Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Техническая физика»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА И МОДУЛЯ ОБЪЕМНОЙ УПРУГОСТИ МЕТОДОМ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Методические указания
к лабораторной работе

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь
по образованию в области машиностроения*

Минск
БНТУ
2011

УДК 534(076.5)
ББК 22.314Я7
О 62

С о с т а в и т е л и:
Т.А. Авсиевич, *С.И. Шеденков*, *В.А. Мартинович*

Р е ц е н з е н т
канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики
П.Г. Кужир

В методических указаниях рассмотрены основные вопросы теории упругих механических волн, а также вопросы суперпозиции механических волн (образование стоячих волн и их динамика), вопросы распространения продольных волн в твердых и жидких средах (связь скорости распространения волны с упругими свойствами среды), способы получения ультразвуковых волн и их применение.

1. Цель работы:

1. Изучить условия образования стоячих волн.
2. Изучить магнитострикционный способ получения ультразвука.
3. Изучить связь скорости ультразвука с параметрами среды.

2. Литература

1. Детлаф, А.А., Яворский, Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989, § 29.6.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003, §157.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики. – М.: Высшая школа, 1978, т. 2, § 93, 94, 97, 99.
4. Горелик, Г.С. Колебания и волны. – М., 1959, гл. 6, §1, 3, 4.

3. Порядок теоретической подготовки

Изучить и законспектировать в рабочую тетрадь ответы на контрольные вопросы.

4. Контрольные вопросы

1. Определение волны. Поперечные и продольные волны. Уравнение волны.
2. Стоячая волна, уравнение стоячей волны. Координаты узлов и пучностей.
3. Волновое уравнение и его физический смысл.
4. Распространение продольных волн в твердых телах. Закон Гука для продольных деформаций. Связь скорости волны с параметрами среды.
5. Распространение продольных волн в жидкостях. Модуль объемной упругости. Связь скорости волны с параметрами среды.

6. Способы получения ультразвуковых колебаний. Магнитострkционный эффект.

7. Собственные частоты колебаний свободного стержня и столба жидкости.

8. Принцип работы установки.

9. Вывод рабочей формулы для скорости ультразвука в жидкости и модуля ее объёмной упругости.

10. Вывод рабочей формулы для скорости ультразвука в феррите и модуля его упругости.

5. Приборы и принадлежности

1. Генератор сигналов ГЗ-56/1.
2. Частотомер ЧЗ-32.
3. Катушка возбуждения с ферритовым стержнем.
4. Пробирка с жидкостью.
5. Лезвие.
6. Масленка.

6. Указания по технике безопасности

Приборы питаются от сети переменного тока напряжением 220 В.

НЕ РАЗРЕШАЕТСЯ работать при повреждённой изоляции наружных соединительных проводов.

1. Волна. Поперечные и продольные механические волны

Волной или волновым процессом называется процесс распространения колебаний в упругой среде. При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а совершают колебания около своих положений равновесия (это справедливо для всех типов волн). Вместе с волной от частицы к частице среды передается колебательное движение и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

Упругая волна называется **продольной**, если частицы среды колеблются в направлении распространения волны. Продольные волны связаны с объемной деформацией упругой среды и поэтому могут распространяться в любой среде – жидкой, твердой, газообразной. Примером продольных волн являются звуковые волны в воздухе.

Упругая волна называется **поперечной**, если частицы среды совершают колебания в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. Поперечные волны связаны с деформацией сдвига упругой среды и поэтому могут возникать только в твердых телах. Примером поперечной волны может служить волна, распространяющаяся вдоль струны музыкального инструмента.

Фронтом волны называется геометрическое место точек, до которого в данный момент времени дошло колебательное движение.

Волновой поверхностью называется геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе. Через каждую точку среды можно провести только одну волновую поверхность. Множеству различных значений фазы колебаний соответствует семейство волновых поверхностей. Волна называется плоской, если ее волновые поверхности представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу.

Для вывода уравнения бегущей волны рассмотрим плоскую поперечную синусоидальную волну, распространяющуюся вдоль положительного направления оси *OX*. Упругая волна называется синусоидальной (гармонической), если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

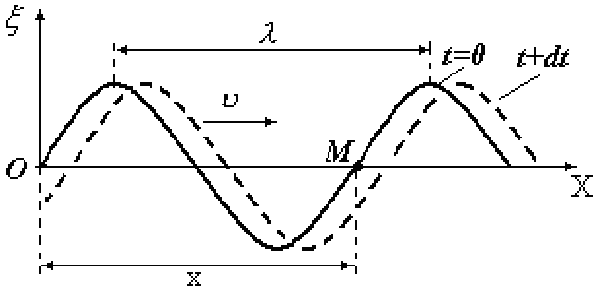

Рис. 1

Если колебания точек среды, лежащих в плоскости $x = 0$ описываются функцией $\xi(0, t) = A\sin\omega t$, то точка среды *M* будет колебаться по тому же закону, но ее колебания будут отставать от колебаний в точка *O* на время $\tau = x/\upsilon$, где υ – скорость распространения волны. И тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости с координатой *x* будет иметь вид

$$\xi(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right).$$

Это и есть **уравнение плоской бегущей волны**. Волна называется бегущей, так как «гребни» волны перемещаются в направлении распространения волны со скоростью υ. Из уравнения видно, что волна – это процесс периодический не только во времени, но и в пространстве. Если плоская волна распространяется в противоположном направлении, то ее уравнение будет иметь вид

$$\xi(x,t) = A\sin\omega\left(t + \frac{x}{\upsilon}\right).$$

Расстояние $\lambda = \upsilon T$, на которое волна распространяется за время, равное периоду колебаний, называется **длиной волны**.

Для характеристики синусоидальной волны также используется **волновое число**, которое показывает, сколько длин волн укладывается на отрезке длиной 2π:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}. \qquad (1)$$

С учетом (1) уравнение волны примет вид

$$\xi(x,t) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{x}{\upsilon}\right) = A\sin(\omega t - kx). \qquad (2)$$

В общем случае **уравнение плоской синусоидальной волны**, распространяющейся вдоль положительного направления оси OX в среде, не поглощающей энергию, имеет вид

$$\xi(x,t) = A\sin(\omega t - kx + \varphi_0), \qquad (3)$$

где A – амплитуда волны;

$\omega = 2\pi/T$ – циклическая частота волны;

T – период колебаний;

$(\omega t - kx + \varphi_0)$ – фаза волны;

φ_0 – начальная фаза колебаний, определяемая в общем случае выбором начала отсчета ($x = 0$ и $t = 0$).

Скорость υ распространения синусоидальной волны называется ***фазовой скоростью***. Она равна скорости перемещения в пространстве любой волновой поверхности.

2. Интерференция волн. Стоячие волны

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных и волновых процессов связывают с понятием когерентности. **Когерентными** называют волны, имеющие одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз. Явление наложения двух или более когерентных волн, при котором наблюдается интерференционная картина, представляющая собой чередующиеся минимумы и максимумы интенсивности, называется ***интерференцией*** волн.

Частным случаем интерференции волн являются стоячие волны. ***Стоячей волной*** называется волна, образующаяся в результате наложения двух бегущих синусоидальных волн, которые распространяются навстречу друг другу и имеют одинаковые частоты и амплитуды.

Пусть плоская синусоидальная волна, источником которой является точка O, распространяется вправо вдоль закрепленной с обоих концов натянутой струны. Уравнение такой волны имеет вид

$$\xi_1 = A\sin(\omega t - kx). \tag{4}$$

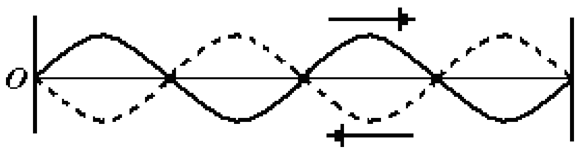

Рис. 2

Отразившись от правой преграды (рис. 2) с изменением фазы на π (при отражении волны от менее плотной среды фаза волны не изменяется) волна движется влево. Отраженная волна описывается уравнением

$$\xi_2 = A\sin(\omega t + kx + \pi) = -A\sin(\omega t + kx). \tag{5}$$

Уравнение результирующей волны будет иметь вид

$$\begin{aligned} \xi = \xi_1 + \xi_2 &= A[\sin(\omega t - kx) - \sin(\omega t + kx)] = \\ &= A\cdot 2\cos\frac{\omega t - kx + \omega t + kx}{2}\sin\frac{\omega t - kx - \omega t - kx}{2} = \\ &= 2A\cos\omega t\sin kx = 2A\sin kx\cos\omega t \end{aligned} \tag{6}$$

Это и есть **уравнение стоячей волны**.

Величина $A_{ст} = 2A\sin kx$ называется **амплитудой стоячей волны**. Она является периодической функцией координаты x и принимает значение от $A_{ст} = 0$ до $A_{ст} = \pm 2A$. Амплитуда произвольной точки волны с координатой x_1 равна $A_1 = 2A\sin kx_1$.

Точки, в которой амплитуда стоячей волны равна нулю, называются **узлами** стоячей волны, а точки, в которых амплитуда стоячей волны максимальна $A_{ст} = 2A$, называются **пучностями** стоячей волны.

Положения узлов и пучностей найдем из условий:

узлы: $\sin kx = 0$, $kx = m\pi$, $\frac{2\pi}{\lambda}x = m\pi, x = \frac{m\lambda}{2}$ $(m = 0, 1, 2, ...)$,

(координаты первых трех узлов будут равны: $x_{y1} = 0$, $x_{y2} = \frac{\lambda}{2}$,

$x_{y3} = \lambda$);

пучности: $\sin kx = \pm 1$, $kx = (2m + 1)\pi/2$, $\frac{2\pi}{\lambda}x = (2m+1)\frac{\pi}{2}$,

$x = \frac{(2m+1)\lambda}{4}$, $(m = 0, 1, 2, ...)$, (координаты первых трех пучностей: $x_{n1} = \frac{\lambda}{4}$, $x_{n2} = \frac{3\lambda}{4}$, $x_{n3} = \frac{5\lambda}{4}$).

Из выражений для координат узлов и пучностей следует, что положение узлов и пучностей стоячей волны не зависит от времени и определяется только длиной волны (**поэтому такая волна и называется стоячей**) и то, что для появления стоячей волны длина струны должна быть кратна $\lambda/4$: $\lambda/4$, $\lambda/2$, $3\lambda/4$, λ и т.д.

Расстояния между двумя соседними узлами или между двумя соседними пучностями в стоячей волне одинаковы и равны **длине стоячей волны**. Очевидно, что $\lambda_{ст} = \lambda/2$.

На рис. 3 показано, как выглядит стоячая волна в разные моменты времени (длину струны для удобства уменьшим до $\lambda/2$).

Согласно предыдущим выкладкам в точках закрепления струны ($x = 0$ и $x = \lambda/2$) будут располагаться узлы стоячей волны – $A_{ст} = 0$, а в точке с координатой $x = \lambda/4$ – пучность стоячей волны – $A_{ст} = \pm 2A$.

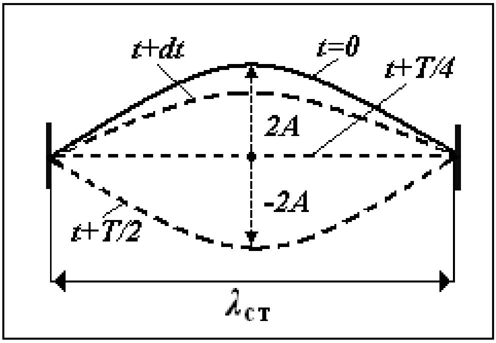

Рис. 3

В момент времени $t = 0$ точка волны с координатой $x = \lambda/4 = = \lambda_{ст}/2$ имеет амплитуду $2A$ ($\cos\omega t = 1$). Далее волна начинает «проседать» (момент времени $t + dt$), так как $\cos\omega t$ начинает уменьшаться и в момент времени $t + T/4$ волна представляет собой прямую линию($\cos\omega t = 0$). Далее $\cos\omega t$ становится отрицательным и через четверть периода (в момент времени $t + T/2$) волна уже имеет амплитуду $-2A$ (т.к. $\cos\omega t = -1$). Далее волна начинает снова «проседать», но уже в другом направлении, и в момент времени $t + T$ волна будет иметь такой же вид, как и в момент времени $t = 0$.

Все точки стоячей волны, которые лежат между соседними узлами колеблются с различными амплитудами, но с одинаковыми фазами (синфазно), в то время как все точки бегущей волны колеблются с разными фазами, но с одинаковой амплитудой A.

Таким образом, главное отличие стоячей волны от бегущей заключается в том, что пучность стоячей волны в отличие от «гребня» бегущей волны не движется. Узлы и пучности стоячей волны занимают фиксированное положение.

3. Волновое уравнение

Воспользуемся уравнением бегущей волны:

$$\xi = A\sin(\omega t - kx).$$

Продифференцируем его дважды по *t:*

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \xi}{\partial t} = A\omega\cos(\omega t - kx); \\ &\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -A\omega^2\sin(\omega t - kx). \end{aligned} \tag{7}$$

Продифференцируем теперь наше уравнение дважды по *x:*

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \xi}{\partial x} = -Ak\cos(\omega t - kx); \\ &\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -Ak^2\sin(\omega t - kx). \end{aligned} \tag{8}$$

Сравнивая (7) и (8) получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \upsilon^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \tag{9}$$

где $\upsilon = \omega/k$ – скорость распространения волны ($\omega = 2\pi\nu = 2\pi\upsilon/\lambda = k\upsilon$).

Уравнение (9) – дифференциальное уравнение в частных производных – называется ***волновым уравнением***. Волновое уравнение не имеет решений, отличных от тех, которые могут быть представлены функциями вида $\xi = A\sin(\omega t \pm kx)$ или суперпозицией таких функций $\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\sin kx\cos\omega t$. Т.е. решением волнового уравнения является уравнение любой волны.

Всякий раз, когда из физических соображений можно установить, что та или иная физическая величина s удовлетворяет уравнению вида

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \upsilon^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2},$$

то на основании вышеизложенного можно заключить, что процесс изменения этой величины носит характер плоской волны, распространяющейся в ту или другую сторону со скоростью υ, или суперпозиции таких волн.

4. Распространение продольных волн в твердых телах

Рассмотрим распространение продольных волн в твердом свободном стержне. Следует напомнить, что при распространении волны (как поперечной, так и продольной) частицы среды не движутся вместе с волной, а совершают гармонические колебания около своих положений равновесия. В продольной волне частицы среды совершают колебания вдоль направления распространения волны. Распространение продольной волны представляет собой распространение областей сжатий и разряжений, т.е. связано с продольным растяжением и сжатием отдельных участков твердого тела. Для таких деформаций выполняется закон Гука:

$$\sigma = E\frac{\Delta x}{x} = E\varepsilon, \tag{10}$$

где $\sigma = F/S$ – **механическое напряжение**, возникающее под действием растягивающей (сжимающей) силы F в стержне с площадью поперечного сечения S, а $\varepsilon = \Delta x/x$ – **относительное удлинение стержня** (элемента стержня), начальная длина которого равна x. Коэффициент пропорциональности E известен как модуль продольной упругости или **модуль Юнга**. Модуль Юнга зависит только от материала тела и не зависит от его формы и размеров.

Выделим в стержне некоторый элемент, заключенный между двумя плоскостями x и $x+\Delta x$, первоначальная длина которого равна Δx (рис. 4). Пусть в результате деформации, которая возникает в стержне при распространении волны, плоскость с координатой x сместилась на расстояние ξ_1, а плоскость с координатой $x+\Delta x$ – *на расстояние* ξ_2.

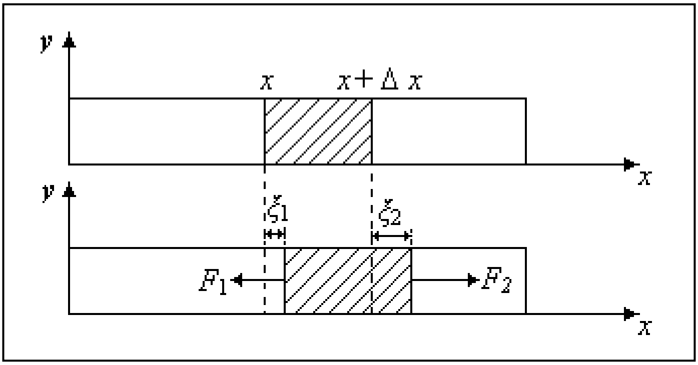

Рис. 4

Относительное удлинение элемента стержня равно

$$\varepsilon = \frac{\xi_2 - \xi_1}{\Delta x} = \frac{\Delta\xi}{\Delta x},$$

или переходя к пределу при $\Delta x \to 0$

$$\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}. \tag{11}$$

Если $\varepsilon > 0$, то это означает, что произошло растяжение стержня, если $\varepsilon < 0$ – сжатие.

Следует отметить, что понятия смещение ξ и деформация означают не одно и то же. Участок стержня может быть смещен, но не деформирован, если $\xi_1 = \xi_2$ (как правило, речь идет о смещении центра масс участка). А может наблюдаться и обратное: центр масс участка не смещен, а деформация имеет место, так как края участка сместились в противоположные стороны.

Пусть выбранный нами элемент стержня испытывает растяжение под действием приложенных к его краям сил: $F_1 = \sigma_1 S$ и $F_2 = \sigma_2 S$ (рис. 4). Масса этого элемента равна $\rho S \Delta x$, где ρ и S – соответственно плотность и площадь поперечного сечения стержня. Применим к движению этого элемента второй закон Ньютона. Пусть ξ – смещение центра масс рассматриваемого элемента. Тогда

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2}{\partial} \frac{\xi}{t^2} = S\sigma_2 - S\sigma_2,$$

где слева стоит произведение массы элемента стержня на ускорение $\partial\xi^2 / \partial t^2$ его центра масс, а справа – результирующая внешних сил, действующая на элемент стержня.

Разделим уравнение на $S \Delta x$:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial} \frac{\xi}{t^2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\Delta x}.$$

Перейдя к пределу при $\Delta x \to 0$, получим уравнение

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial} \frac{\xi}{t^2} = \frac{\partial}{\partial} \frac{\sigma}{x}. \tag{12}$$

Это уравнение справедливо в каждой точке стержня. Оно указывает, что ускорение данной точки пропорционально частной производной напряжения по x в этой точке.

Подставляя в (12) соотношение (10), получим

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = E \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}. \qquad (13)$$

Вспомнив связь деформации ε и смещения ξ (11), окончательно получим

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho_0} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \qquad (14)$$

Уравнение (14) есть не что иное, как **волновое уравнение** (см. (9)). Оно указывает, что смещение распространяется по стержню в виде волны:

$$\xi = A\sin(\omega t - kx) \qquad (15)$$

или образует суперпозицию таких волн.

Если сравнить (9) и (14), то становится очевидным, что **скорость распространения волны** смещения ξ (скорость звука в стержне) равна

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \qquad (16)$$

Эта скорость тем больше, чем жестче и чем легче материал. Формула (16) – одна из основных формул акустики.

Наряду со смещением ξ нас интересуют скорость $u = \frac{\partial \xi}{\partial t}$, с которой движутся отдельные плоскости x = const (не смешивать с υ), деформация $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ и напряжение $\sigma = E\varepsilon$. Дифференцируя (15) по t и по x, получим:

$$u = A\omega c\mathrm{os}(\omega t - kx)\,; \tag{17}$$

$$\varepsilon = -Akc\mathrm{os}(\omega t - kx)\,; \tag{18}$$

$$\sigma = -EAkc\mathrm{os}(\omega t - kx)\,. \tag{19}$$

Таким образом, смещение, скорость, деформация и напряжение распространяются в виде связанных определенным образом между собой недеформирующихся волн (15,17–19), имеющих одну и ту же скорость и одинаковое направление распространения. Дойдя до конца стержня, эти волны отражаются. Если длина стержня кратна λ/4, то в результате суперпозиции бегущих и отраженных волн появляются стоячие волны смещения ξ, скорости υ, деформации ε и напряжения σ:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\sin kx \cos\omega t, \tag{20}$$

$$u = u_1 + u_2 = -2A\omega \sin kx \sin\omega t, \tag{21}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2Ak\cos kx \cos\omega t, \tag{22}$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = 2EAk\cos kx \cos\omega t. \tag{23}$$

5. Распространение продольных волн в жидкостях

Будем считать, что рассматриваемая жидкость представляет собой сплошную непрерывную среду и находятся в очень длинной цилиндрической трубе, образующие которой параллельны оси *x*. Под смещением ξ будем понимать общее смещение вещества, заполняющего объем, которое зависит только от координаты *x*.

Применяя к столбу жидкости, заполняющему трубу, те же рассуждения, что и к стержню, придем к уравнению

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial}\frac{\xi}{t^2} = -\frac{\partial}{\partial}\frac{p}{x}, \tag{24}$$

где $p = -\sigma$ есть давление в газе или жидкости (давление определяется как сила, действующая на единицу площади поверхности, и, таким образом, эквивалентна механическому напряжению). Здесь ρ_0 – значение плотности в состоянии равновесия. Пусть ей соответствует давление p_0. Величины p_0, ρ_0 не зависят ни от x, ни от t.

Уравнение (20) применимо и в случае плоских волн в неограниченной жидкой или газообразной среде (можно мысленно выделить цилиндрический столб, параллельный направлению распространения и применить к нему те же рассуждения, что к столбу, заключенному в трубе).

Введем обозначения

$$p = p_0 + \Delta p, \tag{25}$$

где Δp – изменение давления при нарушении равновесия.

Подставляя (25) в (24) и принимая во внимание, что при равновесии давление не зависит от x, т.е.

$$\frac{\partial}{\partial}\frac{p_0}{x} = 0$$

получаем

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial}\frac{\xi}{t^2} = -\frac{\partial}{\partial x}(\Delta p). \tag{26}$$

Найдем теперь связь между Δp и деформацией $\varepsilon = \dfrac{\partial}{\partial}\dfrac{\xi}{x}$.

Экспериментально установлено, что изменение объема ΔV пропорционально изменению давления Δp и первоначальному объему V_0. Математически это описывается соотношением

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B}\Delta p, \tag{27}$$

где знак минус означает, что объем уменьшается с увеличением давления. Коэффициент пропорциональности ***B*** называется **модулем объемной упругости** (иногда модулем всестороннего сжатия). Понятие модуля продольной упругости или модуля Юнга для жидкостей и газов неприменимо, поскольку жидкости и газы не имеют определенной формы.

Для изменения объема жидкости в цилиндрической трубе справедливо соотношение (рис. 6)

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{(\xi_2 - \xi_1) \cdot S}{\Delta x \cdot S} = \varepsilon .$$

Тогда выражение (27) примет вид

$$\Delta p = -B\varepsilon = -B\frac{\partial \xi}{\partial x} . \quad (28)$$

Подставляя, наконец, (28) в (26), получаем волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{B}{\rho_0}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} , \quad (29)$$

из которого следует, что смещение ξ вещества распространяется в жидкости в виде продольной волны:

$$\xi = A\sin(\omega t - kx),$$

скорость которой равна:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}. \quad (30)$$

Наряду с продольной волной смещения в столбе жидкости будут распространяться бегущая продольная гармоническая волна колебательной скорости u и волна избыточного давления Δp. Эти волны определяются уравнениями:

$$u = \mathrm{A}\omega\cos(\omega t - k\,x),$$

$$\Delta p = -Bk\cos(\omega t - kx),$$

где колебательная скорость u и избыточное давление Δp получены из уравнения смещения:

$$u = \frac{d\xi}{dt} \quad \text{и} \quad \Delta p = -B\frac{\partial\xi}{\partial x}.$$

Отразившись от свободной поверхности жидкости, волны смещения, колебательной скорости υ и избыточного давления Δp распространяются в обратном направлении. Если длина столба жидкости кратна $\lambda/4$, то в результате суперпозиции бегущих и отраженных волн появляются стоячие волны смещения ξ, скорости υ и избыточного давления Δp:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\sin kx\cos\omega t,$$

$$u = u_1 + u_2 = -2A\omega\sin kx\sin\omega t,$$

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = -2Bk\cos kx\cos\omega t.$$

Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний с противоположными фазами, в результате чего получается узел. Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами – образуется пучность.

6. Способы получения ультразвуковых колебаний (УЗК)

Для получения ультразвуковых колебаний в феррите и жидкости в данной работе используются магнитострикционный эффект. Прямой магнитострикционный эффект – это изменение размеров (деформация) ферромагнетика при намагничивании. Если по обмотке возбуждения 2, вдоль оси которой расположен ферромагнитный стержень 1 (рис. 5), пропускать переменный ток ультразвуковой частоты, то стержень будет периодически изменять свои размеры и его колеблющиеся концы смогут возбудить в окружающей среде ультразвуковую волну. Колеблющийся магнитный стержень называют вибратором.

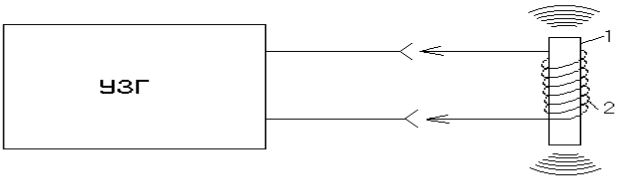

Рис. 5

В данной работе вибратор изготовлен из феррита – ферромагнитного материала, получаемого спеканием окислов двухвалентных металлов с окислом трехвалентного железа. Феррит обладает значительной магнитострикцией и высоким удельным сопротивлением, поэтому потери в ферритовом вибраторе на вихревые токи незначительны. Основным недостатком феррита является его малая механическая прочность: ферритовые вибраторы при достижении интенсивности ультразвука порядка 2–4 Вт/см^2 терпят излом. Обычно амплитуда колебаний магнитострикционного вибратора мала, так как относительное изменение длины вибратора $\frac{\Delta l}{l} = 10^{-5}$. Для увеличения амплитуды колебаний в магнитострикционных излучателях используют явление резонанса.

7. Собственные колебания свободного стержня

Если возбудить продольные колебания незакрепленного стержня, то в самом стержне при определенных условиях устанавливается стоячая волна. Причем на концах стержня будут наблюдаться пучности смещения ξ (отражение от менее плотной среды). Координаты пучностей находим из условия $\cos kx = \pm 1$, $kx = n\pi$. $x = n\pi / k = n\lambda/2$, где $n = 0, 1, 2, ...$ Т.е. образование стоячей волны смещения возможно при условии, что

$$x = l = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi l}{2\pi} = \frac{n\lambda}{2} = \frac{n\upsilon}{2f}, \tag{31}$$

где υ – скорость волны; f – частота; $n = 1, 2, 3, \ldots$

Частоты, определяемые по формуле (31)

$$f = \frac{n\upsilon}{2l}, \tag{32}$$

называются собственными частотами колебаний свободного стержня. Собственная частота при $n = 1$ называется *основной собственной частотой*. Остальные собственные частоты называют гармониками соответствующего порядка. Если колебания в стержне возбуждать при основной собственной частоте, то колебания стержня будут происходить с наибольшей амплитудой. Стержень можно крепить в узловых точках. При возбуждении на основной частоте его крепят за середину резиновым колпачком.

8. Собственные колебания столба жидкости

Собственные частоты столба жидкости можно установить аналогично, как и для колебаний стержня. Если синусоидальные колебания возбуждать у дна цилиндрического сосуда, а поверхность жидкости граничит с воздухом (рис. 6), то граничные условия для образования стоячей волны такие же, как и для стержня. Резонансные частоты определяются по формуле (32):

$$f = \frac{n\upsilon_{ж}}{2l},$$

где l – высота столба жидкости.

Если волны в столбе возбуждаются излучателем с фиксированной частотой f_0, то условие образования четкой стоячей волны можно получить, изменяя длину столба l жидкости.

9. Описание установки. Вывод рабочей формулы

Установка для определения скорости ультразвука в твердом теле и жидкости (рис. 6) состоит из генератора ультразвуковых колебаний *1*, частотомера *2* и вертикально расположенной стеклянной трубки с исследуемой жидкостью *3*, помещенной в штатив *4* с линейкой *5*. В жидкость добавлен порошок чешуйчатой алюминиевой пудры образующей суспензию. Нижний конец трубки устанавливается на верхний торец вибратора *6*. Для надежного акустического контакта на конец вибратора наносят слой густой смазки.

Рис. 6

При включении вибратора в столбе жидкости устанавливается стоячая волна. В узлах стоячей волны чешуйки ориентируются своей плоскостью перпендикулярно направлению колебания. При этом рассеяние света в узлах и пучностях различное – суспензия в узлах менее прозрачная (мы наблюдаем четкие и узкие полоски алюминиевой пудры). Это позволяет измерить длину стоячей волны в жидкости, как расстояние между соседними узлами. По известной частоте ультразвука и измеренной в опыте длине стоячей волны можно определить скорость ультразвука в жидкости.

Для определения длины стоячей волны измеряют расстояние L_n, на котором укладывается n стоячих волн (обычно $n = 16 - 20$) и делят это расстояние на n:

$$\lambda_{\text{ст}} = L_n / n. \tag{33}$$

Длина бегущей волны вдвое больше длины волны стоячей:

$$\lambda = 2L_n / n = 2\,\lambda_{\text{ст}}. \tag{34}$$

Так как длина бегущей волны связана со скоростью волны u и частотой ультразвука f соотношением $\lambda = \upsilon / f$, находим скорость ультразвука в жидкости:

$$\upsilon_{\text{ж}} = 2\lambda_{\text{ст}}\, f\,. \tag{35}$$

Значение модуля объёмной упругости жидкости находят из выражения

$$B_{\text{ж}} = \upsilon_{\text{ж}}^2\, \rho_{\text{ж}}, \tag{36}$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости ($\rho_{\text{ж}} = (0{,}78 \pm 0{,}01) \cdot 10^3$ кг/м^3).

Скорость ультразвука в феррите и модуль его упругости можно найти, если определить основную резонансную частоту вибратора f. На длине стержня ℓ_0 при возбуждении его на основной частоте укладывается половина бегущей волны: $\lambda = 2\ell_0$.

Так как $\lambda = \upsilon / f$, то скорость ультразвука в феррите равна

$$\upsilon_ф = 2\ell_0 f. \tag{37}$$

Модуль упругости феррита E находят, пользуясь соотношением

$$E_ф = \upsilon_ф^2 \rho_ф, \tag{38}$$

где $\rho_ф$ – плотность феррита ($\rho_ф = (4{,}70 \pm 0{,}05) \cdot 10^3$кг/м^3).

10. Порядок выполнения работы

1. Измерить длину ферритового стержня l_0 с помощью линейки в метрах. Определить приближенное значение резонансной частоты по формуле

$$f_{расч} = \frac{28{,}6 \cdot 10^2}{l_0}, \text{Гц}. \tag{39}$$

2. Вставить стержень в катушку возбуждения. Проверить отсутствие смазки на торце стержня. На торец стержня положить лезвие безопасной бритвы.
3. Включить генератор Г3-56/1 и частотомер Ч3-32. Дать им прогреться 2 минуты.
4. Установить частоту генератора в соответствии с резонансной частотой стержня $f_{расч}$, рассчитанной по формуле (33).
5. Ручкой «Рег. выхода» установить на шкале вольтметра напряжение 15 В.
6. Медленно вращая в обе стороны регулятор «частота Hz», настроить частоту генератора в резонанс с вибратором (при резонансе лезвие бритвы издает дребезжащий звук). Не менее

трех раз измерить резонансную частоту $f_{\text{изм}}$ и записать ее в таблицу 1. Снять лезвие со стержня.

7. Ручкой «Рег. выхода» уменьшить напряжение до 0.

8. Вынуть из стойки трубку с исследуемой жидкостью и несколько раз перевернуть ее, добиваясь равномерного распределения алюминиевой пудры по всему объему жидкости. Вернуть трубку в стойку.

9. Нанести на конец вибратора густую смазку и поместить вибратор под дно трубки.

10. Ручкой «Рег. выхода» установить напряжение не более 20 В.

11. Слегка подстраивая частоту ручкой «частота Hz», получить в стеклянной трубке стоячую волну.

12. С помощью линейки не менее трех раз измерить расстояние L_n, на котором укладывается n стоячих волн (обычно $n = 16 – 20$).

13. Выключить приборы. Тщательно вытереть смазку с торца стержня.

14. По формуле

$$\lambda_{\text{ст}} = L_n / n$$

рассчитать длину стоячей волны для трех измерений L_n. Найти среднее значение длины стоячей волны $\overline{\lambda}_{\text{ст}}$.

Таблица 1

$f_{\text{изм}}$, 10^3, Гц	$\Delta f_{\text{изм}}$, 10^3, Гц	L_n, 10^{-2} м	ΔL_n, 10^{-3} м	n	$\lambda_{\text{ст}}$, 10^{-2} м	$\Delta\lambda_{\text{ст}}$, 10^{-2} м
			0,5			
			0,5			
			0,5			

$\bar{f}_{изм} =$	$\Delta\bar{f}_{изм} =$	-	-	-	$\bar{\lambda}_{ст} =$	

15. По формулам (35)–(38) вычислить скорость ультразвука в жидкости $\upsilon_ж$., модуль объёмной упругости $B_ж$ жидкости, скорость ультразвука в феррите $\upsilon_ф$ и модуль его упругости $E_ф$ и их погрешности.

1) $\upsilon_ж = 2\lambda_{ст}\ \ f_{изм} =$

2) $B_ж = \upsilon_ж^2\,\rho_ж =$

3) $\upsilon_ф = 2\ell_0\ \ f_{изм} =$

4) $E_ф = \upsilon_ф^2\,\rho_ф =$

5) $\Delta\upsilon_ж = u_ж\left(\dfrac{\Delta f}{f} + \dfrac{\Delta L_n}{L_n}\right) =$ …. м/с, где $\Delta f = 0{,}5$ Гц,

$\Delta L_n = 0{,}5\cdot 10^{-3}$ м.

6) $\Delta B_ж = \overline{B}_ж\left(2\dfrac{\Delta\upsilon_ж}{\upsilon_ж} + \dfrac{\Delta\rho_ж}{\rho_ж}\right) =$ …. Па, где $\Delta\rho_ж = 0{,}5$ кг/м^3.

7) $\Delta\upsilon_ф = \upsilon_ф\left(\dfrac{\Delta l_0}{l_0} + \dfrac{\Delta\bar{f}_{изм}}{\bar{f}_{изм}}\right) =$ … м/с, где $\Delta l_0 = 0{,}5\cdot 10^{-3}$ м,

$\Delta f = 0{,}5$ Гц

8) $\Delta E_ф = \overline{E}_ф\left(2\dfrac{\Delta\upsilon_ф}{\overline{\upsilon}_ф} + \dfrac{\Delta\rho_ф}{\rho_ф}\right) =$ … Па, где $\Delta\rho_ф = 0{,}5$ кг/м^3.

16. Записать окончательные результаты и выводы:

$\upsilon_ж = \left(\upsilon_ж \pm \Delta\upsilon_ж\right)$ м/с,

$B_ж = \left(B_ж \pm \Delta B_ж\right)$ Па,

$\upsilon_ф = \left(\upsilon_ф \pm \Delta\upsilon_ф\right)$ м/с,

$E_ф = \left(E_ф \pm \Delta E_ф\right)$ Па.

Содержание

Учебное издание

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА И МОДУЛЯ ОБЪЕМНОЙ УПРУГОСТИ МЕТОДОМ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Методические указания
к лабораторной работе

Составители:
АВСИЕВИЧ Татьяна Александровна
ШЕДЕНКОВ Сергей Игнатьевич
МАРТИНОВИЧ Валерия Александровна

Технический редактор О.В. Песенько
Компьютерная верстка Н.А. Школьниковой

Подписано в печать 25.02.2011.
Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,27. Тираж 50. Заказ 890.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.
Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.