

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Лутковская Е.А., Габасова О.Р.

*Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия, elut325@gmail.com
Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь, bipushka@yandex.ru*

Когда мы открывали прикладной бакалавриат по специальности «Прикладная информатика» в Иркутском государственном университете и выбирали предметы математического цикла, которые студентом данной специальности было бы полезно изучать, конечно, мы не могли обойти стороной дискретную математику. Эта дисциплина является ключевой для программы бакалавриата по прикладной информатике, так как она сводит воедино все сведения, необходимые программистам, обобщает их и показывает взаимосвязи между разными разделами одной дисциплины и даже разными предметами.

Первая трудность, возникающая при преподавании дискретной математики, связана с выбором учебника. Учебников издается великое множество, но большинство из них являются перепевами старой классической схемы преподавания дискретной математики, сложившейся еще в советский период. А между тем, в Интернете можно найти целые форумы на тему «Посоветуйте книгу по дискретной математике», где люди жалуются на то, что в университете изучали этот предмет, но не уделили ему нужного внимания, а вот теперь видят, как этот курс им пригодился бы в программировании, и просят подсказать, что почитать. В основном советуют книги следующих авторов: Андерсен [1], Белоусов, Ткачев [2], Новиков [3], Хаггарти [4] и Грэхем [5]. Про книгу Андерсена говорят, что современный учебник, читается как песня, но чересчур разжевывает. Про Новикова говорят, что скучный и сухой, не понравился стиль. Книгу Белоусова, Ткачева хвалят, но, учитывая, что это книга по курсу, который читается в самой бауманке, она может показаться сложной. По поводу "Конкретной математики" Грэхема говорят, что это все же несколько другое, не совсем классический курс дискретной математики, хотя и из той же области. Эта статья не претендует на полный обзор литературы по дискретной математике, просто хотелось бы рассказать об опыте преподавания по книге Р.Хаггарти «Дискретная математика для программистов» [4]. Скажу сразу же, что мы рассматривали только две книги: Хаггарти [4] и Грэхема [5]. И хотя наши преподаватели по программированию настаивали на книге Грэхема, откуда они черпают многочисленные задачи для студентов по своему предмету, решено было все-таки остановиться на замечательном труде Хаггарти, так как в «Конкретной математике» Грэхема скорее техника решения, а хотелось бы книжку, пишущую про то, как строится вся эта теория, что в «классическом» курсе дискретной математики и делают. Да и разделы, изучаемые в «Дискретной математике для программистов» Роя Хаггарти более соответствуют классическому курсу: Логика и доказательство, Теория множеств, Отношения, Функции, Комбинаторика, Графы и Ориентированные графы и Булева алгебра. В то время как в «Конкретной математике» Грэхема изучаются следующие разделы: Возвратные задачи, Исчисление сумм, Целочисленные функции, Элементы теории чисел, Биномиальные коэффициенты, Специальные числа, Производящие функции, Дискретная вероятность и Асимптотика. Даже из названий разделов книги Грэхема видно, что авторы фокусируются скорее на технических задачах, чем на методических. Еще раз замечу, что мы ориентировались на студентов, выбравших программу именно прикладного, а не академического бакалавриата по специальности прикладная информатика.

Теперь расскажем об опыте преподавания дискретной математике по книге Хаггарти. Вторая сложность, которая возникает при преподавании дискретной математики, заключается в том, что все ее разделы сильно взаимосвязаны. Поэтому трудно выбрать, с какого раздела начать обучение, и каким продолжить. Практически все учебники по дискретной математике грешат тем, что при изучении первого раздела уже приходится ссылаться на второй, и никак нельзя построить последовательность глав так, чтобы не нужно было привлекать термины последующих глав в предыдущих. Приведем, например, схему связей разделов дискретной

математики, изучаемых в книге Р.Хаггарти «Дискретная математика для программистов» (рис. 1).

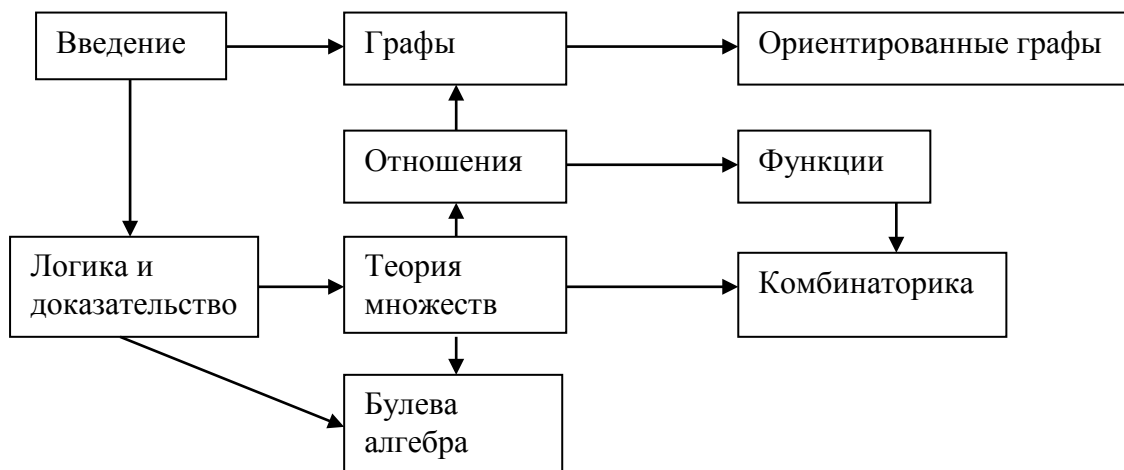


Рисунок 1 – Связи разделов дискретной математики.

Эта схема приведена и в самом учебнике, мы только добавили некоторые связи, которые, как нам кажется, авторы учебника просмотрели. Так как эту сложность, по-видимому, никак не преодолеть, мы читаем этот курс в том порядке, в каком разделы встречаются у Хаггарти, не стесняясь вводить новые понятия по мере необходимости. Например, при изучении отношений, уже вводятся такие способы представлений отношений, как через ориентированные графы и через булевы матрицы. Так, нам кажется, у студентов складывается более полная картина связей разделов курса между собой.

Чем еще замечателен учебник Хаггарти – это тем, что он практически единственный из нам известных решает другую проблему изучения дискретной математики – обзор приложений. Когда студенты слушают какой-либо университетский курс, самый распространенный вопрос – это как это может пригодиться в будущей профессии. Тем более удивительно, что такой предмет, как дискретная математика, без знания которой невозможно успешно заниматься информатикой и программированием, часто читается настолько академически, что как раз на этот вопрос студенты не находят ответа, в следствие чего, предмет может стать им не интересен. В учебнике Хаггарти после каждого раздела приводится приложение, в котором отражено одно из применений данного раздела в информатике и программировании (см. табл. 1).

| <i>Раздел Дискретной математики</i> | <i>Приложение</i> |
|-------------------------------------|--|
| Логика и доказательство | Корректность алгоритмов |
| Теория множеств | Экспертная система |
| Отношения | Системы управления базами данных |
| Функции | Языки функционального программирования |
| Комбинаторика | Эффективность алгоритмов |
| Графы | Сортировка и поиск |
| Ориентированные графы | Коммуникационные сети |
| Булева алгебра | Проектирование 2-битного сумматора |

Таблица 1 – Связи разделов дискретной математики с приложениями

Единственный недостаток этой книги в том, что, во-первых, все упражнения подробно разобраны в приложении, так что приходится давать домашнюю работу из других источников, и, во-вторых, задания для самостоятельной работы к приложению тоже приходится разрабатывать самому преподавателю. Об этой работе речь в основном и пойдет в данной статье. Вначале приведем таблицу, в которой мы попытались отразить связи разделов дискретной математики и тем приложений с теми дисциплинами, которые студент специальности Прикладная информатика также изучает на первом курсе (см. табл. 2 и 3). Эти

таблицы показывают, насколько основополагающей является введение в дискретную математику для студентов, обучающихся по специальности Прикладная информатика.

Вначале покажем, насколько тесно дискретная математика связана с остальными дисциплинами математического цикла, читаемыми студентам специальности Прикладная информатика.

| <i>Дисциплина /Раздел ДМ</i> | <i>Математически й анализ</i> | <i>Линейная алгебра</i> | <i>Теория вероятностей</i> |
|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|--|
| Введение | Моделирование | | |
| Логика и доказательство | Методы доказательств | | Доказательство биннома Ньютона по индукции |
| Теория множеств | Множества | | |
| Отношения | | Матрицы | |
| Функции | Функции и их графики | Перемножение матриц | Принцип Дирихле |
| Комбинаторика | | | Комбинаторика |
| Графы | | Операции над матрицами | |
| Ориентированные графы | | Перемножение матриц | |
| Булева алгебра | Функции | | |

Таблица 2 – Связи разделов дискретной математики с дисциплинами математического цикла.

Приложения в книге Хаггарти «Дискретная математика для программистов» связывают эту дисциплину в основном с дисциплинами профессионального цикла: программированием и информатикой, но обнаружилось и интересные связи с другими читаемыми дисциплинами (см. табл. 3).

| <i>Дисциплина /Приложение ДМ</i> | <i>Программирование</i> | <i>Информатика</i> | <i>Другая</i> |
|--|--|-----------------------------|--|
| Введение | Псевдокод | | |
| Корректность алгоритмов | Проверка корректности алгоритмов | Логические функции MS Excel | |
| Экспертная система | Работа с базой знаний | | История (база знаний по династии Романовых) |
| Системы управления базами данных | | СУБД MS Access | Русский язык (как формируются отчества от имени отца) |
| Языки функционального программирования | Языки функционального программирования | | Русский язык (как формируются женские фамилии от мужских) |
| Эффективность алгоритмов | Эффективность алгоритмов | | Математический анализ (применение пределов для сравнения бесконечно больших величин) |
| Сортировка и поиск | Двоичное дерево поиска | | Русский язык (лексикографический порядок) |
| Коммуникационные | | Протоколы | |

| | | | |
|------------------------------------|--|----------------------|------------------------------|
| е сети | | передачи информации | |
| Проектирование 2-битного сумматора | | Функциональные схемы | Физика (электрические схемы) |

Таблица 3 – Связи приложений дискретной математики с общеобразовательными и профессиональными дисциплинами.

В таблицу 3 попала связь приложения «Эффективность алгоритмов» с математическим анализом потому, что связи математического анализа с таким сугубо дискретным разделом математики как комбинаторика, не просматриваются. В то же время в качестве приложения к этому разделу рассматривается сравнение алгоритмов по эффективности, то есть подсчет количества операций, выполняемых алгоритмом, где можно применять как формулы комбинаторики, так и, для сравнения количества вычислительных операций двух алгоритмов можно, как ни странно, перейти к пределу отношения двух функций натурального аргумента на бесконечности, и таким образом определить, который из двух алгоритмов несет большую вычислительную нагрузку.

Теперь остановимся поподробнее на применении информационных технологий в дискретной математике. О применении информационных технологий в теории вероятностей смотрите нашу статью [6].

Вначале рассмотрим связи дискретной математики с информатикой. Применение встроенных логических функций MS Excel связано, конечно, с разделом дискретной математики, изучающим логику высказываний, а не с приложением по проверке корректности алгоритмов. Мы просим студентов составить таблицу истинности для составного высказывания в таблицах MS Excel, используя встроенные в редактор логические функции. Надо сказать, что в MS Excel встроены только четыре логических функции: НЕ, И, ИЛИ и ЕСЛИ. Так что такие логические операции как, например, импликация и эквивалентность студентам приходится задавать самим с помощью функции ЕСЛИ.

К разделу «Отношения» в книге Хаггарти в качестве приложения предложено рассмотреть работу системы управления базами данных (СУБД). Примером такой СУБД является MS Access. Поэтому мы просим студентов создать в MS Access (или с помощью языка SQL в любой другой СУБД) базу данных, содержащую несколько связанных таблиц, и просим осуществить операции выбора разной сложности из этой базы данных и описать их. Таким образом, студенты видят, как знания, полученные на информатике, пригождаются им на дискретной математике. В то же время, они понимают, как структуры, изучаемые с помощью дискретной математики, приводят к созданию таких компьютерных приложений, как например, система управления базами данных. Таким образом, дискретная математика помогает им осмыслить основные принципы работы с СУБД.

На информатике изучают протоколы передачи информации, но студентам обычно не понятно, что за этим термином стоит. Среди многочисленных приложений ориентированных графов Хаггарти приводит коммуникационные сети, чьи вершины представляют собой компьютеры, а дуги – коммуникационные линии, связывающие компьютеры. Далее показывается, как по алгоритму, подобному алгоритму Дейкстры, определить фиксированные пути передачи информации между узлами и обсуждается также и процедура динамической маршрутизации.

Очень интересны приложения, которые в книге Хаггарти касаются непосредственно программирования. Например, как осуществляется проверка корректности простейших алгоритмов можно рассмотреть на примере алгоритмов, рассмотренных во введении к книге. Заметим, что корректность циклов проверяется по методу математической индукции. По опыту можем сказать, что студентам обычно очень нравится подобные упражнения, хотя поначалу сами они не могут сообразить, как формально осуществлять проверку алгоритмов на корректность. Наши преподаватели по программированию тоже приветствуют, что студенты делают такие упражнения в рамках дискретной математики, тем более, что собственно на программировании времени на это часто не хватает.

Приложением к теории множеств служит экспертная система, то есть компьютерная система, которая призвана заменить специалистов в данной области знаний. Такая система должна уметь отвечать на простые вопросы, что осуществляется путем введения в нее известных фактов наряду с определением набора правил ввода вопросов и вывода ответов. Можно создавать такую систему для любой узкой области знаний, например, в биологии такая система может отвечать на вопросы к какому отряду или семейству относится данный биологический вид. Или в музее экспертная система может давать ответы, касающиеся экспонатов, или в ресторанном секторе такая система может заменить официанта. В учебнике Хаггарти рассмотрены сложности работы с экспертной системой на примере базы знаний относительно английской королевской семьи. Поэтому в качестве самостоятельного задания мы предлагаем создать базу знаний о доме Романовых и посмотреть, как при работе с русскоязычной системой усложняется или, наоборот, облегчается извлечение информации. Таким образом, это приложение связывает предмет Дискретная математика с такими дисциплинами как История и Русский язык, также изучаемыми на первых курсах.

Очень полезным также является разбор принципов работы функциональных языков программирования на примере простых функций для работы с текстом, таких как: функция, выдающая первую букву непустой строки текста, функция, выдающая остаток непустой строки текста без первой буквы, и функция, возвращающая число литер в непустой строке. Хаггарти разбирает, как, используя эти функции, можно, например, перевернуть слово справа налево. Мы же в качестве домашнего задания предлагаем написать алгоритм, который по мужским фамилиям выдавал бы женские. Заметим, что это упражнение требует осмысления принципа формирования женских фамилий от мужских в русском языке. Вот вам и связь с дисциплиной «Русский язык»!

В приложении к главе «Комбинаторика» Хаггарти рассматривает подсчет операций, которые производятся при вычислении алгоритмов. Так как анализируются дискретные структуры, автор просто приводит иерархическую шкалу на множестве функции, где каждая последующая функция имеет порядок больший, чем предыдущая:

$$C < \log n < n < n^2 < n^3 < \dots < n^k < 2^n.$$

Далее показывается, как с помощью иерархии функций определять порядок роста функций различной вычислительной сложности и проверять, какая из двух функций имеет большую вычислительную сложность. Нам кажется полезным также показывать студентам, как можно сравнивать вычислительную сложность двух функций путем нахождения предела отношений этих функций при $n \rightarrow \infty$. Таким образом, в очередной раз показывается связь дискретной математики с непрерывной, то есть с математическим анализом, и дается простой ответ на извечный вопрос студентов: «зачем нужны пределы».

Такой раздел дискретной математики как «Деревья» вообще изучается впустую, если не показать студентам, как эти деревья применяются на практике. Отличный пример дается у Хаггарти в приложении «Сортировка и поиск». Автор описывает, как создавать двоичные деревья поиска для организации упорядоченных данных, и как потом осуществлять поиск информации из двоичного дерева.

Одно из основных приложений булевой алгебры лежит в области создания функциональных схем, которые можно реализовать в виде электронных устройств с конечным числом входов и выходов. Так как наши студенты активно увлекаются робототехникой, мы проводим различные хакатоны, где студентам необходимо собрать робота из электронных схем и запрограммировать его на выполнение определенных заданий, наши студенты не понаслышке знают, что такое функциональная схема. Поэтому им особенно полезно увидеть, как законы булевой алгебры применяются при построении схем из электронных элементов, как можно минимизировать схему, упростив булеву функцию, и т.д.

Наконец, заметим, что программирование различных алгоритмов, изучаемых в курсе дискретной математики, хотя и не является обязательным, поощряется. Те студенты, которые еще в школе увлекались программированием, могут с первых занятий писать коды, например, по алгоритму Прима для поиска наименьшего пути во взвешанном графе. Те же студенты,

которые еще только начинают изучать программирование, могут использовать занятия по приложениям на дискретной математике как дополнение к практике программирования.

Расскажем еще о разнице в преподавании дискретной математики на первом курсе и на втором. На очном отделении у нас эта дисциплина стоит в первом семестре первого курса, поэтому она идет параллельно с началами программирования, и то, что в книге Хаггарти уже во введении дается псевдокод с описанием всех типов операций, присутствующих во всех языках программирования, вначале пугает студентов. Но потом, когда им о том же говорят на программировании, или не говорят, а сразу начинают использовать основные операторы, такие как операторы присваивания, составные операторы, условные операторы, операторы цикла, студенты начинают в них легче ориентироваться благодаря знаниям, полученным на дискретной математике.

На очно-заочном отделении дисциплина Дискретная математика изучается на втором курсе, поэтому говорить подробно об основных операторах языков программирования уже не нужно. Студенты второго курса уже имеют опыт программирования, поэтому им более понятна работа, например, с базой знаний, они предлагают ее сразу же запрограммировать. Вообще, они охотнее пишут программы, чем студенты первого курса, хотя подчеркиваем, в рамках данной дисциплины это не обязательное требование. Однако, такие темы как проверка корректности и эффективности алгоритмов им тоже поначалу трудно дается, видимо, из-за недостатка времени, отводимого на эти темы на программировании.

Надеемся, что получилось описать, как широко можно применять информационные технологии в преподавании дискретной математики. Также надеемся, нам удалось сагитировать кого-нибудь из наших читателей в пользу изучения Дискретной математики именно по учебнику Хаггарти. За рамками этой статьи осталось рассмотрение многочисленных связей дискретной математики с непрерывной. Например, в рамках изучения Дискретной математики по учебнику Хаггарти становятся понятны основополагающие принципы всех типов доказательств, встречающихся и при изучении непрерывной математики: и в алгебре, и в математическом анализе, и в геометрии, и в теории вероятностей.

Литература.

1. Андерсон, Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. А. Андерсон. – Пер. с англ. – М., 2004. – 960 с.
2. Белоусов, А.И. Дискретная математика: Учеб. для вузов / А.И. Белоусов, С.Б. Ткачев. – Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. -744 с
3. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов / Ф.А.Новиков. – Учебник для вузов. 2-е изд. – С Пб.: Питер, 2007. – 364 с.
4. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов : [учебное пособие для вузов по направлению подготовки «Прикладная математика»] / Р. Хаггарти ; пер. с англ. под ред. С. А. Кулешова [и др.]. – Изд. 2-е, испр. – Москва : Техносфера, 2014. – 399 с.
5. Грэхем, Р. Конкретная математика. Основание информатики. Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник, пер. с английского Походзей Б.Б., Ходулев А.Б. – М.: Мир, 1998. – 703 с.
6. Лутковская, Е. А. Информационные технологии в теории вероятностей / Е. А. Лутковская, О. Р. Габасова // Информационные технологии в образовании, науке и производстве : V Международная научно-техническая интернет-конференция, 18-19 ноября 2017 г. Секция Информационные технологии в производстве и научных исследованиях [Электронный ресурс]. – [Б. и.], 2017.