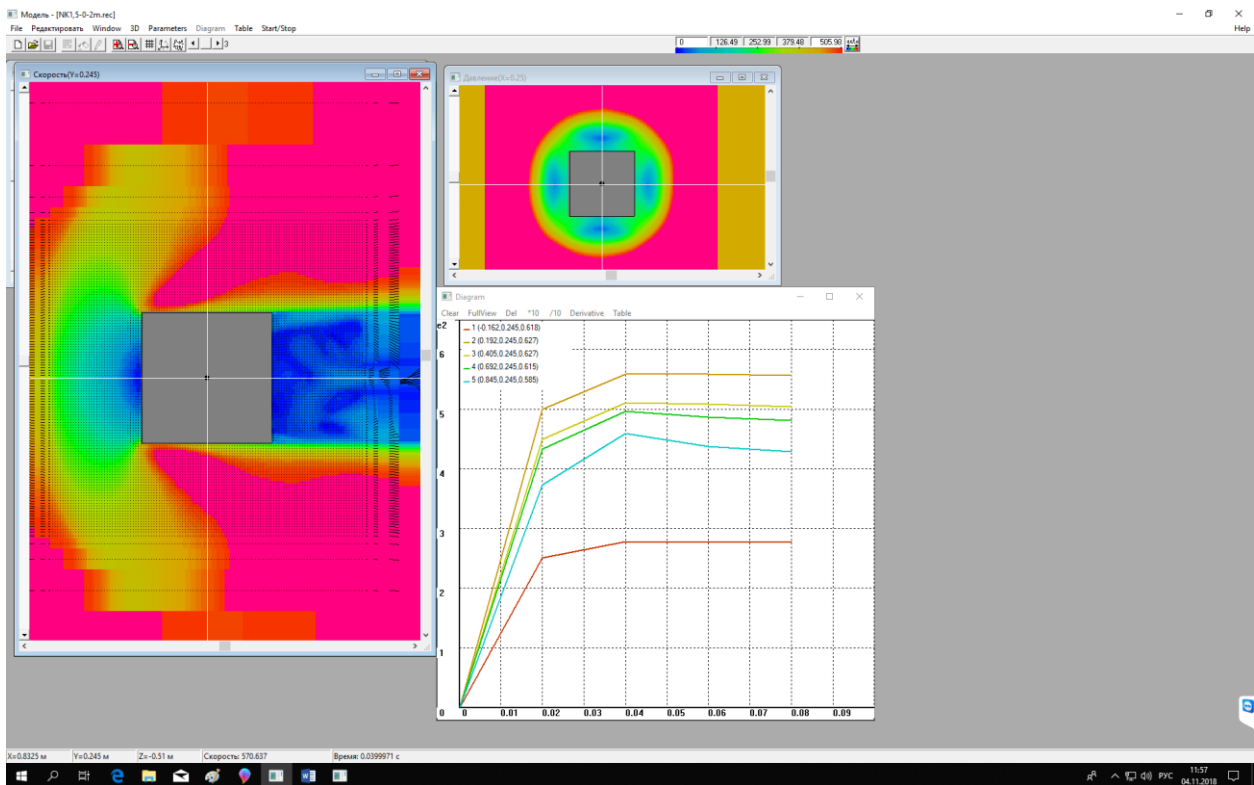


Рисунок 2 – Фрагмент моделирования с выходными графическими зависимостями для движения куба в воздушной среде со скоростью 514,5 м/с (число Маха=1,5) для времени моделирования  $\tau=0,0399\text{ c}$

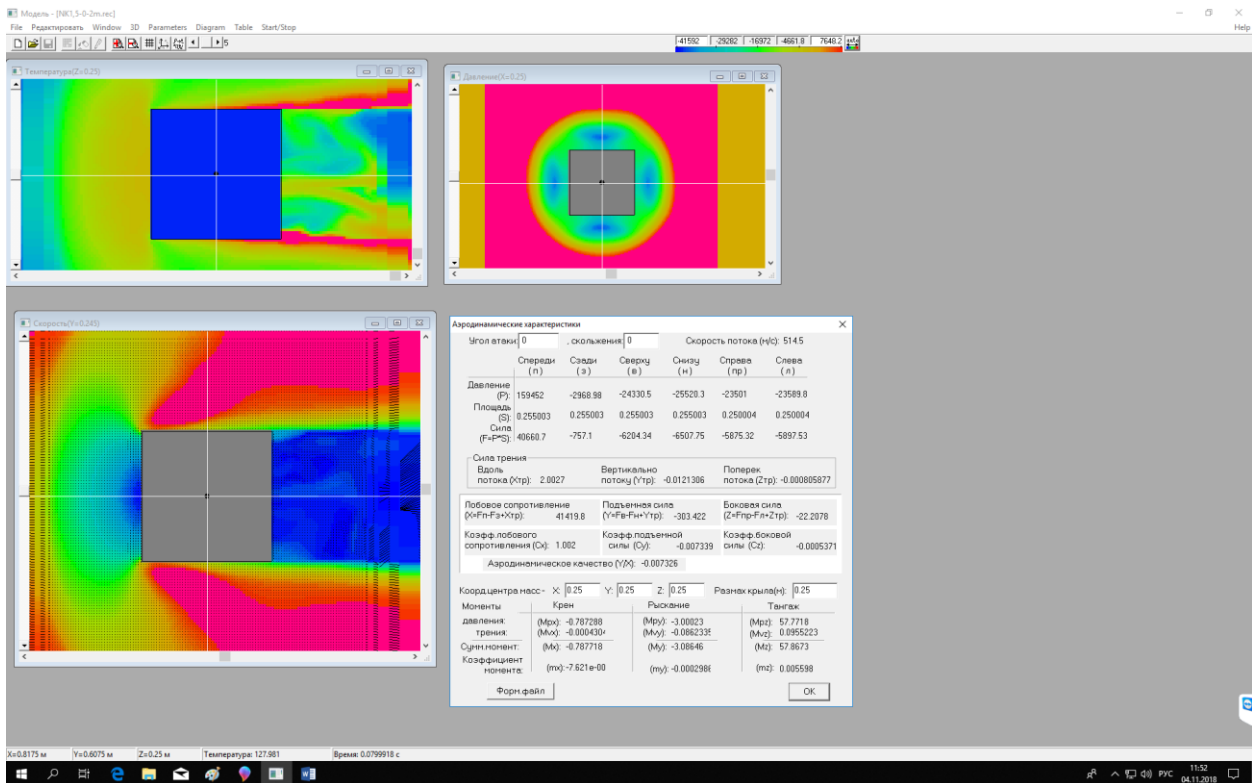
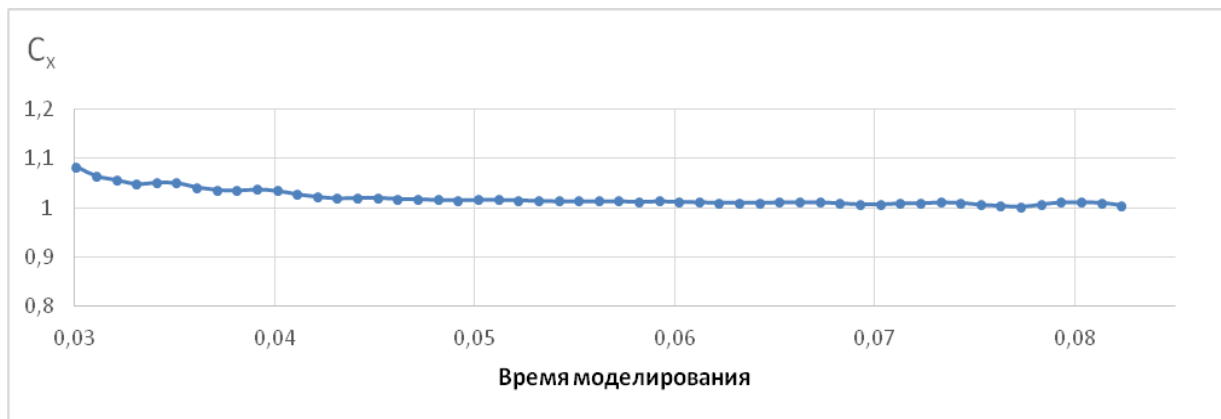


Рисунок 3 – Фрагмент моделирования с выходными характеристиками сопротивления для движения куба в воздушной среде со скоростью 514,5 м/с (число Маха=1,5) для времени моделирования  $\tau=0,0799$  с



а)



б)

Рисунок 4 – Зависимость коэффициентов сопротивления куба а)  $C_x$  и б)  $C_y$  от времени моделирования процесса обтекания объекта «куб»

На рисунке 1 в трех плоскостях по осям X,Y,Z показаны распределения скоростей, температур и давлений в рассчитанной области. В правом углу рисунка 1 видны начальные условия задачи. Данные по полям скоростей, давлений и температур были использованы для построения графиков в различных точках моделируемого пространства, что можно видеть из рисунка 2, на котором показаны данные с фрагментом моделирования для  $\tau=0,0399$ с. На рисунке 3 приведен фрагмент моделирования для времени моделирования  $\tau=0,0799$ с, из которого можно видеть панель выходных характеристик расчета с силовыми значениями сил действующих на грани куба. На выходной панели (рисунок 3) приведены коэффициенты сопротивления для куба, обтекаемого воздухом, движущимся со сверхзвуковой скоростью  $v=514.5$  м/с.

На рисунке 4 представлены зависимости аэродинамических коэффициентов сопротивления от времени моделирования, начиная с момента начала сходимости численного решения  $C_x$ . Как видно из рисунка 4,а, начиная с момента времени 0,04 с коэффициент лобового сопротивления стремиться к постоянной величине. Среднее значение, подсчитанное на основе данных рисунка 4 для величины  $C_x$ , начиная с 0,04 и до значения 0,08 равно 1,01. Это значение согласуется с известными литературными данными ( $C_x = 1,05$ ) для лобового сопротивления куба 1,05. Аналогично, среднее значение  $C_y$ , характеризующее подъемную силу для куба, стремиться к величине -0,00671. То есть фактически стремиться к нулю.

**Заключение.** Разрабатываемая модель для расчета аэродинамических характеристик в виде программного комплекса может найти применение для решения задач авиастроения, а именно для оценки технических решений при создании различных видов геометрии ракет и беспилотных летательных комплексов.

#### **Литература**

1 Чичко, А.Н. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме / А.Н. Чичко, С.Г. Лихоузов // Доклады НАН Беларуси. – 2001. – Т.45.– №4. – С. 110-114.

2 Чичко, А.Н. Комплекс программных средств «ПРОЛИТ» для моделирования процессов течения и охлаждения расплавов / А.Н. Чичко, В.Ф. Соболев, С.Г. Лихоузов // Программные продукты и системы. – 2002. – №4. – С.47-48.

3 Чичко, А.Н. Компьютерные системы моделирования физических процессов / А.Н. Чичко // Вестник БНТУ. – 2003. – № 2. – С. 42-48.

4 Чичко, А.Н. Программное обеспечение под суперкомпьютер «СКИФ» «ПроЛит-1с» и «ПроНРС-1с» для литейного и металлургического производства / А.Н. Чичко, Д.М. Кукуй, В.Ф. Соболев, С.Г. Лихоузов, Ю.В. Яцкевич, О.И. Чичко // Литье и металлургия. – 2008. – № 3. – С. 131-139.