

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539:374.002.62

Василевич Ю.В., Горельый К.А., Сахоненко С.В., Иванов С.Н.

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ПРЕПРЕГЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОПРАВКЕ, ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Разработана методика расчета напряжений и деформаций в препреге цилиндрической анизотропной оболочки, находящейся на металлической оправке, при действии внешней нагрузки.

Технологический процесс изготовления изделий из композиционных материалов состоит из следующих стадий: формование основных и свободных поверхностей заданной геометрии, т.е. получение полуфабрикатов в виде слоистой структуры взаимно перпендикулярных семейств волокон (нитей) пропитанных связующим, отверждение связующего, механическая обработка поверхностей изделия до требуемой точности.

Важным практическим этапом создания композита является стадия получения полуфабриката. На этой стадии материал конструкции настолько податлив, что из него можно целенаправленно формировать заданные поверхности, а также создавать в нем такое напряженное состояние, которое в дальнейшем при эксплуатации даст положительный эффект (например, позволит снять или уменьшить остаточные напряжения).

Примем, что полуфабрикат (препрег) представляет собой пакет слоев пропитанных связующим тканевого материала. При этом каждый слой состоит из двух взаимно-перпендикулярных и связанных между собой путем переплетения семейств нитей тканевого материала. Связующее не отверждено и находится в состоянии наименьшей вязкости, например, в разогретом состоянии до температуры 80°C. Строение ткани гладкого переплетения (полотняное, саржевое и атласное) определяется совокупностью различных факторов, в том числе геометрическими характеристиками взаимно-перпендикулярного расположения нитей основы и утка с перегибами друг на друга. Наиболее важный тип нитей, пригодных для переработки в композиты – многоволоконные нити, экструдированные из прядильной головки с большим количеством отверстий. При перегибах друг на друга, согласно закономерности переплетения, между натянутыми нитями основы и утка имеют место силы взаимного давления. В результате этого возникают силы трения, которые удерживают отдельные нити в ткани как в едином целом.

Нити в тканых препрегах являются абсолютно гибкими [1, 2], т.е. они работают только на растяжение; усилие, растягивающее нить, всегда направлено по касательной к нитям; сжатие нитей возможно только в перпендикулярном направлении к ним; в материале препрега отсутствуют напряжения изгиба; вместо касательных усилий действуют силы трения.

Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния элементов изделий, представляющих собой многослойную композицию тканевого материала и полимерного связующего (препрег), показали [3, 4], что при действии внешней нагрузки зависимость между напряжениями и деформациями при растяжении описывается соотношениями

$$\begin{aligned} e_{11} &= s_{11}S_{11} + s_{12}S_{22} + g_{11}, \\ e_{22} &= s_{21}S_{11} + s_{22}S_{22} + g_{22} \end{aligned} \quad (1)$$

при сжатии

$$\begin{aligned} e_{12} &= s'_{11}S_{12} + s'_{12}S_{21} + g_{12}, \\ e_{21} &= s'_{21}S_{21} + s'_{22}S_{22} + g_{21} \end{aligned} \quad (2)$$

где ε_{11} , ε_{22} , ε_{12} , ε_{21} и σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , σ_{21} – относительные деформации растяжения и сжатия семейств взаимно-перпендикулярных нитей и соответствующие им напряжения; γ_{ij} ($i, j=1,2$) – постоянные, определяемые экспериментально для исследуемого препрега; s_{ij} ($i, j=1,2$) – постоянные упругости композита. Отметим, что зависимости (1) и (2) отличаются от уравнений обобщенного закона Гука введенными постоянными величинами. Формулы (1) и (2) достоверно описывают зависимости деформаций от напряжения для стеклоткани, пропитанной связующим, находящимся в фазе жидкой субстанции. Для таких структур коэффициент трения между нитями в узлах переплетения достаточно мал. Этому способствует состояние незаполимеризованного связующего в ткани.

Следует отметить, что процесс растяжения препрегов из тканей гладкого переплетения делится на две стадии. Первая стадия соответствует изгибу и растяжению, когда искривленная нить выпрямляется и одновременно растягивается, вторая стадия – растяжению выпрямленных нитей. Таким образом, для полосы ткани свойство ее неупругости на первой стадии растяжения объясняется изгибом нитей в процессе ткачества из-за их переплетения. Для стеклотканей, применяемых в полимерных композициях, неупругая составляющая, которая характеризуется коэффициентами γ_{ij} ($i, j=1,2$), не превосходит 0,05, а упругая составляющая достигает максимального значения при разрыве нитей и равна примерно 0,02. Таким образом, пренебрежение неупругой составляющей в зависимостях (1) может привести к значительной погрешности в определении напряженно-деформированного состояния.

При рассмотрении механизма поперечного сжатия необходимо иметь представление о тканом наполнителе. Строение ткани определяется совокупностью различных факторов, в том числе геометрическими характеристиками взаимного расположения нитей основы и утка с перегибами друг на друга при переходе с одной стороны ткани на другую. При перегибах друг на друга, согласно закономерности переплетения, между натянутыми нитями основы и утка возникают силы взаимного давления. Можно предположить, что в условиях поперечного сжатия тканого материала само сжатие осуществляется следующим образом. Происходят геометрические изменения параметров сечения нити до установления тех размеров, которые обеспечивают целостность ее формы независимо от величины приложенной внешней нагрузки. Также происходит параллельный сдвиг нитей, уменьшая расстояния между соседними нитями.

Таким образом, сжатие сечения нити происходит в две стадии. На первой стадии «недоуплотненная» нить при формировании полотна ткани в результате ткачества получает «нормальное уплотнение» - это когда сечение нити уменьшается за счет более компактного расположения в сечении элементарных нитей. В результате, когда происходит сжатие семейства нитей, то на первой стадии нити доуплотняются, если ткань «недоуплотнена», и этого не происходит при «нормальном уплотнении». Происходит необратимое сжатие. Вторая стадия сжатия семейства нитей характеризуется только упругими деформациями.

Уравнения (1) и (2) представляют собой суммы упругих и неупругих составляющих деформации, причем упругая часть совпадает с представлением закона Гука для ортотропного тела. Воспользуемся зависимостями, предположенными в работах [4, 5]. В результате зависимости (1), (2) предстанут в виде

$$\begin{aligned}
e_{12} &= \frac{S_{11}}{E_{11}} - n_{22} \frac{S_{22}}{E_{22}} + g_{11}, \\
e_{22} &= \frac{S_{22}}{E_{22}} - n_{11} \frac{S_{11}}{E_{11}} + g_{22}, \\
e_{12} &= \frac{S_{12}}{E_{12}} - n_{21} \frac{S_{21}}{E_{21}} + g_{12}, \\
e_{21} &= \frac{S_{21}}{E_{21}} - n_{12} \frac{S_{12}}{E_{12}} + g_{21}
\end{aligned}
\tag{3}$$

где E_{11} , E_{22} , – модули упругости при растяжении; E_{12} , E_{21} – модули упругости при сжатии; ν_{22} , ν_{22} и ν_{12} , ν_{21} – коэффициенты Пуассона при растяжении и при сжатии соответственно.

Отметим, что зависимости (3) выражают не только характеристики материала нитей, но также отражают конструктивные особенности ткани. Таким образом, материал-стекло и конструкция-ткань вместе образуют новый материал, описываемый зависимостями (3).

Для препрегов связь деформаций растяжения или сжатия между семействами нитей осуществляется только посредством сил трения, поэтому в зависимостях (3) следует положить все коэффициенты Пуассона равными нулю и тогда вместо (3) будем иметь

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \frac{S_{11}}{E_{11}} + g_{11}, e_{22} = \frac{S_{22}}{E_{22}} + g_{22}, \\
e_{12} &= \frac{S_{12}}{E_{12}} + g_{12}, e_{21} = \frac{S_{21}}{E_{21}} + g_{21}
\end{aligned}
\tag{4}$$

При подтверждении зависимостей (4) путем испытаний полоса ткани нагружалась поперечными растягивающими нагрузками. Затем одновременно производилось нагружение этой же полосы в продольном направлении. Такие испытания проводились на семи видах тканей гладкого переплетения. Оказалось, что на всем диапазоне нагружения продольными нагрузками при постоянной нагрузке в поперечном направлении не наблюдалось изменений деформации поперечного направления. Из этого был сделан вывод, что для тканей гладкого переплетения из многоволоконных нитей справедливы зависимости (4).

Рассмотрим упругое равновесие препрега с цилиндрической анизотропией в виде цилиндра неограниченной длины под действием усилий, приложенных к цилиндрической поверхности. Материал цилиндра – препрег, сформированный намоткой ткани на оправку. Рассматриваемый препрег находится под действием усилий натяжения, поэтому неупругие деформации в окружном и радиальном направлениях выбраны при намотке. В таком случае большое число слоев и их малая абсолютная толщина у препрегов позволяет заменить многослойную среду существенно анизотропной средой [6 - 8]. Деформацию такой среды в условиях формования цилиндрических оболочек принято считать упругой [9 - 13]. Для решения вопроса о распределении напряжений в препреге цилиндрической оболочки, находящейся на металлической оправке под действием внешнего давления q , воспользуемся зависимостями, полученными в работах [4, 5, 7].

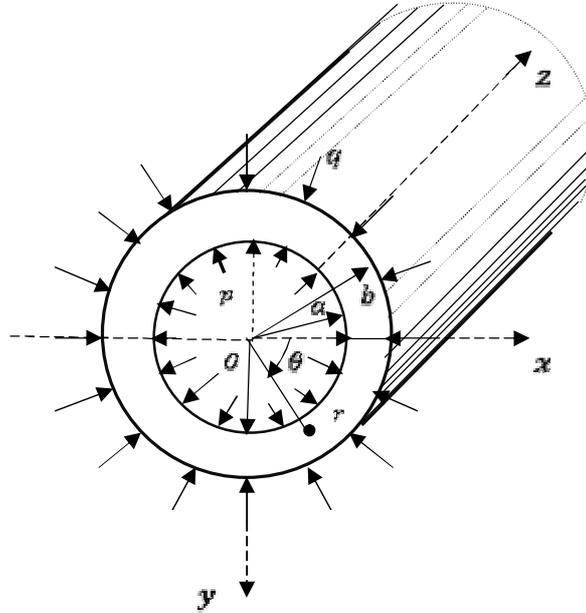


Рис. 1. – Схема нагружения цилиндрической оболочки

Исходя из результатов цитируемых работ следует, что если полый цилиндр бесконечной длины деформируется давлениями p и q , распределенными равномерно по внутренней и наружной поверхностям при $r=a$ и $r=b$, то он будет находиться в состоянии обобщенной плоской деформации (рис. 1.)

Решение задачи для трубы из материала с цилиндрической анизотропией возьмем из [5, 7]. Формула для радиального перемещения с учетом равенства нулю коэффициентов Пуассона имеет вид

$$u_r = -\frac{qa}{bE_r} \frac{p^b - p^{-b}}{c^b + c^{-b}} \quad (5)$$

где

$$c = \frac{a}{b}, p = \frac{r}{a}, b = \sqrt{\frac{E_\Theta}{E_r}}$$

E_Θ и E_r – модули упругости материала оболочки.

Между компонентами деформации и проекциями смещения на координатные направления в случае малых деформаций имеют место зависимости [6]

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_\Theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{u_r}{r}$$

Учитывая, что для препрега рассматриваемой цилиндрической оболочки

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_r}, \varepsilon_\Theta = \frac{\sigma_\Theta}{E_\Theta}, \frac{\partial v_\Theta}{\partial \Theta} = 0$$

Получим

$$\sigma_{\theta} = E_{\theta} \frac{u_r}{r} = q\beta \frac{p^{\beta-1} - p^{-\beta-1}}{c^{\beta} + c^{-\beta}},$$

$$\sigma_r = E_r \frac{\partial u_r}{\partial r} = -q \frac{p^{\beta-1} - p^{-\beta-1}}{c^{\beta} + c^{-\beta}}$$
(6)

Предполагаем, что жесткость оправки намного больше жесткости материала оболочки. В таком случае из (6) найдем нагрузку p , которая является реакцией опоры оболочки на оправку при нагружении оболочки внешним давлением q

$$p = -\frac{2q}{c^{\beta} + c^{-\beta}}$$
(7)

Таким образом, существенная анизотропия ($E_{\theta} \gg E_r$) позволяет принять равенство нулю коэффициенты Пуассона [7]. Предложенный метод расчета в приложении к стеклопластикам позволяет правильно оценить порядок радиальных перемещений. Это в свою очередь дает возможность, используя формулу (5) и результаты экспериментальных исследований, найти модуль упругости E_r при сжатии в радиальном направлении. При этом модуль упругости при растяжении E_{θ} равен модулю упругости при растяжении тканого материала и его определение не вызывает трудностей. Знание модулей упругости E_r и E_{θ} дает возможность проводить расчеты напряжений и деформаций в композиционном материале оболочки по формулам (5) – (7).

ЛИТЕРАТУРА

1. Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В. Модель деформирования препрегов в условиях равновесия // Межведомственный научно-технический сборник «Машиностроение». – 2007. – №22. – С.134-142.
2. Василевич Ю.В. Методические аспекты и особенности расчета напряжений и деформаций в композиционно-волоконистых материалах / Ю.В. Василевич, В.М. Сахоненко, С.В. Сахоненко // Механика – 2007: сб. науч. тр. III Белорусского Конгресса по теоретической и прикладной механике ОИМ НАН Беларуси. – Минск, 16-18 окт. – 2007 г. / ОИМ НАН Беларуси; общ. ред. М.С.Высоцкого. - Минск. – 2007. - С. 364-371.
3. Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В., Горелый К.А., Малютин Е.В. Установление закономерностей поведения ткани при сжатии // Механика машин, механизмов и материалов. - 2013. - № 1 (2. - С. 166-170.
4. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. Изд.2. – М. – Наука. – 1977. – 416 с.
5. Лехницкий С.Г. Плоская задача теории упругости для тела, обладающего цилиндрической анизотропией // Ученые записки СГУ. Серия ФМИ. Вып.2. – 1938. – С. 135-153.
6. Болотин В.В. Основные уравнения теории армированных сред // Механика полимеров. – 1965. – 2. – С.27-37.
7. Тарнопольский Ю.М., Портнов Г.Г. Изменение усилий натяжения при намотке изделий из стеклопластиков // Механика полимеров. – 1968. – №2. – С. 278-284.
8. Тарнопольский Ю.М., Портнов Г.Г. Программированная намотка стеклопластиков // Механика полимеров. – 1970. – №1. – С. 48-53.
9. Болотин В. В., Воронцов А. Н., Мурзаханов Г. Х. Анализ технологических напряжений в намоточных изделиях из композитов на протяжении всего процесса изготовления // Механика композитных материалов. - 1980. - № 3. - С. 500-508.
10. Коротков В. Н., Турусов Р.А., Джавадян Э.А., Розенберг Б.А. Технологические напряжения при отверждении цилиндрических изделий из полимерных композитных материалов // Механика композитных материалов. -1986. - № 1. - С. 118-123.
11. Варушкин Е. М. Исследование температурных остаточных напряжений и деформаций в толстостенных намоточных изделиях из армированных пластиков // Механика полимеров. 1971. № 6. С. 1041-1016.
12. Томашевский В.Т., Шалыгин В. Н. Яковлев В. С. Моделирование условий возникновения технологических дефектов в структуре намоточных композитных полимерных материалов // Механика композитных материалов. 1980. № 5. С. 895-900.
13. Благоняжин В. А., Перевозчиков В. Г. Остаточные напряжения в кольцах из стеклопластика, полученных методом послойного отверждения // Механика полимеров. 1972. № 1. С. 174-176.
- Кунец // Мир техники и технологий. – 2004. – № 6. – С. 35–37.