

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

# МАШИНОСТРОЕНИЕ

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ  
СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

# MASHINOSTROENIE

THE REPUBLICAN INTERDEPARTMENTAL  
COLLECTION OF THE SCIENTIFIC WORKS PROCEEDINGS

Выпуск 31

Минск  
БНТУ  
2018

УДК 621.002(082)  
ББК 34.4  
М38

Сборник основан в 1976 году

*Л. М. Акулович, В. Л. Басинюк, А. Г. Баханович, К. Е. Белявин,  
Ю. В. Василевич (зам. гл. редактора), О. Г. Девойно, Э. М. Дечко,  
Е. В. Ероховец (техн. секретарь), М. А. Журавков, Г. Н. Здор, В. С. Ивашко,  
С. А. Иващенко, М. М. Кане, И. В. Качанов, И. А. Капительян, В. В. Клубович,  
А. П. Ласковнев, Г. И. Михалев, Н. Н. Попок, А. Т. Скойбеда (зам. гл. редактора),  
И. О. Соколов (отв. секретарь), В. Л. Соломахо, В. А. Томило, С. В. Харитончик,  
М. Л. Хейфец, А. В. Чигарев, В. К. Шелег (главный редактор)*

В сборнике представлены результаты исследований различных процессов механической обработки деталей и технологии их изготовления. Изложены новые принципы проектирования некоторых инструментов, станков и другого технологического оборудования. Приведены результаты работ по электрофизическим и электрохимическим способам обработки материалов. Рассмотрены проблемы динамики и прочности машин. Изложены актуальные вопросы экономики машиностроительного производства.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ .....</b>	<b>6</b>
Адаменко В.М., Мрочек Ж.А., Крючѐк С.Л. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСТАТОЧНОГО ТЕПЛА ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ЗАГОТОВОК ДЕТАЛЕЙ В МАШИНОСТРОЕНИИ.....	6
Алексеев Ю.Г., Королѐв А.Ю., Минченя В.Т., Нисс В.С. ПОЛУЧЕНИЕ КОНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА ИЗДЕЛИЯХ МАЛОГО ДИАМЕТРА МЕТОДОМ РАЗМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ ОБРАБОТКИ .....	11
Беляев Г.Я., Шкинъ Н.В., Крутев Р.И. РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ФЛАНЦА ПО ЭКСЦЕНТРИСИТЕТАМ.....	19
Беляева Г.И. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ НА ШПИНДЕЛЕ СТАНКА ПРИ ДОВОДКЕ ПЛОСКОСТЕЙ.....	30
Дечко Э.М. <sup>1</sup> , Густяков П.В. <sup>2</sup> ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖЗУБНЫХ ВПАДИН ПРИ ЛЕНТОЧНОМ ПИЛЕНИИ .....	33
Жигалов А.Н., Шелег В.К. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ НА СТОЙКОСТЬ ТВЕРДОСПЛАВНОГО ИНСТРУМЕНТА ПРИ ПРЕРЫВИСТОМ РЕЗАНИИ.....	37
Калиниченко М.Л., Слуцкий А.Г., Калиниченко В.А. ВЛИЯНИЕ ДРОБЕСТРУЙНОЙ ОБРАБОТКИ И ВОДНОЙ СРЕДЫ НА АДГЕЗИОННУЮ ПРОЧНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ИЗ МЕТАЛЛОВ.....	48
Кане М.М. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ ЗУБОНАРЕЗАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ШЕСТЕРЕН КАК СЛУЧАЙНЫХ .....	54
Косолапов И.Ю., Беляева Г.И. РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ВАЛА ПО ЛИНЕЙНЫМ РАЗМЕРАМ.....	62
Крыжченко А.П., Беляев Г.Я. РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ВАЛА-ШЕСТЕРНИ ПО ЛИНЕЙНЫМ РАЗМЕРАМ .....	71
Миранович А.В. <sup>1</sup> , Мрочек Ж.А. <sup>2</sup> , Калиев Б.К. <sup>3</sup> ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ МНОГОСЛОЙНОМ НАНЕСЕНИИ ПОКРЫТИЙ.....	79
Сакович Н. А. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА МИКРОСТРУКТУРУ МЕТАЛЛОПОКРЫТИЯ .....	88
Синькевич Ю.В. МЕХАНИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОТДЕЛОЧНО-ЗАЧИСТНОЙ ОБРАБОТКИ.....	91
Синькевич Ю.В. ХИМИЧЕСКОЕ ПОЛИРОВАНИЕ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ.....	95
Фролов И.С., Мрочек Ж.А., Фролов Ю.И. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦЫ ВАКУУМНО-ПЛАЗМЕННОГО ПОКРЫТИЯ С ОСНОВОЙ.....	100
Шелег В.К., Кардаполова М.А., Луцко Н.И., Лапковский А.С. ОСОБЕННОСТИ ИЗНАШИВАНИЯ МУЛЬТИМОДАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧАЕМЫХ ЛАЗЕРНОЙ НАПЛАВКОЙ И КОМБИНИРОВАННЫМИ МЕТОДАМИ .....	105

Шелег В.К., Латыпова Е.Ю., Цумарев Ю.А., Сеница А.Н., Цыркунов В.А. НОВЫЕ ЭКОНОМИЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ТАВРОВЫХ ОДНОСТОРОННИХ СОЕДИНЕНИЙ.....	116
<b>МАШИНОВЕДЕНИЕ, СИСТЕМЫ ПРИВОДОВ И ДЕТАЛИ МАШИН.....</b>	<b>127</b>
Авсиевич А.М., Кудин В.В., Довнар С.С., Качанов И.В., Самойлов И.Р. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТНЫХ И ДИССИПАТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНОСОСТАВНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	127
Василенок В.Д., Бирич В.В. ПРИТУПЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ КРОМОК ЗУБЬЕВ ...	133
Гурвич Ю.А. ВЫБОР КРИТЕРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СЕТОК .....	137
Гурвич Ю.А., Корытко Л.С. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ.....	147
Гурвич Ю.А. ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ И ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ РУЛЕВЫХ ТРАПЕЦИЙ СЕМЕЙСТВА ГРУЗОВЫХ АВТОМОБИЛЕЙ.....	153
Данилов В.А. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ФОРМООБРАЗУЮЩИХ СИСТЕМ СТАНОЧНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ СЛОЖНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ .....	167
Довнар С.С. МКЭ-ОЦЕНКА КОНЦЕПЦИИ СТАЛЕБЕТОННОГО НАРУЖНОГО УСИЛЕНИЯ КОЛОНН СВЕРХТЯЖЕЛЫХ СТАНКОВ .....	175
Довнар С.С., Якимович А.М., Ажар А.В., Кучинская А.А. МКЭ-АНАЛИЗ ЖЕСТКОСТИ СУППОРТА ТЯЖЕЛОГО ТОКАРНОГО СТАНКА В СТАТИКЕ И ДИНАМИКЕ .....	187
Кудин В.В., Авсиевич А.М., Качанов И.В., Пронкевич С.А., Самойлов И.Р., Кругликов А.А. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРОАКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОСОСТАВНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И ПРИМЕР ЕЕ РЕАЛИЗАЦИИ .....	197
Пантелеенко Ф.И., Данилов А.А. АНАЛИЗ И РЕАЛИЗАЦИЯ СХЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТИ В ВИДЕ ТРЕУГОЛЬНИКА РЕЛО МЕТОДОМ НЕПРЕРЫВНОГО СЛЕДА .....	203
Романчак В.М., Василенок В.Д. ИЗМЕРЕНИЕ НЕФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ.....	212
<b>МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА.....</b>	<b>217</b>
Василевич Ю.В., Остриков О.М. РОЛЬ ВРАЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ В РАВНОВЕСНОЙ ФОРМЕ ОСТАТОЧНОГО КЛИНОВИДНОГО НАНОДВОЙНИКА .....	217

Василевич Ю.В., Остриков О.М. УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ КРАЕВОГО КЛИНОВИДНОГО ДВОЙНИКА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ВДАЛИ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ПОСТДЕФОРМИРОВАННОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРИБЛИЖЕНИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ СИЛ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ .....	223
Голубева Е.А., Аль-Абси Р.А. РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИЙ В ТРУБЕ ИЗ КОМПОЗИТОВ С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ.....	231
Хмелев А.А., Реут Л.Е., Кардович Н.Б., Богинская Т.Ф. АНАЛИЗ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛОЩАДКИ ТЕКУЧЕСТИ НА ДИАГРАММЕ РАСТЯЖЕНИЯ МЯГКОЙ СТАЛИ.....	236
<b>REFERATS</b> .....	244

# ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.941

Адаменко В.М., Мрочек Ж.А., Крючѐк С.Л.

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСТАТОЧНОГО ТЕПЛА ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ЗАГОТОВОК ДЕТАЛЕЙ В МАШИНОСТРОЕНИИ

*Филиал БНТУ «Борисовский государственный политехнический колледж»*

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Рассмотрен методический подход к использованию остаточного тепла при производстве заготовок деталей, предложена конструкция устройства для осуществления предлагаемого способа.*

На машиностроительных предприятиях для изготовления различных изделий в основном используются заготовки, получаемые различными способами с тепловым или пластическим деформированием материала при формообразовании [1,2].

Развитие и использование в производстве энергосберегающих конкурентоспособных технологий является важным условием, при котором возможен достаточно высокий экономический эффект отечественного машиностроения, что, в свою очередь, требует создания новых, а также совершенствования существующих технологических решений, в частности, при эффективном использовании остаточного технологического тепла, используемого при нагреве материала заготовок.

В этом случае представляет интерес анализ качества использования остаточного технологического тепла поковок и отливок, получаемых в условиях комплексного воздействия температуры на материал при их формообразовании. Известно, что модель использования остаточного тепла отражает зависимость времени и количество расходуемой электроэнергии от параметров возвратной тепловой энергии, характеризующейся температурными показателями. Исходя из [3,4], можно осуществлять технологический инжиниринг с учетом методики конечных элементов и решить задачу анализа использования остаточного тепла заготовок, полученного различными способами с учетом теплового остаточного фактора заготовок, получаемых с деформированием или без деформирующего воздействия, например, в песчано-глинистые формы, выплавляемой модели, под давлением и без давления в кокиле, горячештампованных поковок.

Считаем, что проблему дефицита технологий использования остаточного тепла отливок, поковок можно решить в частности с помощью усовершенствования современных технологий получения заготовок, модернизация и разработкой новых технологических систем на основании имеющихся технологических решений, предлагаемыми авторами работы [5].

При использовании математического аппарата и методики конечных элементов, путем представления технологической системы в виде совокупности отдельных элементов подсистем, связанных не бесконечным, а конечным числом связей, континуальную (непрерывную) систему заменяем дискретной. Внутри отдельного конечного элемента исследуемая область принимается континуальной, однако функции, описывающие его тепловое состояние, следует аппроксимировать некоторыми простейшими функциями, часто имеющими линейный характер. Тогда, непрерывные функции в пределах исследуемой области аппроксимируются кусочно-непрерывными функциями.

Совершенствование технологических процессов можно достигнуть путем его оптимизации с учетом энергопотребляющих показателей технологической системы, например, получение горячештампованных поковок на кривошипных горячештамповочных прессах (КГШП), определяющим критерием оптимальности  $W_{\text{опт}}$ , которой является функциональная зависимость

$$W_{\text{опт}} = f(X, Y, Z, Q_{\text{техн}})$$

где  $X$  – искомые параметры, которые обеспечивают наибольшую эффективность в рамках конкретного варианта (режимы нагрева, точность расположения, скорость перемещения заготовки и т.д.);

$Y$  – фазовые параметры, которые являются функцией исковых (сила формообразования, мощность, интенсивность изнашивания инструмента (штампа), параметры точности и др.);

$Z$  – исходные параметры неизменяемые при использовании варианта технологического процесса (жесткость технологической системы, свойство материала обрабатываемой заготовки и т.д.).

В основе решения оптимизации задач создается модель процесса формообразования, которая отражает зависимость времени нагрева заготовки от параметров режимов формообразования поковки с учетом остаточной тепловой характеристики ее нагрева, которая может использоваться для предварительного нагрева других заготовок. Анализ полученных зависимостей и параметров позволяет предложить структурную схему технологической системы с позиции энергопотребления тепловой энергии, в которой предполагается, что полная электрическая энергия уравнивается использованием тепловой энергии при определённых функциональных зависимостях с обеспечением равновесия подсистем (рис. 1.).

Анализ параметров структурной схемы показывает, что в зависимости от технологических целей использование остаточного тепла материала готовой заготовки (поковки и т.д.) может реализовываться по различным схемам: например, теплота используется на предварительный нагрев заготовок, а остальная часть на отпуск поковки или первоначальная остаточная теплота используется для нормализации поковки, а после нормализации эта же теплота используется на предварительный нагрев заготовок, проведение отпуска и т.д. При этом в структурной схеме можно выделить три основных тепловых уровня, которые при их эффективном использовании обеспечивают более высокий к.п.д. технологической системы до 85 – 90%. Следует отметить, что первый уровень технологической системы включает нагрев заготовки до 1200-1250<sup>0</sup>С и формообразование поковки, второй уровень отбор тепла поковки до 350<sup>0</sup>С, третий уровень использование остаточного тепла поковки для технологических целей до 30<sup>0</sup>С.

В соответствии с нормативными документами [6] основным показателем, характеризующим эффективность использования электрической энергии на производство продукции, является ее общезаводской удельный расход  $C_{\text{уд}}$ , который определяется из зависимости

$$C_{\text{уд}} = \frac{W}{\Pi} = \frac{W_{\text{техн}} + W_{\text{общ}}}{\Pi},$$

где  $W$  – объем потребляемой энергии;

$W_{\text{техн}}$  – технологическая составляющая зависящая от объема выпуска продукции;

$W_{\text{общ}}$  – общая составляющая потребляемой электрической энергии не зависящая от объемов производства продукции;

$\Pi$  – объем выпуска продукции.

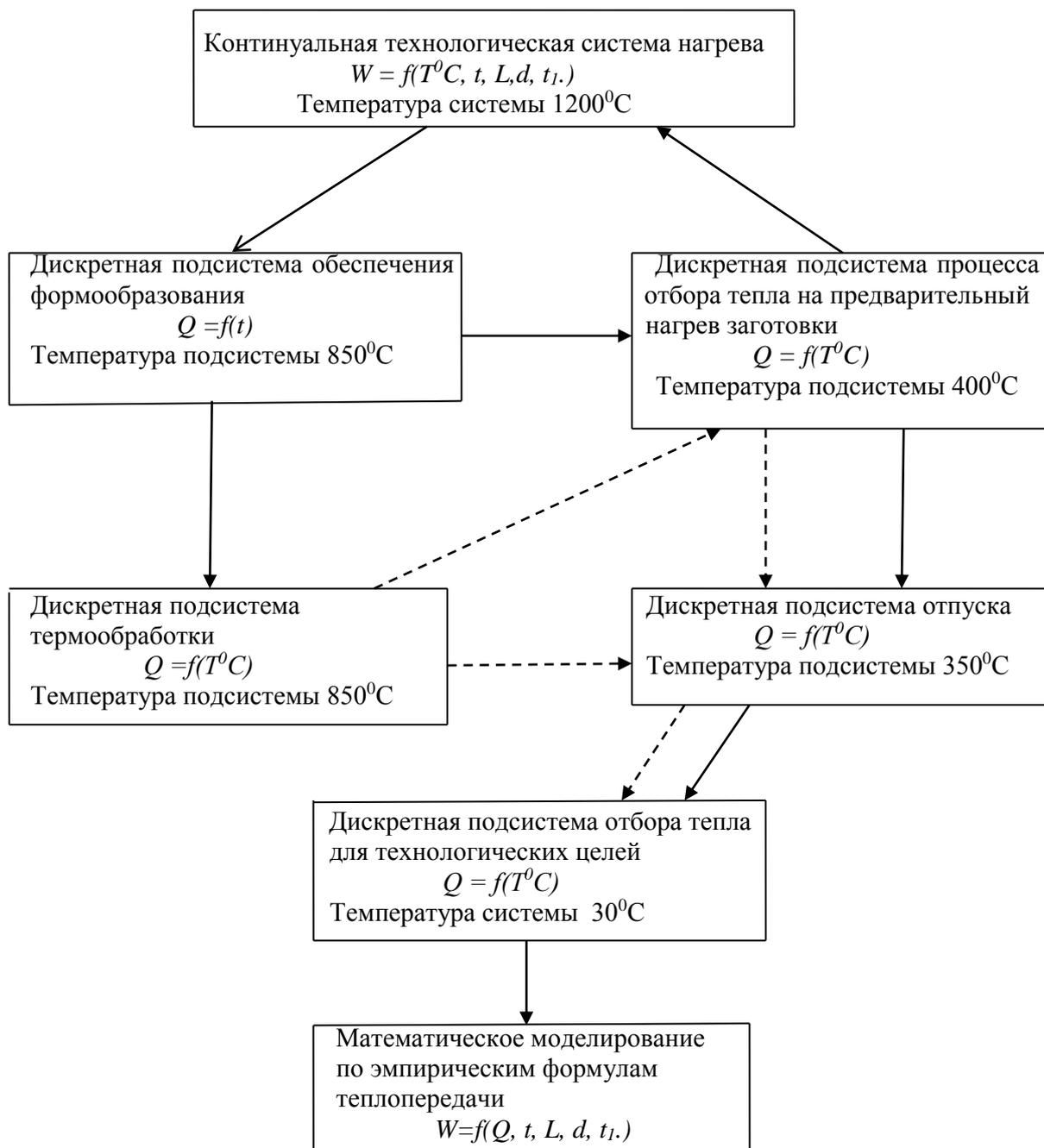


Рис. 1. Уточненная структурная схема функциональной зависимости подсистем, оптимизированной модели процесса формообразования заготовки с использованием предварительного нагрева

Можно предположить, что технологическая составляющая является тем фактором снижения удельного расхода электрической энергии при производстве заготовок (поковок), которая определяется зависимостью:

$$C_{уд} = f(W_{ТЕХН}).$$

Результаты проведенных исследований предполагают, что можно рекомендовать следующие направления использования остаточного тепла заготовок:

- предварительный нагрев цилиндрических заготовок;
- термическая обработка поковок (нормализация, отпуск);
- использование остаточного тепла на технологические цели цеха;

- использование отражающих сферических экранов в конструкции электрических печей для плавления алюминиевых сплавов;
- использование остаточного тепла отливок для подогрева литейных форм, кокилей;
- использование остаточного тепла поковок для термической обработки алюминиевых сплавов, совмещенных установках кузнечно-литейного цеха;
- получение заготовок клинопоперечной прокаткой в среде без окислительного нагрева или вакууме;
- совмещение операций формообразования поковки и обрубки облоя с целью исключения потерь тепловой энергии.

Следует отметить, что проблема рекуперации (возврата) части тепловой энергии и устройство предложены в работе [7] с целью повышения КПД нагревательного оборудования.

Предлагаемый вариант позволяет решить определения оптимального времени нагрева на основании условия параметрической оптимизации с учетом использования остаточной тепловой энергии, определяемой функциональной зависимостью  $T = f(X, Y, Z, Q_{ост.})$  в сопоставлении с методиками традиционных расчетов режимов нагрева, используемых в машиностроении. Следует предположить, что основным показателем, характеризующим эффективность использования электрической энергии при производстве горячештампованных поковок, является ее удельный расход, который определяется как,

$$C_{уд} = \frac{Q}{\Pi} = \frac{Q_{ПОКОВ} + Q_{ОСТАТ} + Q_{ТЕХ}}{\Pi},$$

где  $Q$  – объем потребляемой тепловой энергии;

$Q_{ПОКОВ}$  – тепловая составляющая формообразования поковки;

$Q_{ОСТАТ}$  – тепловая составляющая после формообразования поковки;

$Q_{ТЕХ}$  – тепловая составляющая, используемая на технологические цели;

$\Pi$  – программа выпуска.

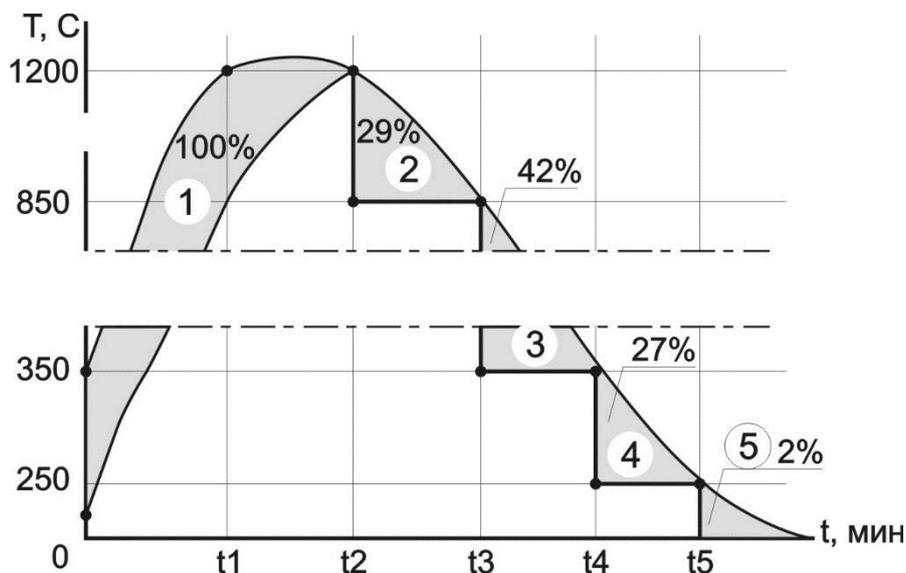


Рис. 2. Распределение использования остаточной теплоты поковки по времени и температуре (поковка массой 9,89кг детали рейка-поршень, изделие завода ОАО «АГУ»)

Распределение теплоты нагрева заготовки в процессе формообразования поковки, ее количество в процентах, а также области использования во времени и интервалах температур представлено на рис.2.

- 1 – область предварительного нагрева заготовки;
- 2 – область формообразования;
- 3 – область отбора теплоты поковки после формообразования для последующего использования;
- 4 – область самоотпуска с использованием остаточной теплоты;
- 5 – область использования остаточной теплоты для технологических целей.

Анализ результатов исследований показал, что на формообразование поковки затрачивается около 29% общей тепловой энергии, что указывает на невысокую эффективность процесса получения поковки, в связи с этим основное направление дальнейших исследований состоит в эффективном использовании остаточного штамповочного тепла.

С этой целью для предварительного нагрева цилиндрических заготовок, нормализации, отпуска поволоков за счёт использования остаточного тепла горячештампованных поволоков разработан вариант конструкции устройства, позволяющий значительно повысить эффективность производства поволоков и экономить значительные энергоресурсы.

### **Выводы**

1. Результаты проведенных исследований и их анализ подтверждает возможность использования остаточного технологического тепла поволоков для предварительного нагрева заготовок (поволоков и т.д.).
2. Предложена конструкция устройства для предварительного нагрева цилиндрических заготовок нормализации, отпуска поволоков с использованием остаточного штамповочного тепла после формообразования.
3. Предложенный способ рекомендуется для практического использования при проектировании и внедрении энергосберегающих технологий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Клименков С.С. Проектирование и производство заготовок в машиностроении: учебник /С.С. Клименков. - Минск: Техноперспектива, 2008. - 407 с.
2. Цветное литьё: Справочник / Н.М. Галдин, Д.Ф.Черняга, Д.Ф.Иванчук и др.; Под общ. ред. Н.М. Галдина. – М.; Машиностроение, 1989.-528с.: ил. -)Технология литейного производства).
3. Мрочек Ж.А. Оптимизация параметров формообразования поверхностей резанием по энергопотребляющим показателям технологического оборудования / Ж.А. Мрочек, В.М. Адаменко, Д.В. Адаменко // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2007. – с.54-57.
4. Жолобов А.А. Технология автоматизированного производства. Учебник для ВУЗов. Минск.: Дизайн, 2000. 624 с.
5. Адаменко В.М. Технические решения процессов энергосбережения в условиях машиностроительного производства / В.М. Адаменко, Ж.А. Мрочек // «Перспективные направления развития технологии машиностроения и металлообработки»: тезисы докл. междуна. науч.-техн. конф. (Минск, 5 апреля 2017 г.) - Минск: Бизнесфосет, 2017, - 237с.
6. Толкачева Н.В., Мороз Д.Р. Расчетно-статические модели режимов потребления электроэнергии как основа нормирования и оценки энергетической эффективности. Журнал. Энергоэффективность. – 2006. - № 1,2. с. 14-15, С.23-24.
7. Мрочек Ж.А. Региональное технологическое энергосбережение: проблемы, решения, обучение / Ж.А. Мрочек, В.М. Адаменко //Машиностроение. Республиканский межведомственный сборник научных трудов. Вып. 29 Минск, БНТУ. -2016. – с.75-80.

Алексеев Ю.Г., Королёв А.Ю., Минченя В.Т., Нисс В.С.

## ПОЛУЧЕНИЕ КОНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА ИЗДЕЛИЯХ МАЛОГО ДИАМЕТРА МЕТОДОМ РАЗМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ ОБРАБОТКИ

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Для решения проблемы формообразования конических изделий малого диаметра разработан новый метод на основе размерной электролитно-плазменной обработки (ЭПО), который заключается в непрерывном выдвигении цилиндрической заготовки из электролита с переменной скоростью. Исследованы особенности съема металла в процессе формирования конических поверхностей методом размерной ЭПО, разработана методика расчета закономерности выдвигения цилиндрической заготовки из электролита для получения конической поверхности с заданными параметрами, учитывающая диаметр заготовки и технологические параметры процесса ЭПО. На основании результатов проведенных исследований разработаны процессы формообразования конических поверхностей стоматологических наконечников диаметром 0,2 – 1,0 мм и длиной рабочей части 14 – 21 мм, применяемых для ультразвукового уплотнения пломбировочного материала при пломбировании корневых каналов зуба.*

**Введение.** Традиционные методы получения конических поверхностей включают механическую обработку (точение, шлифование) [1], поперечно-клиновую прокатку [2], и размерную электрохимическую обработку [3, 4]. Однако они не позволяют формировать конические поверхности на деталях малого диаметра (менее 1 мм) и на нежестких деталях, у которых отношение длины к поперечному размеру составляет 12 и более [5]. Например, шлифование в центрах или при консольном закреплении заготовки возможно только для жестких деталей. Процессы бесцентрового шлифования позволяют получать цилиндрические изделия диаметром до 0,2 мм, однако их применение для получения конических изделий малого диаметра сильно ограничено [6, 7]. Поперечно-клиновой прокаткой обеспечивается изготовление деталей диаметром от 2 до 120 мм [2]. Размерная электрохимическая обработка имеет следующие ограничения при обработке деталей малого диаметра: сложность изготовления электрода-инструмента, повторяющего форму конической поверхности, сложность прокачивания электролита через межэлектродный промежуток, а также невозможность обеспечения равномерного зазора по всей длине формируемой конической поверхности [3, 4]. Для решения проблемы формообразования конических поверхностей малого диаметра (менее 1 мм) предложен метод размерной электролитно-плазменной обработки (ЭПО).

ЭПО широко используется для полирования, глянцевого удаления заусенцев, скругления острых кромок. ЭПО обеспечивает снижение шероховатости поверхности на 2 – 3 класса, до  $Ra = 0,04$  мкм. Метод также применяется для очистки поверхности, удаления заусенцев, скругления острых кромок. Обработку проводят при температуре электролита 75 – 90<sup>0</sup>С. Продолжительность обработки обычно составляет 3 – 5 мин [8]. ЭПО является экологически чистым процессом. Применение дешевых и безопасных для персонала и окружающей среды электролитов является основным преимуществом ЭПО перед классическим электрохимическим полированием [9]. В то же время изучение процесса показало, что при увеличении продолжительности ЭПО воз-

можно ее применение для точной размерной обработки деталей вращения [10], в том числе и для конических поверхностей. Съем металла с обрабатываемой поверхности происходит со скоростью до 0,6 мм/ч [11].

**Формирование конических поверхностей электролитно-плазменной обработкой.** Известно, что формирование конической поверхности обеспечивается в процессе ЭПО и без выдвигания заготовки из электролита [12] из-за разной толщины парогазовой оболочки вокруг поверхности по высоте. Однако при этом невозможно добиться контролируемой конусности формируемой поверхности. На основании анализа результатов исследований, проведенных в работе [11] на цилиндрических образцах диаметром от 2 до 10 мм можно сделать вывод о том, что конусность в зоне устойчивой парогазовой оболочки после обработки продолжительностью 120 мин при неподвижном размещении образца составляет от 7'26" до 11'28". С увеличением продолжительности обработки конусность увеличивается.

Новый метод формообразования конических поверхностей малого диаметра размерной ЭПО заключается в следующем (рис. 1.). Исходная цилиндрическая заготовка погружается в электролит и обрабатывается с непрерывным извлечением ее из электролита с переменной скоростью. При этом скорость подъема заготовки из электролита в процессе обработки зависит от диаметра заготовки, требуемых размеров формируемой конической поверхности и технологических параметров ЭПО, которые определяют в свою очередь скорость съема.

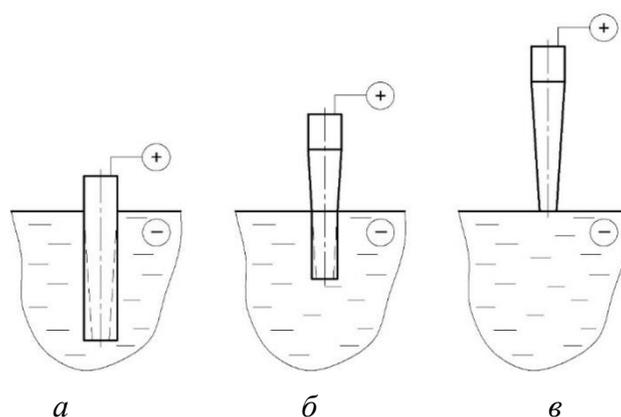


Рис. 1. Формирование конической поверхности методом размерной ЭПО: *а* – исходное состояние; *б* – промежуточная стадия; *в* – конечный результат

Реализация метода становится возможной при использовании механизма подъема заготовки с приводом от двигателя шагового типа, управляемого контроллером. Контроллер обеспечивает вращение двигателя по требуемому для формирования конкретной конической поверхности закону. Кроме того, шаговые двигатели обеспечивают малый угол перемещения (до 0,9°/шаг), что позволяет вести обработку с практически непрерывным подъемом заготовки из электролита с низкой скоростью. Это дает возможность избежать появления кольцевых канавок, образующихся на конической поверхности заготовки на границе электролит - воздух при статичной обработке или при ступенчатом подъеме заготовки.

Целью настоящей работы является исследование особенностей съема металла в процессе формирования конических поверхностей методом размерной ЭПО, а также разработка методики расчета закона выдвигания цилиндрической заготовки из электролита с целью получения конической поверхности с требуемыми параметрами.

**Методы и оборудование.** В качестве образцов при выполнении исследований использовались цилиндрические заготовки из стали 12Х18Н10Т диаметром 1 мм. Для ЭПО образцов использовалась экспериментальная установка, позволяющая регулировать

напряжение обработки в диапазоне от 0 до 300 В и обеспечивающая контроль и поддержание температуры электролита с точностью  $\pm 1^\circ\text{C}$ . Обработка образцов выполнялась при температуре электролита  $80^\circ\text{C}$  и рабочем напряжении 270 В в 4% водном растворе сульфата аммония. Сила тока определялась с помощью токовых клещей UNIT-203. Плотность тока определялась как отношение силы тока к площади обрабатываемой поверхности. Изменение диаметра образца осуществлялось механическим микрометром с ценой деления 0,01 мм.

**Результаты и обсуждение.** Формирование конической поверхности в процессе размерной ЭПО осуществляется как за счет управляемого съема путем выдвигания заготовки из электролита, так и за счет самоорганизующегося распределения съема металла по высоте заготовки. Для оценки влияния самоорганизующегося распределения съема на формирование конических изделий малого диаметра размерной ЭПО выполнялась обработка цилиндрического образца диаметром 1 мм и длиной погруженной части 70 мм с продолжительностью, необходимой для достижения диаметра 0,2 – 0,25 мм. Для определения конусности через каждые 5 мин обработки измерялся диаметр образцов в пяти различных по высоте точках в зоне устойчивой парогазовой оболочки.

После обработки продолжительностью 60 мин диаметр нижней части образца составил 0,24 мм, а максимальная конусность –  $1'01''$ . Таким образом, полученные данные показывают несущественную неравномерность съема металла по высоте в процессе ЭПО цилиндрических поверхностей диаметром менее 1 мм. Установленная при этом величина конусности ничтожно мала и, например, при длине до 50 – 70 мм может не учитываться при расчете закона выдвигания цилиндрической заготовки из электролита при получения конической поверхности с требуемыми параметрами.

На рис. 2. представлена зависимость, демонстрирующая динамику изменения диаметра цилиндрического образца в процессе ЭПО. Из представленной зависимости видно, что съем металла в процессе ЭПО цилиндрической поверхности неравномерный и зависит от диаметра образца. С уменьшением диаметра образца плотность тока и, соответственно, интенсивность съема увеличивается. Зависимость плотности тока от диаметра образца, построенная на основании полученных экспериментальных данных, представлена на рис. 3. Из рисунка видно, что при уменьшении диаметра образца с 1,0 до 0,2 мм плотность тока увеличивается почти в два раза.

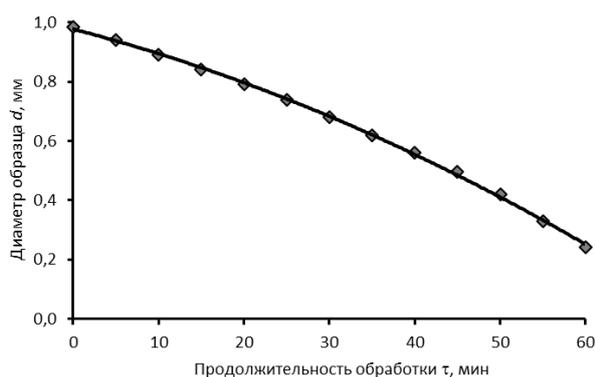


Рис. 2. Динамика изменения диаметра цилиндрического образца малого диаметра в процессе ЭПО

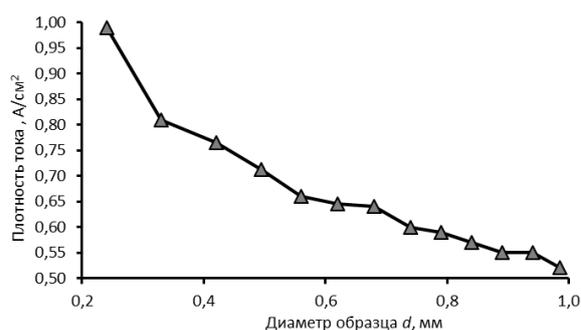


Рис. 3. Влияние диаметра образца на плотность тока в процессе ЭПО цилиндрического образца малого диаметра

Для расчета объемной скорости съема металла с цилиндрической поверхности в процессе ЭПО в работе [14] установлена формула:

$$v_{\text{цил}} = 2\pi r L k_v \eta_a \sqrt{j_0^2 + \frac{2k^2\sigma}{U^2 \varepsilon \varepsilon_0 r}}, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус кривизны цилиндрической поверхности, м;

$L$  – длина цилиндра, м;

$k_v$  – объемный электрохимический эквивалент вещества, м<sup>3</sup>/А·мин (для коррозионностойкой стали 12Х18Н10Т равен  $2,16 \cdot 10^{-9}$  м<sup>3</sup>/А·мин);

$\eta_a$  – коэффициент выхода по току (экспериментально установленное значение – 0,43);

$j_0$  – эквивалентная плотность тока, А/м<sup>2</sup> (характеризует плотность тока на плоской поверхности при равных с цилиндрической поверхностью условиях обработки – температура электролита, рабочее напряжение, глубина погружения; при температуре электролита 80 °С, рабочем напряжении 270 В и глубине погружения 25 мм величина эквивалентной плотности тока составляет  $j_0 = 2500$  А/м<sup>2</sup>);

$k$  – коэффициент плотности тока, А/м (произведение плотности тока на толщину парогазовой оболочки на каждом участке обрабатываемой поверхности; является постоянной величиной для любого участка поверхности);

$\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;

$U$  – рабочее напряжение, В;

$\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость парогазовой оболочки (принимается  $\varepsilon = 1$ );

$\varepsilon_0$  – электрическая постоянная ( $8,85 \cdot 10^{-5}$  Ф/м).

При расчетах используется коэффициент  $m = \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$ , состоящий из постоянных величин. Его экспериментально установленное значение составляет  $0,802 \cdot 10^9 \text{В}^4/(\text{Ом}^2 \cdot \text{м}^3)$ .

Для расчета линейной скорости съема формула (1) приобретает вид:

$$v_{\text{цил}} = k_v \eta_a \sqrt{j_0^2 + \frac{2k^2\sigma}{U^2 \varepsilon \varepsilon_0 r}}. \quad (2)$$

На основании экспериментальных данных, а также по результатам расчета с помощью формулы (2), построены зависимости, характеризующие влияние диаметра на скорость съема в процессе размерной ЭПО (рис. 4.). Анализ представленных зависимостей позволяет утверждать, что полученные экспериментальные данные хорошо согласуются с расчетными.

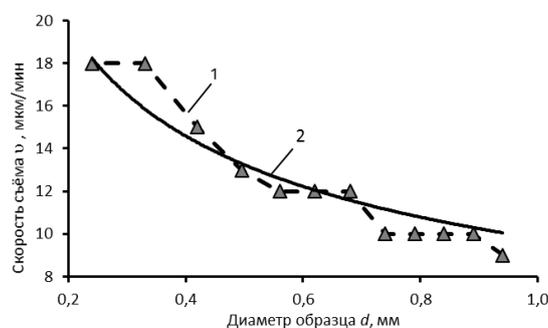


Рис. 4. Влияние диаметра образца на скорость съема в процессе ЭПО цилиндрического образца малого диаметра:

1 – экспериментальные данные; 2 – расчетные данные

На рис. 5. представлена расчетная схема для определения закона вертикального перемещения цилиндрической заготовки из электролита для формирования конической поверхности с заданными параметрами.

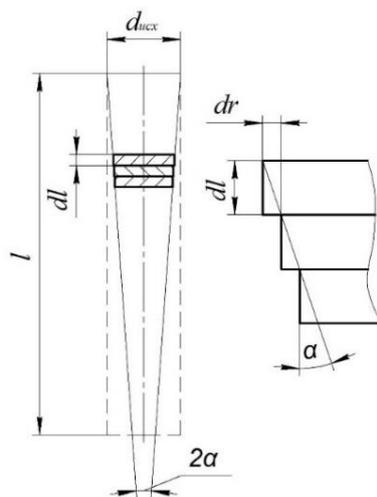


Рис. 5. Расчетная схема для определения закономерности вертикального перемещения цилиндрической заготовки из электролита для формирования конической поверхности с заданными параметрами

Формируемый из цилиндрической заготовки конус с общей высотой  $l$  с углом  $2\alpha$  можно разбить на множество цилиндрических элементов с бесконечно малой высотой  $dl$ . Полученные элементы имеют различный конечный радиус. Радиус последующего элемента меньше радиуса предыдущего элемента на величину  $dr$ . Поэтому продолжительность обработки  $dt$ , которая требуется для обеспечения необходимого съема металла для каждого элемента, также различна. Таким образом, скорость вертикального перемещения для каждого элемента составит:

$$v_{\text{верт}} = \frac{dl}{dt}. \quad (3)$$

Продолжительность обработки для съема металла с цилиндрической поверхности на величину  $dr$  составляет:

$$dt = \frac{dr}{v_{\text{цил}}}. \quad (4)$$

Тогда после подстановки (4) в (3), а также учитывая, что отношение  $\frac{dr}{dl}$  представляет собой  $\text{tg}\alpha$ , выражение для определения скорости  $v_{\text{верт}}$  для каждого элемента запишется как половина отношения скорости съема металла с цилиндрической поверхности  $v_{\text{верт}}$  к тангенсу уклона формируемой конической поверхности (5). Таким образом, скорость подъема заготовки из электролита является величиной, прямо пропорциональной скорости съема металла с цилиндрической поверхности.

$$v_{\text{верт}} = \frac{v_{\text{цил}}}{2\text{tg}\alpha}. \quad (5)$$

Далее в работе на примере усеченного конуса с диаметрами оснований  $d_{исх} = 0,98$  мм и  $d_{кон} = 0,20$  мм длиной  $l = 34$  мм приведен расчет закономерности вертикального перемещения заготовки. Для представления закономерности вертикального перемещения заготовки в виде зависимости, характеризующей изменение скорости  $U_{верт}$  от координаты подъема  $y$  необходимо сперва установить зависимость  $y(t)$ . Для этого формируемый конус разбивается, например, на 17 равных по высоте элементов. Чем больше количество элементов, тем выше точность расчета. Далее с учетом угла уклона конуса рассчитывается радиус каждого элемента  $r_i$ . Общее время, необходимое для съема металла с цилиндра с исходным радиусом  $r_{исх}$  до конечного радиуса  $r_i$  определяется с помощью интегрального выражения (6) согласно [14].

$$t_i = \frac{1}{k_v \eta_a} \int_{r_i}^{r_{исх}} \frac{dr}{\sqrt{j_0^2 + \frac{2k^2 \sigma}{U^2 \epsilon \epsilon_0 r}}} \quad (6)$$

Затем по формуле (2) определяется скорость съема металла  $U_{цилі}$  для каждого элемента конуса с учетом его радиуса  $r_i$ . Скорость подъема заготовки из электролита для каждого элемента  $U_{верті}$  определяется по формуле (5). Результаты расчета представлены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты расчета закономерности вертикального перемещения заготовки

$y_i$ , мм	$r_i$ , мм	$t_i$ , мин	$U_{цилі}$ , мкм/мин	$U_{верті}$ , мм/мин
0	0,490	0,00	9,95	0,43
2	0,467	4,57	10,14	0,44
4	0,444	9,05	10,35	0,45
6	0,421	13,44	10,57	0,46
8	0,398	17,73	10,81	0,47
10	0,375	21,92	11,08	0,48
12	0,352	26,01	11,37	0,50
14	0,329	29,99	11,70	0,51
16	0,306	33,85	12,06	0,53
18	0,284	37,60	12,47	0,54
20	0,261	41,21	12,93	0,56
22	0,238	44,69	13,47	0,59
24	0,215	48,02	14,08	0,61
26	0,192	51,20	14,82	0,65
28	0,169	54,21	15,70	0,68
30	0,146	57,04	16,79	0,73
32	0,123	59,67	18,18	0,79
34	0,100	62,08	20,03	0,87

Зависимость координаты подъема от продолжительности обработки  $y_i(t)$ , построенная на основании расчетных данных, приведена на рисунке 6 (зависимость 1). Из рисунка видно, что для формирования конической поверхности с требуемыми параметрами скорость вертикального перемещения цилиндрической заготовки должна постепенно увеличиваться при уменьшении диаметра. Для сравнения на рисунке также представлена зависимость вертикального перемещения заготовки с постоянной скоростью (зависимость 2).

Выполнение обработки по такой закономерности приводит к формированию поверхности с криволинейной образующей.

На рис. 7. представлена закономерность вертикального перемещения заготовки в виде зависимости, характеризующей изменение скорости  $v_{\text{верт}}$  от координаты подъема  $y$ .

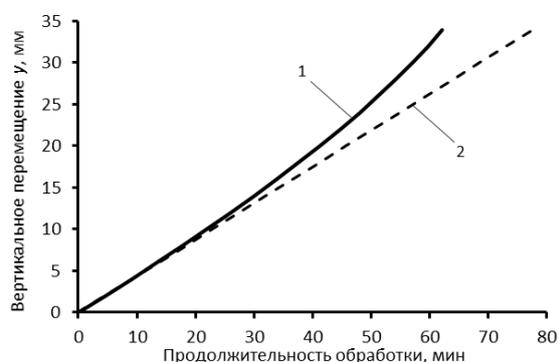


Рис. 6. Зависимость координаты подъема заготовки из электролита от продолжительности размерной обработки:  
1 – на основании расчетных данных;  
2 – постоянная скорость подъема

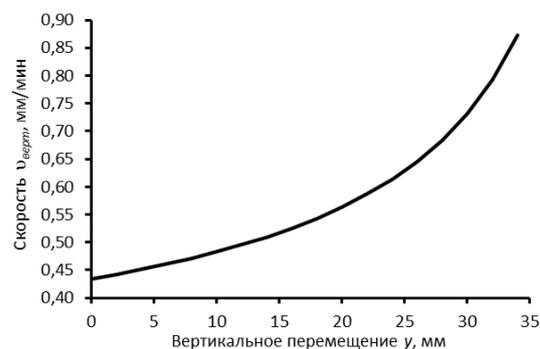


Рис. 7. Зависимость скорости вертикального перемещения от координаты подъема заготовки из электролита

На основании результатов проведенных исследований разработаны процессы формообразования конических поверхностей стоматологических наконечников диаметром 0,2 – 1,0 мм и длиной рабочей части 14 – 21 мм, применяемых для ультразвукового уплотнения пломбирочного материала при пломбировании корневых каналов зуба (рис. 8.)

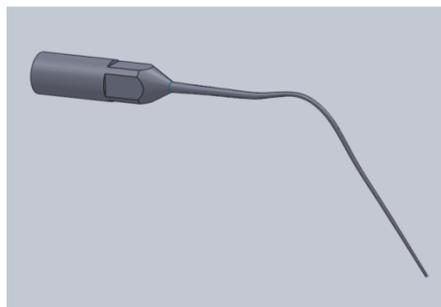


Рис. 8. Ультразвуковой стоматологический наконечник для пломбирования корневых каналов зуба

### Заключение

1. Разработанный метод формообразования обеспечивает возможность формирования конических изделий малого диаметра (менее 1 мм) с заданными параметрами методом размерной ЭПО путем постепенного непрерывного выдвижения цилиндрической заготовки из электролита с переменной скоростью.

2. На основании экспериментально-теоретических исследований разработана методика расчета закономерности выдвижения цилиндрической заготовки из электролита (в виде зависимости, характеризующей изменение скорости  $v_{\text{верт}}$  от координаты подъема  $y$ ) с целью получения конической поверхности с заданными параметрами, учитывающая диаметр цилиндрической заготовки и технологические параметры ЭПО, которые определяют в свою очередь скорость съема.

3. На основании результатов проведенных исследований разработаны процессы формообразования конических поверхностей стоматологических наконечников диаметром 0,2 – 1,0 мм и длиной рабочей части 14 – 21 мм, применяемых для ультразвукового уплотнения пломбировочного материала при пломбировании корневых каналов зуба.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Егоров М. Е. Технология машиностроения / М. Е. Егоров. – Изд. 2-е доп. – М.: Высш. шк., 1976. – 534 с.
2. Кожевникова Г. В. Теория и практика поперечно-клиновой прокатки / Г. В. Кожевникова. – Минск: Беларус. навука, 2010. – 291 с.
3. Справочник по электрохимическим и электрофизическим методам обработки / Г. Л. Амитан [и др.] ; под. общ. ред. В. А. Волосатова. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1988. – 719 с.
4. Бирюков, Б. Н. Электрофизические и электрохимические методы размерной обработки / Б. Н. Бирюков. – М.: Машиностроение, 1981. – 128 с.
5. Васильевых С. Л. Особенности обработки нежестких валов / С. Л. Васильевых, В. Е. Саитов // Современные наукоемкие технологии. – 2012. – № 11. – С. 67–68.
6. Муцянка В. И. Бесцентровое шлифование / В. И. Муцянка, А. Я. Братчиков ; под. общ. ред. З. И. Кремня. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1988. – 92 с.
7. Маслов Е. Н. Теория шлифования металлов / Е. Н. Маслов. – М.: Машиностроение, 1974– 320 с.
8. Модель размерного съема материала при электролитно-плазменной обработке цилиндрических поверхностей / Ю.Г. Алексеев А.Ю. Королев, А.Э. Паршутто, В.С. Нисс // Наука и техника. – 2012. – №3. – С. 3–6.
9. Особенности процессов размерной обработки металлических изделий электролитно-плазменным методом / Ю.Г. Алексеев, А.А. Кособуцкий, А.Ю. Королев, В.С. Нисс, Д.В. Кучерявый, А.А. Повжик // Литье и металлургия. – 2005. – №4. – С. 188–195.
10. Волновод для внутрисосудистой тромбэктомии тромбов и тромбозоболов и метод его изготовления : пат. 005704 ЕАПО, МПК А61В 17/22, 17/32 ; С25F 3/16 / А.Г. Мрочек, И.Э. Адзерихо, Ю.Г. Алексеев, В.Т. Минченя, В.Н. Страх, А.Ю. Королев ; заявитель УП «Технопарк БНТУ «Метолит». – № а 20030052 ; заявл. 2003.01.24 ; опубл. 2005.02.09 // Офиц. бюл. / Евраз. пат. организ. – 2005. – № 1. – С. 145.
11. Королёв А. Ю. Технология получения сложнопрофильных длинномерных ультразвуковых медицинских волноводов малого диаметра электролитно-плазменной обработкой : дис. канд. техн. наук : 05.02.08 / А. Ю. Королёв. – Минск, 2013. – 229 с.
12. Комбинированная технология изготовления гибких ультразвуковых концентраторов-инструментов / Ю. Г. Алексеев [и др.] ; под общ. ред. Б. М. Хрусталёва. – Минск: БНТУ, 2015. – 203 с.

Беляев Г.Я., Шкинъ Н.В., Крутев Р.И.

**РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА  
ОБРАБОТКИ ФЛАНЦА ПО ЭКСЦЕНТРИСИТЕТАМ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Основным геометрическим параметром цилиндрической поверхности является ее диаметр. Однако при наличии нескольких цилиндрических поверхностей он не может полностью описать геометрию детали. Необходимо знать взаимное расположение поверхностей. Геометрически это может быть выражено через эксцентриситеты. Определение расчетных значений эксцентриситетов цилиндрических поверхностей представляет собой достаточно сложную задачу. В данной работе рассмотрены основные особенности расчета эксцентриситетов поверхностей детали типа фланца графоаналитическим методом.*

Одной из наиболее трудоемких и сложных задач при проведении технической подготовки производства является определение операционных размеров, припусков, допусков и пространственных отклонений обрабатываемых поверхностей. При расчете диаметральных размеров задача усложняется необходимостью учета возникающих в процессе получения заготовки и механической обработки эксцентриситетов цилиндрических поверхностей.

Эксцентриситеты в заготовках возникают в результате применения той или иной технологии ее получения. При штамповке эксцентриситеты возникают вследствие смещения частей штампа ( $\rho_{см}$ ), смещения пуансона при прошивке отверстия ( $\rho_{экс.}$ ). В отливках имеют место аналогичные смещения стержней, частей кокиля или опок. Величины смещений и эксцентриситетов для заготовок приводятся в ГОСТ 7505-89 и ГОСТ 26645-85, в другой справочно-информационной литературе [1, 2].

При механической обработке эксцентриситеты в основном возникают в связи с появлением погрешности установки заготовки в приспособлении  $\varepsilon_y$  и погрешности  $\Delta_u$ , возникающей при деформации системы станок - приспособление – инструмент – заготовка (СПИЗ) под воздействием нестабильных сил резания.

Погрешность установки возникает всякий раз, когда установочная база не совпадает с измерительной. При обработке цилиндрических поверхностей это чаще всего приводит к смещению оси технологической базы относительно оси вращения шпинделя. При этом погрешность установки не влияет на взаимное положение осей поверхностей, обрабатываемых за одну установку на одной операции.

Погрешности от деформации системы СПИЗ возникают в связи с отжимом реза от детали под воздействием нестабильных сил резания. Если припуск снимается равномерно со всех сторон, то силы резания и деформации постоянны и эксцентриситетов не возникает. Чаще же всего припуск неравномерен по величине. В результате за один оборот детали инструмент с одной стороны обрабатываемой поверхности будет снимать припуск больше, с другой – меньше. Силы резания и деформации будут также различны, в итоге ось обработанной поверхности сместится в сторону, где был больший припуск. В соответствии с теорией технологической наследственности при всех видах последующей обработки эта погрешность сохраняется в уменьшенном масштабе. Считается, что оставшаяся после обработки погрешность связана с первоначальной через уточнение  $\varepsilon$ . Последнее показывает, какая доля первоначальной

погрешности осталась после обработки. Таким образом, если припуск снимается с эксцентриситетом  $e_{zi}$ , то ось обработанной поверхности сместится под воздействием деформации на величину

$$\Delta y = \varepsilon e_{zi}.$$

Величина  $e_{zi}$  определяется по дереву эксцентриситетов, величина  $\varepsilon$  обычно принимается равной 0,05.

Размерный анализ технологических процессов по диаметральным размерам в принципе мало чем отличается от размерного анализа по продольным размерам, если не учитывать возникающих эксцентриситетов припусков.

Эксцентриситеты  $e_{ij}$ , возникающие в заготовке и детали в результате действия погрешностей системы СПИЗ, являются составляющими звеньями технологических размерных цепей эксцентриситетов. Замыкающими звеньями этих цепей являются допустимые эксцентриситеты  $TE_i$  и  $Te_i$ , задаваемые в конструкторской и технологической документации, а также эксцентриситеты припусков  $e_{zij}$ .

Для построения графа размерных цепей эксцентриситетов на дереве эксцентриситетов необходимо провести ребра замыкающих звеньев:  $TE_i$  – утолщенными линиями;  $Te_i$  – пунктирными линиями;  $e_{zij}$  – волнистыми.

Заданные конструктором эксцентриситеты  $TE_i$  проводятся между осями соответствующих поверхностей детали. Чтобы обозначить технологически допустимые эксцентриситеты  $Te_i$ , необходимо выявить размерные связи  $TE_i$ . Для этого на дереве ищется путь (ребра) между вершинами, смежными ребру  $TE_i$ . По индексам эксцентриситетов определяются операции, на которых они возникают. После этого на дереве для каждой из этих операций записывается технологически допустимый эксцентриситет – один на операцию, таким образом, чтобы эксцентриситеты  $Te_i$  вместе с заданным эксцентриситетом  $TE_i$  составляли замкнутый контур.

При построении дерева эксцентриситетов для одной операции все поверхности, обрабатываемые за одну установку, соединяются между собой ребрами-эксцентриситетами. Положение осей таких поверхностей не зависит от погрешности базирования, поэтому величину эксцентриситетов между ними принимают равной погрешности от деформации, вызываемой нестабильными силами резания:

$$\varepsilon = \Delta y.$$

Одна из таких поверхностей (конструкторская база или технологическая база для последующей операции) связывается ребром-эксцентриситетом с технологической базой данной операции. Величина эксцентриситета в этом случае определяется по формуле:

$$e_{ij} = \varepsilon_y + \Delta y.$$

Для построения дерева эксцентриситетов всей механической обработки дерева отдельных операций соединяются вместе с помощью общих для них вершин.

Для расчета величины эксцентриситета припуска  $e_{zij}$  необходимо на графе выявить его размерную цепь. Например, для  $e_{z11}$  в размерную цепь войдут эксцентриситеты  $e_{0.1}$  и  $e_{1.1}$ . Так как погрешность формы обрабатываемой поверхности также приводит к увеличению неравномерности припуска, то она должна быть учтена при расчете  $e_{z11}$ . Таким образом, для  $e_{z11}$  необходимо учесть погрешность формы поверхности 0.1  $\rho_{\phi 0.1}$ . Тогда ожидаемая погрешность припуска определится из формулы:

$$e_{zi} = \sqrt{\sum_{i=1}^n Te_i^2 + p_{i-1}^2}.$$

Для данного случая

$$e_{z1.1} = \sqrt{e_{0.1}^2 + e_{1.1}^2 + p_{\phi 0.1}^2}.$$

Допустимые радиальные биения обрабатываемых поверхностей должны быть указаны на операционных картах. Для этого по графу эксцентриситетов определяют их размерные цепи. Из рисунка 2 видно, что размерная цепь заданного на чертеже эксцентриситета включает в себя и составляющее звено – эксцентриситет  $e_{6.0}$ . Это самый простой случай, когда заданный эксцентриситет непосредственно обеспечивается на одной операции. Если же в размерной цепи имеются эксцентриситеты нескольких операций, то необходимо рассчитать и записать в операционных картах столько же технологически допустимых эксцентриситетов. В этом случае на величину радиальных биений будут оказывать и погрешности формы. Просуммировать составляющие звенья размерной цепи с погрешностями формы обрабатываемых поверхностей, определив тем самым величину допустимого радиального биения, меньше которого оно быть не может (ограничивает точность системы СПИЗ). Допустимый эксцентриситет должен быть определен по формуле:

$$Te_i e_{zi} = \sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2 + p_{\phi i}^2 + p_{\phi i-1}^2}.$$

После выполнения расчетов по определению технологически допустимых эксцентриситетов проверяют, будет ли обеспечено заданное чертежом техническое условие  $TE_i$ . Для этого определяют ожидаемую расчетную погрешность

$$p_E = \sum_{i=1}^n Te_i.$$

Должно получиться  $p_e \leq TE$ .

Размерный анализ технологического процесса с учетом эксцентриситетов поверхностей рассмотрим на примере обработки фланца КТМ 2.35.

Технологический процесс механической обработки фланца состоит из шести операций: фрезерование наружного контура за две операции; черновое растачивание центрального отверстия; черновая обработка всех наружных поверхностей; протягивание центрального отверстия; чистовая обработка  $\phi 70h6$  и канавки 7Н12.

Заготовка получена штамповкой в закрытых штампах, все наружные поверхности получены в одной половине штампа, поэтому погрешность смещения их друг относительно друга равна нулю. Отверстие  $\phi 55H7$  прошивается в заготовке.

Ниже представлены схемы получения заготовки, обработки на отдельных операциях и соответствующие графы эксцентриситетов, рисунок 2.

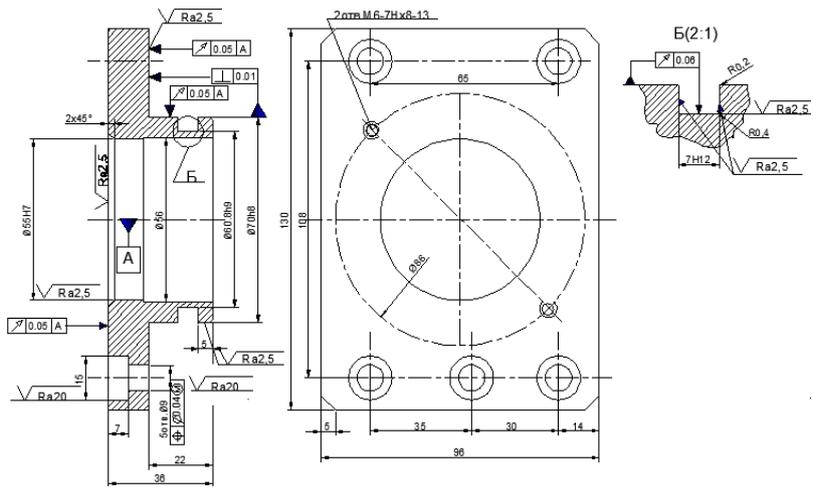


Рис. 1. Фланец КТМ 2.35

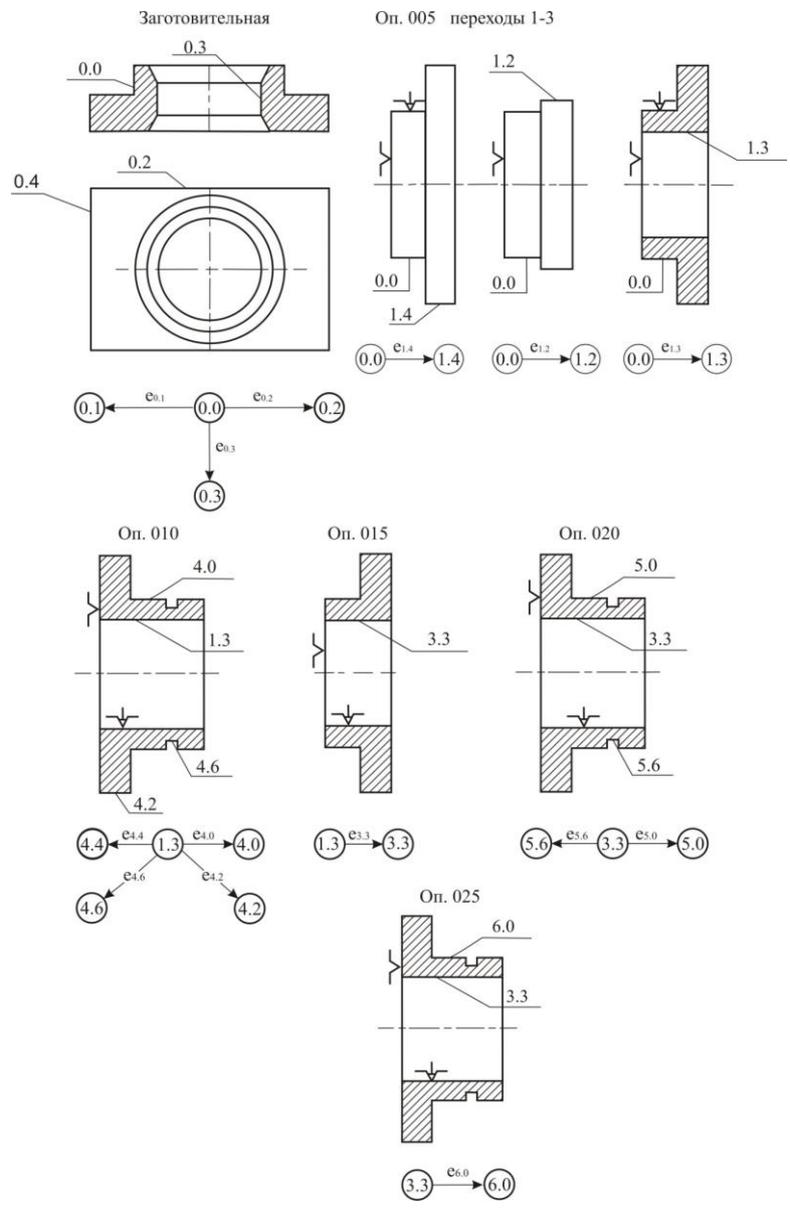


Рис. 2. Схемы заготовительной и механических операций и возникающие при этом эксцентриситеты

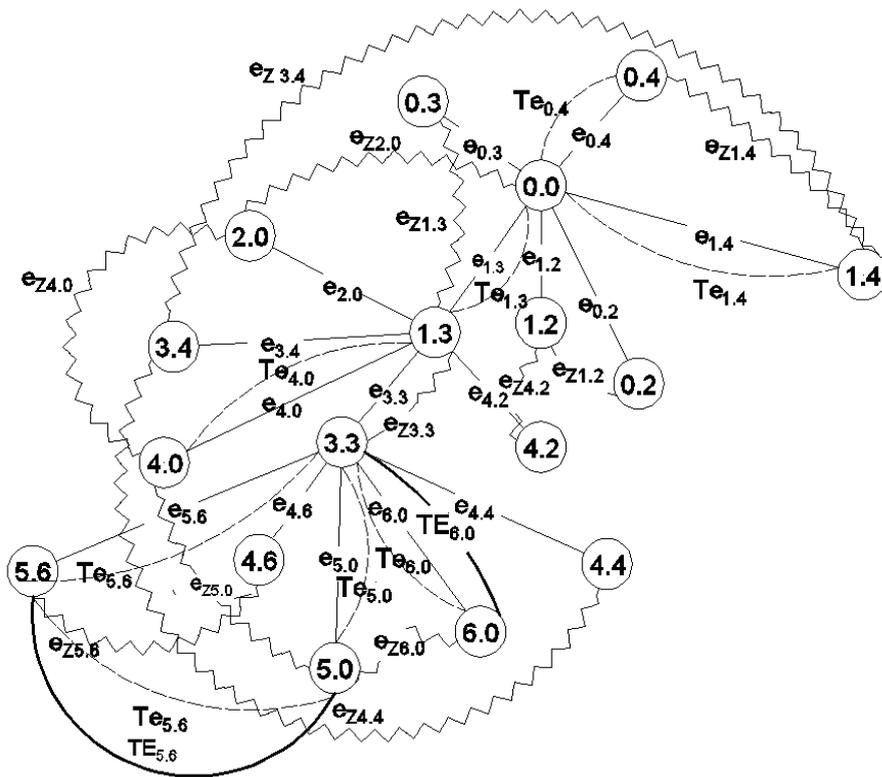
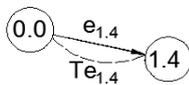


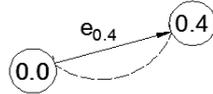
Рис. 3. Совмещенный граф эксцентриситетов припусков

По совмещенному графу эксцентриситетов припусков выявляются и строятся размерные цепи отдельных эксцентриситетов припусков, записываются их уравнения.

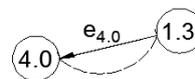
Цепь №1



Цепь №2



Цепь №3

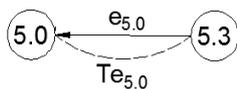


$$Te_{1.4} = \sqrt{e_{1.4}^2 + \rho\Phi_{0.0}^2 + \rho\Phi_{1.4}^2}$$

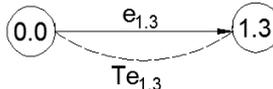
$$Te_{0.4} = \sqrt{e_{0.4}^2 + \rho\Phi_{0.0}^2 + \rho\Phi_{0.4}^2}$$

$$Te_{4.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + \rho\Phi_{4.0}^2 + \rho\Phi_{1.3}^2}$$

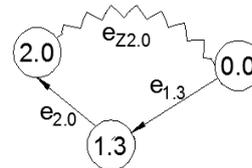
Цепь №4



Цепь №5



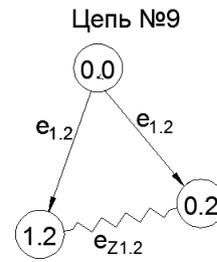
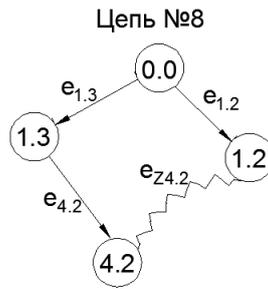
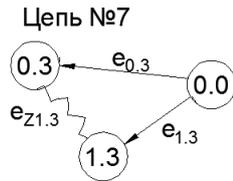
Цепь №6



$$Te_{5.0} = \sqrt{e_{5.0}^2 + \rho\Phi_{3.3}^2 + \rho\Phi_{5.0}^2}$$

$$Te_{1.3} = \sqrt{e_{1.3}^2 + \rho\Phi_{0.0}^2 + \rho\Phi_{1.3}^2}$$

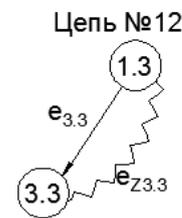
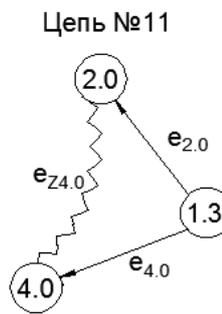
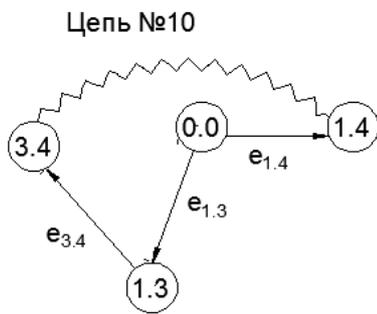
$$e_{z2.0} = \sqrt{e_{2.0}^2 + e_{1.3}^2 + \rho\Phi_{0.0}^2}$$



$$e_{z1,3} = \sqrt{e_{0,3}^2 + e_{1,3}^2 + \rho\Phi_{0,3}^2}$$

$$e_{z4,2} = \sqrt{e_{4,2}^2 + e_{1,3}^2 + e_{1,2}^2 + \rho\Phi_{1,2}^2}$$

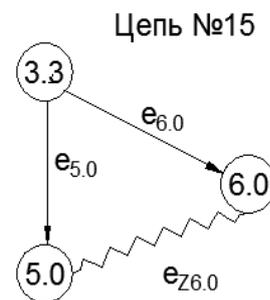
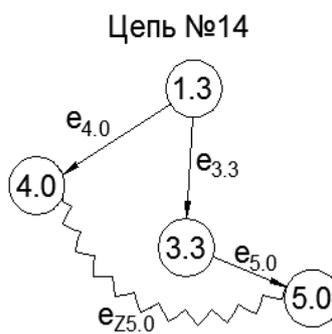
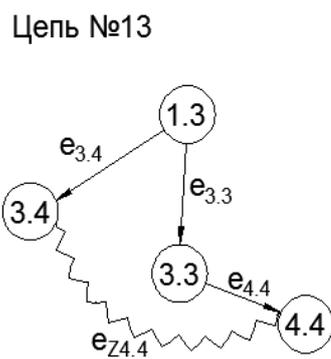
$$e_{z1,2} = \sqrt{e_{0,2}^2 + e_{1,2}^2 + \rho\Phi_{0,2}^2}$$



$$e_{z3,4} = \sqrt{e_{3,4}^2 + e_{1,3}^2 + e_{3,4}^2 + \rho\Phi_{1,3}^2}$$

$$e_{z4,0} = \sqrt{e_{4,0}^2 + e_{2,0}^2 + \rho\Phi_{2,0}^2}$$

$$e_{z3,3} = \sqrt{e_{3,3}^2 + \rho\Phi_{1,3}^2 + \rho\Phi_{3,3}^2}$$

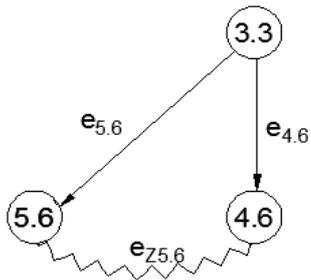


$$e_{z4,4} = \sqrt{e_{3,4}^2 + e_{3,3}^2 + e_{4,4}^2 + \rho\Phi_{3,4}^2}$$

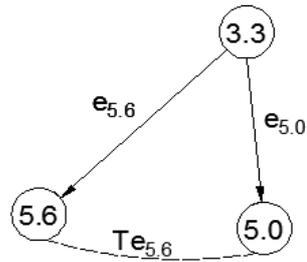
$$e_{z5,0} = \sqrt{e_{4,0}^2 + e_{3,3}^2 + e_{5,0}^2 + \rho\Phi_{4,0}^2}$$

$$e_{z6,0} = \sqrt{e_{5,0}^2 + e_{6,0}^2 + \rho\Phi_{5,0}^2}$$

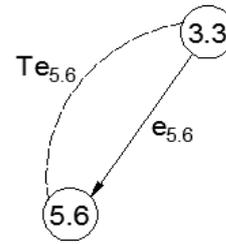
Цепь №16



Цепь №17



Цепь №18



$$e_{z5.6} = \sqrt{e_{5.6}^2 + e_{4.6}^2 + \rho\phi_{4.6}^2}$$

$$Te_{5.6} = \sqrt{e_{5.6}^2 + e_{5.0}^2 + \rho\phi_{5.6}^2 + \rho\phi_{5.0}^2}$$

$$Te_{5.6} = \sqrt{e_{5.6}^2 + \rho\phi_{5.6}^2 + \rho\phi_{3.3}^2}$$

Расчеты допустимых эксцентриситетов припусков цилиндрических поверхностей  $TE_i$ ,  $Te_i$ , задаваемые в конструкторской и технологической документации, а также эксцентриситеты припусков  $e_{zij}$ , удобнее всего оформлять в виде таблицы 1. Причем погрешности формы определяются только для размеров заготовок. Расчетные значения  $e_i$  определяются в зависимости от условий обработки по таблицам экономической точности. Поверхности, обрабатываемые с одной установки можно считать концентричными ( $e_i = 0$ ).

Расчет погрешностей формы и расположения поверхностей детали «Фланец»

Погрешность формы		Эксцентриситеты							
1	формула	3 величина	От погрешности установки новки		Расчетная величина $e_i$		Расчет $e_{Zi}, T_{ei}, T_{Ei}$		От упругих деформаций системы СПИД, $\Delta y = K_{yт} \cdot e_{Zi}$
			формула	величина	формула	величина	формула	величина	
0.0	$\sqrt{P_{см}^2 + P_{кор}^2}$	$\sqrt{0 + 0.07^2} = 0.07$	-	-	-	-	-	-	-
0.2	$P_{кор}$	0.05	-	-	-	-	-	-	-
0.4	$P_{кор}$	0.07	-	-	-	-	-	-	-
0.3	$\sqrt{P_{см}^2 + P_{эк}^2}$	$\sqrt{0.5^2 + 0.8^2} = 0.94$	-	-	-	0.94	-	-	-
2.0	$K_{yт} \cdot p_{0.0}$	$0,05 \cdot 0,2 = 0,1$	$\varepsilon \approx 0$	0	$\Delta y$	0,02	$e_{z2.0} = \sqrt{e_{2.0}^2 + e_{1.3}^2 + p\phi_{0.0}^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.05^2 + 0.07^2}$	$e_{z2.0} = \sqrt{e_{2.0}^2 + e_{1.3}^2 + p\phi_{0.0}^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.05^2 + 0.07^2}$	0,088
4.0	$K_{yт} \cdot p_{2.0}$	$0,05 \cdot 0,1 = 0,005$	$\varepsilon$	0,1	$\varepsilon + \Delta y$	0,12	$e_{z4.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + e_{2.0}^2 + p\phi_{2.0}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.02^2 + 0.1^2}$	$e_{z4.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + e_{2.0}^2 + p\phi_{2.0}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.02^2 + 0.1^2}$	0,016
5.0	$K_{yт} \cdot p_{4.0}$	$0,05 \cdot 0,005 = 0,0003$	$\varepsilon$	0,04	$\varepsilon + \Delta y$	0,06	$e_{z5.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + e_{3.3}^2 + e_{5.0}^2 + p\phi_{4.0}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.02^2 + 0.06^2 + 0.005^2}$	$e_{z5.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + e_{3.3}^2 + e_{5.0}^2 + p\phi_{4.0}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.02^2 + 0.06^2 + 0.005^2}$	0,019
							8		9
									10

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6.0	$K_{yT} \cdot p_{4.0}$	0	$\varepsilon$	0	$\Delta y$	0,02	$e_{z6.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + e_{6.0}^2 + p\phi_{5.0}^2} =$ $= \sqrt{0.12^2 + 0.02^2 + 0}$	0,122	0,006
1.2	$K_{yT} \cdot p_{0.2}$	0,0025	$\varepsilon$	0,09	$\varepsilon + \Delta y$	0,11	$e_{z1.2} = \sqrt{e_{0.2}^2 + e_{1.2}^2 + p\phi_{0.2}^2} =$ $= \sqrt{0 + 0.11^2 + 0,05^2}$	0,121	0,006
1.2	$K_{yT} \cdot p_{1.2}$	$\approx 0$	$\varepsilon$	0,04	$\varepsilon + \Delta y$	0,06	$e_{z4.2} = \sqrt{e_{4.2}^2 + e_{1.3}^2 + e_{1.2}^2 + p\phi_{1.2}^2} =$ $= \sqrt{0.06^2 + 0.05^2 + 0.11^2 + 0.0025^2}$	0,135	0,007
1.4	$K_{yT} \cdot p_{0.4}$	0,0035	$\varepsilon$	0,08	$\varepsilon + \Delta y$	0,1	$e_{z1.4} = \sqrt{e_{0.4}^2 + e_{1.4}^2 + p\phi_{0.4}^2} =$ $= \sqrt{0.07^2 + 0.1^2 + 0}$	0,122	0,006
3.4	$K_{yT} \cdot p_{1.4}$	$\approx 0$	$\varepsilon$	0,04	$\varepsilon + \Delta y$	0,06	$e_{z3.4} = \sqrt{e_{3.4}^2 + e_{1.3}^2 + e_{1.4}^2 + p\phi_{1.3}^2} =$ $= \sqrt{0.06^2 + 0.05^2 + 0.1^2 + 0}$	0,127	0,006
4.4	$K_{yT} \cdot p_{3.4}$	0	$\varepsilon$	0,04	$\Delta y$	0,04	$e_{z4.4} = \sqrt{e_{3.4}^2 + e_{3.3}^2 + e_{4.4}^2 + p\phi_{3.4}^2} =$ $= \sqrt{0.06^2 + 0.05^2 + 0.04^2 + 0}$	0,088	0,004
1.3	$K_{yT} \cdot p_{0.3}$	0,047	-	-	$\Delta y$	0,08	$e_{z1.3} = \sqrt{e_{0.3}^2 + e_{1.3}^2 + p\phi_{0.3}^2} =$ $= \sqrt{0.94^2 + 0.08^2 + 0.94^2}$	1,55	0,08

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3.3	$K_{yT} \cdot \rho_{1.3}$	0,002	-	-	$\Delta y$	0,02	$e_{z_{3.3}} = \sqrt{e_{3.3}^2 + p\phi_{1.3}^2 + p\phi_{3.3}^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.047^2 + 0.002^2}$	0,051	0,003
5.6	$K_{yT} \cdot \rho_{4.6}$	0	-	-	$\Delta y$	0,02	$e_{z_{5.6}} = \sqrt{e_{4.6}^2 + e_{5.6}^2 + p\phi_{4.6}^2} = \sqrt{0 + 0.02^2 + 0}$	0,02	0,001
$Te_{0.4}$					$\rho \leq Te_{0.4}$	0,2	$Te_{0.4} = \sqrt{e_{0.4}^2 + p\phi_{0.4}^2 + p\phi_{0.0}^2} = \sqrt{0 + 0.07^2 + 0.07^2}$	0,097	0,0048
$Te_{1.4}$					$\rho \leq Te_{1.4}$	0,2	$Te_{1.4} = \sqrt{e_{1.4}^2 + p\phi_{0.0}^2 + p\phi_{1.4}^2} = \sqrt{0.1^2 + 0.07^2 + 0.0035^2}$	0,122	0,006
$Te_{1.3}$					$\rho \leq Te_{1.3}$	0,12	$Te_{1.3} = \sqrt{e_{1.3}^2 + p\phi_{0.0}^2 + p\phi_{1.3}^2} = \sqrt{0.08^2 + 0.07^2 + 0.047^2}$	0,106	0,005
$Te_{3.3}$					$\rho \leq Te_{3.3}$	0,05	$Te_{3.3} = \sqrt{e_{3.3}^2 + p\phi_{1.3}^2 + p\phi_{3.3}^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.047^2 + 0.002^2}$	0,051	0,0026
$Te_{4.0}$					$\rho \leq Te_{4.0}$	0,06	$Te_{4.0} = \sqrt{e_{4.0}^2 + p\phi_{1.3}^2 + p\phi_{4.0}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.047^2 + 0.05^2}$	0,138	0,007

Окончание табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Te_{5,0}$					$\rho \leq Te_{5,0}$	0,06	$Te_{5,0} = \sqrt{e_{5,0}^2 + p\phi_{3,3}^2 + p\phi_{5,0}^2} =$ $= \sqrt{0.06^2 + 0.002^2 + 0.003^2}$	0,06	0,03
$Te_{6,0}$					$\rho \leq Te_{6,0}$	0,02	$Te_{6,0} = \sqrt{e_{6,0}^2 + p\phi_{3,3}^2 + p\phi_{6,0}^2} =$ $= \sqrt{0.02^2 + 0.002^2 + 0}$	0,02	0,01
$Te_{5,6}$					$\rho \leq Te_{5,6}$	0,02	$Te_{5,6} = \sqrt{e_{5,6}^2 + p\phi_{3,3}^2 + p\phi_{5,6}^2} =$ $= \sqrt{0.02^2 + 0.002^2 + 0}$	0,02	0,01
$TE_{5,6}$					$\rho \leq Te_{5,6} \leq$ $TE_{5,6}$	0,02	$TE_{5,6}=0,06$		
$TE_{6,0}$					$\rho \leq Te_{6,0} \leq$ $TE_{6,0}$	0,02	$TE_{6,0}=0,05$		

Как видно из расчетов, расчетные значения эксцентриситетов припусков значительно меньше заданных чертежом, что подтверждает правильность выбранного метода обработки фланца.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мордвинов Б. С., Курганович В. О. Методические указания по расчету диаметральных технологических размеров при проектировании технологических процессов механической обработки. Омск: Изд. ОмПИ, 1988. Ч. 2. 31 с.

2. Размерный анализ технологических процессов: сборник практ. работ / учебное издание/ Беляев Г. Я., Беляева Г. И., Кисель О. И [и др.]. – Минск: БНТУ. – 2010. – С. 350.

УДК 621.923.74-233-025.13

**Беляева Г.И.**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ НА ШПИНДЕЛЕ СТАНКА ПРИ ДОВОДКЕ ПЛОСКОСТЕЙ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*В работе рассматриваются особенности определения силы, действующей на шпиндель доводочного станка, в процессе финишной обработки плоскостей в зависимости от максимально допустимого удельного давления на притир, фактической площади контакта притира с обрабатываемой поверхностью и условий обработки.*

Для получения деталей с высокой точностью размеров, формы, взаимного расположения поверхностей и малой шероховатостью применяют операцию доводки. Инструментом при этом служат притиры различной конфигурации, которая определяется формой и геометрическими параметрами обрабатываемой заготовки.

Целью данного исследования является определение крутящего момента  $M_{кр}$  на шпинделе станка и усилия прижима  $P$  к обрабатываемой детали по допустимому удельному давлению между трущимися поверхностями.

Как правило, материал притиров должен быть мягче, чем материал обрабатываемого изделия. Притиры изготавливают из чугуна, стали, цветных металлов и сплавов, пластмасс и стекла в зависимости от условий обработки. На рис. 1. приведена схема доводки плиты 1 притиром 2.

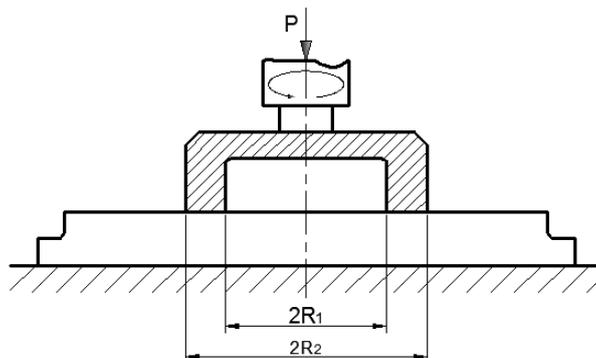


Рис. 1. Схема процесса доводки:  
1 – шлифовальный круг, 2 – плита

Притир в процессе обработки прижат к обрабатываемой поверхности силой  $P$ . Рабочая поверхность притира представляет собой торцовую поверхность кольца с внутренним и наружным диаметрами, соответственно равными  $2R_1$  и  $2R_2$ . Контакт вращающегося притира с обрабатываемой поверхностью происходит по всей его рабочей поверхности. Коэффициент трения скольжения притира о деталь принят равным  $f$ .

При решении данной задачи нами учитывалось неравномерность удельного давления притира на обрабатываемую поверхность, снижающуюся к краю с большим диаметром из-за его неравномерного износа. В расчетах предполагалось, что с увеличением расстояния  $R_i$  от оси вращения до зоны обработки удельное давление снижается по линейному закону:

$$q = q_{\max} - C(R_i - R_j),$$

где  $q_{\max}$  – максимально допустимое удельное давление при доводке,  $C$  – постоянный коэффициент, зависящий от конкретных условий обработки.

Эпюра удельного давления на притир представлена на рис. 2.

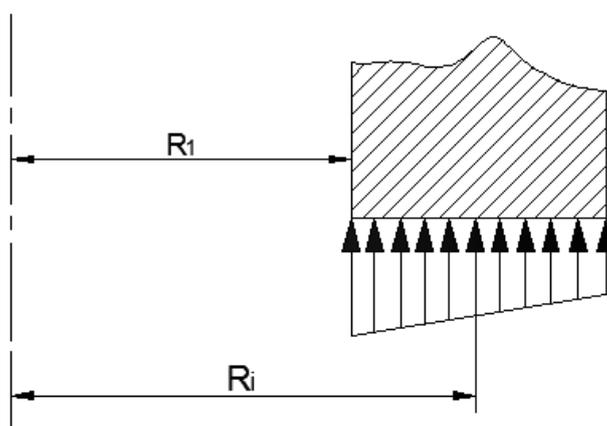


Рис. 2. Эпюра удельного давления на притир при доводке

Крутящий момент на шпинделе можно определить как предел суммы элементарных крутящих моментов, приложенных к притиру:

$$M_{\text{кр}} = \sum_{i=1}^n \Delta M_i = \sum_{i=1}^n \Delta F_{Tpi} R_i (i = 1, 2, \dots, n). \quad (1)$$

Сила трения на элементе притира:

$$\Delta F_{Tpi} = f \Delta N_i, \quad (2)$$

где  $\Delta N_i$  – нормальная сила реакции обрабатываемой поверхности на каждом элементе притира:

$$\Delta N_i = q \Delta S_i,$$

где  $\Delta S_i$  – площадь  $i$ -того элемента рабочей поверхности притира (рис. 3.).

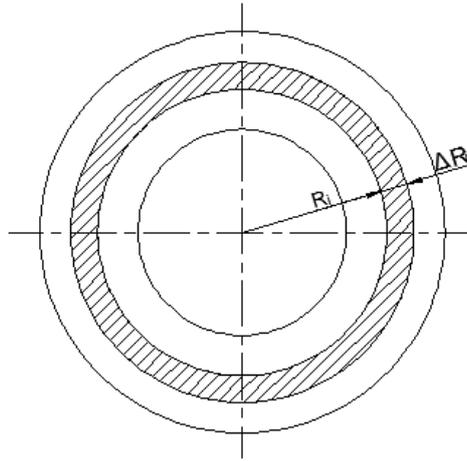


Рис. 3. К расчету площади  $i$ -го элемента рабочей поверхности притира

$$\Delta S_i = 2\pi R_i \Delta R_i$$

Тогда

$$\Delta N_i = [q_{\max} - C(R_i - R_1)] 2\pi R_i \Delta R_i. \quad (3)$$

Подставим уравнения (3) и (2) в уравнение (1)

$$M_{\text{сд}} = 2\pi f \sum_{i=1}^n [q_{\max} - C(R_i - R_1)] R_i^2 \Delta R_i.$$

Предел этой суммы вычисляется как определенный интеграл, взятый в пределах от  $R_2$  до  $R_1$ ,

$$M_{\text{кр}} = 2\pi f \int_{R_1}^{R_2} (q_{\max}^2 R^2 - C \cdot R^3 + C \cdot R_1 \cdot R^2) dR = 2\pi f \left( \frac{(q_{\max} + C \cdot R_1) R^3}{3} - \frac{C \cdot R^4}{4} \right) \Big|_{R_1}^{R_2};$$

Окончательно получим:

$$M_{\text{кр}} = \frac{\pi}{6} [4(q_{\max} + CR_1)(R_2^3 - R_1^3) - 3C(R_2^4 - R_1^4)].$$

Аналогично определяется сила  $P$ :

$$P = \sum_{i=1}^n \Delta N_i = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} (q_{\max} R - CR^2 + CR_1 R) dR = 2\pi \left[ (q_{\max} + CR_1) \frac{R^2}{2} - C \frac{R^3}{3} \right] \Big|_{R_1}^{R_2}.$$

Окончательно имеем:

$$P = \frac{\pi}{3} [3(q_{\max} + CR_1)(R_2^2 - R_1^2) - 2C(R_2^3 - R_1^3)].$$

Как видно из последнего выражения, сила  $P$  во многом зависит от фактической площади контакта доводочного притира с обрабатываемой деталью, условий контактирования и интенсивности изнашивания притира.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ящерицын П. И., Зайцев А. Г., Барбатько А. И. Тонкие доводочные процессы обработки деталей машин и приборов. Минск: Наука и техника. 1976. 326 с.
2. Абразивная и алмазная обработка материалов / Под ред. А. Н. Резникова. М.: Машиностроение. 1977. 391 с.
3. Обработка металлов резанием : справочник технолога / под ред. А. А. Панова. – М.: машиностроение, 1988. – 736 с.

УДК 674.023

Дечко Э.М.<sup>1</sup>, Густяков П.В.<sup>2</sup>

## ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖЗУБНЫХ ВПАДИН ПРИ ЛЕНТОЧНОМ ПИЛЕНИИ

<sup>1</sup>Белорусский национальный технический университет

<sup>2</sup>ООО «ВИ-МЕНС»,

Минск, Беларусь

*Многообразие конструкций ленточнопильных станков и пил дают возможность выбора оптимальных ленточнопильных технологий для конкретных условий производства.*

На современных заготовительных производствах до 80 % заготовок разрезают с помощью ленточнопильных технологий, которые относятся к высокотехнологичным, энерго- и ресурсосберегающим процессам. Биметаллические ленточные пилы фирм WIKUS, AMADA, LENOX, VANCO и др. отличаются материалами режущей части, формами зубьев, их конструктивными и геометрическими параметрами.

Фирма WIKUS, например, выпускает пильный инструмент с 1958 года, ее производственная программа включает более 1400 вариантов пил с различными формами режущей части, рис.1., [1, 2].

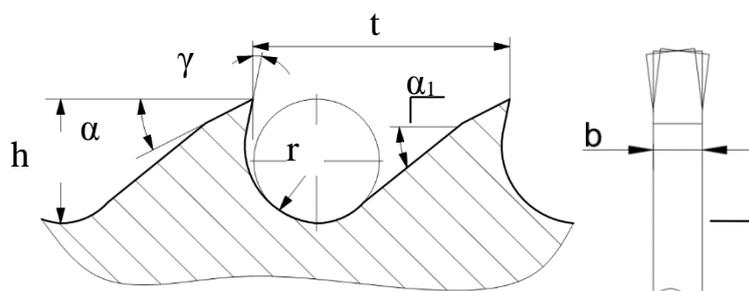


Рис. 1. Профиль межзубной впадины биметаллической ленточной пилы

Геометрические параметры зубьев: передний угол  $\gamma$ , главный задний угол  $\alpha$ , вспомогательный задний угол  $\alpha_1$ , радиус межзубной впадины  $r$ , шаг зубьев  $t$ , высота зуба  $h$ , толщина полотна  $b$ , рис.1. Эти параметры формируют форму зуба и межзубной впадины, рис. 2.

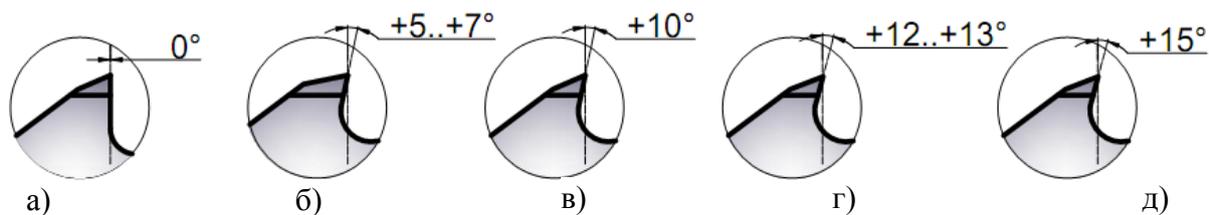


Рис.2. Формы зубьев биметаллических ленточных пил:  
 а - стандартный; б - профильный; в - крючок; г - крючок положительный;  
 д - крючок супер-положительный

Шаг зубьев (*tpi* – toothperinch) делится на постоянный и переменный. Постоянный шаг характеризуется одинаковым расстоянием между зубьями и одинаковым объемом межзубной впадины на всей длине пилы и обозначается одной арабской цифрой от 0,75 до 32 с добавлением букв *tpi*.

Переменный шаг характеризуется переменным расстоянием между зубьями и различным объемом межзубных впадин, внутри одной группы. Группа зубьев может насчитывать 5, 7, 9 и 12 зубьев и обозначается двумя арабскими цифрами от 0,55 - 0,75 до 12-16 с добавлением букв *tpi*.

Поскольку зубья пилы при резании находятся в замкнутом пространстве, то в процессе резания необходимо обеспечить размещение стружки в межзубных впадинах без ее дополнительного деформирования и последующее удаление стружки при выходе из зоны контакта с заготовкой. Учитывая подобие процессов и опыт работы при протягивании, предлагается рассчитывать параметры формы зуба ленточной пилы с учетом коэффициента *K* заполнения стружкой межзубной впадины. При резании металлов объем образующейся стружки будет зависеть от формы, размеров и марки обрабатываемого материала; формы зуба и шага пилы; режимов резания.

При пилении стальных заготовок образуется сливная стружка в виде спирали, которая частично заполняет объемы межзубных впадин, рис.3., а). Известны методики расчетов объемов стружечных канавок для протяжек. Для ленточных пил при расчете коэффициента *K* заполнения впадины учитывается площадь ее активной части:

$$K = \frac{F_a}{F_c} = \frac{\pi h}{4S_z L},$$

где  $F_a$  – площадь активной части межзубной впадины, мм<sup>2</sup>;

$F_c$  – площадь продольного сечения, мм<sup>2</sup>;

$h$  – высота зуба, мм;

$S_z$  – подача на зуб, мм/зуб;

$L$  – длина резания, мм.

При обработке хрупких материалов, образуется стружка надлома, которая заполняет частично объемы межзубных впадин, рис.3,б). Для расчета ленточных пил предлагается формула для коэффициент *K*, с учетом возможного полного заполнения площади межзубной впадины.

$$K = \frac{F_{\text{полн}}}{F_c} = \frac{F_{\text{полн}}}{S_z L}$$

где  $F_{\text{полн}}$  – полная площадь межзубной впадины, мм<sup>2</sup>.

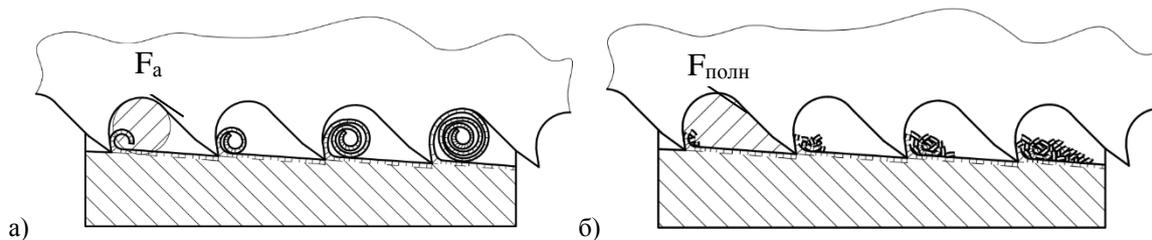


Рис. 3. Размещение стружки во впадине

При переменном шаге межзубные впадины пилы имеют различную форму, рис.4. Полотно состоит из 7 зубьев различной формы: одного вертикального и шести разведенных зубьев попеременно вправо-влево. В расчетах пил с переменным шагом необходимо учитывать наименьшую межзубную впадину. Пилы с постоянным шагом имеют одинаковые межзубные впадины.

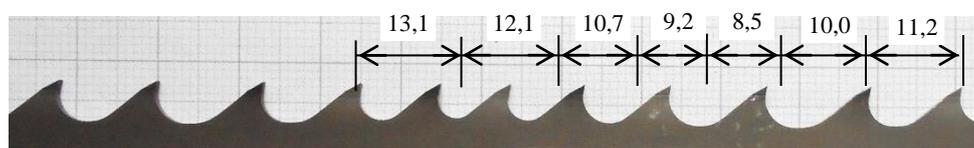


Рис. 4. Биметаллическая ленточная пилы с переменным шагом 2-3 *tpi*

Объем образующейся при резании заготовок стружки в межзубных впадинах определяется по формуле:

$$V_c = bS_zL,$$

где  $S_z$  – подача на зуб, мм/зуб;

$b$  – ширина лезвия, мм;

$L$  – длина резания, мм.

Предлагается расчетная формула для определения площади активной части межзубной впадины. Величины коэффициентов заполнения стружкой межзубных впадин должны быть  $K > 1$ :

$$F_a = F_c K = S_z L K$$

При ленточном пилении значения подач на зуб  $S_z$  принимаются в пределах 0,001...0,01 мм[2]. При пилении пластичных материалов на малых подачах образуется сливная стружка, которая свободно скручивается в канавках в виде спирали. В таких случаях рекомендуется использовать в расчетах минимальные значения коэффициентов заполнения канавок стружкой.

Для различных форм заготовок соответственно изменяются зоны максимального среза материалов. Максимальную зону контакта заготовка-пила имеем, например, на горизонтальных станках колонного типа с углом наклона пильной рамы  $5^\circ$ , рис. 5, [1].

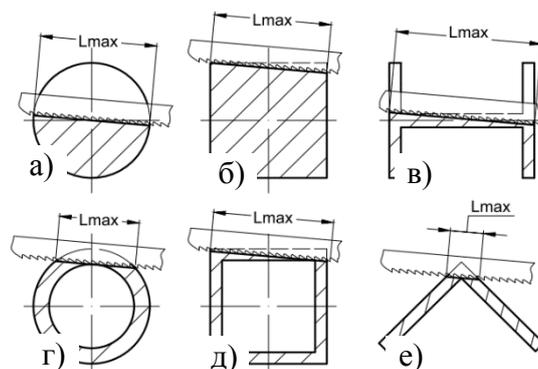


Рис. 5. Максимальная площадь реза для различных форм заготовок:  
 а – круг; б – прямоугольник; в – двутавровая балка; г – труба круглая; д – труба прямоугольная;  
 е – уголок

Наибольший объем стружки в межзубной впадине образуется при прохождении зубом конечной зоны резания и зависит от режимов резания, конструкции станка, формы заготовок.

Максимального количества зубьев  $Z_{max}$  в зоне резания зависит также от профиля заготовок, рис. 6.

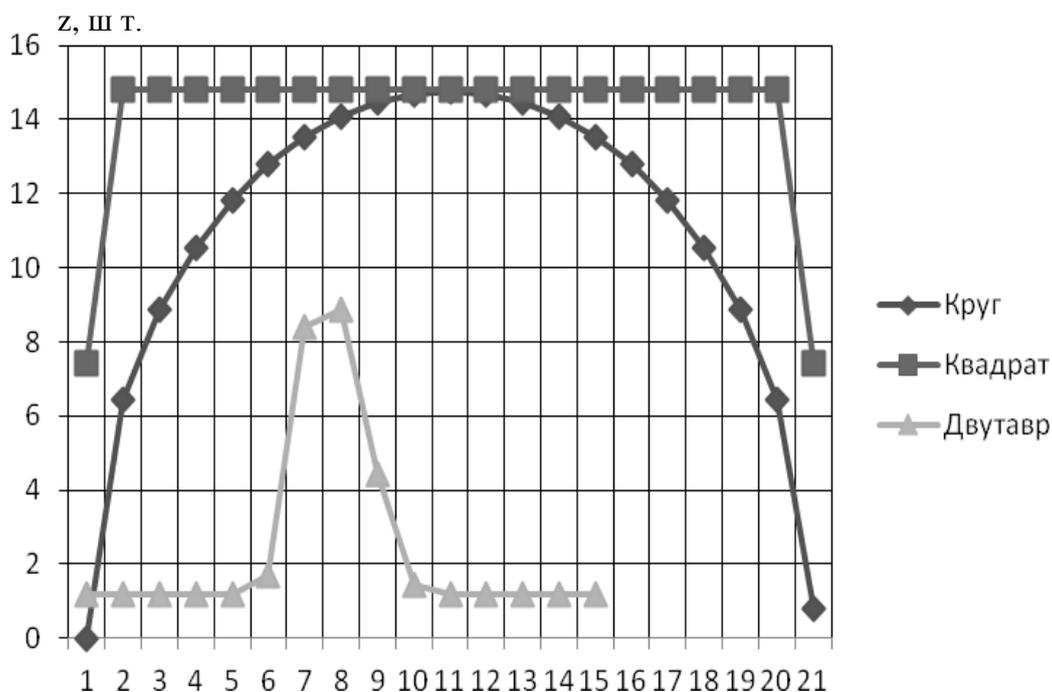


Рис. 6. Изменение максимального количества зубьев в резе: круг Ø150 мм; квадрат 150x150 мм и двутавровая балка 20Ш1

Расчеты подтверждают, что максимальные нагрузки в зоне резания возникают при пилении заготовок квадратной формы, а резкое изменение процессов в зоне контакта пила-заготовка - при резке двутавровой балки.

Следовательно, при внедрении ленточнопильных технологий следует учитывать, кроме других факторов, влияние профилей заготовок на количество зубьев, участвующих одновременно в процессе резания, что связано с силовыми, тепловыми воздействиями на инструмент и, в конечном итоге, с износостойкостью пил и производительностью процесса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Основы ленточного пиления и станки: учебн-метод. пособ. под ред.Э.М. Дечко, Ю.Р. Маркевича. Минск: БНТУ, 2014. – 80 с.
2. Ю.Р. Маркевич. Современное оборудование для обработки металлоконструкций. Матер.научн.-техн. конф. «Машиностроение -2010», Минск, 7-8 апр., «Бизнесофсет», 2010 г.,- 24-25 с.
3. Э.М. Дечко, П.В. Густяков. Силы резания при ленточном пилении. «Машиностроение», Республ. межведомств. сборн. научн. труд., вып.№ 30, 2017 г., с. 54-58.

УДК 621.923.4

**Жигалов А.Н., Шелег В.К.**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ НА СТОЙКОСТЬ ТВЕРДОСПЛАВНОГО ИНСТРУМЕНТА ПРИ ПРЕРЫВИСТОМ РЕЗАНИИ**

**ЗАО «Промлизинг»,**

**Белорусский национальный технический университет**

**Минск, Беларусь**

*Рассмотрены особенности влияния и большой значимости ударной нагрузки при прерывистом резании (торцовом фрезеровании) на стойкость твердосплавного инструмента. Показана эффективность повышения стойкости в 2...3,5 раза твердосплавного инструмента, работающего с ударными нагрузками, обработанного методом аэродинамическим упрочнением (АДУ). Эффект от АДУ достигается за счет воздействия звуковых волн на структуру твердых сплавов, в результате чего происходит измельчение карбидных фаз и их перераспределение, уменьшение дислокаций внутренней структуры, за счет самоорганизации на уровне кристаллической решетки обеспечивается переход от беспорядочного движения флуктуаций и их хаотического состояния к новому порядку, позволяющему улучшить параметры структуры для заданных условий эксплуатации. Экспериментально установлено, что твердосплавные пластины Т5К10, Т15К6, упрочненные методом АДУ, при прерывистом резании стали 45 обеспечивают повышение износостойкости по сравнению с неупрочненными на 30–51%, причем при 2-х ударах в закладке на 38 – 51%, а при 10-ти ударах – на 30–31%. Выявлено, что влияние метода АДУ для более «вязких» сплавов, способных выдерживать большую ударную нагрузку, большее, чем для сплавов с более низкими характеристиками по ударной вязкости. Так, для сплава ВК8, способного хорошо держать ударные нагрузки, эффект повышения стойкости от упрочнения АДУ составляет 285%. Так как метод АДУ значительно расширяет технологические возможности твердосплавных пластин, то рекомендуется вести обработку твердосплавными пластинами, упрочненными методом АДУ, при прерывистом резании при более тяжелых, с наличием большого количества ударов, условиях, при которых производитель пластин не рекомендует их применение.*

**Ключевые слова:** твердые сплавы, прерывистое резание, ударная нагрузка, аэродинамическое упрочнение, износостойкость.

**Введение.** На точность и качество обработанных поверхностей, производительность обработки и себестоимость изготовления изделий значительное влияние оказывает стойкость инструмента. В тоже время, повышение стойкости инструмента зависит от из-

носа режущего инструмента. Поэтому исследование характера и закономерности процесса протекания износа режущего инструмента имеет важное практическое значение.

Процесс прерывистого резания, особенно при торцовом фрезеровании, является сложным процессом резания, который протекает в наиболее тяжелых условиях из-за явлений удара при врезании инструмента в заготовку и выходе из нее, частого циклического изменения температурного поля на режущем клине инструмента при рабочих и холостых ходах, неблагоприятного расположения режущего клина инструмента в процессе стружкообразования и других явлений. По вопросу влияния механизма удара на стойкость режущего инструмента существуют разные взгляды. Так, например, согласно работам [1 – 3] при резании твердосплавными инструментами вследствие ударных явлений происходит их скалывание. Удар создает благоприятное условие для образования и развития трещин в материале. Влияние кратковременного пика нагрузки объясняется повышением динамического предела текучести материала инструмента, вследствие чего сопротивление материала разрушению возрастает [4]. В ряде случаев [5] при резании пластичных материалов, стойкость твердосплавного материала при переходе от непрерывного к прерывистому резанию в несколько десятков раз выше (при одинаковой скорости резания и сечении стружки), что, по мнению автора работы, недостаточно объяснить только ударными явлениями. Установлено [6] методом сравнения результатов динамического удара и статического вдавливания индентора в пластическом материале, что при получении одинаковых пластических деформаций в поверхностном слое заготовки динамические нагрузки в несколько раз больше статических. В работе [7] указано, что, так как число циклов периодического нагружения и разрушения инструмента до его разрушения ниже предела усталости, то для ряда операций расчет на прочность режущей кромки надо производить не на статическую, а на динамическую нагрузку, так как в реальных условиях всегда имеются факторы, влияющие на процесс резания. С этой позиции большой интерес представляет работа [8], где автором проведено комплексное исследование основных факторов, влияющих на работоспособность режущего инструмента при прерывистом резании. Экспериментальным исследованием выявлена соизмеримость длительностей «всплеска» сил резания и замедление движения инструмента при врезании, подтверждающая факт наличия явления удара при врезании инструмента. Эффект значительного повышения стойкости твердосплавного материала при переходе от непрерывного к прерывистому резанию объясняется не только ударными явлениями, но и возникновением термических усталостных трещин на режущих кромках инструмента вследствие многократного его охлаждения при выходе инструмента из материала. В работе [9] также подтверждено, что основной вклад в интенсификацию износа при прерывистом резании вносит наличие участков входа-выхода. Подтверждено [10], что выкрашивание режущей кромки при выходе инструмента с зоны обработки связано с образованием так называемого «нароста» в условиях отрицательного сдвига. По их мнению такие явления имеют место при определенных значениях угла выхода инструмента, в общем случае величина этого угла зависит от обрабатываемого и инструментального материалов, а также от режимов резания. С помощью плоской модели напряжений было показано [11], что к моменту выхода инструмента плоскость сдвига поворачивается от своего положительного направления к отрицательному, в результате чего максимальные растягивающие напряжения на передней поверхности инструмента быстро увеличиваются и перемещаются к режущей кромке. Установлено [12], что наибольшую интенсивность процесс износа режущего элемента имеет при выходе режущего зуба из обрабатываемого материала для чего для уменьшения микросколов режущей кромки предлагается устанавливать на выходе инструмента из заготовки пластину из хрупкого, не склонного к адгезионному схватыванию материала, например чугуна, или смещать для изменений условий входа и выхода фрезы относительно обрабатываемой заготовки. Оптимальными, с их точки зрения, минимумами износа являются такие, когда при выходе происходит полное исчезновение зоны контактных пластических деформаций и образование значительного заусенца, таким вариантом являет-

ся выход под углом  $135^\circ$ . В работе [13] показано, что при торцовом фрезеровании разгрузочный удар оказывает существенное негативное влияние на износ режущего инструмента и предложено с целью обеспечения кратного снижения такого влияния и увеличения производительности обработки при торцовом фрезеровании за счёт минимизации толщины срезаемого слоя осуществлять движение инструмента по эллиптической траектории при врезании фрезы в заготовку и обводе её углов. В работе [14] установлено, что при прерывистом резании площадка износа по задней поверхности твердосплавного инструмента формируется под большим отрицательным углом, чем при установившемся резании. Основной причиной формирования площадки износа при прерывистом резании под большим отрицательным углом являются интенсивные микросколы режущей кромки в моменты входа и выхода твердого сплава из обрабатываемого материала. Возможным следствием формирования площадки износа под большим отрицательным углом может являться более высокая температура на задней поверхности. Наряду с микросколами режущей кромки это явление можно считать основной причиной более высокой интенсивности износа твердосплавного инструмента при прерывистом резании. При этом, интенсивность износа по задней поверхности при прерывистом резании выше, чем на передней поверхности, а интенсивность износа при прерывистом резании приблизительно в два раза выше [14].

Таким образом, в большинстве исследований, посвященных причинам повышенного износа при прерывистом резании (торцовом фрезеровании), в качестве основной причины называются микросколы режущей кромки, возникающие из-за явления удара при прерывистом резании. В оценке влияния явления удара на характер протекания износа инструмента при прерывистом резании существуют разные мнения. Одни авторы основным считают фактор удара при врезании клина в материал; другие, наоборот – неблагоприятное условие клина при его выходе из заготовки; третьи – термоциклическую природу разрушения.

Как видно, подходы к объяснению влияния удара на стойкость режущего инструмента разные, но ясно одно, что удар при прерывистом резании оказывает существенное влияние на износ твердосплавного инструмента и его стойкость.

Основным выводом данных исследований является то, что достигнуть повышения эффективности работы твердосплавного инструмента в условиях прерывистого резания с ударной нагрузкой возможно за счет использования твердосплавного инструмента, обладающего повышенной ударной вязкостью, пределом прочности при изгибе и сжатии и одновременно повышенной износостойкостью. Достичь таких характеристик твердосплавного инструмента возможно за счет воздействия на него методом аэродинамического упрочнения (АДУ).

**Описание метода аэродинамического упрочнения.** Эффект при упрочнении методом АДУ [15] достигается за счет воздействия звуковых волн на структуру твердых сплавов, представляющих собой гетерогенные композиции, состоящие из карбидов вольфрама, титана и тантала, цементированных кобальтовой связкой. В обработанных твердых сплавах происходит измельчение карбидных фаз и их перераспределение, уменьшение дислокаций внутренней структуры. За счет самоорганизации на уровне кристаллической решетки обеспечивается переход от беспорядочного движения флуктуаций и их хаотического состояния к новому порядку, позволяющему улучшать параметры структуры для заданных условий эксплуатации [16]. На ряде машиностроительных предприятий в производственных условиях установлено, что стойкость упрочненного методом АДУ твердосплавного инструмента, работающего с ударными нагрузками, повышается в 2...3,5 раза [17].

**Исследования влияния количества ударов на стойкость твердосплавного инструмента.**

Проводить исследования по изучению влияния удара на стойкость твердосплавного инструмента нецелесообразно в связи с достаточно хорошей изученностью данно-

го явления и доказанностью, что удар существенно влияет на износ твердосплавного инструмента, что изложено выше. В то же время, в связи с отсутствием исследований влияния воздействия АДУ на износостойкость и стойкость твердосплавного инструмента, исследование влияния ударной нагрузки на стойкость твердосплавного инструмента, упроченного методом АДУ, является актуальным и подлежит всестороннему изучению.

Исследования проводили посредством моделирования прерывистого резания при фрезеровании с 2-мя и 10-тью ударами зуба режущего элемента торцевой фрезы при обработке закладок заготовок, зажимаемых в одних из трех станочных тисках, установленных на столе фрезерно-карусельного станка ГФ211. Закладка состояла из пяти заготовок размерами 16x140x25мм (ширина–длина–высота) из стали 45. Причем при имитации 2-х ударов при обработке в закладке заготовки устанавливались между собой беззазорно (рис. 1А.), а при имитации 10-ти ударов заготовки устанавливались между собой с зазорами, размер которых принимался более величины подачи на зуб (рис. 1Б.). Величины зазоров в закладке устанавливались посредством прокладок размером 0,14 мм. Под ударом понималось, когда режущий зуб входил в заготовку, а также когда выходил из заготовки. В качестве инструмента использовалась торцевая фреза  $d = 63$  мм с одним зубом из твердосплавных пластин PNUA-110408 ГОСТ 19064-80 (сплавы Т5К10, Н30 (аналог Т5К10), Т15К6, В35 (аналог ВК8), неупрочненных и упроченных методом АДУ. Режимы обработки: скорость резания  $v = 158,3$  м/мин, подача на зуб  $S_z = 0,11$  мм/зуб, глубина резания за один проход  $t = 1,0$  мм.

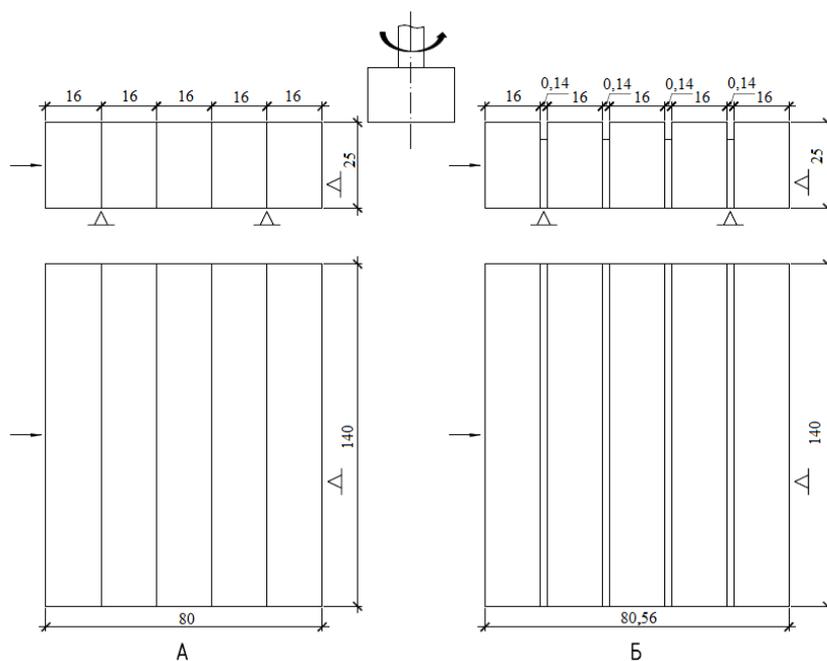


Рис. 1. Схемы закладок для 2-х (А) и 10-ти (Б) ударов

По результатам экспериментальных данных строились графики износостойкости твердосплавных пластин по задней поверхности  $h_z$  от времени резания с использованием линии тренда, которая представляла собой аппроксимационное геометрическое отображение средних значений анализируемых показателей, полученное с помощью математической функции, выбор которой для построения линии тренда определялся характером изменения данных во времени, который на основании полученных ряда экспериментальных нелинейных зависимостей соответствовал полиному второй степени. Дальнейшее повышение степени полинома не производилось в связи с тем, что хотя и могли бы быть увеличены интервалы интерполирования и тем самым увеличе-

на точность построения графиков, но это вызовет слишком высокий порядок интерполяции, что в конечном результате приведет к нежелательным осцилляциям аппроксимирующей.

На рис. 2–5 представлены результаты обработанных с применением вышеописанного математического подхода экспериментальных исследований износостойкости по задней поверхности  $h_3$  от времени резания  $\tau$  для твердосплавных пластин из сплава Т5К10, Н30, Т15К6, В35, неупрочненных и упрочненных методом АДУ, при 2-х и 10-ти ударах.

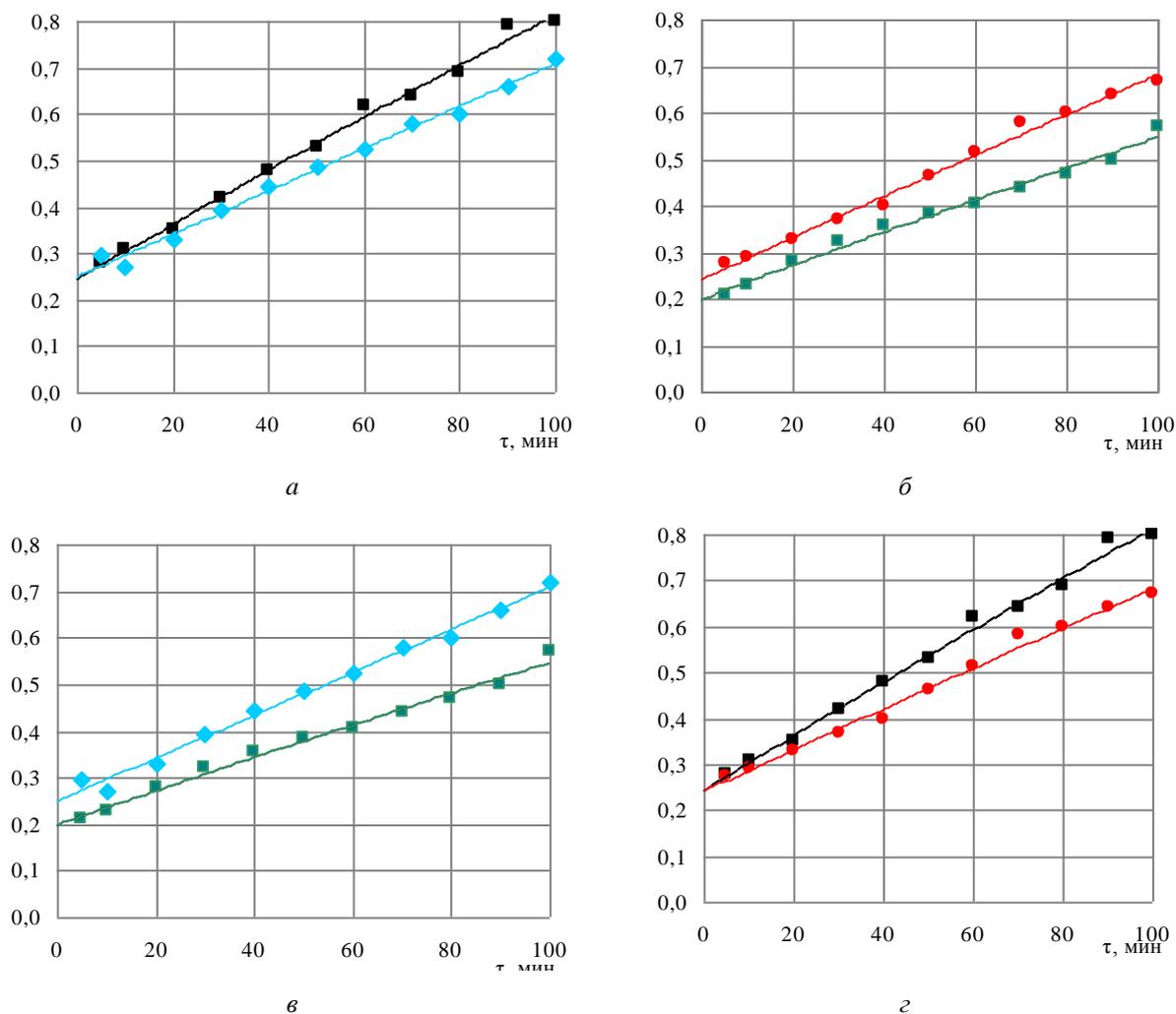


Рис. 2. Экспериментальные зависимости износостойкости твердосплавных пластин по задней поверхности  $h_3$  от времени резания  $\tau$ , неупрочненных (а) и упрочненных (б) методом АДУ, при 2-х (в) и 10-ти (г) ударах для сплава Т5К10:

—◆— неупрочненный при 2 ударах; —■— упрочненный при 2 ударах;  
 —■— неупрочненный при 10 ударах; —●— упрочненный при 10 ударах

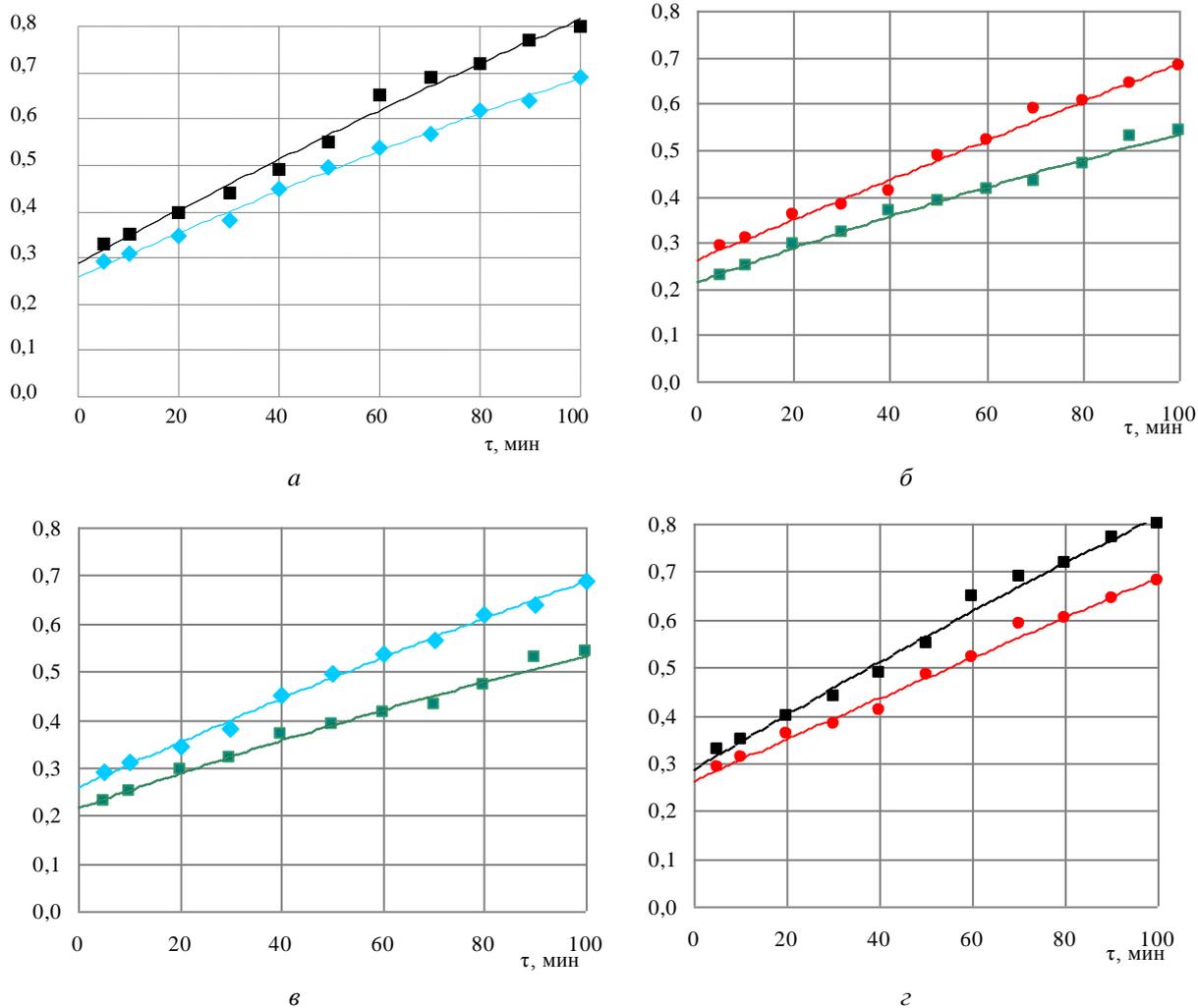


Рис. 3. Экспериментальные зависимости износостойкости твердосплавных пластин по задней поверхности  $h_3$  от времени резания  $\tau$ , неупрочненных (а) и упрочненных (б) методом АДУ, при 2-х (в) и 10-ти (г) ударах для сплава Н30:  
 —◆— неупрочненный при 2 ударах; —■— упрочненный при 2 ударах;  
 —■— неупрочненный при 10 ударах; —●— упрочненный при 10 ударах

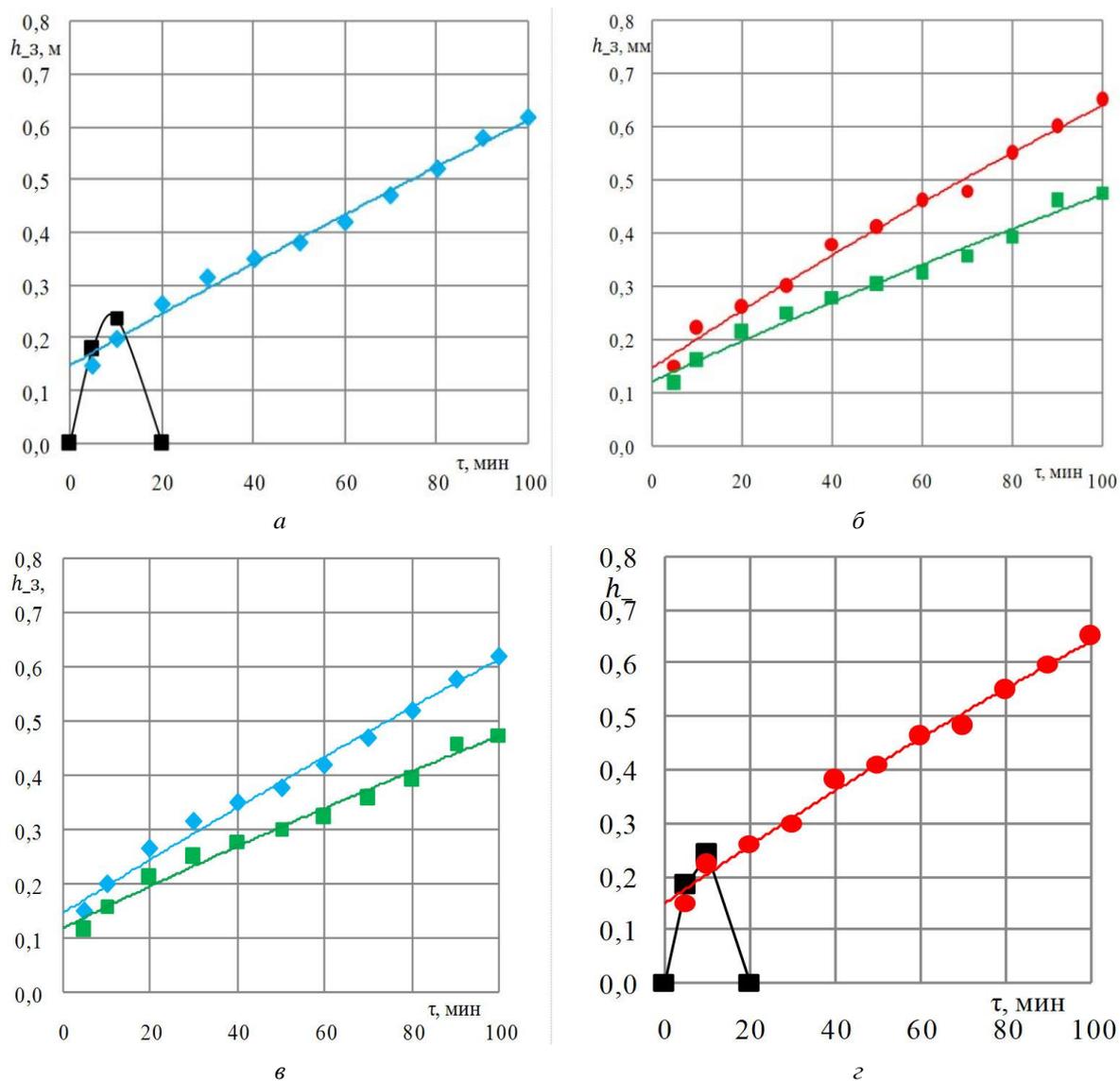
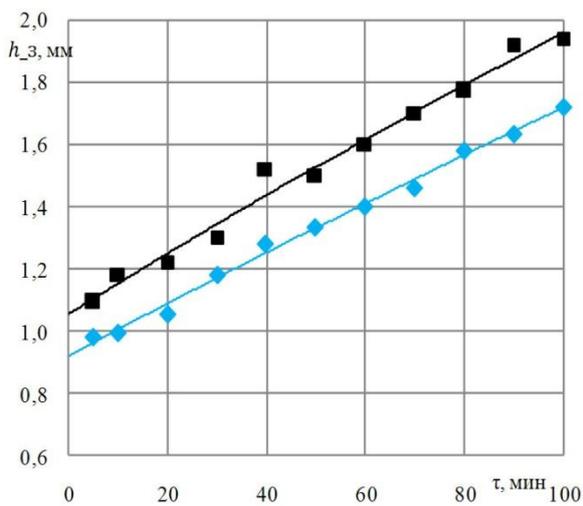
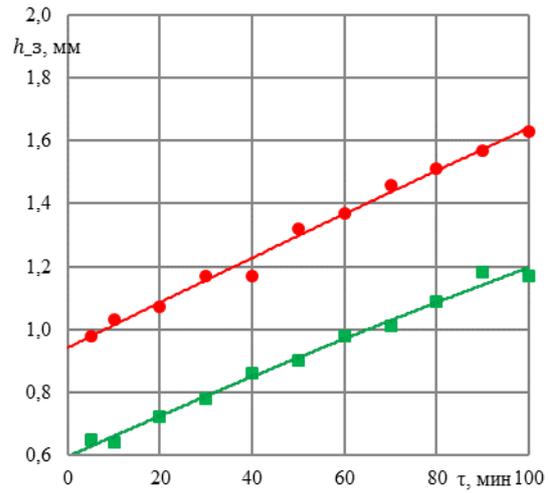


Рис. 4. Экспериментальные зависимости износостойкости твердосплавных пластин по задней поверхности  $h_3$  от времени резания  $\tau$ , неупрочненных (а) и упрочненных (б) методом АДУ, при 2-х (в) и 10-ти (г) ударах для сплава Т15К6:

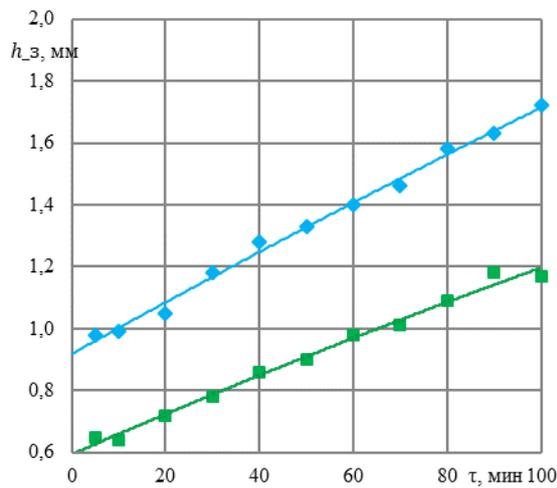
—◆— — неупрочненный при 2 ударах; —■— — упрочненный при 2 ударах;  
 —■— — неупрочненный при 10 ударах; —●— — упрочненный при 10 ударах



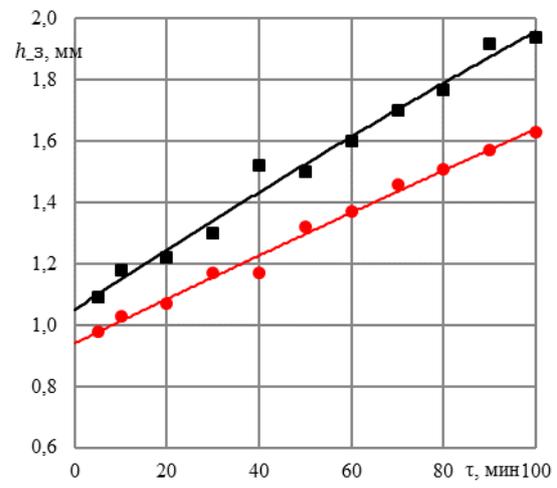
*a*



*б*



*в*



*г*

Рис. 5. Экспериментальные зависимости износостойкости твердосплавных пластин по задней поверхности  $h_z$  от времени резания  $\tau$ , неупрочненных (а) и упрочненных (б) методом АДУ, при 2-х (в) и 10-ти (г) ударах для сплава В35:

—◆— неупрочненный при 2 ударах; —■— упрочненный при 2 ударах;  
 —■— неупрочненный при 10 ударах; —●— упрочненный при 10 ударах

На рис. 6 представлены результаты экспериментальных исследований износостойкости по задней поверхности  $h_z$  от времени резания  $\tau$  при 2-х и 10-ти ударах в закладке для неупрочненных и упрочненных методом АДУ сплавов Т5К10, Н30, Т15К6, рекомендованных производителями для фрезерной обработки углеродистых, легированных, высоколегированных, инструментальных сталей, а также стального литья [18, 19].

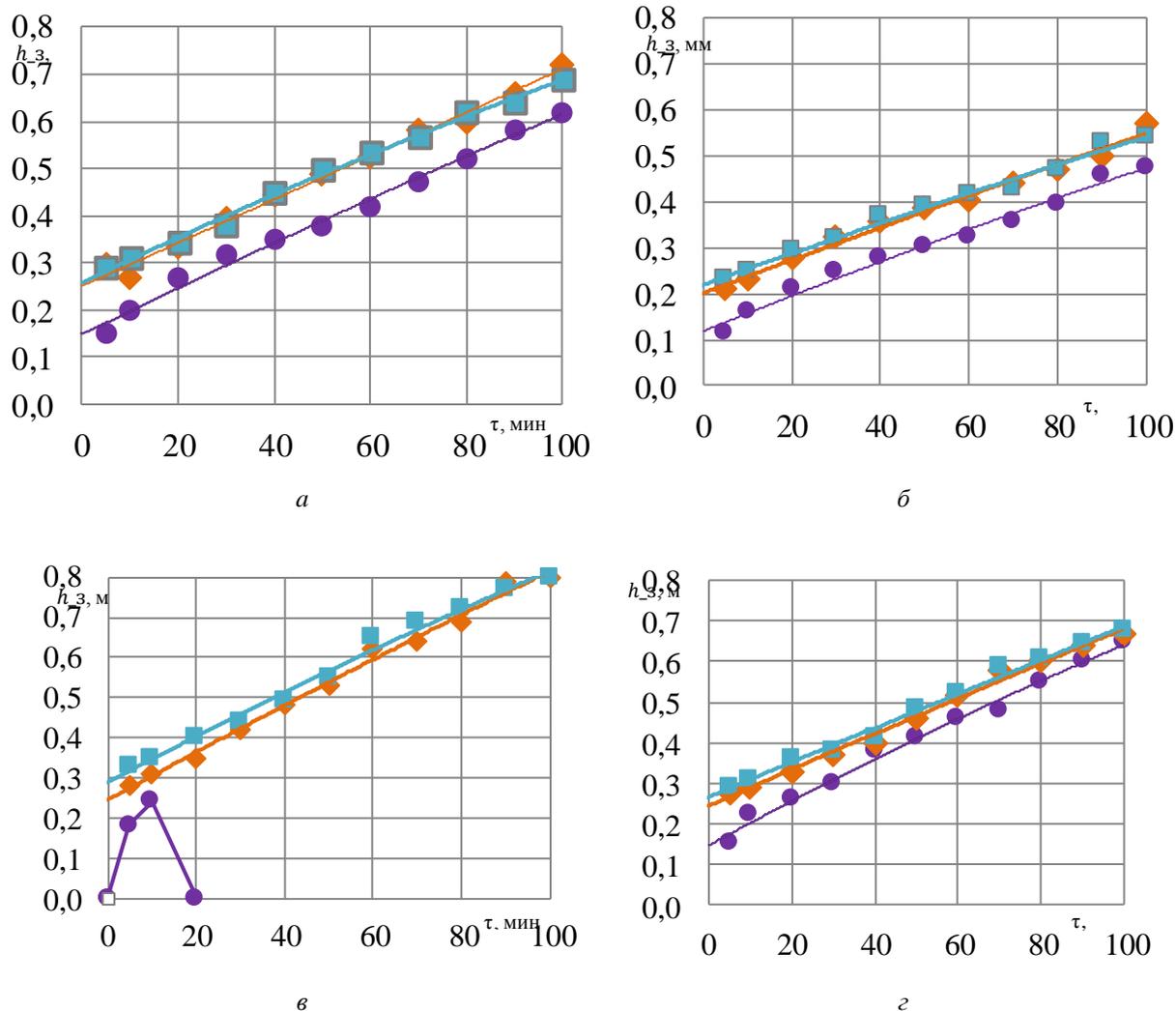


Рис. 6. Экспериментальные зависимости износостойкости твердосплавных пластин по задней поверхности  $h_3$  от времени резания  $\tau$ , неупрочненных при 2-х ударах (а), упрочненных методом АДУ при 2-х ударах (б), неупрочненных при 10-ти ударах (в), упрочненных методом АДУ при 10-ти ударах (г) для сплавов:  
 —◆— T5K10; —■— H30; —●— T15K6

Из графиков (рис. 2–6.) определялись: интенсивность износа, как отношение величины линейного износа от времени резания равному 100 мин; угол наклона кривой износа; стойкость, как продолжительность резания до момента, когда износ по задней поверхности пластины достигал величины равной 0,8 мм для сплавов H30, T5K10, T15K6 и 1,2 мм для сплава B35, путем интерполяции графиков из рис. 2–5; увеличение стойкости, как отношение величин стойкости упрочненных и неупрочненных пластин при 2-х и 10-ти ударах в закладке для каждого сплава; увеличение (-снижение) стойкости от увеличения количества ударов в 5 раз в закладке (с 2-х до 10-ти ударов), величины которых приведены в таблице.

**Выводы.** Результаты анализа экспериментальных зависимостей износа по задней поверхности  $h_3$  наиболее распространенных в промышленности твердосплавных пластин из сплавов T5K10, H30, T15K6 и B35, неупрочненных и упрочненных методом АДУ, при обработке заготовок из стали 45 с 2-ми и 10-ти ударами в закладке, представленных на рис. 2–6, а также сравнительных данных, приведенных в табл. 1, показывают, что:

1) износостойкость твердосплавных пластин при прерывистом резании (торцовое фрезерование), упрочненных методом АДУ, выше чем неупрочненных: для сплавов Т5К10, Н30, Т15К6 на 30–51 % и для сплава В35 на 233–285 % (В35 не типичен для обработки стали), что подтверждает эффективность упрочнения методом АДУ твердосплавных пластин, работающих с ударными нагрузками;

2) износостойкость твердосплавных пластин при прерывистом резании, упрочненных методом АДУ, при 2-х ударах для сплавов Т5К10, Н30, Т15К6 выше на 38–51 % и для сплава В35 на 285%, а при 10-ти ударах для аналогичных сплавов выше на 30–31 % и на 233 %, что подтверждает эффективность упрочнения методом АДУ твердосплавных пластин, работающих с различными по количеству ударными нагрузками;

3) влияние метода АДУ на стойкость при 2-х ударах в закладке для более «вязких» твердых сплавов, способных выдерживать большую ударную нагрузку, больше, чем для сплавов с более низкими характеристиками по ударной вязкости. Так для сплава ВК8, способного хорошо держать ударные нагрузки, эффект повышения стойкости от упрочнения АДУ составляет 285%, для сплавов Т5К10 и Н30, имеющих средние характеристики при работе с ударами между В35 и Т15К6, эффект от упрочнения АДУ составляет 50–51%, а для сплава Т15К6, который гораздо хуже, чем сплавы ВК8, Т5К10 и Н10, сопротивляется ударным нагрузкам, эффект достигает 38%, что объясняется тем, что на повышение стойкости начинает работать комплексный эффект от повышения ударной вязкости и от твердости, в отличие от обработки без упрочнения АДУ, когда такое комплексное влияние ударной вязкости и твердости нивелируется из-за низких характеристик одной из составляющих;

Таблица

Стойкость твердосплавных пластин, неупрочненных и упрочненных методом АДУ, от количества ударов при обработке заготовок из стали 45

Марка сплава	Упрочнение методом АДУ	Обработка при кол-ве ударов	Интенсивность износа, мм/мин	Угол наклона кривой износа, град.	Стойкость, мин	увеличение (- снижение) стойкости от, %		
						Упрочнения АДУ	Увеличения ударов в 5 раз	
Т5К10	неупрочненный	2	0,0047	27°08'	121,4			
	упрочненный		0,00349	20°10'	183,6	51,2%		
	неупрочненный	10	0,0058	27°14'	96,1		-20,8%	
	упрочненный		0,0044	20°59'	125,8	30,9%	-31,5%	
Н30	неупрочненный	2	0,0043	26°26'	122,1			
	упрочненный		0,0032	19°54'	184,2	50,9%		
	неупрочненный	10	0,0054	27°01'	96,8		-20,7%	
	упрочненный		0,0041	20°51'	126,1	30,3%	-31,5%	
Т15К6	неупрочненный	2	0,0046	28°07'	138,4			
	упрочненный		0,0033	20°14'	191,3	38,2%		
	неупрочненный	10	скол после 10 мин.					-100%
	упрочненный		0,0048	28°01'	131,8	100 %	-31,1%	
В35	неупрочненный	2	0,0079	25°34'	35,0			
	упрочненный		0,0060	19°24'	100,0	285,7%		
	неупрочненный	10	0,0092	28°39'	15,0		-57,1%	
	упрочненный		0,00723	22°30'	35,0	233,3%	-65,0%	

4) влияние метода АДУ на стойкость при 10-ти ударах в закладке для твердых сплавов с высокими и низкими характеристиками по ударной вязкости аналогично, как

и при 2-х ударах: для сплава ВК8 стойкость повышается на 233%, для Т5К10 и Н30 – на 30–31 %, для сплава Т15К6 количественную величину повышения стойкости установить не представилось возможным из-за того, что неупрочненные пластины при 10-ти ударах разрушились уже на 15–20 минутах;

5) при увеличении интенсивности ударной нагрузки при прерывистом резании в пять раз стойкость твердосплавных пластин как неупрочненных, так и упрочненных снижается для сплавов Т5К10, Н30, Т15К6 на 20–31% и для сплава В35 на 57–65%, что может быть объяснено тем, что ударная нагрузка оказывает большее влияние на твердые сплавы, чем эффект от упрочнения методом АДУ;

6) так как метод АДУ значительно расширяет технологические возможности твердосплавных пластин, то рекомендуется вести обработку твердосплавными пластинами, упрочненными методом АДУ, при прерывистом резании при более тяжелых, с наличием большого количества ударов, условиях, при которых производитель пластин не рекомендует их применение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бетанили А.И. Прочность и надежность режущего инструмента. Тбилиси: Сабчота Сакровело. 1973. 340 с.
2. Вульф А.М. Резание металлов. Ленинград: Машиностроение. 1973. 496 с.
3. Девин Л.Н., Губа А.Г., Осипов А.И. Определение энергетических характеристик разрушения твердых сплавов при динамическом нагружении // Вестник НТУ ХПИ. Харьков. 2005. С. 142-149.
4. Мутафян Л.А. Явление удара при прерывистом резании и его влияние на характер протекания износа инструмента. Известия ТулГУ. Технические науки. 2015. № 5-2. С. 73-78.
5. Ташлицкий Н. И. Особенности изнашивания твердосплавного инструмента при прерывистом резании // Вестник машиностроения. 2005. № 7. С. 55-56.
6. Коротких М.Т. Измерение ударных нагрузок на лезвие инструмента при прерывистом резании // Металлообработка. 2001. № 1. С. 72-74.
7. Подураев В.Н. Резание труднообрабатываемых материалов. М.: Высшая школа. 1974. 590 с.
8. Симонян М.М. Развитие теоретических основ и технологических принципов повышения работоспособности твердосплавных инструментов в процессах прерывистого резания: дисс. ... д-ра техн. наук : 05.02.03/ М.М.Симонян. – Ереван, 2013. - 267 л.
9. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1982. 320 с.
10. Ганди А., Барроу Г. Разрушение инструмента при прерывистом резании на выходе из зоны резания. – СИРП, 1985, т. 34, 71...74 с. / Пер. с англ. Л-43188. М.: ВЦП, 1985.
11. Пекельхаринг А. Условия выхода инструмента из зоны резания. – СИРП, 1978, т. 27, 5...10 с. / Пер. с англ. Л-23971. М.: ВЦП, 1978.
12. Солодков В. А., Тибиркова М. А. Влияние условий выхода на работоспособность твердосплавного инструмента при прерывистом резании. Известия ВолгГТУ. 2010. №12(72). С. 62 – 65.
13. Большаков А.Н. Повышение эффективности торцового фрезерования изменением условий резания при выходе зуба из зоны обработки : автореф. дисс. канд. техн. наук : 05.02.07/ А. Н. Большаков. – Орел, 2014. - 16 л.
14. Солодков В.А., Тибиркова М.А. Особенности износа задней поверхности при прерывистом резании. Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т.13. №1(3). С.650 -653.
15. Способ аэродинамического упрочнения изделий: пат. 21049 Респ. Беларусь, С 21D 8/00 / А.Н. Жигалов, Г.Ф. Шатуров, В.М. Головков; заявитель А.Н. Жигалов, Г.Ф. Шатуров, В.М. Головков – № а 20131132; заявл. 30.09.2013; опубл. 30.06.2017 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2017. – № 3. – С. 98.

16. Zhigalov A.N., Maslov A. R., Shaturov G.F. Improved Hard Alloys for Efficient Milling // Russian Engineering Research. – 2015. Vol. 35, No. 11, 818 – 821.
17. Маслов А.Р., Жигалов А.Н. Повышение сопротивления изнашиванию твердых сплавов методом аэродинамического воздействия // Трение и износ. 2014. №5. Т. 35. с. 461 – 466.
18. Металлорежущий инструмент. Каталог ОАО «Кировоградский завод твердых сплавов». 2016. - 150 с.
19. Металлорежущий инструмент. Каталог ОАО «Победит». 2016. - 109 с.

УДК 621.88

**Калиниченко М.Л., Слуцкий А.Г., Калиниченко В.А.**  
**ВЛИЯНИЕ ДРОБЕСТРУЙНОЙ ОБРАБОТКИ И ВОДНОЙ СРЕДЫ**  
**НА АДГЕЗИОННУЮ ПРОЧНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ**  
**ИЗ МЕТАЛЛОВ**

*Белорусский Национальный Технический Университет*  
*Минск, Беларусь*

*В настоящее время разрабатываются все большее количество принципиально новых, в том числе композиционных материалов и композиций на их основе. Способ крепления этих материалов друг с другом все чаще происходит с помощью адгезивов, т.к. это проще, экономичнее и позволяют соединять различные по составу и модулю упругости материалы. В работе представлены экспериментальные данные по оценке свойств различных типов сталей в нормальных условиях и при искусственном старении.*

По статистическим данным компании 3M, на данный момент в США доля создания неразъемных соединений из композиционных материалов при помощи процесса склеивания составляет 17% от объема всех склеенных соединений, а к 2035 г. планируется рост создания таких соединений до 60% [1,2]. Крупные компании, производящие адгезивы, утверждают, что ими разработаны самонивелирующие адгезивы, способные подстраиваться под материалы подложки и оказывать влияние, приводящее к оптимальным результатам.

Прочность любого адгезивного соединения зависит не только от прочности адгезива или от склеиваемых им элементов, сколько от работы композиции в целом, связанной с умелым подбором свойств и поверхностных эффектов получаемой композиции и других факторов [3,4]. Адгезионная прочность существенно снижается при наличии на поверхности деталей загрязнений, которые препятствуют адгезионному взаимодействию. Основной задачей подготовки поверхностей к склеиванию является получение «управляемого» состояния материала, которое обеспечивает наилучшим образом получение заданных свойств.

Таким образом, при анализе свойств поверхности твердых тел возникают [5]:

1. научные задачи, поскольку требуется на микроскопическом уровне провести оценку структуры и определить количество функциональных групп в поверхностных слоях;
2. технические задачи, поскольку требуется оценить свойства поверхности на макроуровне и определить значения шероховатости и пористости.

Из литературных источников [3,4,5] известно, что шероховатость может как положительно, так и отрицательно влиять на прочность соединения склеиваемых поверхностей.

Приведем некоторые факторы, приводящие к увеличению адгезионной прочности, это:

1. увеличение фактической площади склеивания;

2. уменьшение скорости распространения усталостных трещин;
3. увеличение диссипации в процессе деформации фрагмента клеевого материала, находящегося непосредственно в микронеровностях.

При этом нужно отметить и факторы, оказывающие отрицательное влияние [3,5]:

1. различные загрязнения и пары воды;
2. значительная усадка клея в процессе отверждения;
3. не оптимально подобранная толщина клеевого шва.

Однако все эти факторы действуют очень индивидуально, что во многом связано с техническими характеристиками, выбранного адгезива.

Наилучшие прочностные свойства для большинства клеев практически достигаются тогда, когда толщина клеевого шва находится в пределах от 0,07 до 0,25 мм. Во многих случаях, однако, приемлемы соединения с клеевым швом толщиной от 0,01 до 0,75 мм. Норма нанесения клея зависит как от характера подгонки сопрягаемых поверхностей, так и от давления запрессовки, размеров склеиваемых участков и, разумеется, от консистенции клея и других его физико-химических свойств [5].

Целью данной работы была проверка свойств современного клея компании 3M (США) марки DP 8805NS при креплении сталей типа Ст45 и ШХ15, как с друг другом, так и в композиции, для последующего использования готовых изделий в системах очистных фильтрационных элементов и пламегасителей выхлопных систем для многофункциональной техники. За ключевой аспект было принято сравнение работы адгезива при неподготовленной поверхности (распил) в сравнении с поверхностью прошедшей дробеструйную обработку. А так же исследование влияния водной среды на адгезионную прочность этих соединений.

Выбор адгезива, DP 8805NS, обусловлен его изначальными техническими характеристиками, т.к. он подходит для работы с металлами, а также для работы в среде, насыщенной водяными, масляными и другими парами, а также при наличии конденсата или избыточной влаги. [2,6,7]. Для данного адгезива, по заявленным производителем характеристикам, шероховатость поверхности не играет решающей роли, т.к. в его состав входят стеклянные микрочастицы диаметром 0,25 мм для обеспечения контролируемой толщины клеевого зазора.

Эксперименты было решено проводить в два этапа. В первой группе образцы были с подготовленной поверхностью (прошедшие дробеструйную обработку на основе) и с неподготовленной поверхностью (распил). Производился отрез кругом компании Kuegel AG. Эксперимент проводили в нормальных условиях, с целью определить, влияние подготовки поверхности на качество склейки. Во второй части эксперимента, образцы, показавшие наилучшие результаты, подвергли испытанию на долговечность во влажной среде, описанному в [5].

Подготовка поверхности образцов в обоих случаях проводилась в соответствии со стандартными методиками разработанными компанией 3M для склейки металла. Для получения прочного соединения все поверхности в сухом, не окрашенном, без оксидных плёнок, масел, пыли, релизов и т.п. виде прошли обезжириванием раствором 3M Surface cleaner 60/40 50/50 с последующей обработкой наждачной бумагой Scotch Brite и протиркой очистителем поверхности 3M. Такая обработка поверхности дает хорошую адгезию металлов к клеевым составам. Те изделия, которые не предполагается эксплуатировать в условиях повышенной влажности, обработку поверхности праймером 3M можно не проводить.

Максимальную адгезивную прочность образцы достигают через 2 недели после склеивания (по данным исследования производителя адгезива). Следовательно, к дальнейшим исследованиям приступили после истечения заданного срока для получения максимально достоверных результатов, которые должны были соответствовать данным завода изготовителя.

Испытания проводились на базе сертифицированного центра структурных исследований и трибо-механических испытаний материалов и изделий машиностроения

Объединенного института машиностроения НАН Беларуси (ЦКП – ЦСИМИ ОИМ НАН Беларуси) с помощью разрывной машины Instron 300LX, данные обрабатывались с помощью программы Bluehill 2 (Великобритания).

Результаты эксперимента на разрыв образцов 1 группы представлены на рис. 1.

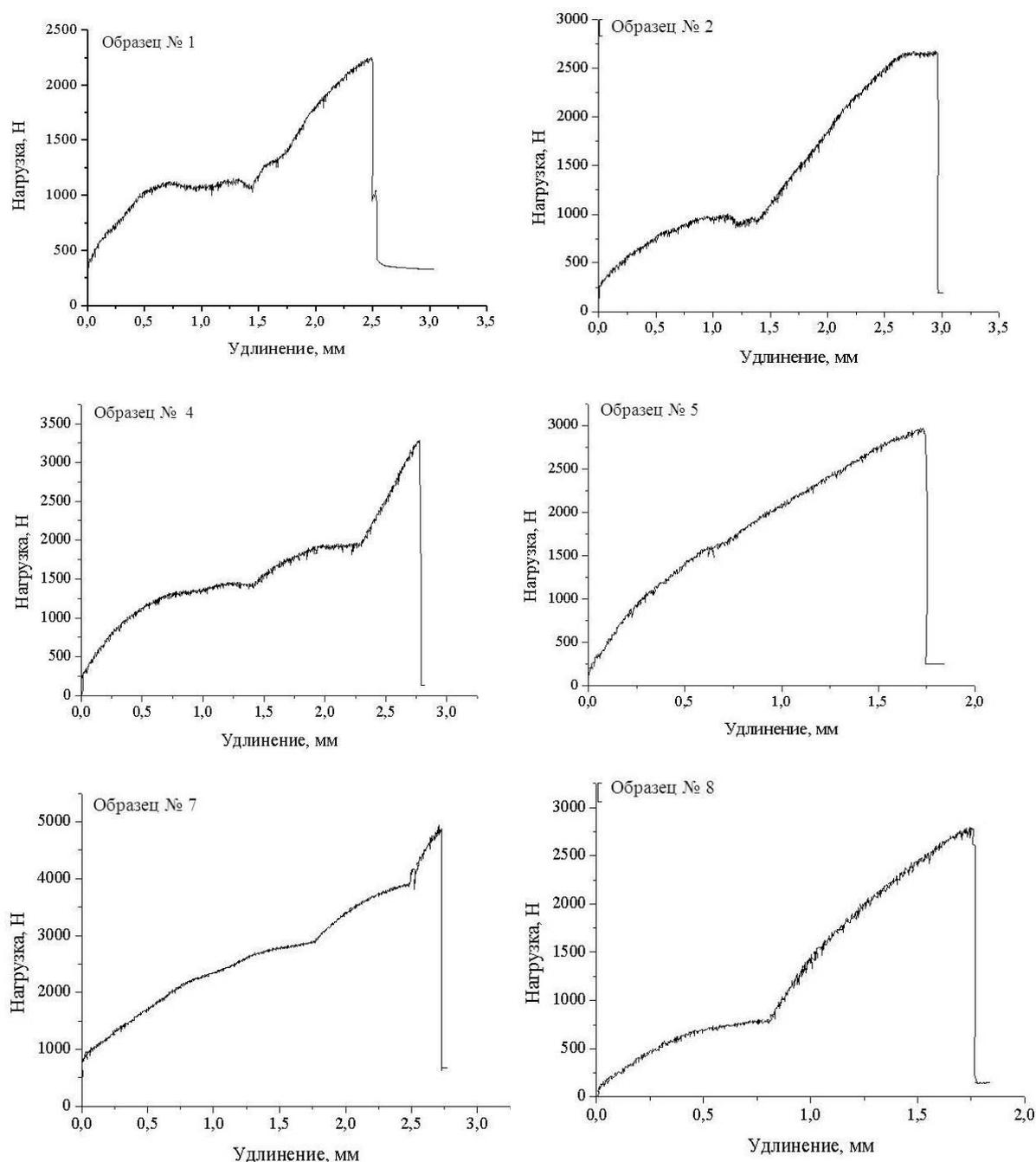


Рис. 1. Максимальная разрывная нагрузка при испытании образцов, склеенных клеем DP 8805NS:

образец № 1 – Ст45-Ст45 соединение с не обработанной поверхностью; образец №2 – соединение Ст45-Ст45 с поверхностью после дробеструйной обработки; образец №4 – соединение Шх15-Ст45 с не обработанной поверхностью; образец № 5 – соединение Шх15-Ст45 с поверхностью после дробеструйной обработки; образец № 7 – соединение Шх15-Шх15 с не обработанной поверхностью; образец № 8 – соединение Шх15-Шх15 с поверхностью после дробеструйной обработки

Из анализа данных, представленных на рис. 1., было выявлено, что наиболее высокие прочностные характеристики показывают образцы на основе стали ШХ15 (макс-

симальная разрывная нагрузка 4,94 кН) и их сочетание с Ст45 (3,29 кН). Пересчет графических данных из нагрузки в предел прочности представлен в табл. 1. Как видно из табл. 1 и рис. 1, применение дробеструйной обработки на вышеупомянутых образцах уменьшило значение до 13,9 МПа и 19,82 МПа соответственно. Данный факт может служить подтверждением теории усадки и газонасыщения адгезивных соединений, рассмотренных в работе [5]. В тоже время необходимо отметить феномен увеличения прочностных свойств в отношении низколегированных сталей, Ст45 показывает увеличение прочностных свойств на сцепление с 15 МПа для необработанного образца, до 18 МПа при условии обработки. Данный аспект может объясняться, как наименьшим количеством примесных элементов в материале основы, которые могут взаимодействовать с адгезивом, так и простотой структуры данного материала.

Далее были проведены эксперименты второй группы образцов. Для этого было решено отобрать образцы из первой группы, показавшие наилучшие результаты, а именно образцы склеенные без дополнительной обработки (распил). Данными по соединению Ст45-Ст45 после дробеструйной обработки, показавшими наилучший результат по сравнению с аналогичным соединением, имеющим необработанную поверхность, было решено пока пренебречь и принять как исключение.

Склеенные образцы, такой же комбинации, как и в первой группе, подвергли ускоренному старению (в течение 40 дней) в водной среде. После чего были проведены прочностные испытания на разрыв. На рис.2. показан вид образцов после прочностных испытаний. На рисунке четко видно, что вода равномерно по всему диаметру образцов воздействовала на клеевой состав. Только в центре клеевой состав не подвергся структурным изменениям, что, как следствие, повлияло на результаты эксперимента (Табл.1.). Из полученных данных видно, что прочностные характеристики склеенных образцов, снижаются в зависимости от площади не подвергнутого контакту с водой клеевого соединения. В том числе учитывается химический состав исходных материалов.

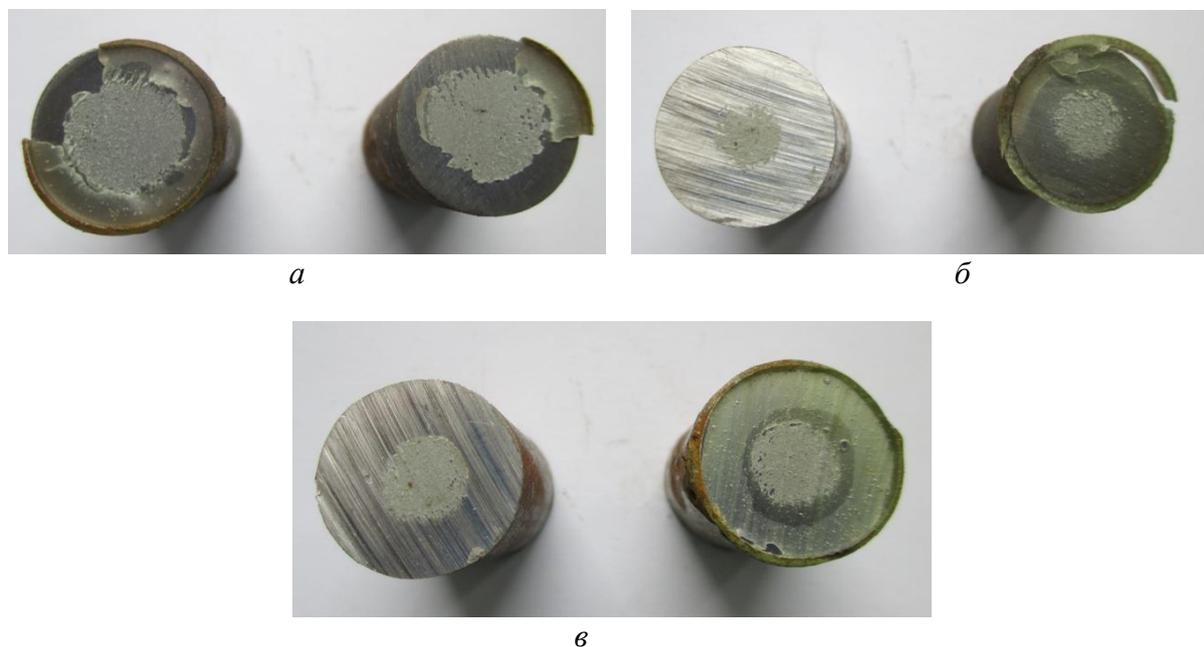


Рис. 2. Вид образцов после проведения прочностных испытаний на разрыв, склеенных клеем DP 8805NS и подверженных испытанию на долговечность: *а* – образец № 3 – соединение Ст45-Ст45, *б* – образец № 6 – соединение ШХ15-Ст45, *в*– образец № 9 – соединение ШХ15-ШХ15

Прочностные характеристики адгезивных соединений образцов первой и второй групп

Маркировка образца	Номер образца	Используемая среда; Обработка поверхности	Диаметр, мм	Максимальная нагрузка, (кН)	Предел прочности, (МПа)
Ст45 - Ст45	1	сухая, распил	14	2,26	15,09
	2	сухая, после дроб. обработки	14	2,68	17,96
	3	влажная, распил	14	1,443	9,378
ШХ15 - Ст45	4	сухая, распил	14	3,29	22,00
	5	сухая, после дроб. обработки	14	2,96	19,82
	6	влажная, распил	14	1,944	12,635
ШХ15-ШХ15	7	сухая, распил	16	4,94	24,55
	8	сухая, после дроб. обработки	16	2,80	13,91
	9	влажная, распил	16	1,816	9,037

График максимальной разрывной нагрузки образцов после искусственного старения представлен на рис. 3., при этом данные результатов экспериментов первой и второй группы приведены в табл.1.

По результату испытания образцов второй группы было выявлено, что, несмотря на то, что адгезив DP 8805NS заявлен производителем как водостойкий и ранее проводимые эксперименты это подтвердили [8], тем не менее, клеевой состав подвержен в водной среде старению в связи с возможными структурными изменениями, происходящими внутри его, что существенно отражается на полученных результатах. К тому же, по литературным источникам [5], считается допустимым ухудшение результатов образцов прошедших испытания в водной среде на 20-25%, а по результатам проведенных исследований было отмечено ухудшение в среднем на 40%.

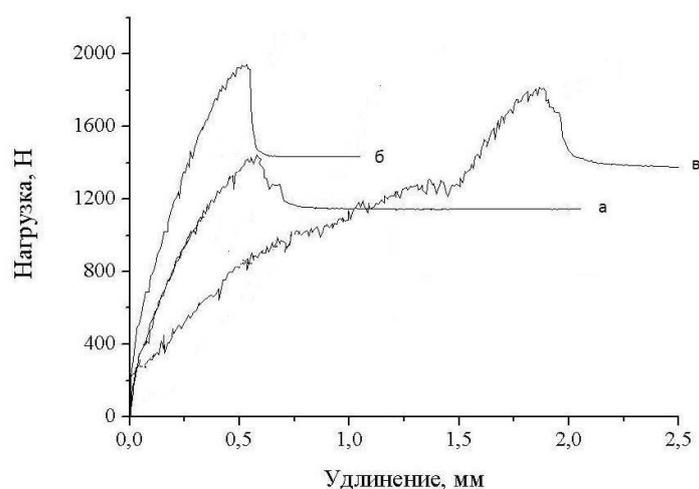


Рис. 3. Максимальная разрывная нагрузка при испытании образцов, склеенных клеем DP 8805NS:  
*a* – образец № 3 – соединение Ст45-Ст45, *б* – образец № 6 – соединение ШХ15-Ст45,  
*в* – образец № 9 – соединение ШХ15-ШХ15

### **Выводы.**

В результате предложенной работы было доказано, что:

1. для адгезива DP 8805NS неподготовленная поверхность (распил) является предпочтительнее, чем после дробеструйной обработки, что, как результат, уменьшает объем затрат на изготовление реальных изделий за счет исключения технологической операции подготовки поверхности;

2. для использования в водной среде адгезив DP 8805NS не подходит использовать в не защищенном виде;

3. при определении прочностных характеристик после искусственного старения в водной среде предпочтительнее производить оценку по максимальной разрывной нагрузке в кН, чем по пределу прочности в МПа, завязанной на трудности определения реально оставшейся склеенной поверхности.

В результате чего, было принято решение детально изучить соединение Ст45-Ст45, для уточнения нюансов крепления данных сталей рассматриваемым адгезивом, а также принято решение, что клеевой шов необходимо закрывать от проникновения водной среды в межслоевое пространство с помощью герметика или лакокрасочных изделий.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Информация компании 3М [www.3m.com](http://www.3m.com) просмотр 07.02.2017г.
2. Рекламный материал компании 3М «Клеевые продукты и решения». Минск 2015.-27 с.
3. Аронович, Д.А. Склеивание в машиностроении: Справочник в 2 томах. Т.1 / Д. А. Аронович, В. П. Варламов, В. А. Войтович и др.; Под общ. ред. Г. В. Малышевой. — М.: Наука и технологии, 2005. — 544с.
4. Эпштейн, Г. Склеивание металлов. Авторизованный перевод с английского канд. техн. наук Б.И. Паншина. Под общей редакцией А.Т. Туманова/ Г. Эпштейн. — М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1956. — 212 с.
5. Вильнав, Ж.-Ж. Клеевые соединения. Перевод с французского Л.В. Синегубовой./ Ж.-Ж. Вильнав. — М.: Техносфера, 2007. — 385с.
6. Калиниченко, М.Л. Новые методы крепления пористых и компактных материалов / М.Л. Калиниченко, 5. В.А. Калиниченко. Сборник научных трудов X МНТК. Современные методы и технологии создания и обработки материалов. Минск: ФТИ. - 16-18.09.2015. Кн. 1. - С.72-79.
7. Калиниченко, В.А. Новые методы крепления пористых и компактных материалов на основе титана/ В.А. Калиниченко, М.Л. Калиниченко, А.Н. Григорчик. Веснік ГрДУ імя Янкі Купалы. Сер 6. Тэхніка. – 2015. – № 1(198). – С.24–30.
8. Калиниченко, М.Л. Практические аспекты изучения влагонасыщения промышленных клеевых составов. / М.Л. Калиниченко, А.Е. Зелезей, А.В. Воробьев. Сб. мат-лов. III Белорусско-Китайского молодежного инновационного форума «Новые горизонты – 2016». 29-30.11.2016. Минск. БНТУ. С. 131-132.

Кане М.М.

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ ЗУБОНАРЕЗАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ШЕСТЕРЕН КАК СЛУЧАЙНЫХ

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*В статье приведены требования к характеристикам случайных процессов, предъявляемых статистическими методами моделирования этих процессов. Применительно к процессам зубонарезания цилиндрических шестерен дана классификация этих характеристик. Приведены результаты изучения таких характеристик процессов, как законы распределения, стационарность и эргодичность показателей точности зубьев цилиндрических шестерен при их зубофрезеровании червячной фрезой и зубодолблении в различных условиях.*

### **Задачи исследования**

При использовании статистических методов для моделирования случайных процессов к экспериментальным данным предъявляются определенные требования [1, 2, 3]:

1. зависимые и независимые переменные являются случайными величинами с нормальным законом распределения\*;
2. дисперсия зависимой переменной  $y$  не зависит от абсолютных значений  $y$  – остается постоянной или однородной при различных наблюдениях  $y$ ;
3. значения независимых переменных  $x_1, x_2 \dots x_m$  измеряются с пренебрежимо малыми ошибками по сравнению с ошибкой измерения  $y$ ;
4. переменные  $x_1, x_2 \dots x_m$  линейно независимы;
5. процесс формирования  $y$  является стационарным и эргодическим;
6. экспериментальные данные получены из ряда независимых испытаний, наблюдений и образуют случайную выборку из данной генеральной совокупности;
7. результаты наблюдений не содержат резко выделяющихся значений, не принадлежащих к данной генеральной совокупности.

Характеристики экспериментальных данных, определяемых требованиями 1 и 5, являются основными, так как они зависят от физической природы изучаемого процесса. Характеристики экспериментальных данных, определяемых остальными требованиями (2...4, 6, 7), являются дополнительными, так как они зависят от условий получения и измерения экспериментальных данных.

При изучении процессов зубонарезания цилиндрических шестерен зависимыми переменными  $y$  обычно являются показатели точности и качества поверхностей зубьев. В данной статье приведены результаты анализа законов распределения, стационарности и эргодичности показателей точности зубьев цилиндрических шестерен согласно ГОСТ 1643-81 после зубофрезерования червячной фрезой и зубодолбления.

### **Основные условия и результаты исследования**

С целью выбора теоретических законов распределения, с помощью которых можно описать эмпирическое распределение различных параметров точности зубчатых колес, отметим общие свойства этих показателей как случайных величин.

---

\* независимые переменные могут быть и неслучайными величинами, в частности, в активных экспериментах

1. Все выбранные параметры определяются влиянием большого числа факторов, законы распределения которых неизвестны. Конкретное значение каждого из параметров может рассматриваться как случайная величина, полученная в результате сложения или умножения большого числа небольших ошибок.

2. В основном показатели точности шестерен (за исключением  $-E_{a_i}''$  и  $+E_{a_5}''$ ) являются существенно положительными величинами, так как интерес вызывает обычно абсолютное значение их отклонения от номинала без учета его направления.

3. При оценке точности колеса по названным параметрам (за исключением  $F_{pr}$ ) в расчет принимается их экстремальное, т.е. максимальное ( $F_{ir}''$ ,  $f_{ir}''$ ,  $+E_{a_s}''$ ,  $f_{ptr}$ ,  $f_{fr}$ ,  $F_{\beta r}$ ,  $f_{pbr}$ ,  $F_{rr}$ ) или минимальное ( $-E_{a_i}''$ ) значения.

4. Большинство показателей точности зубчатых колес представляет собой разность между наибольшими и наименьшими значениями некоторых измеряемых величин ( $F_{ir}''$ ,  $f_{ir}''$ ,  $F_{vwr}$ ,  $F_{rr}$ ,  $f_{pir}$ ,  $f_{pbr}$ ), либо расстояние между крайними положениями определенных поверхностей ( $F_{\beta r}$ ,  $f_{fr}$ ,  $+E_{a_s}''$ ,  $-E_{a_i}''$ ).

Для описания эмпирических законов распределения показателей точности цилиндрических зубчатых колес при их зубонарезании с учетом описанных выше особенностей их формирования мы выбрали следующие законы распределения.

1. *Нормальное распределение.* Это наиболее часто встречающийся на практике закон распределения. Он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при весьма часто встречающихся типичных условиях. Этому закону подчиняются параметры, представляющие собой сумму достаточно большого числа независимых (или слабо зависимых) случайных величин, подчиненных каким угодно законам распределения (при соблюдении некоторых весьма не жестких ограничений), и это выполняется тем точнее, чем большее количество случайных величин суммируется.

Нормальный закон распределения характеризуется плотностью вероятности вида

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]; \quad (1)$$

$$-\infty < x < \infty, -\infty < m < \infty, \sigma > 0.$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение случайной величины  $x$ ;  $m$  – математическое ожидание этой величины.

Закон двухпараметрический, так как величина  $f(x)$  определяется двумя параметрами –  $m$  и  $\sigma$ .

2. *Логарифмически нормальное распределение.* Это распределение описывает случайную величину, логарифм которой распределен по нормальному закону с параметрами  $m$  и  $\sigma$ .

Плотность распределения случайной величины  $x$  имеет вид

$$f(x, m, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\ln x - m)^2\right], \\ x > 0, -\infty < m < \infty, \sigma > 0, \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

Это распределение применяется для описания изменения неотрицательных случайных величин, значения которых получаются в результате умножения большого числа небольших ошибок, аналогично тому, как нормальное распределение имеет место при сложении ошибок.

Закон двухпараметрический. Параметры  $m$  и  $\sigma$ .

3. *Распределение типа А (распределение Лапласа-Шарлье)*. Это распределение является обобщением нормального распределения и распределения Пуассона. Плотность вероятности для этого распределения определяется по формуле

$$f_A(x) = f(x) + \frac{m_3}{\sigma^3} \frac{f^{(3)}(x)}{6} + \left(\frac{m_4}{\sigma^4} - 3\right) \frac{f^{(4)}(x)}{24}. \quad (3)$$

где  $f(x)$  – плотность нормального распределения;  $f^{(3)}(x)$  и  $f^{(4)}(x)$  – производные функции нормального распределения;  $m_3$  и  $m_4$  – 3-й и 4-й центральные моменты.

Первый член правой части уравнения (3) дает нормальное распределение, второй член отражает влияние косости кривой, а третий – влияние крутости кривой. Распределению типа А подчиняются величины, распределение которых близко к нормальному, но имеет асимметрию и эксцесс, отличные от нуля.

Закон четырехпараметрический. Параметры  $\bar{x}$ ,  $\sigma$ ,  $m_3$ ,  $m_4$ . Это одно из наиболее универсальных распределений и его можно рекомендовать для оценки точности механической обработки.

4. *Распределение Пирсона типа I*. Это распределение является частным случаем распределений Пирсона (типа I-VII). Уравнение кривой типа I имеет вид

$$f_I(x) = f_{I,0} \left(1 + \frac{x}{l_1}\right)^{q_1} \left(1 - \frac{x}{l_2}\right)^{q_2}, \quad (4)$$

$$\text{где } x = \frac{x^1 - \hat{x}}{c} = x^1 - \bar{x}^1 - \frac{\sigma r_3}{2} \cdot \frac{S+2}{S-2};$$

$$\bar{x}^1 = \bar{x}/c; \quad x^1 = x/c,$$

где  $x$  – текущее значение случайной величины;  $\hat{\delta}$  – мода распределения;  $c$  – величина разряда.

$$S = \frac{6(r_4 - r_3^2 - 1)}{3r_3^2 - 2r_4 + 6}$$

$r_3$ ,  $r_4$  – 3-й и 4-й основные моменты.

$$\left. \begin{matrix} q_1 \\ q_2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ (S-2) \pm S(S+2) \frac{r_3}{t} \right\};$$

$$t = \sqrt{r_3^2 (S+2)^2 + 16(S+1)};$$

$$l_1 = \frac{q_1 l}{S-2}; \quad l_2 = \frac{q_2 l}{S-2};$$

$$f_{l,0} = \frac{l_1^{q_1} \cdot l_2^{q_2}}{l^{q_1+q_2+1}} \cdot \frac{\Gamma(q_1+q_2+2)}{\Gamma(q_1+1) \cdot \Gamma(q_2+1)}.$$

здесь  $\Gamma$  – гамма функция.

Распределение Пирсона типа I является распределением экстремальных значений. Оно применяется для описания изменения экстремальных характеристик различных явлений и объектов. Это распределение двухпараметрическое. Параметрами являются  $\hat{x}$  и  $S$ .

5. *Распределение Рэля.* Это распределение (известно также как *распределение Максвелла, распределение эксцентриситета*) называется распределением положительной случайной величины с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{k^2} e^{-\frac{x^2}{2k^2}} & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

где  $k$  – числовой параметр ( $k > 0$ ).

Закон однопараметрический. Параметр  $k$ .

Этот закон применяется для описания распределения отклонений эксцентриситета осей, биения поверхностей деталей, непараллельности или неперпендикулярности двух плоскостей или оси и плоскости и других непрерывных положительных случайных величин.

6. *Закон модуля разности.* Функция плотности

$$f(\rho) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left[ l \frac{-(\rho-\rho_0)^2}{2} + l \frac{-(\rho+\rho_0)^2}{2} \right]. \quad (6)$$

Если  $r = |x_1 - x_2|$ , где  $x_1$  и  $x_2$  распределены по нормальному закону с параметрами  $Mx_1=a_1$ ,  $Mx_2=a_2$ ,  $M(x_1-x_2)=a_0$  и дисперсией  $(x_1-x_2)$  равной  $\sigma_0^2$ , то  $\rho_0 = a_0/\sigma_0$ ;  $\rho = r/\sigma_0$ .

Закон двухпараметрический. Параметры  $\rho$ ,  $\rho_0$ .

Закону модуля разности могут подчиняться такие случайные величины (без учета знака направления), как непараллельность осей цилиндрических поверхностей в фиксированной плоскости, непараллельность плоскостей, которые в номинале должны быть параллельны, или оси и плоскости; погрешность формы, рассматриваемая как разность между максимальными и минимальными величинами, и другие случайные величины, представляющие собой абсолютное значение разности некоторых случайных величин, изменяющихся по нормальному закону.

7. *Распределение размахов.* Функция плотности выражается формулой

$$\varphi_n(x, a) = \frac{n(n-1)}{a^n 4\pi^2} e^{-\frac{x^2}{4n^2}} \quad (7)$$

Закон двухпараметрический. Параметры  $n$ ,  $a$ . Закон характеризует распределение разностей между большим и меньшим значениями случайной величины в выборке. Ему могут подчиняться те же величины, что и в двух предыдущих пунктах.

Анализ законов распределения указанных показателей точности производился для следующих условий зубообработки:

1) при зубофрезеровании (установка заготовки на жесткую оправку и торец): а) в производственных условиях; б) в лабораторных условиях.

2) при зубодолблении (установка заготовки на жесткую (неразжимную) оправку и торец) в производственных условиях.

В производственных условиях исследования выполнялись в основном на Минском заводе шестерен. Использовались оборудование и оснастка, соответствующие требованиям нормативно-технических документов. В лабораторных условиях исследования проводились на ОАО «Вистан» при испытаниях новых зубофрезерных станков, изготовленных на этом предприятии.

Для сбора экспериментальных данных была обработана 21 партия зубчатых колес различных типоразмеров в производственных условиях и 9 партий зубчатых колес в лабораторных условиях. Размер партии находился в пределах 50-100 шт. Обработка каждой партии производилась на одном станке, при постоянной настройке инструмента. Подвергшиеся исследованию зубчатые колеса имели следующие основные характеристики: модуль  $m=2-6$  мм, наружный диаметр  $D_n=70-300$  мм, степень точности 7-9 по ГОСТ 1643-81.

Вывод о законе распределения каждого из указанных показателей точности для каждого из названных условий зубообработки делался на основании анализа 5-10 партий зубчатых колес.

Установление вида функции плотности вероятности, в наилучшей степени описывающей фактическое распределение исследуемых показателей точности, производилось в следующей последовательности:

1) по опытным данным определялись параметры эмпирического распределения (среднее арифметическое  $\bar{x}$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ , асимметрия  $\alpha$ , эксцесс  $\tau$ , эмпирические частоты  $\rho_{i\bar{x}}$  для найденных середин интервалов  $x_i$ );

2) выравнивали эмпирическую кривую по каждому из названных выше законов распределения, т.е. рассчитывали теоретические частоты  $\rho_{iT}$ , соответствующие определенным серединам интервалов;

3) проводили сравнение каждой из теоретических кривых плотности вероятностей с эмпирической по критериям Пирсона и Колмогорова;

4) на основании анализа указанных критериев согласия выбирали закон распределения, не противоречащий эмпирическому.

Построение теоретических кривых распределения и расчет критериев согласия производился на ПК с использованием стандартных и специальных программ.

В таблице приведены полученные результаты. Эмпирическое распределение считалось не противоречащим теоретическому при значениях критериев Пирсона  $P(\chi^2) > 0,05$  и Колмогорова  $P(\chi) > 0,3$ . Имеющиеся в таблице прочерки указывают на то, что для данных условий и показателей точности исследования не проводились.

*Стационарным* в широком смысле называется процесс, для которого математическое ожидание и дисперсия постоянны, а корреляционная функция зависит только от разности  $\tau = t_2 - t_1$ , т.е.

$$m_x(t) = m_x = \text{const}, \quad (8)$$

$$D_x(t) = D_x = \text{const}, \quad (9)$$

$$K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2 - t_1) = K_x(\tau). \quad (10)$$

С учетом сказанного анализ стационарности процессов зубофрезерования для названных параметров точности прямозубых цилиндрических зубчатых колес и условий обработки производился в следующей последовательности.

1. Производилась обработка партии деталей при соблюдении указанных выше условий.

2. Полученную реализацию из  $N$  измерений разбивали на  $K$  (5...10) отрезков по  $n$  измерений в каждом и для каждого из отрезков определяли значения  $\bar{x}_i$  и  $\sigma_{x_i}^2$ , а также  $\bar{\bar{x}}$ ,  $\bar{\sigma}_x^2$  и  $\sigma_x^2$ .

$$\bar{x} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \bar{x}_i, \quad (11)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^K f_i \sigma_{x_i}^2}{f}, \quad (12)$$

$$f = \sum_{i=1}^K f_i = K(n-1), \quad (13)$$

$$\bar{\sigma}_x^2 = \frac{n}{K-1} \sum_{i=1}^K (\bar{x}_i - \bar{x})^2. \quad (14)$$

3. С помощью критерия Кохрэна определяли, являются ли значения  $\sigma_{x_i}^2$  оценками одной и той же генеральной дисперсии

$$g = \frac{\max \sigma_{x_i}^2}{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \dots + \sigma_{x_k}^2}. \quad (15)$$

Если найденной значение  $g$  окажется меньше, чем  $g_{1-p(K,f)}$  (здесь  $1-p$  – выбранный уровень значимости,  $f = n-1$  – число степеней свободы), то нулевую гипотезу следует принять и расхождение между дисперсиями считать незначимым. 4. С помощью F-критерия Фишера проверяли гипотезу о том, являются ли значения  $\bar{x}_i$  оценками одной и той же генеральной средней

$$F = \bar{\sigma}_x^2 / \sigma_x^2 \quad (16)$$

Если  $F \leq F_{1-p(k-1, N-K)}$ , то нулевая гипотеза о равенстве всех генеральных средних в совокупности справедлива.

В производственных условиях принимали  $N=100$ ,  $K=10$ ,  $g_{0,05(10,9)}=0,244$ ,  $F_{0,05(9,90)}=2,1$ . В лабораторных условиях  $N=50$ ,  $K=5$ ,  $g_{0,05(5,9)}=0,424$ ,  $F_{0,05(4,45)}=2,6$ .

Полученные результаты указывают на то, что процесс зубофрезерования цилиндрических шестерен для рассмотренных показателей точности зубьев и условий реализации является стационарным.

Стационарная случайная функция обладает *эргодическим свойством*, если ее характеристики (математическое ожидание  $m_x$ , корреляционная функция  $K_{xx}(\tau)$  и дисперсия  $D_x$ ) могут быть рассчитаны как соответствующие средние по времени для одной реализации большой продолжительности. Иными словами, эргодичность определяет способность процесса к воспроизведению своих характеристик в различных реализациях. Достаточным условием эргодичности стационарной случайной функции (по математическому ожиданию) является

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_{xx}(\tau) = 0 \quad (17)$$

Это условие справедливо и для нормированной корреляционной функции  $R_{xx}(\tau)$ .

Кроме того, условием эргодичности процесса является постоянство в статистическом смысле значений  $m_x$  и  $D_x$  для различных реализаций:

$$m_x(j) = m_x = const \quad (18)$$

$$D_x(j) = D_x = const \quad (19)$$

где  $j$  – номер реализации.

Таблица

Результаты анализа законов распределения показателей точности зубьев цилиндрических зубчатых колес после зубофрезерования и зубодолбления

№№ пп	Показатели точности зубчатого венца	Вид и условия зубообработки		
		Зубофрезерование		Зубодолбление
		Лабораторные условия	Производственные условия	Производственные условия
1	$F'_{ir}$	–	$\frac{H, L, П, M_p, P_x}{A}$	–
2	$F_{pr}$	$\frac{A, H, P, П}{L}$	$\frac{L, H, П, P}{A}$	–
3	$F''_{ir}$	$\frac{A, H, П}{L}$	$\frac{H, L, П}{A}$	$\frac{H, L, П}{A}$
4	$F_{ir}$	$\frac{L, H, P_x, П, P}{A}$	$\frac{H, L, П, M_p, P, P_x}{A}$	–
5	$F_{vwr}$	$\frac{A, П, H, P, P_x}{L}$	$\frac{L, H, П, P, P_x}{A}$	–
6	$f'_{ir}$	–	$\frac{H, A, П, P, P_x}{L}$	–
7	$f_{ptr}$	$\frac{H, A, П, P_x}{L}$	$\frac{L, H, П, P_x}{A}$	–

№№ пп	Показатели точности зубчатого венца	Вид и условия зубообработки		
		Зубофрезерование		Зубодолбление
		Лабораторные условия	Производственные условия	Производственные условия
8	$f_{ir}''$	$\frac{A, H, П, P_x}{Л}$	$\frac{Л, H, П, P_x}{A}$	$\frac{A, H, P_x}{Л}$
9	$f_{fr}$	$\frac{H, Л, П}{A}$	$\frac{H, Л, П, M_p}{A}$	–
10	$f_{pbr}$	$\frac{П, H, Л}{A}$	$\frac{A, Л, H, M_p}{П}$	–
11	$F_{\beta r}$	$\frac{H, П, A, P, P_x}{Л}$	$\frac{A, H, P, П, P_x}{Л}$	$\frac{П, A, H, P_x, P}{Л}$
12	$+E_{a's}''$	$\frac{Л, H, П, P}{A}$	$\frac{Л, H, П, P}{A}$	$\frac{H, Л, П, P}{A}$
13	$-E_{a'i}''$	$\frac{Л, A, П, P}{H}$	$\frac{H, П, Л, P}{A}$	$\frac{A, Л, P, H}{H}$

Примечания: 1. Приняты следующие обозначения: Н – нормальн. распределение; Л – логарифмич. нормальное; Р – распределение Релея (Максвелла, эксцентриситета); А – типа А (Грамма-Шарлье), П – Пирсона тип 1,  $P_x$  – размахов,  $M_p$  – модуля разности.

2. В знаменателе дроби для каждого показателя качества приведен индекс закона распределения в наилучшей степени описывающего его фактическое распределение; в числителе дроби – индекса законов распределения (в порядке уменьшения их соответствия эмпирическому распределению) также пригодных, хотя и с меньшей степенью точности, для описания распределения данного показателя.

Анализ эргодичности процесса зубофрезерования цилиндрических шестерен в производственных и лабораторных условиях был выполнен для названных выше показателей точности зубьев, условий обработки и типоразмеров шестерен.

Данный анализ производился в такой последовательности:

1. На одном и том же станке при соблюдении указанных выше ограничений обрабатывалось К (3-5) партий зубчатых колес по 50...100 деталей различными инструментами.

2. По результатам измерений деталей производилось построение полученных реализаций случайных последовательностей каждого из рассматриваемых параметров точности венца в порядке обработки. Анализ совокупностей этих реализаций графическим способом позволяет предварительно оценить эргодичность процесса.

3. Для каждой из К реализаций определялись значения  $\bar{x}_j$ ,  $\sigma_{x_j}^2$ ,  $R_{xx}(\tau)$ , а для всей совокупности значений рассматриваемого параметра в К партиях зубчатых колес рассчитывались значения  $\bar{x}$ ,  $\bar{\sigma}_x^2$  и  $\sigma_x^2$  по формулам (11)...(14).

4. Затем с помощью критериев Кохрэна и Фишера (см. формулы (15) и (16)) проверяли соблюдение условий (18) и (19) для различных реализаций процесса.

Полученные результаты подтвердили, что процесс зубофрезерования цилиндрических шестерен в рассмотренных условиях для изученных показателей точности зубьев обладает эргодическим свойством.

### **Выводы.**

1. В наилучшей степени распределение рассмотренных 13 показателей точности зубьев при зубофрезеровании и зубодолблении описывается распределением типа А и логарифмически нормальным распределением.

2. Для описания распределений всех рассмотренных показателей точности зубьев шестерен в изучаемых условиях обработки может быть использован также закон нормального распределения.

3. Процесс зубофрезерования цилиндрических шестерен червячной фрезой для основных показателей точности зубьев является стационарным и обладает эргодическим свойством.

4. Имеются предпосылки получения надежной модели влияния различных факторов на основные показатели точности зубьев цилиндрических шестерен статистическими методами при их зубофрезеровании червячной фрезой и зубодолблении по одной реализации достаточно большой продолжительности.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента: пер. с англ. / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М. : Мир, 1981. – 520 с.

2. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных: справочное издание / С.А. Айвазян, Е.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 471 с.

3. Кане М.М. Предпосылки эффективности применения статистических методов для моделирования технологических процессов / М.М. Кане: сб. научн. ст. Машиностроение, вып. 30.– Минск: БНТУ, 2017.

УДК 6.21.81:658

**Косолапов И.Ю., Беляева Г.И.**

### **РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА**

#### **ОБРАБОТКИ ВАЛА ПО ЛИНЕЙНЫМ РАЗМЕРАМ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Размерный анализ технологических процессов позволяет еще на стадии технологического проектирования решить важнейшие задачи, приводящие к значительной экономии материальных затрат на производство с улучшением качества проектируемых технологических процессов и изделия в целом. В работе приведен расчет технологических размерных цепей с использованием теории графов.*

Главная задача размерного анализа технологического процесса – правильное и обоснованное определение промежуточных и окончательных размеров и допусков на них для обрабатываемой детали. Особенно важно это для линейных размеров, связывающих неоднократно обрабатываемые противоположащие поверхности. Определение припусков на такие поверхности расчетно-аналитическим или табличным методами значительно затрудняет определение промежуточных технологических размеров и их отклонений.

Последовательный размерный анализ технологического процесса состоит из трех этапов:

1. разработка размерной схемы техпроцесса;
  2. выявление технологических размерных цепей;
  3. расчет технологических размерных цепей.
- На рис. 1. приведены эскизы вала-шестерни и заготовки.

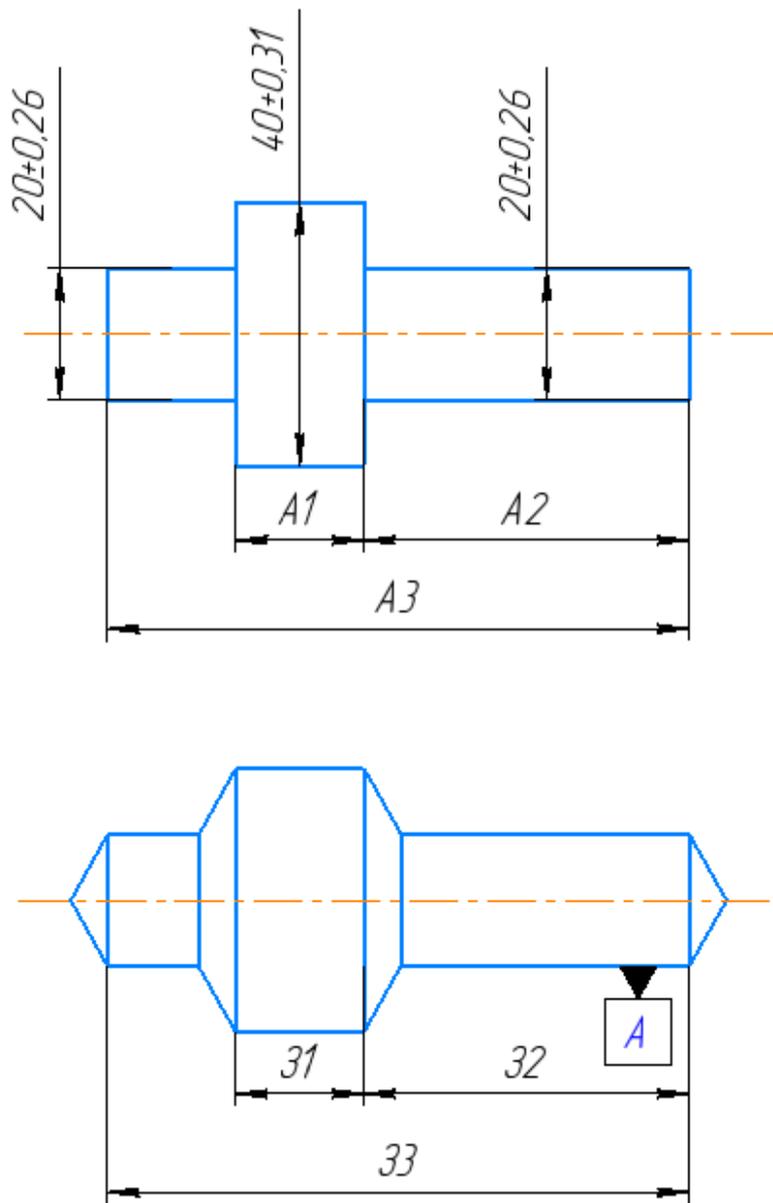


Рис. 1. Эскизы вала-шестерни и заготовки

Маршрут обработки состоит из 5 операций (рис. 2.):

- 1) фрезерно-центровальная;
- 2) токарная – обточка вала с правого конца на гидроконтрольном полуавтомате;
- 3) токарная – обточка вала с левого конца на аналогичном станке;
- 4) шлифовальная – шлифование ступени и правого торца на торцевкруглошлифовальном станке;
- 5) шлифовальная – шлифование ступени и левого торца на торцевкруглошлифовальном станке.

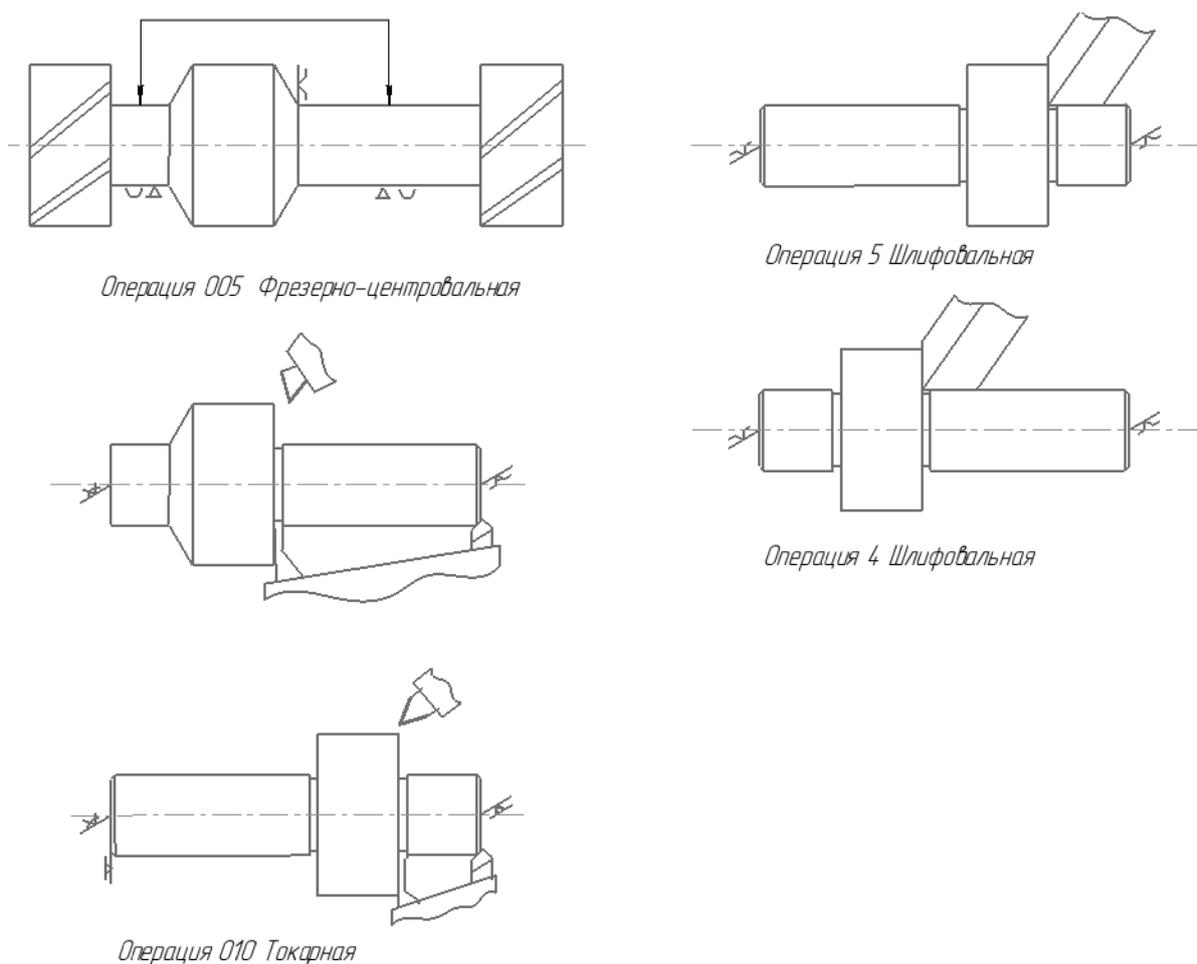


Рис. 2. Маршрут обработки вала.

### **1. Построение размерной схемы технологического процесса и выявление технологических размерных цепей.**

Размерную схему техпроцесса составляют и оформляют следующим образом.

1.1. Вычерчивают эскиз детали в одной, двух или трех проекциях. Для тел вращения обычно достаточно одной, а для корпусной детали может потребоваться и три (в зависимости от расположения длин) (рис. 3.).

1.2. Над деталью указывают размеры длин с допусками, установленными конструкторами. Для удобства конструкторские размеры обозначаются буквой  $A_i$ , где  $i$  – порядковый номер конструкторского размера.

1.3. На эскиз детали условно наносят припуски  $Z_m$ , где  $m$  – промежуточная или окончательная поверхность, к которой относится припуск.

1.4. Все поверхности детали нумеруются по порядку слева направо. Через пронумерованные поверхности проводят вертикальные линии. Между вертикальными линиями по порядку снизу вверх указывают технологические размеры, получаемые при выполнении каждого технологического перехода. Технологические размеры обозначают  $Sk$ , где  $k$  – порядковый номер технологического перехода. Размеры же заготовки обозначают буквой  $Zr$ , где  $r$  – порядковый номер поверхности заготовки.

Справа от размерной схемы техпроцесса для каждой операции составляют схемы технологических размерных цепей.

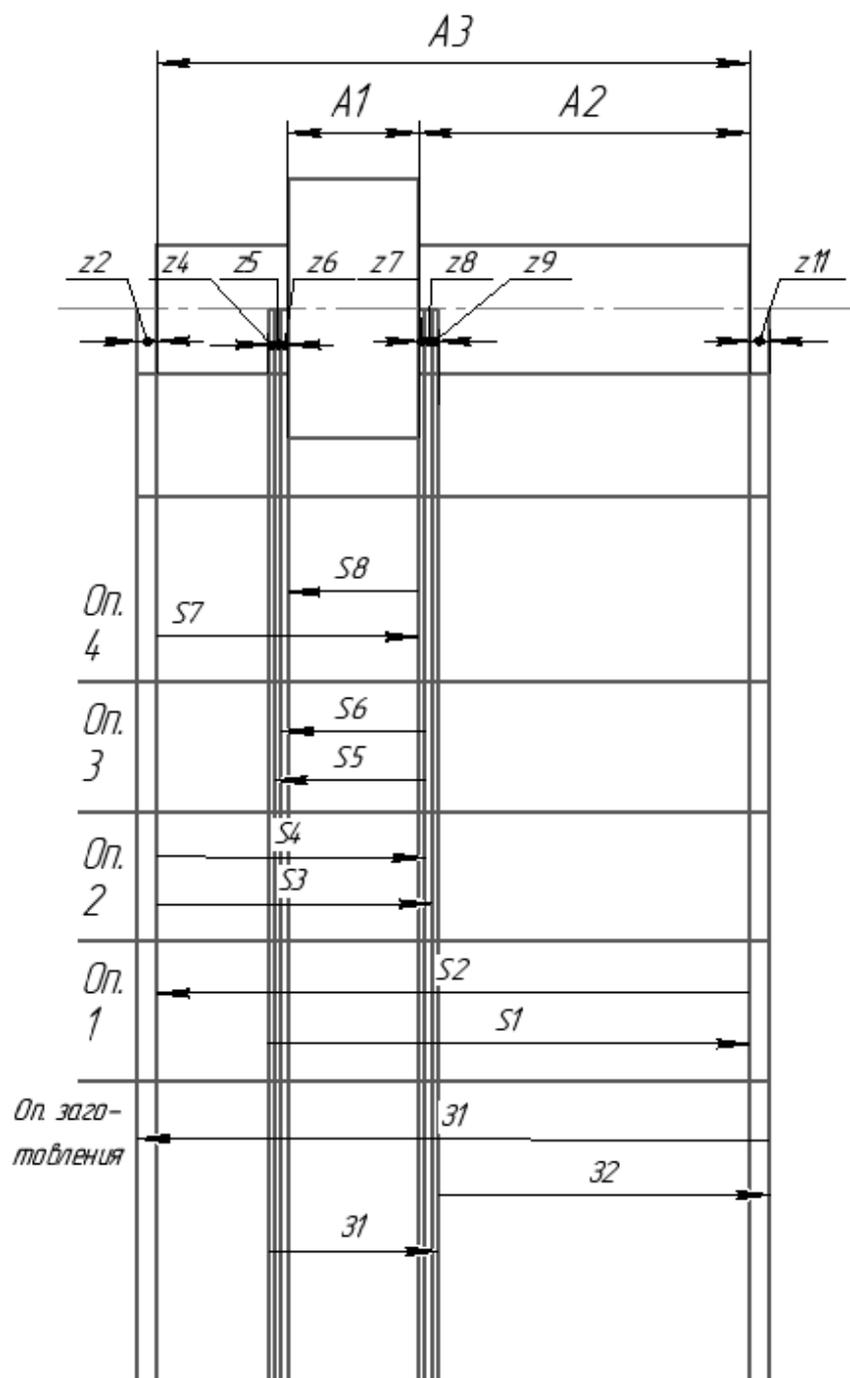


Рис. 3. Размерная схема техпроцесса

## 2. Выявление технологических размерных цепей с помощью теории графов.

В связи со сложностью выявления технологических размерных цепей, не выступающих в явном виде, обычным для теории размерных цепей способом, чаще всего используют теорию графов.

Ребрами графа производного дерева (рис. 4.) являются операционные технологические размеры и размеры заготовки, исходного графа (рис. 5.) – конструкторские размеры и размеры припусков. Наложением одного графа на другой получают граф совмещенного дерева (рис. 6.), по которому и выявляют технологические размерные цепи (рис. 7.).

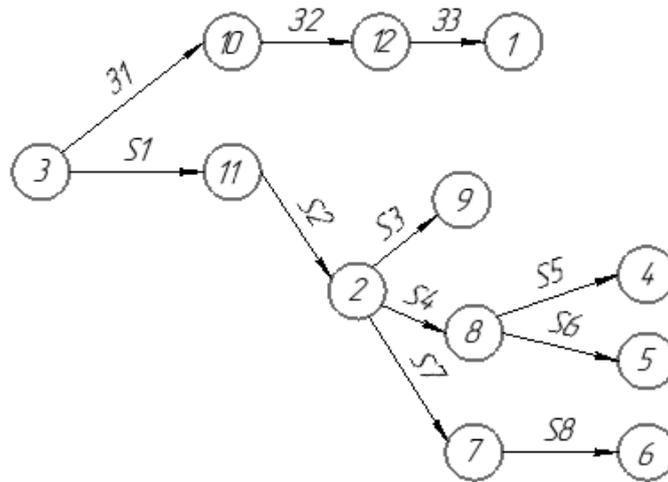


Рис. 4. Граф производного дерева

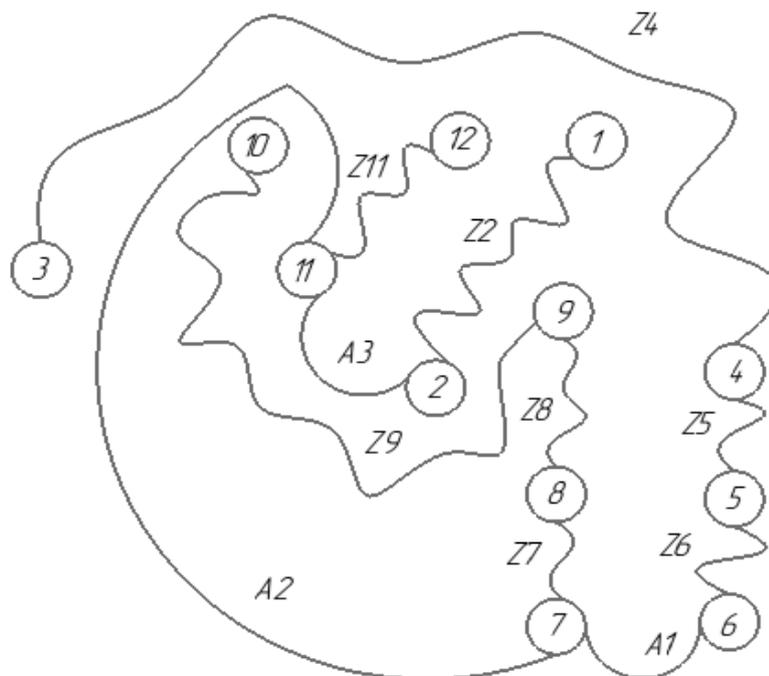


Рис. 5. Граф исходного дерева

При построении графов производного и исходного деревьев необходимо соблюдать следующие правила:

1. На обоих графах не должно быть оторванных вершин (в этом случае на графе не хватает размеров).
2. Не должно быть замкнутых контуров, что значило бы о наличии лишних размеров.
3. Количество размерных линий на каждом графе должно быть на единицу меньше количества вершин.
4. К каждой вершине производного дерева, кроме корневой, должна подходить только одна стрелка ориентированного ребра, а к корневой вершине – ни одной.
5. Число вершин у каждого дерева должно быть равно числу поверхностей на размерной схеме техпроцесса.

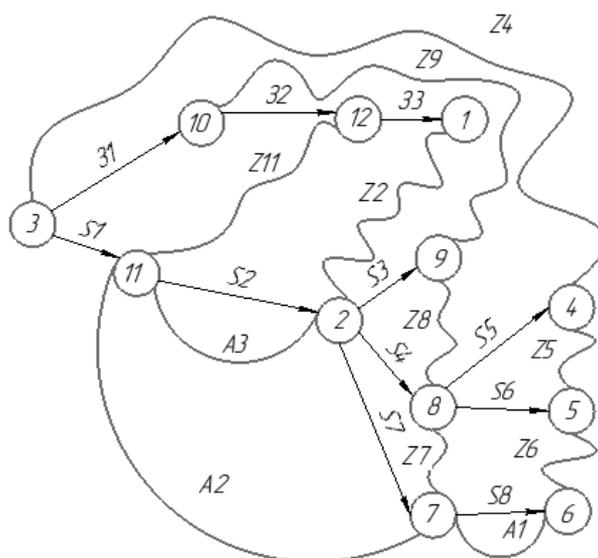


Рис. 6. Граф совмещенного дерева

На совмещенном графе количество размерных линий, обозначающих операционные размеры, размеры заготовок, конструкторские размеры и припуски, должно быть равным  $(2n - 2)$ , где  $n$  – количество вершин. Все контуры должны быть замкнуты, отсутствовать оторванные вершины.

Выявление технологических размерных цепей начинают с двухзвенных размерных цепей, т. е. таких, в которых имеется только одно замыкающее звено (конструкторский размер или припуск) и одно неизвестное составляющее звено (операционный размер или размер заготовки). В качестве технологической размерной цепи может быть принят любой замкнутый контур размеров, в котором имеется только одно исходное (замыкающее) звено, а все остальные составляющие. Причем, только одно составляющее звено может быть неизвестным. Размерные характеристики всех остальных составляющих звеньев должны быть определены ранее.

Заключительным этапом построения технологической схемы техпроцесса, трех графов, выявления с их помощью технологических размерных цепей и составления соответствующих уравнений является заполнение табл. 1.

Таблица 1

Расчетные зависимости для определения размерных параметров составляющих звеньев технологических размерных цепей

№ п/п	Расчетное уравнение	Исходное уравнение	Определяемый размер
1	$S2 - A3 = 0$	$A3 = S2$	$S2$
2	$S8 - A1 = 0$	$A1 = S8$	$S8$
3	$-S7 + S2 - A2 = 0$	$S7 = S2 - A2$	$S7$
4	$-S7 + S4 - Z7 = 0$	$Z7 = S4 - S7$	$Z7$
5	$-S4 + S3 - Z8 = 0$	$Z8 = S3 - S4$	$Z8$
6	$S6 - S4 + S7 - S8 - Z6 = 0$	$Z6 = S6 - S4 + S7 - S8$	$Z6$
7	$S5 - S6 - Z5 = 0$	$Z5 = S5 - S6$	$Z5$
8	$S1 - S2 + S4 - S5 - Z4 = 0$	$Z4 = S1 - S2 + S4 - S5$	$Z4$
9	$-S3 + S2 - S1 + S1 - Z9 = 0$	$31 = S3 - S2 + S1 + Z9$	31
10	$-S1 + S1 + S2 - Z11 = 0$	$32 = S1 - S1 + S2 + Z11$	32
11	$33 - S2 - S1 + S1 - S2 - Z2 = 0$	$33 = 32 + S1 - S1 + S2 + Z2$	33

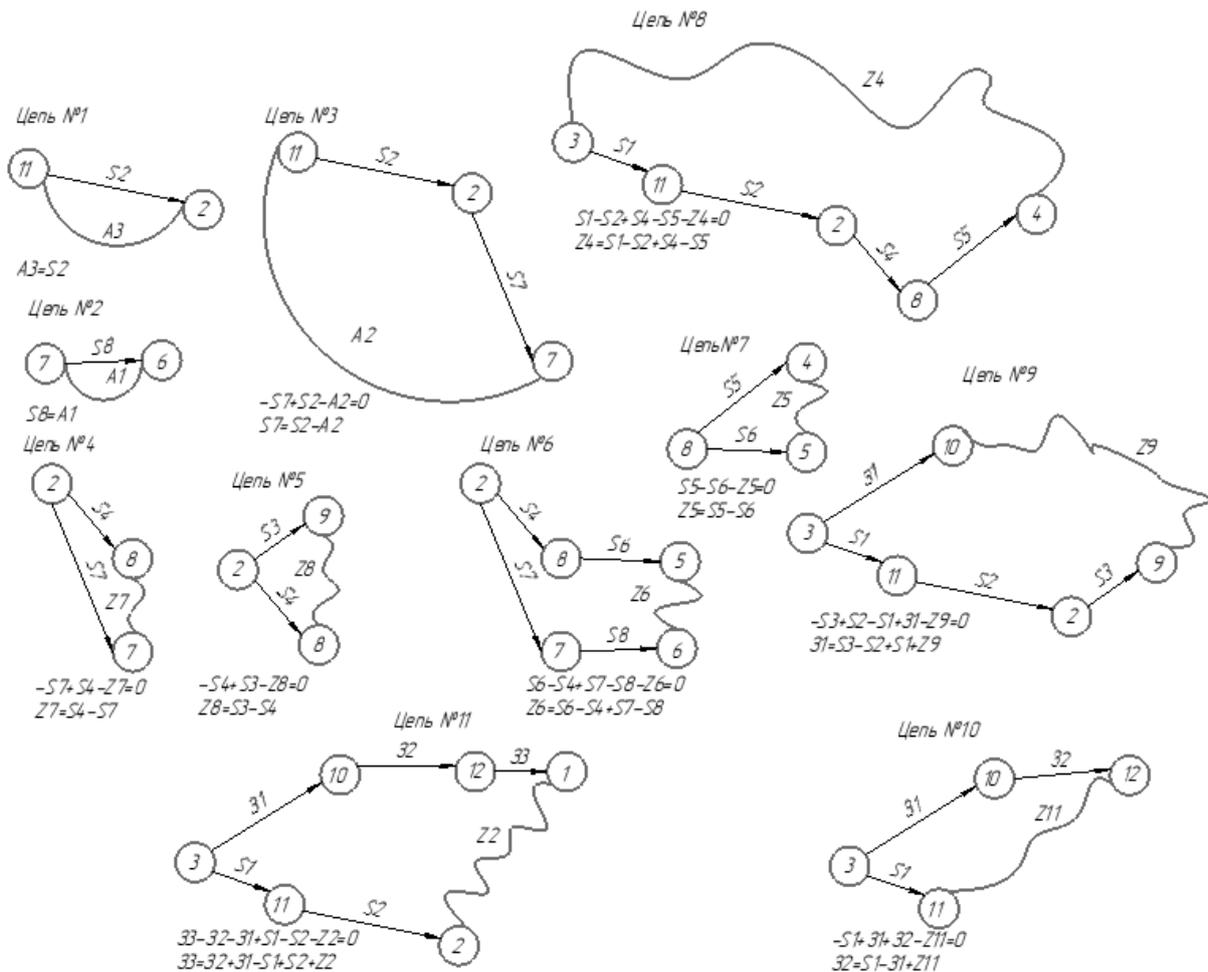


Рис. 7. Технологические размерные цепи

### 3. Расчет технологических размерных цепей

Методика расчета технологических размерных цепей зависит от того, что является замыкающим звеном размерной цепи. Если замыкающее звено представлено припуском, расчеты значительно сложнее.

Примем:

$$Z2=Z11=Z9=Z4=2\text{мм}$$

$$Z5=Z8=0.5\text{мм}$$

$$Z7=Z6=0.35\text{мм}$$

Расчеты начинаем с двухзначных цепей:

**Цепь №1:**

$$A3=S2$$

$$S2=90h14=90_{-0.87}$$

**Цепь №2:**

$$A1=S8$$

$$S8=18\pm 0.2$$

**Цепь №3:**

$$S7=S2-A2$$

$$S7=90_{-0.87}-56\pm 0.2=34_{-1.07}^{+0.2}$$

**Цепь №4:**

$$Z7=S4-S7$$

Так как расчетный припуск является всегда величиной минимальной, исходное уравнение перепишем в следующем виде:

$$Z7_{min}=S4_{min}-S7_{max}$$

$$S4_{min}=S7_{max}+Z7_{min}=34.2+0.35=34.55 \text{ мм}$$

Для операции чернового точения принимаем допуски по 12-14 качеству по посадке "h"  $TS4=0.25$

$$S4_{max}=S4_{ном}=34.55+0.25=34.8$$

$$\text{Окончательно на операционном эскизе } S4=34.8_{-0.25}$$

Предельное значение припуска  $Z7$  определяется из выражения

$$Z7=S4-S7=34.8_{-0.25}-34_{-1.07}^{+0.2}=0.8_{-0.45}^{+1.07}$$

**Цель №5:**

$$Z8=S3-S4$$

$$Z8_{min}=S3_{min}-S4_{max}$$

$$S3_{min}=Z8_{min}+S4_{max}=0.5+34.8=35.35 \text{ мм}$$

Для операции полукругового точения принимаем допуски по 10-12 качеству по посадке "h"  $TS3=0.1$

$$S3_{max}=35.35+0.1=35.45$$

$$\text{Окончательно на операционном эскизе } S3=35.45_{-0.1}$$

Предельное значение припуска  $Z7$  определяется из выражения

$$Z8=S3-S4=35.45_{-0.1}-34.8_{-0.25}^{+0.25}=0.65_{-0.1}^{+0.25}$$

**Цель №6:**

$$Z6=S6-S4+S7-S8$$

$$Z6_{min}=S6_{min}-S4_{max}+S7_{min}-S8_{max}$$

$$S6_{min}=Z6_{min}+S4_{max}-S7_{min}+S8_{max}=0.35+34.8-32.93+18.2=20.42 \text{ мм}$$

Для операции полукругового точения принимаем допуски по 10-12 качеству по посадке "h"  $TS6=0.084$

$$S6_{max}=20.42+0.084=20.504$$

$$\text{Окончательно на операционном эскизе } S6=20.504_{-0.084}$$

Предельное значение припуска  $Z6$  определяется из выражения

$$Z6=S6-S4+S7-S8=20.504_{-0.084}-34.8_{-0.25}^{+0.2}+34_{-1.07}^{+0.2}-18\pm 0.2=1.704_{-1.354}^{+0.65}$$

**Цель №7:**

$$Z5=S5-S6$$

$$Z5_{min}=S5_{min}-S6_{max}$$

$$S5_{min}=Z5_{min}+S6_{max}=0.5+20.504=21.004 \text{ мм}$$

Для операции чернового точения принимаем допуски по 12-14 качеству по посадке "h"  $TS5=0.21$

$$S5_{max}=21.004+0.21=21.214$$

$$\text{Окончательно на операционном эскизе } S5=21.214_{-0.21}$$

Предельное значение припуска  $Z5$  определяется из выражения

$$Z5=S5-S6=21.214_{-0.21}-20.504_{-0.084}^{+0.084}=0.71_{-0.21}^{+0.084}$$

**Цель №8:**

$$Z4=S1-S2+S4-S5$$

$$Z4_{min}=S1_{min}-S2_{max}+S4_{min}-S5_{max}$$

$$S1_{min}=Z4_{min}+S2_{max}-S4_{min}+S5_{max}=2+90-34.55+21.214=78.714 \text{ мм}$$

Для операции чернового точения принимаем допуски по 12-14 качеству по посадке "h"  $TS1=0.3$

$$S1_{max}=78.714+0.3=79.014$$

$$\text{Окончательно на операционном эскизе } S1=79.014_{-0.3}$$

Предельное значение припуска  $Z4$  определяется из выражения

$$Z4 = S1 - S2 + S4 - S5 = 79.014_{-0.3} - 90_{-0.87} + 34.8_{-0.25} - 21.214_{-0.21} = 2.6_{-0.55}^{+1.08}$$

**Цель №9:**

$$Z9 = 31 + S2 - S3 - S1$$

$$Z9_{min} = 31_{min} + S2_{min} - S3_{max} - S1_{max}$$

$$31_{min} = Z9_{min} - S2_{min} + S3_{max} + S1_{max} = 2 - 89.13 + 35.45 + 79.014 = 27.334 \text{ мм}$$

Для заготовки допуск принимаем по ГОСТ 7505-89

$$31_{ном}(\text{номинальный}) = 31_{min} + T31' = 27.334 + 0.3 = 27.634$$

$$31_{max} = 31_{ном} + 0.7 = 28.334$$

При назначении допусков на размеры штампованных заготовок не всегда значность расчетных размеров соответствует значности допусков. В этом случае размер округляют до значности допуска в сторону увеличения припуска. Стремятся, чтобы размер заготовки был или целым числом, или кратным 0.5.

$$T31 = 27.634_{-0.3}^{+0.7} = 28_{-0.3}^{+0.7}$$

Предельное значение припуска  $Z9$  определяется из выражения

$$Z9 = 31 + S2 - S3 - S1 = 28_{-0.3}^{+0.7} + 90_{-0.87} - 35.45_{-0.1} - 79.014_{-0.3} = 3.536_{-1.17}^{+1.1}$$

**Цель №10:**

$$Z11 = 32 - S1 + 31$$

$$Z11_{min} = 32_{min} - S1_{max} + 31_{min}$$

$$32_{min} = Z11_{min} + S1_{max} - 31_{min} = 2 + 79.014 - 28.2 = 52.814 \text{ мм}$$

Для заготовки допуск принимаем по ГОСТ 7505-89

$$32_{ном} = 32_{min} + T32' = 52.814 + 0.4 = 53.214$$

$$32_{max} = 32_{ном} + 0.8 = 54.014$$

При назначении допусков на размеры штампованных заготовок не всегда значность расчетных размеров соответствует значности допусков. В этом случае размер округляют до значности допуска в сторону увеличения припуска. Стремятся, чтобы размер заготовки был или целым числом, или кратным 0.5.

$$T32 = 53.5_{-0.4}^{+0.8}$$

Предельное значение припуска  $Z11$  определяется из выражения

$$Z11 = 32 - S1 + 31 = 53.5_{-0.4}^{+0.8} - 79.014_{-0.3} + 28_{-0.3}^{+0.7} = 2.486_{-0.7}^{+1.8}$$

**Цель №11:**

$$Z2 = 33 - 32 - 31 + S1 - S2$$

$$Z2_{min} = 33_{max} - 32_{max} - 31_{max} + S1_{min} - S2_{max}$$

$$33_{min} = Z2_{min} + 32_{max} + 31_{max} - S1_{min} + S2_{max} = 2 + 55.3 + 29.2 - 78.714 + 90 = 97.786 \text{ мм}$$

Для заготовки допуск принимаем по ГОСТ 7505-89

$$33_{ном} = 33_{min} + T33' = 97.786 + 0.5 = 98.286$$

$$33_{max} = 33_{ном} + 0.9 = 99.186$$

При назначении допусков на размеры штампованных заготовок не всегда значность расчетных размеров соответствует значности допусков. В этом случае размер округляют до значности допуска в сторону увеличения припуска. Стремятся, чтобы размер заготовки был или целым числом, или кратным 0.5.

$$T33 = 98.5_{-0.5}^{+0.9}$$

Предельное значение припуска  $Z2$  определяется из выражения

$$Z2 = 33 - 32 - 31 + S1 - S2 = 98.5_{-0.5}^{+0.9} - 53.5_{-0.4}^{+0.8} - 28_{-0.3}^{+0.7} + 79.014_{-0.3} - 90_{-0.87} = 6.014_{-2.3}^{+2.47}$$

Результаты сводим в таблицу 2:

Результаты расчета технологических размерных цепей

Исходное звено	Размер исходного звена	Исходное уравнение	Определяемые размеры, мм			
			Номинальный размер	Допуск	Технологический размер	Предельные значения припуска
A3	$A3 = S2$	$A3 = S2$	90	0,87	$S2 = 90-0.87$	90
A1	$A1 = S8$	$A1 = S8$	18,2	0,4	$S8 = 18 \pm 0.2$	18,2
A2	$A2 = S2-S7$	$S7 = S2-A2$	56,2	0,4	$S7 = 34^{+0.2}_{-1.07}$	34,2
Z7	$Z7 = S4-S7$	$Z7 = S4-S7$	1,87	1,52	$S4 = 34.8-0.25$	34,8
Z8	$Z8 = S3-S4$	$Z8 = S3-S4$	0,85	0,35	$S3 = 35.45-0.1$	35,45
Z6	$Z6 = S6-S4+S7-S8$	$Z6 = S6-S4+S7-S8$	2,354	2,004	$S6 = 20.504-0.084$	20,504
Z5	$Z5 = S5-S6$	$Z5 = S5-S6$	0,794	0,294	$S5 = 21.214-0.21$	21,214
Z4	$Z4 = S1-S2+S4-S5$	$Z4 = S1-S2+S4-S5$	3,68	1,63	$S1 = 79.014-0.3$	79,014
Z9	$Z9 = 31+S2-S3-S1$	$31 = S3-S2+S1+Z9$	5,136	2,27	$31 = 28^{+0.7}_{-0.3}$	28,7
Z11	$Z11 = 32-S1+31$	$32 = S1-31+Z11$	5,786	2,5	$32 = 53.5^{+0.8}_{-0.4}$	54,3
Z2	$Z2 = 33-32-31+S1-S2$	$33 = 32+31-S1+S2+Z2$	7,984	4,77	$33 = 98.5^{+0.9}_{-0.5}$	99,4

## ЛИТЕРАТУРА

1. Размерный анализ технологических процессов: сборник практических работ/ сост.: Г.Я. Беляев [и др.]. – Минск: БНТУ, 2010.-351с.
2. Размерный анализ технологических процессов: курс лекций / Г. Я. Беляев. – Минск: БНТУ, 2010. – 164 с. : ил., табл.

УДК 6.21.81:658.512

Крыжченко А.П., Беляев Г.Я.

**РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ  
ВАЛА-ШЕСТЕРНИ ПО ЛИНЕЙНЫМ РАЗМЕРАМ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Размерный анализ технологических процессов позволяет еще на стадии технологического проектирования решить важнейшие задачи, приводящие к значительной экономии материальных затрат на производство с улучшением качества проектируемых технологических процессов и изделия в целом.*

В данной статье выполнен размерный анализ вала-шестерни с использованием теории графов. Приведена наиболее типичная задача размерного анализа технологического процесса по линейным размерам и дан пример её решения. В ходе анализа определены межоперационные размеры, размеры припусков и заготовки, допуски, и отклонения всех вышеперечисленных размеров.

### 1. Разработка размерной схемы технологического процесса и выявление технологических размерных цепей.

Строим технологическую размерную цепь рассматриваемого техпроцесса (рис.1).

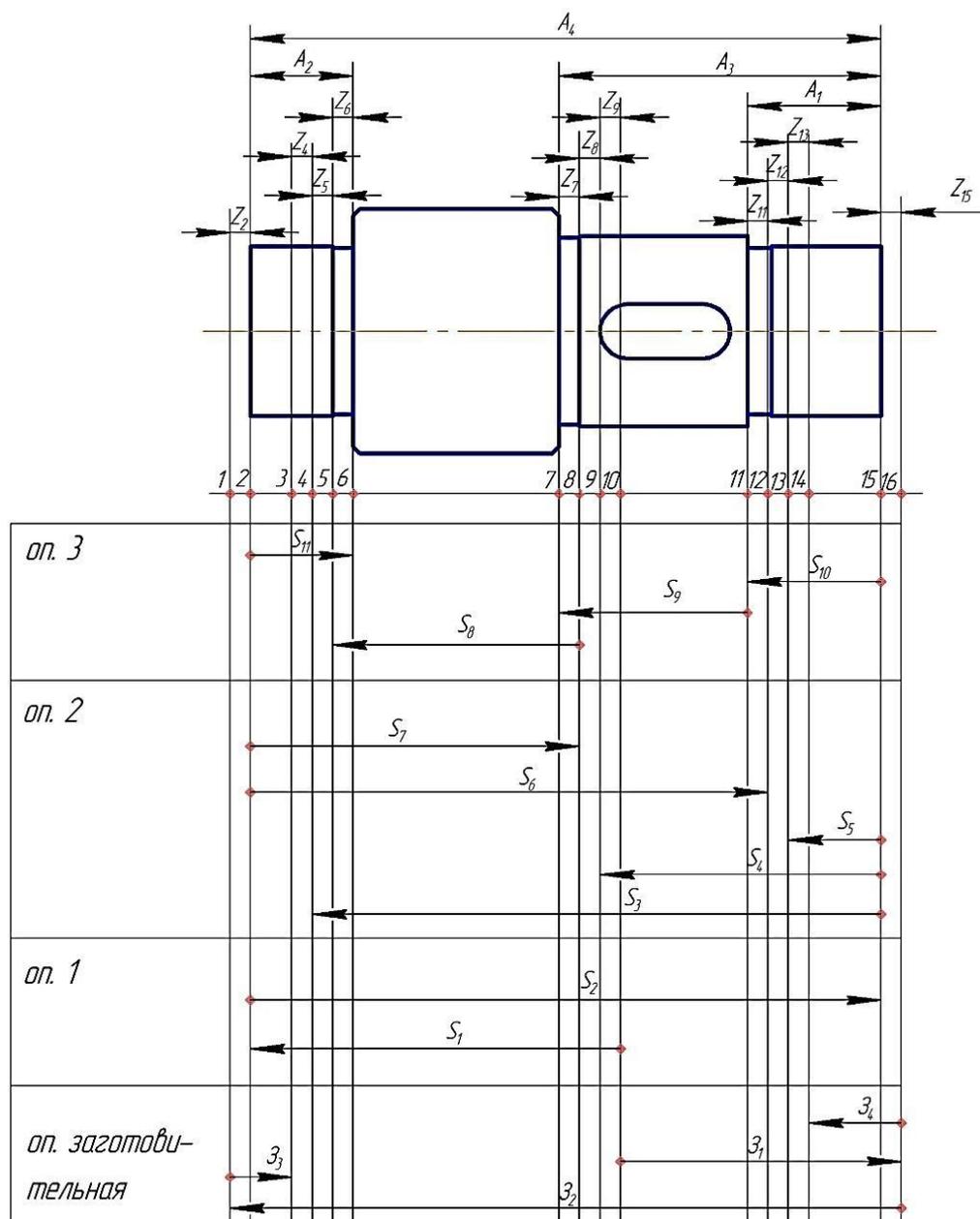


Рис. 1. Размерная схема техпроцесса

### 2. Выявление технологических размерных цепей с помощью теории графов.

Приняв поверхности заготовки и детали за вершины, размерные связи между ними за ребра, чертеж детали с конструкторскими и технологическими размерами можно представить в виде двух деревьев. Дерево с конструкторскими размерами и припусками

на обработку называется исходным (рис. 3.), а дерево с технологическими размерами и размерами заготовки – производным или технологическим (рис. 2.). Если оба дерева совместить, то такой совмещенный граф позволяет в закодированной форме представить геометрическую структуру технологического процесса обработки детали (рис. 4.). По нему выявляют технологические размерные цепи (рис. 5.).

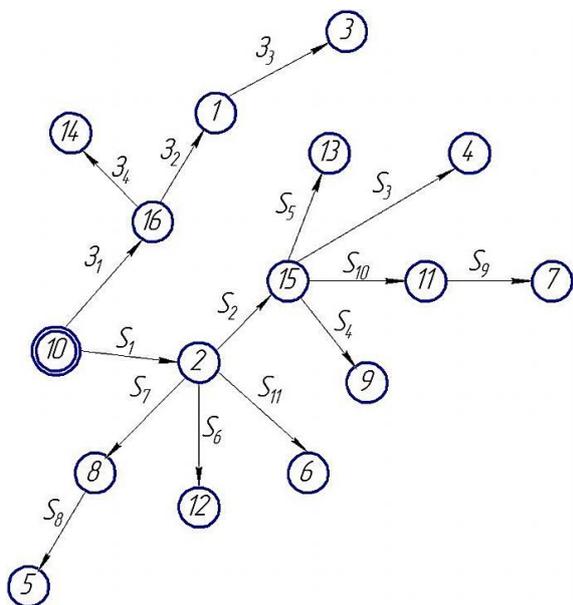


Рис. 2. Граф производного дерева

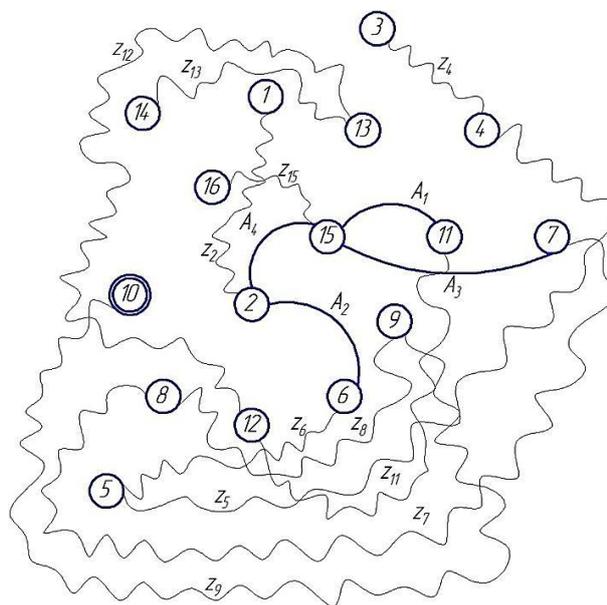


Рис. 3. Граф исходного дерева

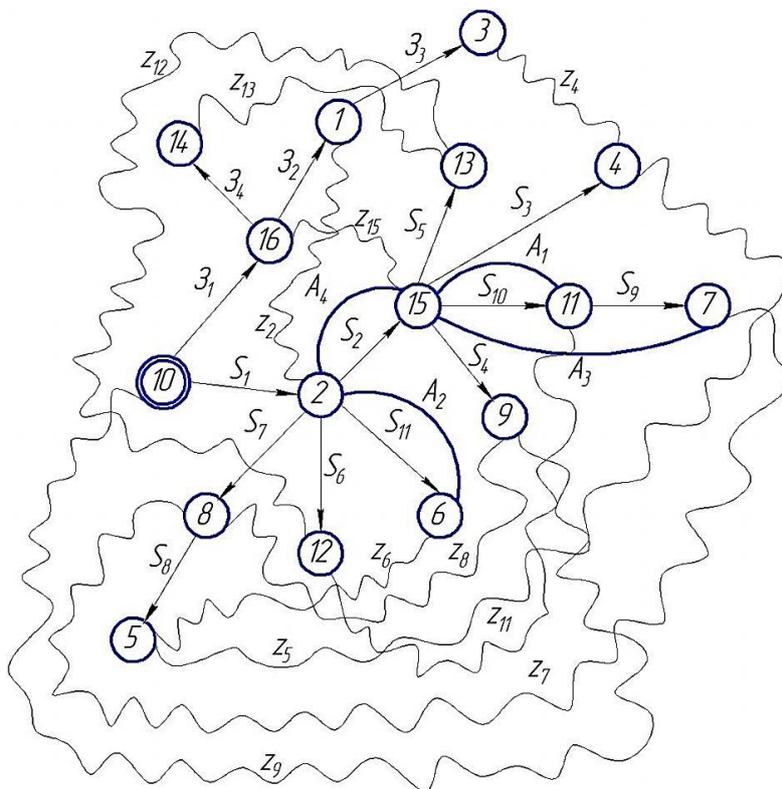


Рис. 4. Граф совмещенного дерева

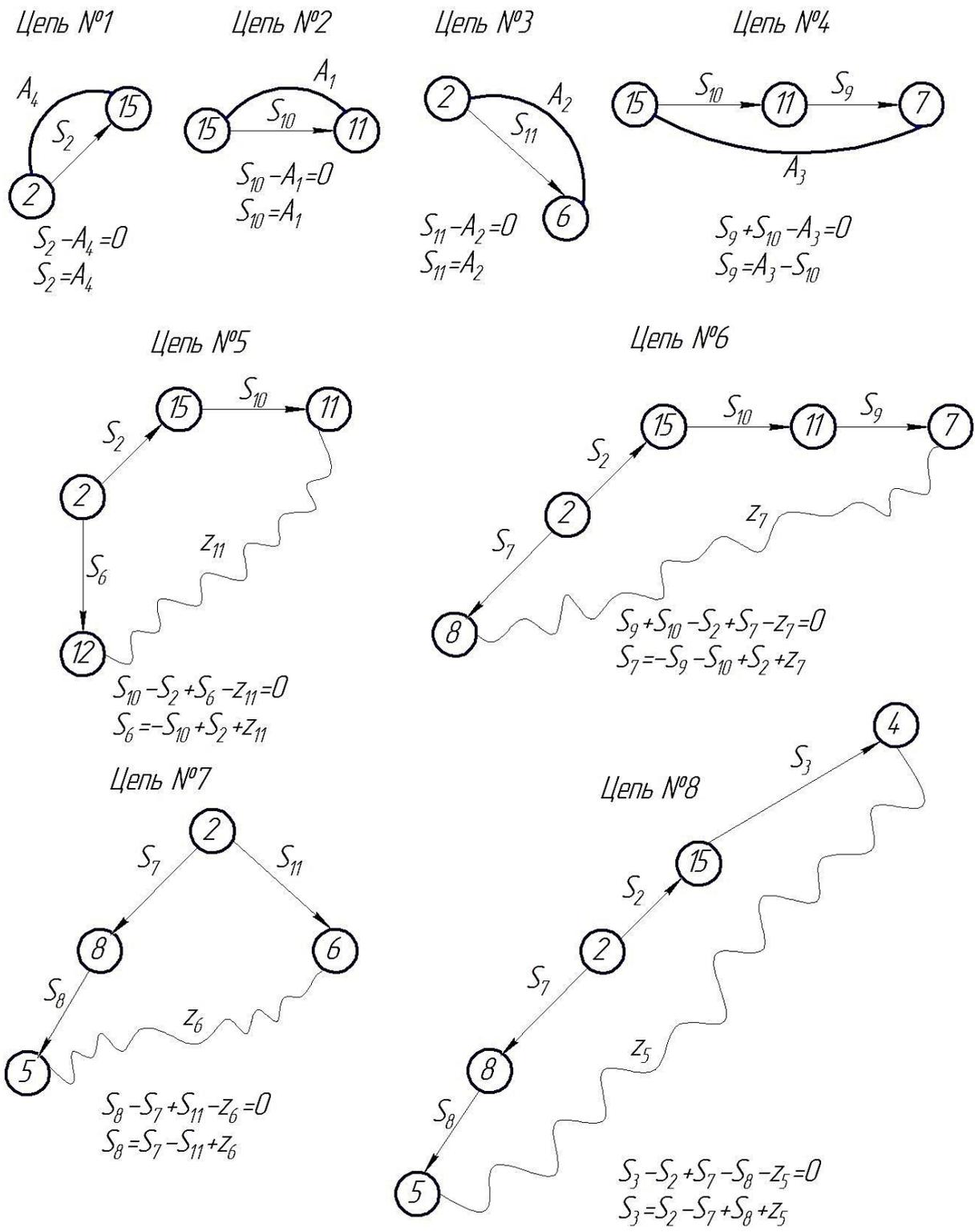


Рис. 5. Технологические размерные цепи

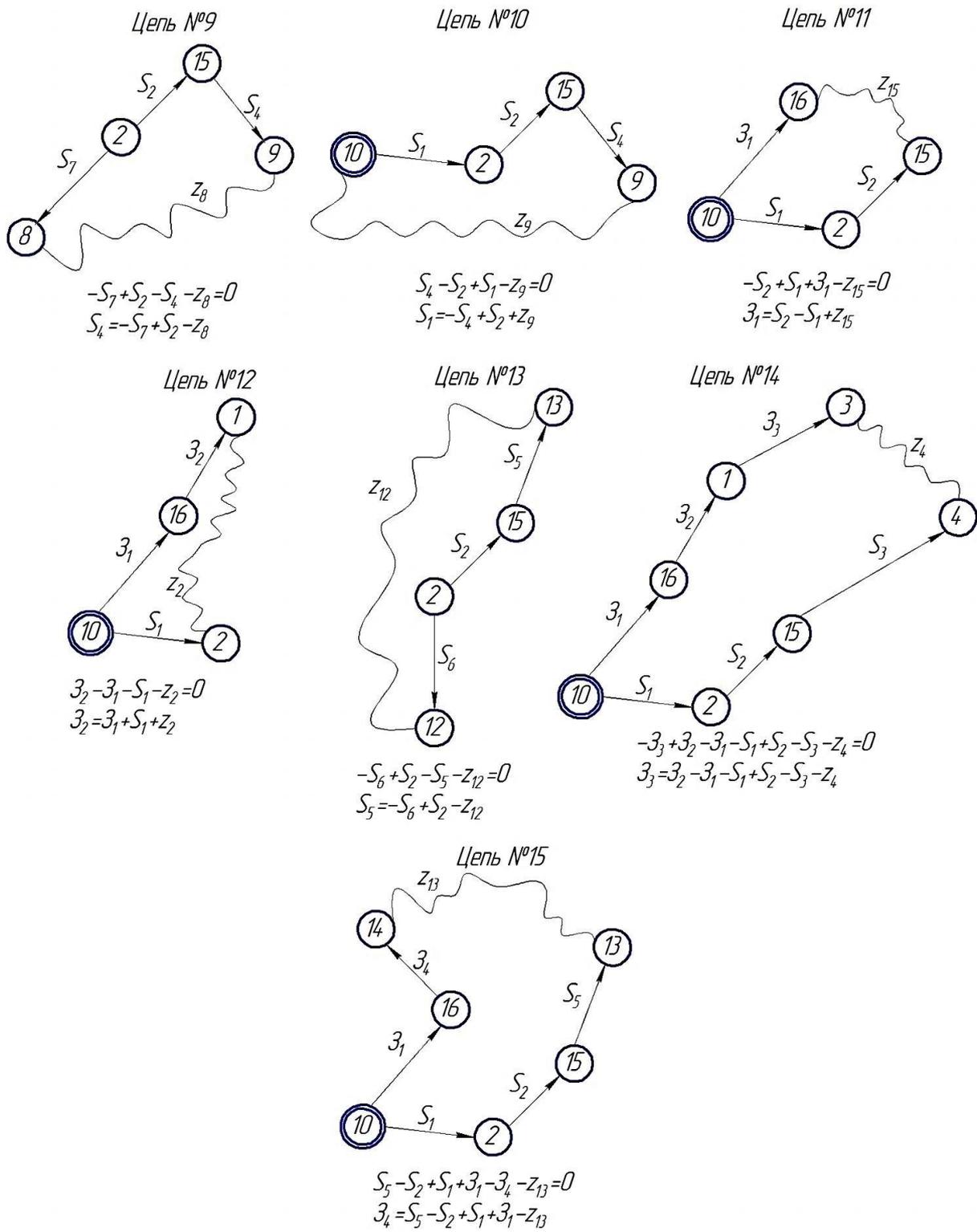


Рис. 5. Технологические размерные цепи (окончание)

Составляем расчетные и исходные уравнения выявленных размерных цепей (табл. 1).

Таблица 1

Расчетные зависимости для определения размерных параметров составляющих звеньев технологических размерных цепей.

№ п/п	Расчетное уравнение	Исходное уравнение	Определяемый размер
1	$S_2 - A_4 = 0$	$A_4 = S_2$	$S_2$
2	$S_{10} - A_1 = 0$	$A_1 = S_{10}$	$S_{10}$
3	$S_{11} - A_2 = 0$	$A_2 = S_{11}$	$S_{11}$
4	$S_9 + S_{10} - A_3 = 0$	$A_3 = S_9 + S_{10}$	$S_9$
5	$S_{10} - S_2 + S_6 - Z_{11} = 0$	$Z_{11} = S_{10} - S_2 + S_6$	$S_6$
6	$S_9 + S_{10} - S_2 + S_7 - Z_7 = 0$	$Z_7 = S_9 + S_{10} - S_2 + S_7$	$S_7$
7	$S_8 - S_7 + S_{11} - Z_6 = 0$	$Z_6 = S_8 - S_7 + S_{11}$	$S_8$
8	$S_3 - S_2 + S_7 - S_8 - Z_5 = 0$	$Z_5 = S_3 - S_2 + S_7 - S_8$	$S_3$
9	$-S_7 + S_2 - S_4 - Z_8 = 0$	$Z_8 = -S_7 + S_2 - S_4$	$S_4$
10	$S_4 - S_2 + S_1 - Z_9 = 0$	$Z_9 = S_4 - S_2 + S_1$	$S_1$
11	$-S_2 + S_1 + Z_3 - Z_{15} = 0$	$Z_{15} = -S_2 + S_1 + Z_3$	$Z_3$
12	$Z_2 - Z_3 - S_1 - Z_2 = 0$	$Z_2 = Z_3 - S_1$	$Z_2$
13	$-S_6 + S_2 - S_5 - Z_{12} = 0$	$Z_{12} = -S_6 + S_2 - S_5$	$S_5$
14	$-Z_3 + Z_2 - Z_3 - S_1 + S_2 - S_3 - Z_4 = 0$	$Z_4 = -Z_3 + Z_2 - S_1 + S_2 - S_3$	$Z_4$
15	$S_5 - S_2 + S_1 + Z_3 - Z_{13} = 0$	$Z_{13} = S_5 - S_2 + S_1 + Z_3$	$Z_3$

### 3. Расчет технологических размерных цепей.

Методика расчета технологических размерных цепей зависит от того, что является замыкающим звеном размерной цепи – припуск или конструкторский размер. В первом случае расчеты значительно сложнее.

Конструкторские размеры по чертежу детали:

$$A_1 = 20_{-0,52} \text{ мм}; A_2 = 16_{-0,43} \text{ мм}; A_3 = 48_{-0,62} \text{ мм}; A_4 = 94_{-0,87} \text{ мм}.$$

Назначаем припуски на механическую обработку:

$$Z_{2min} = Z_{4min} = Z_{9min} = Z_{13min} = Z_{15min} = 2,2 \text{ мм}; Z_{5min} = Z_{8min} = Z_{12min} = 0,5 \text{ мм};$$

$$Z_{6min} = Z_{7min} = Z_{11min} = 0,3 \text{ мм}.$$

**Цепь №1:**  $S_2 - A_4 = 0$ ;  $S_2 = A_4 = 94_{-0,87} \text{ мм}.$

**Цепь №2:**  $S_{10} - A_1 = 0$ ;  $S_{10} = A_1 = 20_{-0,52} \text{ мм}.$

**Цепь №3:**  $S_{11} - A_2 = 0$ ;  $S_{11} = A_2 = 16_{-0,43} \text{ мм}.$

**Цепь №4:**  $S_9 + S_{10} - A_3 = 0$ ;  $S_9 = A_3 - S_{10} = 48_{-0,62} - 20_{-0,52} = 28_{-0,62}^{+0,52} \text{ мм}.$

**Цепь №5:**  $S_{10} - S_2 + S_6 - Z_{11} = 0$ ;  $Z_{11min} = S_{10min} - S_{2max} + S_{6min}$ ;

$$S_{6min} = S_{2max} - S_{10min} + Z_{11min} = 94 - 19,48 + 0,3 = 74,82 \text{ мм}.$$

Назначаем допуск на размер  $S_{6min}$  по 10 качеству и по посадке  $h$ , т.е.:

$$TS_{6min} = 0,12 \text{ мм}, ES = 0 \text{ мм}; EI = -0,12 \text{ мм}.$$

Максимальный размер  $S_6$ , он же и является номинальным:

$$S_{6max} = S_{6min} + TS_6 = 74,82 + 0,12 = 74,94 \text{ мм}.$$

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_6 = 74,94_{-0,12} \text{ мм}.$

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_{11}$ :

$$Z_{11} = S_{10} - S_2 + S_6 = 20_{-0,52} - 94_{-0,87} + 74,94_{-0,12} = 0,94_{-0,64}^{+0,87} \text{ мм}.$$

**Цепь №6:**  $S_9 + S_{10} - S_2 + S_7 - Z_7 = 0$ ;  $Z_{7min} = S_{9min} + S_{10min} - S_{2max} + S_{7min}$ ;

$$S_{7min} = S_{2max} - S_{9min} - S_{10min} + Z_{7min} = 94 - 27,38 - 19,48 + 0,3 = 47,44 \text{ мм}.$$

Назначаем допуск на размер  $S_{7min}$  по 8 качеству и по посадке  $h$ , т.е.:

$TS_{7min}=0,039$  мм,  $ES=0$  мм,  $EI=-0,039$  мм.

Максимальный размер  $S_7$ , он же и является номинальным:

$$S_{7max}=S_{7min}+TS_7=47,44+0,039=47,479 \text{ мм.}$$

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_7=47,44_{-0,039}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_7$ :

$$Z_7=S_9+S_{10}-S_2+S_7=28_{-0,62}^{+0,52}+20_{-0,52}-94_{-0,87}+47,44_{-0,039}=1,44_{-1,179}^{+1,39} \text{ мм.}$$

**Цель №7:**  $S_8-S_7+S_{11}-Z_6=0$ ;  $Z_{6min}=S_{8min}-S_{7max}+S_{11min}$ ;

$$S_{8min}=S_{7max}-S_{11min}+Z_{6min}=47,44-15,57+0,3=32,17 \text{ мм.}$$

Назначаем допуск на размер  $S_{8min}$  по 8 качеству и по посадке  $h$ , т.е.:

$$TS_{8min}=0,039 \text{ мм, } ES=0 \text{ мм, } EI=-0,039 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $S_8$ , он же и является номинальным:

$$S_{8max}=S_{8min}+TS_8=32,17+0,039=32,209 \text{ мм.}$$

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_8=32,209_{-0,039}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_6$ :

$$Z_6=S_8-S_7+S_{11}=32,209_{-0,039}-47,44_{-0,039}+16_{-0,43}=0,769_{-0,469}^{+0,039} \text{ мм.}$$

**Цель №8:**  $S_3-S_2+S_7-S_8-Z_5=0$ ;  $Z_{5min}=S_{3min}-S_{2max}+S_{7min}-S_{8max}$ ;

$$S_{3min}=S_{2max}-S_{7min}+S_{8max}+Z_{5min}=94-47,401+32,209+0,5=79,308 \text{ мм.}$$

Назначаем допуск на размер  $S_{3min}$  по 10 качеству и по посадке  $h$ , т.е.:

$$TS_{3min}=0,12 \text{ мм, } ES=0 \text{ мм, } EI=-0,12 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $S_3$ , он же и является номинальным:

$$S_{3max}=S_{3min}+TS_3=79,308+0,12=79,428 \text{ мм.}$$

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_3=79,428_{-0,12}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_5$ :

$$Z_5=S_3-S_2+S_7-S_8=79,428_{-0,12}-94_{-0,87}+47,44_{-0,039}-32,209_{-0,039}=0,659_{-0,159}^{+0,909} \text{ мм.}$$

**Цель №9:**  $-S_7+S_2-S_4-Z_8=0$ ;  $Z_{8min}=S_{2min}-S_{7max}-S_{4max}$ ;

$$S_{4max}=S_{2min}-S_{7max}-Z_{8min}=93,13-47,44-0,5=45,19 \text{ мм.}$$

Назначаем допуск на размер  $S_{4max}$  по 12 качеству и по посадке  $h$ , т.е.:

$$TS_{4max}=0,25 \text{ мм, } ES=0 \text{ мм, } EI=-0,25 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $S_4$ , он же и является номинальным.

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_4=45,19_{-0,25}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_8$ :

$$Z_8=-S_7+S_2-S_4=-47,44_{-0,039}+94_{-0,87}-45,19_{-0,25}=1,37_{-0,87}^{+0,289} \text{ мм.}$$

**Цель №10:**  $S_4-S_2+S_1-Z_9=0$ ;  $Z_{9min}=S_{4min}-S_{2max}+S_{1min}$ ;

$$S_{1min}=S_{2max}-S_{4min}+Z_{9min}=94-44,94+2,2=51,26 \text{ мм.}$$

Назначаем допуск на размер  $S_{1min}$  по 12 качеству и по посадке  $h$ , т.е.:

$$TS_{1min}=0,3 \text{ мм, } ES=0 \text{ мм, } EI=-0,3 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $S_1$ , он же и является номинальным:

$$S_{1max}=S_{1min}+TS_1=51,26+0,3=51,56 \text{ мм.}$$

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_1=51,56_{-0,3}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_9$ :

$$Z_9=S_4-S_2+S_1=45,19_{-0,25}-94_{-0,87}+51,56_{-0,3}=2,75_{-0,55}^{+0,87} \text{ мм.}$$

**Цель №11:**  $-S_2+S_1+Z_1-Z_{15}=0$ ;  $Z_{15min}=-S_{2max}+S_{1min}+Z_{1min}$ ;

$$Z_{1min}=S_{2max}-S_{1min}+Z_{15min}=94-51,26+2,2=44,94 \text{ мм.}$$

Принимаем допуски и предельные отклонения на размер заготовки по ГОСТ 2590-88

$$TZ_{1min}=0,6 \text{ мм, } ES_{Z_1}=+0,1 \text{ мм, } EI_{Z_1}=-0,5 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $Z_1$ , он же и является номинальным:

$$Z_{1max}=Z_{1min}+TZ_{1min}=44,94+0,6=45,54 \text{ мм.}$$

На эскизе заготовки будет проставлен размер:  $Z_1=45,54_{-0,5}^{+0,1}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_{15}$ :

$$Z_{15} = -S_2 + S_1 + 3_1 = -94_{-0,87} + 51,56_{-0,3} + 45,54_{-0,5}^{+0,1} = 3,1_{-0,8}^{+0,97} \text{ мм.}$$

**Цель №12:**  $3_2 - 3_1 - S_1 - Z_2 = 0$ ;  $Z_{2min} = 3_{2min} - 3_{1max} - S_{1max}$ ;

$$3_{2min} = 3_{1max} + S_{1max} + Z_{2min} = 45,64 + 51,56 + 2,2 = 99,4 \text{ мм.}$$

Принимаем допуски и предельные отклонения на размер заготовки по ГОСТ 2590-88

$$T_{32min} = 1,4 \text{ мм, } ES_{32} = +0,3 \text{ мм, } EI_{32} = -1,1 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $3_2$ , он же и является номинальным:

$$3_{2max} = 3_{2min} + TS_{32} = 99,4 + 1,4 = 100,8 \text{ мм.}$$

На эскизе заготовки будет проставлен размер:  $3_2 = 100,8_{-1,1}^{+0,3}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_2$ :

$$Z_2 = 3_2 - 3_1 - S_1 = 100,8_{-1,1}^{+0,3} - 45,54_{-0,5}^{+0,1} - 51,56_{-0,3} = 3,7_{-1,2}^{+1,1} \text{ мм.}$$

**Цель №13:**  $-S_6 + S_2 - S_5 - Z_{12} = 0$ ;  $Z_{12min} = -S_{6max} + S_{2min} - S_{5max}$ ;

$$S_{5max} = S_{2min} - S_{6max} - Z_{12min} = 93,13 - 74,94 - 0,5 = 17,69 \text{ мм.}$$

Назначаем допуск на размер  $S_{5max}$  по 12 квалитету и по посадке  $h$ , т.е.:

$$TS_{5max} = 0,18 \text{ мм, } ES = 0 \text{ мм, } EI = -0,18 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $S_5$ , он же и является номинальным.

На операционном эскизе будет проставлен размер:  $S_5 = 17,69_{-0,18}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_{12}$ :

$$Z_{12} = -S_6 + S_2 - S_5 = -74,94_{-0,12} + 94_{-0,87} - 17,69_{-0,18} = 1,37_{-0,87}^{+0,3} \text{ мм.}$$

**Цель №14:**  $-3_3 + 3_2 - 3_1 - S_1 + S_2 - S_3 - Z_4 = 0$ ;  $Z_{4min} = -3_{3max} + 3_{2min} - 3_{1max} - S_{1max} + S_{2min} - S_{3max}$ ;

$$3_{3max} = 3_{2min} - 3_{1max} - S_{1max} + S_{2min} - S_{3max} - Z_{4min} = 99,7 - 45,64 - 51,56 + 93,13 - 79,428 - 2,2 = \text{мм.}$$

Принимаем допуски и предельные отклонения на размер заготовки по ГОСТ 2590-88

$$T_{33max} = 0,4 \text{ мм, } ES_{33} = +0,1 \text{ мм, } EI_{33} = -0,3 \text{ мм.}$$

Максимальный размер  $3_3$ , он же и является номинальным.

На эскизе заготовки будет проставлен размер:  $3_3 = 14,002_{-0,3}^{+0,1}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_4$ :

$$Z_4 = -3_3 + 3_2 - 3_1 - S_1 + S_2 - S_3 = -14,002_{-0,3}^{+0,1} + 100,8_{-1,1}^{+0,3} - 45,54_{-0,5}^{+0,1} - 51,56_{-0,3} + 94_{-0,87} - 79,428_{-0,12} = 4,27_{-2,17}^{+1,52} \text{ мм.}$$

**Цель №15:**  $S_5 - S_2 + S_1 + 3_1 - 3_4 - Z_{13} = 0$ ;  $Z_{13min} = S_{5min} - S_{2max} + S_{1min} + 3_{1min} - 3_{4max}$ ;

$$3_{4max} = S_{5min} - S_{2max} + S_{1min} + 3_{1min} - Z_{13min} = 17,51 - 94 + 51,26 + 45,04 = 19,81 \text{ мм.}$$

Принимаем допуски и предельные отклонения на размер заготовки по ГОСТ 2590-88

$$T_{34max} = 0,4 \text{ мм, } ES_{34} = +0,1 \text{ мм, } EI_{34} = -0,3 \text{ мм.}$$

Номинальный размер:  $3_4 = 3_{4max} - ES_{34} = 19,126 - 0,1 = 19,026 \text{ мм.}$

Максимальный размер  $3_4$ , он же и является номинальным.

На эскизе заготовки будет проставлен размер:  $3_4 = 19,026_{-0,3}^{+0,1}$  мм.

Номинальный размер и предельные отклонения припуска  $Z_{13}$ :

$$Z_{13} = S_5 - S_2 + S_1 + 3_1 - 3_4 = 17,69_{-0,18} - 94_{-0,87} + 51,56_{-0,3} + 45,54_{-0,5}^{+0,1} - 19,026_{-0,3}^{+0,1} = 1,764_{-1,08}^{+1,27} \text{ мм.}$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Размерный анализ технологических процессов: сборник практических работ/ сост.: Г.Я. Беляев (и др.). – Минск: БНТУ, 2010.–351 с.

Миранович А.В.<sup>1</sup>, Мрочек Ж.А.<sup>2</sup>, Калиев Б.К.<sup>3</sup>

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ МНОГОСЛОЙНОМ НАНЕСЕНИИ ПОКРЫТИЙ

1) *Белорусский государственный аграрный технический университет,*

2) *Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

3) *Кызылординский государственный университет им. Коркыт Ата,*

*г. Кызылорда, Республика Казахстан*

*В статье представлена физико-математическая модель определения остаточных напряжений в системе многослойное покрытие-основа при ЭМН специальных паст поверхности цилиндрических деталей и результаты численных исследований влияния теплонпряженности процесса и химического состава порошков на величину остаточных напряжений. Численные исследования проверены экспериментально рентгеноструктурным анализом.*

*В результате исследований установлено, что при ЭМН специальных паст в покрытиях формируются растягивающие тангенциальные и сжимающие радиальные напряжения, в основе – сжимающие тангенциальные и радиальные. Увеличение теплонпряженности процесса наплавки за счет повышения разрядного тока приводит к росту деформаций в системе покрытие-основа. При этом изменение разрядного тока от 100 до 150 А увеличивает остаточные напряжения в 1,2 – 1,7 раза. По условию минимальных остаточных напряжений на границе раздела покрытие-основа наиболее благоприятными для эксплуатационных условий будут покрытия из порошка Fe-2%Ti, которые имеют наименьшие растягивающие остаточные напряжения в покрытии.*

Известно [1], что для упрочнения и восстановления поверхностей пустотелых и нежестких деталей автотракторной и сельскохозяйственной техники, износ которых превышает 0,1 мм на диаметр, применяется электромагнитная наплавка (ЭМН) специальными пастами, обеспечивающая многослойное нанесение износостойких покрытий. Основным преимуществом этого способа является использование смеси композиционных ферромагнитных порошков (ФМП) и связующего компонента (эпоксидной смолы и жидкого стекла), которая обеспечивает в процессе ЭМН точное регулирование расхода порошка, защиту расплава частиц ФМП в рабочей зоне от воздействия окружающей среды и легирование наплавленных слоев необходимыми компонентами [1, 2].

В процессе ЭМН специальными пастами в системе многослойное покрытие-основа возникают и перераспределяются остаточные напряжения, влияющие на усталостную прочность деталей, износостойкость и коррозионную активность их рабочих поверхностей. Вместе с тем, основной причиной нарушения прочности покрытий вследствие появления в них трещин являются напряжения первого рода (напряжения наплавки) [2, 3].

В этом случае покрытие, в первом приближении, рассматривается как сплошная среда вследствие их невысокой пористости (4 – 8 %). Это существенно упрощает задачу и позволяет проводить расчеты в рамках теории механики сплошной среды (сопротивления материалов, теорий упругости, пластичности и др.) с определенными погрешностями в результаты расчета. Такой подход во многих случаях оправдан исходя из

возможности создания относительно простых программных средств, реализующих физико-математические модели и их уточнение по результатам экспериментов [4, 5].

Ввиду того, что при нанесении покрытий из различных материалов в процессе ЭМН на цилиндрические детали специальными пастами наплавленный слой рассматривается как тонкостенная многослойная цилиндрическая оболочка [3, 5, 6], то для определения остаточных напряжений, возникающих в системе многослойное покрытие-основа, наиболее целесообразно рассматривать многослойную оболочку как эквивалентную однослойную (рис.). При этом, заменив многослойную цилиндрическую оболочку эквивалентной толщиной  $\delta_3 = \sum_{i=1}^n \delta_i$  с радиусом  $R$  срединной поверхности, эквивалентная однослойная оболочка деформируется, так же как и многослойная.

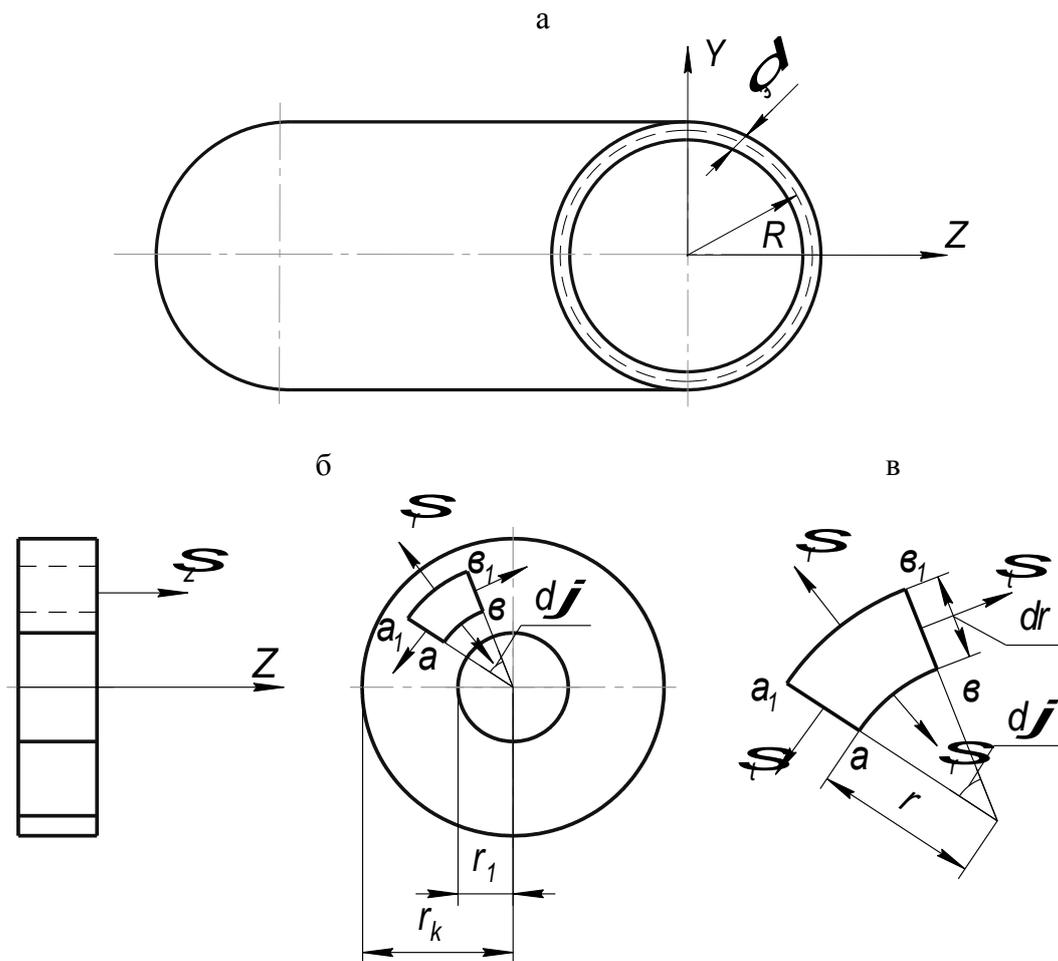


Рис. 1. Основная цилиндрическая деталь:  
 $a$  – эквивалентный слой;

$b$  – кольцо, вырезанное из цилиндра;  $v$  – элемент, вырезанный из кольца

В процессе ЭМН остаточные напряжения первого рода уравниваются в объеме, соизмеримом с размерами упрочняемой цилиндрической детали и наплавленного слоя. При этом микрокапля расплава ФМП в момент соприкосновения с обрабатываемой поверхностью имеет температуру плавления  $T_{пл}$ . Так как это происходит при наличии смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ), то температура в контуре микрокапли ФМП быстро падает к моменту завершения образования первого слоя на поверхности основы. Поэтому наплавленный слой имеет небольшую температуру  $t_2$ , которую с достаточной

точностью можно считать одинаковой по длине стержня, т.е. в направлении оси  $Z$  (рис.). По радиусу основы температура будет уменьшаться от поверхности к центру.

Вследствие неравномерного распределения температуры по радиусу в материале детали возникают остаточные напряжения (напряжения наплавки). Учитывая, что температура детали до ЭМН была равна температуре окружающей среды  $t_k$ , то температура, от которой будут возникать напряжения наплавки, будет равна:

– в центре цилиндрической детали (при  $r = 0$ )

$$T_0 = t_{0n} - t_k ;$$

– на поверхности цилиндрической детали

$$T_2 = t_{2n} - t_k .$$

В процессе остывания после нанесения первого слоя дополнительно возникают напряжения остывания, как в основной детали, так и в наплавленном слое.

При наплавке следующего слоя температура на поверхности детали снова устанавливается примерно равной  $t_2$  (или несколько выше, так как деталь к этому времени полностью не остыла). Однако, ввиду того, что процесс ЭМН осуществляется в потоке СОЖ, то  $t_{2i}$  (температура на поверхности детали при наплавке  $i$ -го слоя) будет мало отличаться от  $t_2$ , а  $t_{0i}$  (температура в центре детали) от  $t_0$ . Так как  $t_{2i} > t_2$  и  $t_{0i} > t_0$ , то остальные напряжения, возникшие при остывании после нанесения предыдущего слоя, исчезнут. После нанесения последнего слоя температура на поверхности основной детали и в наплавленных слоях равна  $t_{2n}$ , а в центре основной детали  $t_{0n}$ .

Условно, заменив наплавленные слои эквивалентным слоем, напряжения наплавки в основной детали, а также напряжения остывания в основной детали и в эквивалентном слое, определяются, как

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= t_{0n} - t_k ; \\ T_2 &= t_{2n} - t_k . \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При этом распределение температуры по радиусу описывается [2]

$$T_0(r) = T_0 + T_2^* \left(\frac{r}{r_{\hat{e}}}\right)^n \quad (2)$$

где  $T_2^* = T_2 - T_0$ ;  $r$  – текущий радиус;  $r_k$  – внешний радиус детали;  $n$  – параметр, определяемый на основании экспериментальных замеров температуры по радиусу.

*Напряжения наплавки в основном цилиндре.* Предположим, что распределение температуры симметричным относительно оси цилиндра и постоянно вдоль этой оси. В этом случае деформации цилиндра будут симметричными относительно его оси.

Вырежем из цилиндра кольцо с двумя поперечными сечениями, перпендикулярными к оси и находящимися одно от другого на расстоянии, равном единице (рис. 1.). Допустим, что при деформации эти поперечные сечения остаются плоскими, если взять их на достаточном расстоянии от торцов цилиндра. Следовательно, в этом случае относительные удлинения в осевом направлении будут постоянными. Обозначим ось цилиндра  $Z$ , осевое перемещение  $w$ , текущий радиус  $r$ , перемещение в направлении радиуса  $u$ . Тогда относительные удлинения: осевое, радиальное и окружное будут равны соответственно

$$\varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = \text{const}; \quad \varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad \varepsilon_t = \frac{u}{r}. \quad (3)$$

Выделим из кольца элемент  $a$  в  $a_1$  в  $l$  (рис. 1., в).

Ввиду симметрии по граням этого элемента будут отсутствовать касательные напряжения, а будут присутствовать только нормальные напряжения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ . Тогда связь между деформациями и напряжениями запишется законом Гука с учетом температурных деформаций следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E_0} (\sigma_r - \mu_0 (\sigma_t + \sigma_z)) + \alpha_0 T(r); \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E_0} (\sigma_t - \mu_0 (\sigma_z + \sigma_r)) + \alpha_0 T(r); \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E_0} (\sigma_z - \mu_0 (\sigma_r + \sigma_t)) + \alpha_0 T(r), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $E_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\alpha_0$  – модуль упругости, коэффициент Пуассона и коэффициент линейного температурного расширения материала детали. Из уравнений (4) определим напряжения

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E_0} (\sigma_r - \mu_0 (\sigma_t + \sigma_z)) + \alpha_0 T(r); \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E_0} (\sigma_t - \mu_0 (\sigma_z + \sigma_r)) + \alpha_0 T(r); \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E_0} (\sigma_z - \mu_0 (\sigma_r + \sigma_t)) + \alpha_0 T(r), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\theta = \varepsilon_r + \varepsilon_t + \varepsilon_z$  – объемная деформация.

Условие равновесия выделенного элемента  $a$  в  $a_1$  в  $l$  (рис. 1., в) запишется уравнениями

$$r \frac{d\sigma_r}{dz} + \sigma_r - \sigma_t = 0; \quad \int_A \sigma_z dA = 0 \quad (6)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения основного цилиндра.

Решив совместно уравнения (3), (5) и (6), получим

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d(ur)}{dr} \right) = \frac{1 + \mu_0}{1 - \mu_0} \alpha_0 \frac{dT(r)}{dr}. \quad (7)$$

Проинтегрировав уравнение (7) дважды по  $r$ , найдем

$$u = Cr + \frac{D}{r} + \frac{1 + \mu_0}{1 - \mu_0} \frac{\alpha_0}{r} \int_{r_1}^r T(r) dr. \quad (8)$$

Деформации  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_t$  по зависимостям (3) запишутся через перемещение  $u$  согласно (8), а деформация  $\varepsilon_z$  определится из второго уравнения (6).

В этом случае, подставив деформации в (5), получим общие зависимости для напряжений

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E_0}{1-\mu_0} \left( C + \frac{1-\mu_0}{1+\mu_0} \frac{D}{r^2} - \frac{\alpha_0}{r^2} \int_{r_1}^r rT(r)dr \right); \\ \sigma_t &= \frac{E_0}{1-\mu_0} \left( C + \frac{1-\mu_0}{1+\mu_0} \frac{D}{r^2} - \frac{\alpha_0}{r^2} \int_{r_1}^r rT(r)dr - \alpha_0 T(r) \right); \\ \sigma_z &= \frac{E_0 \alpha_0}{1-\mu_0} \left( \frac{2}{r_k^2 - r_1^2} \int_{r_1}^r rT(r)dr - T(r) \right), \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

Постоянные интегрирования  $C$  и  $D$  определяются из условий на внутренней и наружной поверхностях цилиндра. Так как в процессе наплавки эти поверхности свободны от внешних сил, то условия для определения  $C$  и  $D$  выразятся:

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = 0; \quad (\sigma_r)_{r=r_k} = 0.$$

Используя эти условия в уравнениях (8, 8a), найдем

$$C = \frac{\alpha_0}{r_k^2 - r_1^2} \int_{r_1}^r rT(r)dr,$$

$$D = \frac{(1+\alpha_0)r_1^2 \alpha_0}{(1-\mu_0)(r_k^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^r rT(r)dr.$$

С учетом зависимостей  $C$  и  $D$  напряжения запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E_0 \alpha_0}{(1-\mu_0)r^2} \left( \frac{r^2 - r_1^2}{r_k^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_k} rT(r)dr - \int_{r_1}^r rT(r)dr \right); \\ \sigma_t &= \frac{E_0 \alpha_0}{(1-\mu_0)r^2} \left( \frac{r^2 - r_1^2}{r_k^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_k} rT(r)dr + \int_{r_1}^r rT(r)dr - r^2 T(r) \right); \\ \sigma_z &= \frac{E_0 \alpha_0}{1-\mu_0} \left( \frac{2}{r_k^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_k} rT(r)dr - T(r) \right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Чтобы определить напряжения наплавки в основном (полном) цилиндре необходимо в зависимости (9) подставить распределение температуры  $T(r)$  по радиусу согласно (2).

После подстановки и интегрирования получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(H)} &= \frac{E_0 \alpha_0 T_2^*}{(n+2)(1-\mu_0)} \frac{r_k^2}{r^2} \left[ \frac{r^2 - r_1^2}{r_k^2 - r_1^2} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) - \left( \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) \right]; \\ \sigma_{t(H)} &= \frac{E_0 \alpha_0}{(1-\mu_0)} \frac{r_k^2}{r^2} \left[ \frac{T_2^* r_k^2}{n+2} \left( \frac{r^2 - r_1^2}{r_k^2 - r_1^2} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) - (n+1) \left( \frac{r}{r_k} \right)^{n+2} - T_0 r_1^2 \right]; \\ \sigma_{z(H)} &= \frac{E_0 \alpha_0 T_2^*}{(1-\mu_0)} \left[ \frac{2r_k^2}{(n+2)(r_k^2 - r_1^2)} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) - \left( \frac{r}{r_k} \right)^n \right]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Если основной цилиндр сплошной, то для определения напряжений наплавки необходимо в зависимостях (10) использовать условия, что  $r_1 = 0$ . В этом случае напряжения наплавки в основном цилиндре будут определяться, как

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(H)}^* &= \frac{E_0 \alpha_0 T_2^*}{(n+2)(1-\mu_0)} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_k} \right)^n \right]; \\ \sigma_{t(H)}^* &= \frac{E_0 \alpha_0 T_2^*}{(n+2)(1-\mu_0)} \left[ 1 - (n+1) \left( \frac{r}{r_k} \right)^n \right]; \\ \sigma_{z(H)}^* &= \frac{E_0 \alpha_0 T_2^*}{(n+2)(1-\mu_0)} \left[ 2 - (n+2) \left( \frac{r}{r_k} \right)^n \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Таким образом, зависимости (10) и (11) позволяют определить напряжения, возникающие в процессе наплавки в основном цилиндре в том случае, когда он полый, и когда он сплошной.

*Напряжения, возникающие при остывании после наплавки всех слоев.* После наплавки всех слоев заменим их одним эквивалентным слоем с эквивалентными – модулем упругости  $E_3$ , коэффициентом Пуассона  $\mu_3$  и коэффициентом линейного температурного расширения  $\alpha_3$ . В результате получаем полый толстостенный цилиндр с наплавленным эквивалентным слоем. Согласно [4, 5], где рассматривается полый цилиндр с одним слоем, напряжения остывания в основном цилиндре определяются зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(0)} &= \frac{E_0}{1-\mu_0^2} \left[ C_0(1+\mu_0) - D_0 \frac{1-\mu_0}{r^2} \right] + \frac{E_0 \alpha_0}{(1-\mu_0)r^2} \left[ \frac{r^2 - r_1^2}{2} T_0 + \frac{T_2^* r_k^2}{n+2} \left( \left( \frac{r}{r_k} \right)^{n+2} - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) \right]; \\ \sigma_{\varphi(0)} &= \frac{E_0}{1-\mu_0^2} \left[ C_0(1+\mu_0) + D_0 \frac{1-\mu_0}{r^2} \right] + \frac{E_0 \alpha_0}{(1-\mu_0)} \left[ T_0 + T_2^* \left( \frac{r}{r_k} \right)^n - \frac{T_2^* r_k^2}{(n+2)r^2} \left( \left( \frac{r}{r_k} \right)^{n+2} - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) - \frac{T_0}{2r^2} (r^2 - r_1^2) \right]; \\ \sigma_{z(0)} &= \frac{E_0}{(1+\mu_0)(1-2\mu_0)} [(1-\mu_0)\varepsilon_{z(0)} + 2\mu_0 C_0] + \frac{E_0 \alpha_0}{(1-\mu_0)} \left[ T_0 + T_2^* \left( \frac{r}{r_k} \right)^n \right], \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

а напряжения остывания в эквивалентном слое следующими:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(\vartheta)} &= \frac{E_\vartheta}{1-\mu_\vartheta^2} \left[ C_\vartheta(1+\mu_\vartheta) - D_\vartheta \frac{1-\mu_\vartheta}{r^2} \right] + \frac{E_\vartheta \alpha_\vartheta T_2}{(1-\mu_\vartheta)r^2} \frac{r^2 - r_k^2}{2}; \\ \sigma_{\varphi(\vartheta)} &= \frac{E_\vartheta}{1-\mu_\vartheta^2} \left[ C_\vartheta(1+\mu_\vartheta) + D_\vartheta \frac{1-\mu_\vartheta}{r^2} \right] + \frac{E_\vartheta \alpha_\vartheta T_2}{(1-\mu_\vartheta)} \left( 1 - \frac{r^2 - r_k^2}{2r^2} \right); \\ \sigma_{z(\vartheta)} &= \frac{E_\vartheta}{(1+\mu_\vartheta)(1-2\mu_\vartheta)} [(1-\mu_\vartheta)\varepsilon_{z(\vartheta)} + 2\mu_\vartheta C_\vartheta] + \frac{E_\vartheta \alpha_\vartheta}{(1-\mu_\vartheta)} T_2, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $r_2$  – внешний радиус эквивалентного слоя ( $r_2 = r_k + \delta_0$ ).

$$\begin{aligned} C_0 &= -\frac{1-\mu_0}{r_k^2 - r_1^2} \left( K_1 + \frac{r_k^2}{E_0} P \right); D_0 = -\frac{(1+\mu_0)r_1^2}{r_k^2 - r_1^2} \left( K_1 + \frac{r_k^2}{E_0} P \right); \\ C_\vartheta &= \frac{1-\mu_\vartheta}{r_2^2 - r_k^2} \left( \frac{r_k^2}{E_0} P - \frac{\alpha_\vartheta T_2}{1-\mu_\vartheta} \frac{r_2^2 - r_k^2}{2} \right); \\ D_\vartheta &= \frac{(1+\mu_\vartheta)r_k^2}{r_2^2 - r_k^2} \left( \frac{r_k^2}{E_0} P - \frac{\alpha_\vartheta T_2}{1-\mu_\vartheta} \frac{r_2^2 - r_k^2}{2} \right); \\ K_1 &= \frac{\alpha_0 T_0}{1(1-\mu_0)} (r_k^2 - r_1^2) + \frac{\alpha_0 T_2^* r_k^2}{(1-\mu_0)(n+2)} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right); \\ P &= \frac{\frac{\alpha_\vartheta T_2}{1-\mu_\vartheta} - \frac{\alpha_0 T_0}{1-\mu_0} - \frac{2\alpha_0 T_2^* r_k^2}{(1-\mu_0)(r_k^2 - r_1^2)(n+2)} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right)}{\frac{(1-\mu_0)r_k^2 + (1+\mu_0)r_1^2}{E_0(r_k^2 - r_1^2)} + \frac{(1-\mu_0)r_k^2 + (1+\mu_0)r_1^2}{E_\vartheta(r_2^2 - r_k^2)}}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{z(0)} = -\frac{1}{B_1 + B_2} \left[ \frac{E_0 \alpha_0 T_0}{2(1-\mu_0)} (r_k^2 - r_1^2) + \frac{E_0 \alpha_0 T_2^* r_k^2}{(1-\mu_0)(n+2)} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_k} \right)^{n+2} \right) + \frac{E_\vartheta \alpha_\vartheta T_2}{2(1-\mu_\vartheta)} (r_2^2 - r_k^2) + \frac{E_0 \mu_0 (r_k^2 - r_1^2)}{(1+\mu_\vartheta)(1-2\mu_\vartheta)} C_\vartheta \right];$$

$$B_1 = \frac{E_0 (1 - \mu_0)(r_k^2 - r_1^2)}{2(1 + \mu_0)(1 - 2\mu_0)}; B_2 = \frac{E_y (1 - \mu_y)(r_2^2 - r_k^2)}{2(1 + \mu_y)(1 - 2\mu_y)}$$

Полные остаточные напряжения в основном цилиндре будут складываться из напряжений, возникающих при наплавке (10), и напряжений, возникающих при остывании (12), т.е.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(\hat{n}\hat{d})} &= \sigma_{r(i)} + \sigma_{r(0)}; \\ \sigma_{t(\hat{n}\hat{d})} &= \sigma_{t(i)} + \sigma_{t(0)}; \\ \sigma_{z(\hat{n}\hat{d})} &= \sigma_{z(i)} + \sigma_{z(0)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Остаточные напряжения в эквивалентном слое определяются зависимостями (15). Для того, чтобы определить остаточные напряжения в случае если основной цилиндр сплошной, необходимо в зависимостях (12 – 14) предположить, что  $r_1 = 0$ .

При определении остаточных напряжений для каждого образца задавались теплофизические и упругие характеристики материалов покрытия и основы [7, 8], диапазон температур, который обеспечивался режимом ЭМН. Последний был оптимальным [1] за исключением силы разрядного тока, т.к. изменением его регулировали температуру в системе покрытие-основа. Приняли, что покрытия наплавлялись на поверхность диаметром 40 мм из стали 45 (ГОСТ 1050 – 88), подвергнутой нормализации, порошками ФБХ 6-2, Fe-5% V, Fe-2% Ti, С-300. Установлено, что в зависимости от условий наплавки величина остаточных напряжений в покрытии изменялась в пределах от 166 до 598 МПа, в основе от – 12 до – 19 МПа. Характер их распределения не изменялся: в покрытии формируются растягивающие тангенциальные и сжимающие радиальные напряжения, в основе – сжимающие тангенциальные и радиальные. Увеличение теплонапряженности процесса ЭМН за счет повышения разрядного тока приводит к росту термопластических деформаций в системе покрытие-основа. Так, изменение разрядного тока от 100 до 150 А увеличивает остаточные напряжения в 1,2 – 1,7 раза. Например, для покрытия Fe-5% V при температуре поверхности основы 162 °С тангенциальные растягивающие напряжения на поверхности покрытия равны 151 МПа, при 200 °С – 269 МПа, т.е. напряжения увеличиваются. При тех же условиях тангенциальные сжимающие напряжения на поверхности основы соответственно равны – 10,9; – 13,9 МПа. Следовательно, с возрастанием температуры увеличение тангенциальных напряжений в основе аналогично увеличению их в покрытии. Такая закономерность характерна и для других исследуемых материалов порошка. Так, например, наименьшие остаточные напряжения в используемом температурном диапазоне имеют покрытия из порошка Fe-2% Ti, наибольшие – С-300. Численные исследования остаточных напряжений показали, что при температуре основы 155 °С, которую обеспечивает оптимальная сила разрядного тока, равная 110 А, в покрытиях формируются растягивающие остаточные напряжения, которые для покрытий из рассматриваемых порошков в порядке убывания их величины можно расположить в следующей последовательности:

$$169(\text{C-300}) \rightarrow 157(\text{ФБХ 6-2}) \rightarrow 149(\text{Fe-5\% V}) \rightarrow 133(\text{Fe-2\% Ti}).$$

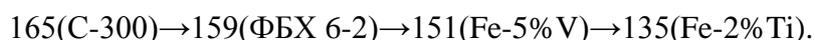
По условию минимальных остаточных напряжений на границе раздела покрытие-основа наиболее благоприятным для эксплуатационных условий будет покрытие из порошка Fe-2% Ti, которое имеет наименьшие растягивающие остаточные напряжения в покрытии.

Результаты численных исследований остаточных напряжений в системе покрытие-основа показали, что величина остаточных напряжений в зависимости от химического состава порошка и режима нанесения покрытий может меняться в широких пределах.

С целью проверки разработанного теоретического метода расчета остаточных напряжений в системе покрытие-основа проведены экспериментальные исследования с использованием рентгеноструктурного анализа и определения параметров линейно-напряжённого состояния материала по смещению линий рентгенограммы [7, 8].

Рентгеноструктурный анализ проводили на дифрактометре ДРОН-7. Съёмка профиля рентгеновской линии выполнялась в автоматическом режиме. Покрытия из порошков на образцы из стали 45 формировали на оптимальном режиме.

Анализ полученных результатов показал, что в покрытиях формируются остаточные напряжения растяжения, которые для исследуемых порошков в порядке убывания их величины можно расположить в следующей последовательности:



Установлено, что остаточные напряжения, определенные в покрытиях, как расчетным путем, так и экспериментально, по значениям близки. При этом определенные экспериментально имеют меньшие значения и расхождение величин напряжений находятся в пределах 14 – 18 %, что позволяет рекомендовать разработанную математическую модель для расчета остаточных напряжений в системе покрытие-основа при наплавке.

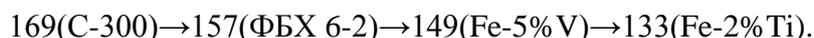
#### **Заключение**

В результате анализа экспериментальных результатов исследований и математических расчетов:

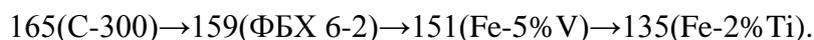
– разработана физико-математическая модель определения остаточных напряжений в системе покрытие-основа при многослойном нанесении порошков в составе паст ЭМН на цилиндрические поверхности деталей;

– численные расчеты остаточных напряжений показали, что при ЭМН в покрытиях формируются растягивающие тангенциальные и сжимающие радиальные напряжения, в основе – сжимающие тангенциальные и радиальные. Увеличение теплонапряженности процесса наплавки за счет повышения разрядного тока приводит к росту термопластических деформаций в системе покрытие-основа, а изменение разрядного тока от 100 до 150 А увеличивает остаточные напряжения в 1,2 – 1,7 раза;

– установлено, что при температуре основы 155°С, которую обеспечивает оптимальная сила разрядного тока, равная 110 А, в покрытиях формируются растягивающие остаточные напряжения, которые для покрытий из рассматриваемых порошков в порядке убывания их величины можно расположить в следующей последовательности:



– анализ результатов, полученных экспериментальным путем, позволил установить, что в покрытиях формируются остаточные напряжения растяжения, которые для используемых порошков в порядке убывания их величины можно рассматривать в следующей последовательности:



## ЛИТЕРАТУРА

1. Мрочек, Ж.А. Повышение износостойкости быстроизнашивающихся деталей сельскохозяйственной техники с использованием электромагнитной наплавки / Ж.А. Мрочек, А.В. Миранович // Машиностроение : Респ. межведомств. сб. науч. тр. Вып. 30 / Под ред. В.К. Шелега. – Минск : БНТУ, 2017. – С. 142–144.
2. Теория и практика нанесения защитных покрытий./ П.А. Витязь, В.С. Ивашко, А.Ф. Ильющенко и др. – Минск : Беларуская навука, 1998. – 583 с.
3. Остаточные напряжения / Ж.А. Мрочек, С.С. Макаревич, Л.М. Кожуро и др. – Минск : УП «Технопринт», 2003. – 352 с.
4. Барвинок, В.А. Управление напряженным состоянием и свойства плазменных покрытий. – М. : Машиностроение, 1990. – 384 с.
5. Ящерицын, П.И. Остаточные напряжения при электромагнитной наплавке / С.С. Макаревич, А.П. Ракомсин, Л.М. Кожуро // Весці НАН Беларусі. Сер.физ.-техн.навук. – 2000. – №2. – С.62-65.
6. Биргер, И.А. Остаточные напряжения / И.А. Биргер. – М. : Машгиз, 1963. – 240 с.
7. Миркин Л.И. Рентгеноструктурный анализ машиностроительных материалов : Справочник. – М. : Машиностроение, 1979. – 134 с.
8. Комяк Н.И. Рентгеновские методы и аппаратура для определения напряжений / Н.И. Комяк, Ю.Т. Мясников – Л. : Машиностроение, 1972. – 88 с.

УДК 621.789-977

**Сакович Н. А.**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА МИКРОСТРУКТУРУ МЕТАЛЛОПОКРЫТИЯ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*В настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований влияния поверхностной высокотемпературной термомеханической обработки (ПВ ТМО) на микроструктуру металлопокрытий. Показано, что при ПВ ТМО металлопокрытий износ уменьшается по сравнению с закалкой в 2 раза.*

Повышение прочности металлопокрытий при поверхностной высокотемпературной обработке (ПВ ТМО) определяется структурными изменениями, происходящими во время осуществления самой операции упрочнения и их стабильностью при последующих операциях термо- и механообработке. При осуществлении ПВ ТМО путем обкатки цилиндрической поверхности продольно перемещающимися роликами [1] было изучено влияния процесса на микро- и субмикроструктуру металлопокрытия следующего химического состава: С-0,51%, С<sub>2</sub>-2%, Мп-0,91%, Si-0,46%.

Установлено, что мартенситная структура металлопокрытия в результате ПВ ТМО несколько измельчена по сравнению с высокочастотной закалкой. Однако трудно установить количественную закономерность в изменении микроструктуры в зависимости от режимов ПВ ТМО. Аналогичная картина была зафиксирована при определении твердости и микротвердости, которые после ПВ ТМО несколько увеличиваются. Указанные параметры в условиях термомеханической обработки, по-видимому, не являют-

ся решающими для характеристики состояния материала. Определяющим для понимания природы упрочнения в результате ПВ ТМО является факт наклепа аустенита [2] в результате пластической деформации, изменение формы и размеров зерен аустенита, преобразование структуры, наследственная передача дислокационной структуры деформированного аустенита образующемуся при закалке мартенситу. После ПВ ТМО наблюдается значительное измельчение аустенитных зерен и искажение их границ. Эти изменения происходят в результате смещения частей аустенитных зерен при пластической деформации по плоскостям скольжения, а также в результате диффузионных процессов.

На рис.1 приведена фотография микроструктуры аустенитного зерна металлопокрытия, подвергнутого поверхностной обкатке в трехроликовом приспособлении и обычной закалке. Ввиду многократной пластической деформации, характерной для этого случая, вытянутости зерен не наблюдается. Границы зерен аустенита металлопокрытия выявлялись травлением в насыщенном водном растворе пикриновой кислоты с добавкой 1...3% поверхностно-активного вещества (алкилсульфоната натрия). Кроме дробления зерен в результате ПВ ТМО, происходят и изменения в тонкой структуре металлопокрытия.

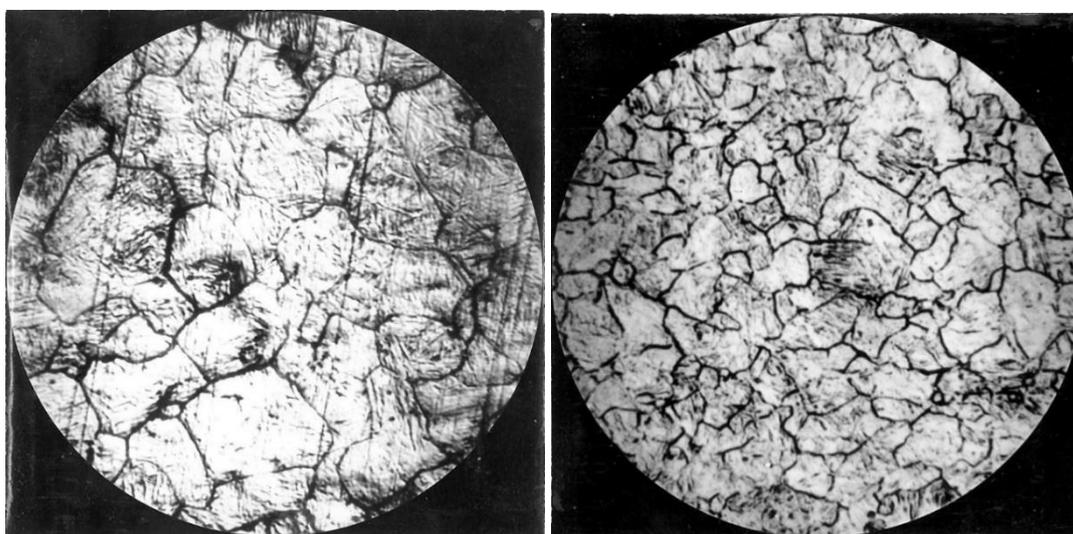


Рис. 1. Фотографии микроструктуры аустенитного зерна металлопокрытия:  
*a* – наплавка + закалка; *б* – наплавка + ПВ ТМО

Измельчение тонкого строения металлопокрытия оценивали по данным рентгеноструктурного анализа. Как показали рентгенографические исследования, ПВ ТМО приводит к увеличению ширины линии (110) $\alpha$  с 3,0 мм после закалки ТВЧ до 3,21 мм и линии (220) $\alpha$  с 5,35 мм до 6,3 мм. Уширение первой из них характеризует измельчение блоков мозаики, второй - увеличение напряжений второго рода. Оба фактора оказывают существенное влияние на увеличение механических и эксплуатационных свойств металлопокрытий. Исследование структуры металлопокрытия в электронном микроскопе позволило установить, что в результате ПВ ТМО степень дисперсности структуры, а также форма и количество включений существенно меняются.

После обычной закалки с нагревом ТВЧ количество включений незначительно и они имеют вытянутую форму. Такие включения обычно рассматриваются как карбиды.

С увеличением усилия обкатывания количество карбидных частиц возрастает, изменяется также их форма. При оптимальных усилиях обкатки (2500...3500Н) карбиды приобретают округлую или многогранную форму. В этом интервале усилий наблюдается наибольшее увеличение износостойкости металлопокрытия [1]. Выделение карбидов является одним из основных упрочняющих факторов при ПВ ТМО. Образование в

структуре металлопокрытия в процессе ПВ ТМО большого количества дисперсных включений служит препятствием движению дислокаций, в результате чего прочность и эксплуатационные характеристики металлопокрытий повышаются. Кроме того, карбидные включения затрудняют разупрочнение при последующей термической обработке, что является одной из причин существования эффекта «обратимости» ПВ ТМО.

При испытании на износостойкость наилучшие результаты получены именно в случае выпадения наиболее дисперсных карбидных частиц сфероидальной формы.

ПВ ТМО повышает износостойкость сталей и сплавов в условиях трения со смазкой [2,1], в коррозионно-абразивной среде [3] и др. износостойкость повышается в результате изменения прочности, пластичности и возникновения остаточных напряжений сжатия в поверхностных слоях.

Исследования по определению интенсивности изнашивания производилось по схеме «вкладыш-диск» на модернизированной машине трения СМТ-1. Образцы-диски, упрочненные ПВ ТМО, шлифовались в размер  $50 \pm 0,01$  мм. Шероховатость рабочей поверхности составляла  $Ra=0,16 \dots 0,32$  мкм. При установке диска на машине трения биение не превышало 0,05 мм. В качестве вкладыша использовался высокопрочный чугун ВЧ-100-4 с твердостью НВ 302...363. Внутренний диаметр вкладыша шлифовался в размер  $\varnothing 50 \pm 0,01$  при шероховатости поверхности  $Ra=0,16 \dots 0,32$  мкм. Для исследования применялись диски и вкладыши шириной 15 мм и 5 мм соответственно. В качестве смазочно-охлаждающей жидкости использовалось масло МГ-10 с добавкой 1% микронного кварцевого порошка. При выборе оценки интенсивности изнашивания упрочненных образцов и эталона учитывалось следующее. Образцы для изнашивания имели сравнительно большие размеры и массу. Поэтому весовой метод определения интенсивности с необходимой точностью не может быть применен, так как масса изношенной части и образца несоизмеримы. При малых значениях износа широко применяется профилографирование изнашиваемой поверхности и базы. Об износе судят по профилограмме, снятой с исходной изношенной поверхности. При снятии для этих двух участков профилограмм можно судить о величине износа, а также оценить изменение шероховатости. В нашем случае участок изнашивания имел кольцевую дорожку, а остальная часть служила базой. Профилографирование осуществлялось на профилографе-профилометре типа 252А1. Износ образцов, подвергнутых ПВ ТМО, значительно меньше износа образцов наплавленных и закаленных обычным способом. Так, образцы, упрочненные ПВ ТМО при скорости скольжения 2,5 м/с имеют износ 14 мкм, а образцы, подвергнутые только закалке – 30 мкм. Следовательно, при ПВ ТМО металлопокрытия износ уменьшился по сравнению с закалкой в 2,1 раза.

Таким образом, в процессе ПВ ТМО усиливаются все известные упрочняющие воздействия: повышается плотность и, соответственно, взаимодействие дислокаций, как в результате деформаций аустенита, так и в результате фазового наклепа при мартенситном превращении; образуется перенасыщенный легированный твердый раствор - мартенсит; создается своеобразное кристаллографическое упорядочение - образование двойниковых пластин мартенсита; возрастает количество дисперсий и равномерно определенных частиц упрочняющих фаз (главным образом карбидных) после низкотемпературного отпуска.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тоньшева О. А., Вознесенская Н. М., Шалькевич А. Б., Петраков А. Ф. Исследование влияния высокотемпературной термомеханической обработки на структуру, технологические, механические и коррозионные свойства высокопрочной коррозионноустойчивой стали с переходным содержанием азота. // Авиационные материалы и технологии. – 2012. - №3. – С. 31-36

2. Коджаспиров Г. Е. Термомеханическая обработка – эффективный способ регулирования структуры и свойства металлических материалов и основа ресурсосберегающих техноло-

гий // Тезисы докладов Российской научно-технической конференции «Инновационные наукоемкие технологии для России». – СПб. – 1995. – С. 23

3. Кончиц В.В. Электропроводность точечного контакта при граничной смазке // Трение и износ. 1991, т.12, №2. – С. 267-277

4. Таратута Л.И., Сверчков Л.А., Прогрессивные методы ремонта машин. Минск. «Ураджай». 1975, 344с.

УДК621.923.04

**Синькевич Ю.В.**

## **МЕХАНИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОТДЕЛОЧНО-ЗАЧИСТНОЙ ОБРАБОТКИ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Приведен анализ механических методов отделочно-зачистной обработки поверхности металлических заготовок. Показано, что при выборе метода следует учитывать многочисленные факторы такие, как конфигурация детали, требования к качеству и точности поверхности, производительности обработки, физико-механические свойства поверхностного слоя, величина припуска, возможное негативное влияние обработки на формирование дефектного слоя и другие, в частности, тип производства и его технологические возможности*

Механические методы финишной обработки поверхности заготовок, удаления заусенцев и отделки кромок, получившие наибольшее распространение в мировой практике, могут быть объединены в четыре основные группы: обработка лезвийными инструментами, связанным и свободным абразивами и методы, основанные на пластическом деформировании поверхностного слоя. На отечественных и зарубежных предприятиях для механической отделочной обработки и подготовки поверхности металлических заготовок перед осаждением гальванических покрытий широко применяется шлифование абразивными и лепестковыми кругами, лентами и полимерно-абразивными щетками, в барабанных и вибрационных установках, струйная абразивная и гидроабразивная обработка, крацевание, виброобкатка, полирование лепестковыми кругами и лентами с полировочными пастами, полимерно-абразивными щетками, в барабанных и вибрационных установках и магнитно-абразивная обработка [1].

Шлифование эластичными абразивными кругами и лентами позволяет достичь шероховатости поверхности  $Ra$  1,60–0,02 мкм, а последующее полирование с применением паст –  $Ra$  0,05–0,012 мкм [2, 3]. Точность размеров при ленточном шлифовании цилиндрических поверхностей обеспечивается до 0,01 мм, плоскостей до 0,04 мм, фасонных поверхностей до 0,05–0,07 мм [3]. Круги изготавливаются из фетра, войлока, бязи, сукна, парусины, кожи, фибры или синтетических материалов. В качестве абразивного материала используется корунд, карбид кремния, цирконкорунд [4, 5]. При полировании применяют различные пасты. Наиболее универсальными, эффективными и недорогими пастами являются жировая, маршалитовая, крокусная, известковая и хромовая. Расход пасты типа ГОИ при полировании поверхности площадью 1 м<sup>2</sup> составляет 100–120 г при относительно невысоком съеме металла 0,07–0,40 мг/см<sup>2</sup>·мин. Однако применение паст усложняет последующее обезжиривание деталей, которое зачастую возможно только во вредных органических растворителях. При шлифовании происходит царапание поверхностного слоя заготовки со снятием особо тонких стружек. В связи с этим шероховатость шлифован-

ной поверхности зависит главным образом от режимов шлифования, нагрузки на абразивное зерно, физико-механических и химических свойств обрабатываемого материала и абразивных зерен [6]. На поверхности детали образуется тонкий слой пластически деформированного металла с растягивающими остаточными напряжениями. При неправильном выборе режимов обработки и характеристик шлифовального круга возможно быстрое засаливание круга и появление прижогов на обработанной поверхности [3, 7]. Кроме того, при шлифовании и полировании высока вероятность шаржирования обработанной поверхности частицами абразива. Шлифование и полирование с помощью кругов и лент трудоемко и зачастую выполняется с использованием ручного труда.

Обработка лепестковыми кругами обеспечивает достижение шероховатости поверхности  $Ra$  0,63–0,02 мкм [5, 8]. В зависимости от режимов обработки в поверхностном слое возможно формирование как растягивающих, так и сжимающих остаточных напряжений при незначительной степени упрочнения [9]. Недостатками метода являются ограниченная применимость при обработке заготовок сложной конфигурации, низкая производительность и незначительная величина снимаемого припуска (0,02–0,05 мм).

Технология отделочно-зачистной обработки эластичными щетками на основе полимерно-абразивных волоконных композитов позволяет осуществлять операции полирования, снятия заусенцев, округления острых кромок, очистки поверхности от окалины, продуктов коррозии, оксидных пленок, лакокрасочных покрытий и подготовки поверхности под сварку и склеивание [10]. В зоне скольжения абразивных волокон щетки по обрабатываемой поверхности механизм работы полимерно-абразивной щетки аналогичен механизму работы абразивного круга. Каждое зерно, закрепленное в эластичном волокне, осуществляет абразивное воздействие на поверхность заготовки. Эффективность и качество обработки определяются силовым воздействием абразивных зерен и зависят от конструктивных особенностей инструмента, абразивных частиц, химического состава, физико-механических свойств полимерной связки, режимов обработки и площади контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью [11]. Метод обладает универсальностью и достаточно широкими технологическими возможностями, однако, имеет характерные недостатки – ограниченную применимость при обработке заготовок сложной конфигурации, низкую производительность и незначительную величину снимаемого припуска.

Менее трудоемкой является обработка заготовок в барабанных установках, куда они загружаются насыпью в большом количестве. Обработке подвергаются детали, не имеющие, как правило, жестких допусков. В зависимости от рабочей среды шероховатость поверхности может быть снижена с  $Ra$  1,60–0,80 мкм до  $Ra$  0,40–0,20 мкм [2]. В качестве рабочей среды при шлифовании применяют бой шлифовальных кругов, специальные абразивные керамические материалы пирамидальной формы (чипы) с добавлением корунда или карбида кремния, а также бой гранита, базальта, фарфора и другие. При полировании используют металлические и фарфоровые шарики и цилиндрики, пирамидальные пластиковые чипы, обрезки кожи, фетра, войлока, резины, кукурузные початки, древесные опилки и другие [4, 12]. Метод характеризуется высоким уровнем шума и достаточно большой продолжительностью обработки – от 2–4 часов до нескольких дней. Повышение эффективности обработки в барабанах достигается путем замены вращательного движения барабана вокруг одной оси на планетарное вращение или колебательные движения виброконтейнера. Производительность таких установок выше в 7–10 раз по сравнению с обычными барабанными установками [12]. Оптимизация геометрических размеров виброконтейнера в сочетании с дополнительными конструктивными элементами и оптимальной амплитудой колебаний позволяет повысить производительность и качество обработки.

Дополнительного повышения интенсивности обработки в контейнерных и барабанных установках можно достичь путем сочетания механического воздействия абразивного материала с химическим или электрохимическим воздействием рабочего раствора [2, 4, 12]. Кислая среда способствует разрыхлению и отделению от поверхности металла слоя оксидов, а щелочная среда смягчает режущее действие абразивов и облегчает удаление загрязнений. Добавки поверхностно-активных веществ и ингибиторов коррозии повышают производительность и качество обработки. Существует большое количество составов растворов, обладающих специальными свойствами [12]. Для расширения технологических возможностей метода применяют наложение ультразвуковых колебаний в процессе обработки.

Струйно-абразивные методы обработки поверхности заготовок нашли широкое применение для решения разнообразных задач: удаления окалины и ржавчины, снятия заусенцев, зачистки швов после сварки и пайки, снижения шероховатости и матирования поверхности деталей, изготовленных из металлов, пластмасс и стекла, получения рисунков и надписей на любых материалах с применением шаблонов, сатинирования и других [4, 12]. Методы обеспечивают высокую производительность и экономичность обработки. Абразивным материалом служит кварцевый или металлический песок, стальная дробь, корунд, стеклянный порошок определенной формы, фруктовые косточки [2]. Струйно-абразивные методы имеют большое многообразие и подразделяются на абразивно-жидкостной, абразивно-центробежный, абразивно-пневматический, абразивно-электрический, абразивно-гравитационный, а также на комбинированные струйно-абразивные методы – абразивно-пневожидкостной, абразивно-жидкостно-центробежный и другие. К недостаткам струйно-абразивных методов относится необходимость проведения обработки в специальных герметичных установках, предотвращающих попадание вредной абразивной пыли в производственное помещение, а также невысокий ресурс работы оборудования при использовании суспензий, в которых абразив находится в жидкой среде во взвешенном состоянии, и высокий уровень шума. Кроме того, струйная абразивная обработка непригодна в тех случаях, когда требуется обеспечить высокую отражательную способность (блеск) обработанной поверхности.

Одним из методов механической финишной обработки поверхности является магнитно-абразивная обработка, позволяющая решать различные технологические задачи. Этим методом можно проводить отделочную и упрочняющую обработку различных по форме поверхностей, удалять заусенцы, округлять кромки, доводить режущие кромки инструментов с минимальным радиусом до 3–5 мкм, удалять химические пленки, окалину и другие [14, 15]. Снижение шероховатости поверхности заготовки из закаленной стали с  $Ra$  0,3–0,6 мкм до  $Ra$  0,04–0,08 мкм сопровождается удалением припуска 4–5 мкм. При этом погрешность диаметральных размеров может составлять  $\pm 1$ –1,5 мкм [14]. Магнитно-абразивная обработка характеризуется многообразием кинематических схем, выбор которых зависит от формы и размера обрабатываемых заготовок. После обработки поверхностный слой обладает повышенной микротвердостью, износо- и коррозионной стойкостью. В нем формируются сжимающие остаточные напряжения [13]. К недостаткам метода относятся его ограниченная универсальность, большая вероятность шаржирования поверхности и существенное влияние физико-механических свойств обрабатываемого материала на результаты обработки.

Крацевание с помощью проволочных или волосяных щеток применяется для очистки поверхности от различных загрязнений, снятия заусенцев и сглаживания шероховатости поверхности. При крацевании происходит субмикрорезание в зоне контакта проволочной щетки с поверхностью заготовки, обеспечивающее снижение шероховатости поверхности до  $Ra$  1,5–0,3 мкм [16]. При определенных условиях обработки можно обеспечить высокое качество отделки поверхности ( $Ra$  0,16–0,063 мкм). К недо-

статкам метода следует отнести низкую режущую способность щеток и малую величину снимаемого припуска (до 0,02 мм), а также повышенную волнистость обработанной поверхности. При иглофрезеровании с использованием металлических щеток с плотной набивкой обеспечивается шероховатость поверхности на уровне  $Ra$  2,6–0,26 мкм при съеме металла 0,01–0,1 мм [8, 17]. Метод позволяет одновременно с зачисткой поверхности обеспечить ее отделку и упрочнение. К недостаткам метода можно отнести невысокую точность обработки и ограниченную применимость при обработке заготовок сложной конфигурации.

Метод вибрационного обкатывания основан на пластическом деформировании поверхностных слоев металла шариком или алмазным наконечником, вдавливаемым в обрабатываемую поверхность и совершающим сложное движение относительно поверхности, в результате чего на ней формируется характерный микрорельеф [18]. Метод применяется для обработки плоских поверхностей и поверхностей сложной конфигурации деталей из различных металлов и сплавов и позволяет одновременно с декоративной отделкой поверхности произвести ее упрочнение. Однако, метод обладает невысокой производительностью обработки и имеет ограничения по конфигурации и размерам обрабатываемых поверхностей [8].

Таким образом, при выборе метода механической отделочно-зачистной обработки поверхности металлических заготовок следует учитывать многочисленные факторы такие, как конфигурация детали, требования к качеству и точности поверхности, производительности обработки, физико-механические свойства поверхностного слоя, величина припуска, возможное негативное влияние обработки на формирование дефектного слоя и другие, в частности, тип производства и его технологические возможности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Синькевич, Ю.В. Электроимпульсное полирование сплавов на основе железа, хрома и никеля / Ю.В. Синькевич [и др.]. – Минск: БНТУ, 2014. – 324 с.
2. Грилихес, С.Я. Обезжиривание, травление и полирование металлов / С.Я. Грилихес; под ред. П.М. Вячеславова. – Л.: Машиностроение, 1983. – 101 с.
3. Ящерицын, П.И. Чистовая обработка деталей в машиностроении: учебное пособие / П.И. Ящерицын, А.Н. Мартынов. – Минск: Вышэйшая школа, 1983. – 191 с.
4. Гальванотехника: справ. изд. / Ф.Ф. Ажогин [и др.]. – М.: Металлургия, 1987. – 736 с.
5. Гамма шлифовального и полировального инструмента – втулки, круги, головки, валики, мини-диски и др. WENDT // РАЛ-Инфо [Электронный ресурс]. – 2005–2011: – Режим доступа: <http://www.ruscastings.ru/work/168/5619/5678/6746>. – Дата доступа: 18.09.2017.
6. Фельдштейн, Е.Э. Управление формированием качества поверхности деталей при механической обработке / Е.Э. Фельдштейн, И.Л. Баршай, В.К. Шелег. – Минск: БНТУ, 2006. – 227 с.
7. Мрочек, Ж.А. Прогрессивные технологии восстановления и упрочнения деталей машин: Учеб. пособие / Ж.А. Мрочек, Л.М. Кожуро, И.П. Филонов. – Минск: Технопринт, 2000. – 268 с.
8. Баршай, И.Л. Обеспечение качества поверхности и эксплуатационных характеристик деталей машин при обработке в условиях дискретного контакта с инструментом / И.Л. Баршай. – Минск: Технопринт, 2003. – 244 с.
9. Гдалевич, А.И. Финишная обработка лепестковыми кругами / А.И. Гдалевич. – М.: Машиностроение, 1990. – 111 с.
10. Устинович, Д.Ф. Классификация методов обработки полимерно-абразивными волоконными композитами / Д.Ф. Устинович // Машиностр. и техносфера XXI века: сб. трудов XI междунар. науч.-техн. конф., Севастополь, 13–18 сент. 2004 г.: в 5 т. / Донецк: ДонНТУ. – 2004. – Т. 3. – С. 198–200.
11. Проволоцкий, А.Е. Повышение производительности процесса обработки полимер-абразивными инструментами / А.Е. Проволоцкий, С.Л. Негруб, Д.А. Старостин // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Междун. сб. науч. трудов. – Донецк: ДонНТУ. – 2005. – Вып. 32. – С. 193–200.

12. Оборудование для виброшлифовки, струйной обработки и др. WALTER TROWAL // РАЛ-Инфо [Электронный ресурс]. – 2005–2011: – Режим доступа: <http://www.ruscastings.ru/work/168/5619/5678/5786>. – Дата доступа: 18.09.2017.
13. Барон, Ю.М. Магнитно-абразивная и магнитная обработка изделий и режущих инструментов / Ю.М. Барон. – Л.: Машиностроение, 1986. – 176 с.
14. Справочник по электрохимическим и электрофизическим методам обработки / Под общ. ред. В.А. Волосатова. – Л.: Машиностроение, 1988. – 719 с.
15. Михайлов, А.Н. Формирование технологической зоны при магнитно-абразивной обработке сложных пространственных поверхностей / А.Н. Михайлов, А.В. Пелих // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Междун. сб. науч. трудов. – Донецк: ДонНТУ. – 2007. – Вып. 34. – С. 157–162.
16. Одинцов, Л.Г. Применение проволочных инструментов / Л.Г. Одинцов // Технология автомобилестроения. – 1982. – № 5. – С. 6–10.
17. Баршай, И.Л. Формирование шероховатости поверхности при иглофрезеровании / И.Л. Баршай, С.П. Гончаров // Машиностроение: республ. сб. науч. трудов – Минск: БНТУ. – 2007. – Вып. 22. – С. 356–358.
18. Шнейдер, Ю.Г. Эксплуатационные свойства деталей с регулируемым микрорельефом / Ю.Г. Шнейдер. – Л.: Машиностроение, 1982. – 248 с.

УДК 621.794

**Синькевич Ю.В.**

## **ХИМИЧЕСКОЕ ПОЛИРОВАНИЕ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Приведены преимущества и недостатки процесса химического полирования металлов и сплавов. На основании анализа литературных источников показано, что механизм химического полирования имеет электрохимическую природу, основанную на коррозионных процессах. Съём металла осуществляется за счет анодного растворения металлов и компонентов сплавов по механизму комплексообразования в условиях диффузионных ограничений.*

В современном машиностроительном производстве большое внимание уделяется новым высокоэффективным методам финишной обработки, обеспечивающим наряду со снижением трудоемкости изготовления деталей повышение качества и эксплуатационных характеристик поверхности. Широкое применение коррозионноустойчивых, жаропрочных, магнитных и других высоколегированных сталей и сплавов, обработка которых механическими методами затруднена или невозможна, вызывает необходимость использования в технологических процессах изготовления деталей электрофизических и электрохимических методов обработки. К электрохимическим методам финишной обработки, основанным на анодном растворении поверхности заготовки, в частности, относится химическое полирование [1–3]. В зависимости от поставленных задач и толщины слоя металла, снимаемого при химическом полировании, различают [1]:

- глянецование с приданием поверхности блеска и выравниванием субнеровностей профиля при толщине снимаемого слоя менее 1 мкм,
- полирование – сглаживание неровностей профиля поверхности при толщине снимаемого слоя от 1 до 10 мкм,
- шлифование (химический ремонт), при котором толщина снимаемого слоя составляет от 10 до 200 мкм и более с одновременным сглаживанием шероховатости поверхности.

К основным преимуществам процесса химического полирования относятся [1, 2]:

- производительность химического полирования в отличие от методов механической обработки не зависит от физико-механических свойств обрабатываемого сплава и конфигурации заготовки,

- на поверхности после химического полирования вследствие особенностей рельефа меньше оседает и удерживается загрязнений, а сама поверхность приобретает повышенную коррозионную стойкость,

- химическое полирование удаляет дефектный поверхностный слой металла, возникший после предварительной механической обработки, вследствие чего улучшаются физико-механические свойства и эксплуатационные характеристики поверхности,

- после химического полирования повышается надежность работы изделий в особых условиях, например, клапанов искусственного сердца, пневмогидроаппаратуры,

- процесс обработки отличается простотой и не требует значительных капитальных вложений.

В большинстве случаев химическое полирование используют для декоративной отделки поверхности деталей, удаления мелких заусенцев и подготовки поверхности перед осаждением гальванических покрытий. Однако существующие в настоящее время промышленные технологии химического полирования наряду с достоинствами имеют ряд серьезных недостатков, таких как [1, 2]:

- крайне низкая работоспособность растворов (до 6–18 дм<sup>2</sup>/л), невозможность их корректировки, высокая стоимость как самих растворов, так и их утилизации,

- невозможность регулирования толщины снимаемого слоя металла и, как следствие, невозможность обработки прецизионных деталей,

- применение концентрированных кислот, вредных веществ и выделение в больших объемах токсичных газов (*NO*, *NO*<sub>2</sub> и других) и паров кислот,

- по сравнению с электрохимическим полированием и механическими доводочными методами меньшая отражательная способность, относительное сглаживание и минимально достижимая шероховатость поверхности (более *Ra* 0,2 мкм).

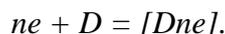
Следует отметить, что химическое полирование сплавов на основе железа, хрома и никеля не нашло широкого применения в промышленных масштабах. По мнению авторов [1], одной из главных причин ограниченного применения химического полирования является недостаточная информация о теоретических основах механизма процесса. В работах [4, 5] авторы рассматривают химическое и электрохимическое полирование как аналогичные процессы. В обоих случаях происходит анодное растворение металла со сглаживанием шероховатости поверхности и повышением отражательной способности. Однако в отличие от электрохимического при химическом полировании растворение металла происходит без внешней поляризации в присутствии окислителей за счет токов саморастворения [1].

Согласно [6–8], в основе процесса саморастворения металла лежит механизм электрохимической коррозии в виде протекающих электрохимических реакций с участием свободных электронов, причем ионизация (окисление) атомов металла и восстановление окислительного компонента коррозионной среды происходят не в одной стадии. Скорости анодной и катодной реакций зависят от величины электродного потенциала металла. По данным [9], при установлении на металле *Me* необратимого электродного потенциала происходит его электрохимическое растворение, включающее

- анодную стадию, протекающую через образование сольватированных ионов металла  $Me^{n+}mH_2O$  в электролите и электронов *ne* на поверхности металла по схеме:



– катодную стадию, в результате которой происходит ассимиляция электронов какими либо ионами (кроме ионов данного металла) или молекулами раствора – деполаризаторами (окислителями)  $D$ , способными к восстановлению по реакции:



К необратимым электродным потенциалам относятся потенциалы почти всех металлов в растворах чужеродных ионов ( $H_2O$ ,  $NaCl$ ,  $H_2SO_4$  и других) [9]. Величина необратимых электродных потенциалов металлов определяется как внутренними, связанными с металлом, так и внешними, связанными с электролитом и физическими условиями, факторами. Влияние этих факторов на изменение величины необратимых электродных потенциалов и коррозионное поведение металлов приведено в [6, 7, 10].

На рис. 1. представлена схематичная обобщенная анодная поляризационная кривая металла, склонного к пассивации [1].

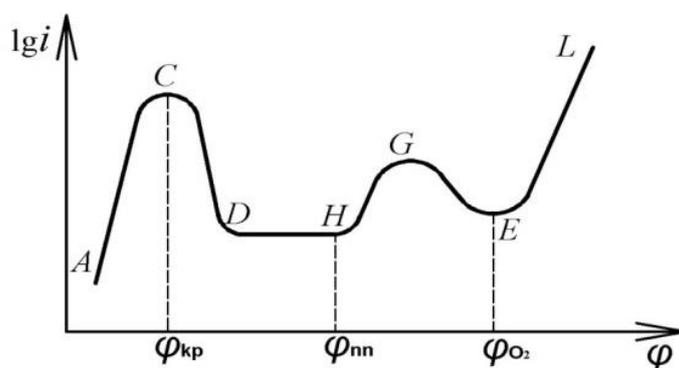


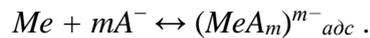
Рис. 1. Зависимость скорости коррозии  $i$  от потенциала  $\varphi$

На участке  $AC$  (активная область), описываемом уравнением Тафеля, происходит активное растворение металла. По мере увеличения потенциала скорость растворения растет по логарифмическому закону. При превышении критического потенциала пассивации  $\varphi_{кр}$  происходит торможение растворения металла, связанное с началом адсорбции кислорода на поверхности металла. При дальнейшем повышении потенциала на поверхности образуется пассивный защитный слой. Область  $CD$  представляет собой переходную область.

В области пассивного состояния  $DH$  скорость растворения металла невелика и практически не зависит от потенциала. Для некоторых металлов при потенциалах положительнее потенциала перепассивации  $\varphi_{пн}$  наблюдается область перепассивации  $HG$  (область транспассивного состояния), обусловленная переходом металлов в раствор в виде комплексных ионов с более высокой степенью окисления, чем в области  $AC$ . За область перепассивации (участок  $GE$ ) может вновь наблюдаться торможение анодной реакции. В точке  $E$  начинается выделение кислорода. На участке  $EL$  анодная поляризационная кривая снова имеет логарифмическую зависимость. В зависимости от того, на каком участке анодная поляризационная кривая пересекается с катодной кривой можно судить о состоянии поверхности металла: активном, переходном или пассивном.

Особенностью анодного процесса в области активного растворения металла является то, что он включает несколько последовательных стадий, в которых принимают участие компоненты раствора [1, 8]:

стадия 1 – адсорбция анионов раствора  $mA^-$  на поверхности металла  $Me$  с образованием поверхностного комплекса металла  $(MeA_m)^{m-}_{адс}$  по схеме:



стадия 2 – электрохимическая стадия, определяющая переход поверхностного комплекса  $(MeA_m)^{m^-}_{ad\bar{c}}$  в раствор и скорость всего процесса:



стадия 3 – распад комплекса  $(MeA_m)^{(m-n)}$  в растворе на простые ионы – катионы  $Me^{n+}$  и анионы  $mA^-$  по схеме:



В большинстве случаев самопроизвольный анодный процесс осуществляется преимущественно за счет ионизации металла, а самопроизвольный катодный процесс – за счет восстановления молекул кислорода, ионов водорода, молекул воды и других компонентов – окислителей, присутствующих в растворе [11].

В многочисленных авторских свидетельствах и патентах предложено большое количество растворов для химического полирования сплавов на основе железа, хрома и никеля. Составы характеризуются высоким содержанием кислот (серной, азотной, соляной, ортофосфорной, фтористоводородной, щавелевой, уксусной ледяной и других) и окислителей, в качестве которых используются перекись водорода и хромовый ангидрид [1, 2, 4, 12–14]. Однако предложенные растворы не обеспечивают высокой отражательной способности поверхности и снижения шероховатости ниже  $Ra$  1,25–0,63 мкм. При обработке в растворах на основе азотной, соляной, серной или ортофосфорной кислот с добавками водорастворимых полимеров и поверхностно-активных веществ лучшее качество поверхности обеспечивается у коррозионностойких сталей [1, 2, 13].

Эффект сглаживания шероховатости поверхности при химическом полировании авторы [4, 15] объясняют с позиций адсорбционно-пленочной теории. По их мнению, около обрабатываемой поверхности образуется вязкий слой, состоящий из продуктов реакций. Было отмечено, что эффект полирования совпадает с образованием на поверхности оксидной пленки и последующим ее восстановлением, в частности, азотистой кислотой. Для подавления травления отдельных структурных составляющих под действием микрогальванопар в состав раствора, состоявшего из смеси серной, азотной и соляной кислот, вводили органический кислотный краситель, выполнявший роль ингибитора травления [15]. Подавление травления авторы объясняют преимущественной адсорбцией красителя на анодных участках обрабатываемой поверхности. В результате, наряду со сглаживанием шероховатости, проходящим под диффузионным контролем, обеспечивается повышение отражательной способности поверхности.

В ряде работ рассматривается механизм возникновения пассивирующих пленок. Так, по данным работ [9, 12], местные коррозионные токи, вызванные микрогальванопарами, способствуют созданию на поверхности металла пассивирующего слоя преимущественно оксидной природы, который, по мнению авторов, оказывает значительное влияние на растворение металла. При этом предполагается, что процесс химического полирования связан с диффузионными ограничениями в непосредственной близости от обрабатываемой поверхности и непрерывным формированием и растворением на поверхности тонкой оксидной пленки. Для получения эффекта полирования скорости этих процессов должны быть близкими.

В работах [1, 13, 16] представлены результаты исследований процесса химического полирования сталей 10, 12Х18Н10Т и ЭИ-448. Обработку проводили в водных растворах, содержащих серную, азотную и соляную кислоты с добавками водорастворимых органических соединений (полиакриламида и неионогенного поверхностно-

активного вещества ОП-10) и блескообразователя – красителя кислотного оранжевого. Было установлено, что в процессе химического глянцеования блескообразование наблюдается в области активного растворения металла (область *АС* на рис. 1.) и происходит благодаря образованию на поверхности металла пленок хелатных комплексных соединений. Показано, что химическое полирование и шлифование также протекают в области активного растворения металла. По мнению авторов работ, комплекс водорастворимых органических соединений способствует образованию вязкого диффузионного слоя, который накапливается во впадинах профиля поверхности. В результате, растворение металла на этих участках поверхности протекает с диффузионными ограничениями и характеризуется низкими скоростями. Сглаживание шероховатости обусловлено в основном диффузионными преимуществами выступов профиля и практически прекращается тогда, когда радиус кривизны выступов становится равным толщине диффузионного слоя.

Таким образом, проведенный анализ литературных источников показал, что механизм химического полирования металлов и сплавов имеет электрохимическую природу, основанную на коррозионных процессах. Съем металла осуществляется за счет анодного растворения металлов и компонентов сплавов по механизму комплексобразования в условиях диффузионных ограничений. Повышение отражательной способности поверхности связано с подавлением травления и улучшением электрохимической однородности поверхности вследствие формирования пассивирующих пленок, а сглаживание шероховатости – с диффузионными ограничениями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Липкин, Я.Н. Химическое полирование металлов / Я.Н. Липкин, Т.М. Бершадская. – М.: Машиностроение, 1988. – 112 с.
2. Грилихес, С.Я. Электрохимическое и химическое полирование: Теория и практика. Влияние на свойства металлов / С.Я. Грилихес. – Л.: Машиностроение, 1987. – 232 с.
3. Попилов, Д.Я. Электрофизическая и электрохимическая обработка материалов: Справочник / Д.Я. Попилов. – М.: Машиностроение, 1982. – 400 с.
4. Тегард, В. Электролитическое и химическое полирование металлов: пер. с англ. / В. Тегард; под ред. П.В. Щиголева. – Л.: Изд-во иностр. лит., 1957. – 180 с.
5. Жаке, П. Электролитическое и химическое полирование / П. Жаке. – М.: Metallurgizdat, 1959. – 139 с.
6. Жук, Н.П. Курс теории коррозии и защиты металлов / Н.П. Жук. – М.: Metallurgiya, 1976. – 472 с.
7. Рачев, Х. Справочник по коррозии: пер. с болгарского / Х. Рачев, С. Стефанова; под ред. Н.И. Исаева. – М.: Мир, 1982. – 520 с.
8. Малахов, А.И. Коррозия и основы гальваностегии / А.И. Малахов, К.М. Тютина, Т.Е. Цупак. – М.: Химия, 1987. – 208 с.
9. Справочное руководство по гальванотехнике. Ч. 1: пер. с немецкого / Под ред. В.И. Лайнера. – М.: Metallurgizdat, 1969. – 415 с.
10. Коррозия. Справочн. пер. с англ. / Под ред. Л.Л. Шрайера. – М.: Metallurgiya, 1981. – 632 с.
11. Основы теории и практики электрохимической обработки металлов и сплавов / М.В. Щербак [и др.]. – М.: Машиностроение, 1981. – 263 с.
12. Кириллов, В.И. Новые способы химического полирования деталей из углеродистых сталей / В.И. Кириллов, Л.В. Изюмова. – Л.: ЛДНТП, 1979. – 28 с.
13. Бершадская, Т.М. Исследование и разработка процессов химического полирования сталей: дис. канд. хим. наук: 05.17.14 / Т.М. Бершадская. – Челябинск, 1978. – 186 с.
14. Балмасов, А.В. Повышение качества поверхности металлов методами электрохимической и химической обработки: закономерности и технологические решения: автореф. дис. докт. техн. наук: 05.17.03 / А.В. Балмасов; Ивановский гос. химико-технол. ун-т. – Иваново, 2007. – 33 с.

15. Зеленкова, А.Т. Влияние ингибиторов на травление нержавеющей стали 1X18H9T в смеси кислот / А.Т. Зеленкова, А.Г. Самарцев // Журнал прикладной химии. – 1965. – Т. 38. – Вып. 5. – С. 1033–1037.

16. Липкин, Я.Н. Особенности химического полирования сталей / Я.Н. Липкин [и др.] // Защита металлов. – 1984. – № 6. – С. 908–913.

УДК 621.793

**Фролов И.С., Мрочек Ж.А., Фролов Ю.И.**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**  
**ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ**  
**ЧАСТИЦЫ ВАКУУМНО-ПЛАЗМЕННОГО ПОКРЫТИЯ С ОСНОВОЙ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Представлена математическая постановка задачи теплофизического взаимодействия частицы вакуумно-плазменного покрытия с основой. Решение этой задачи произведено интегральным методом Гудмена с введением допущения об односторонней кристаллизации частицы покрытия за счет теплоотдачи в основу. Получены зависимости распределения температуры в системе основа-покрытие при вакуумно-плазменном напылении.*

Процесс формирования вакуумно-плазменных покрытий происходит в условиях значительных температурных градиентов вследствие воздействия на основу высокоэнергетических плазменных потоков. Поэтому освоение технологического процесса плазменно-вакуумного нанесения покрытий требует знания закономерности распределения температуры в системе основа-покрытие и в этом случае позволяет осуществлять управление процессом его формирования путем внешнего температурного воздействия на основу, а также с помощью варьирования начальных температур основы и покрытия. Известные математические модели [1], описывающие распространение теплоты в системе основа-покрытие, не могут быть использованы при расчете теплофизических параметров вакуумно-плазменных покрытий, так как не учитывают особенности формирования таких покрытий в вакууме. В связи с этим решение задачи теплофизического моделирования применительно к вакуумно-плазменным покрытиям представляется актуальным.

Математическую постановку задачи расчета температурных полей в основе и покрытии произведем на примере взаимодействия отдельной частицы наносимого в вакууме плазменного покрытия с основой при следующих условиях.

Предположим, что на основу с теплофизическими характеристиками материала ( $\lambda_2$ ,  $a_2$ ) наносится методом вакуумно-плазменного напыления покрытие, характеристики которого ( $\lambda_1$ ,  $a_1$ ) отличны от характеристик основы. Последняя имеет начальную температуру  $t_0$  и толщину  $H_2$ . Свободная поверхность частицы толщиной  $H_1$  охлаждается за счет излучения в вакуум, а теплообмен между свободной поверхностью основы и окружающей средой осуществляется по закону Стефана-Больцмана. Напыляемые частицы находятся в расплавленном состоянии и имеют температуру  $t_s$ . Условия теплообмена на границе основа-частица относятся к твердому состоянию обоих материалов [2]. Так как в реальных процессах тепловое взаимодействие частицы с основой весьма кратковременно и частицы затвердевают за время  $10^{-4}$ - $10^{-7}$  с, то расчет температурного

поля системы основа-частица целесообразно осуществлять на основании параболического уравнения теплопроводности. Ошибка от замены этого уравнения дифференциальным уравнением теплопроводности, которое учитывает скорость распространения теплоты, будет иметь место только в области  $\tau < 10^{-11}$  с [2].

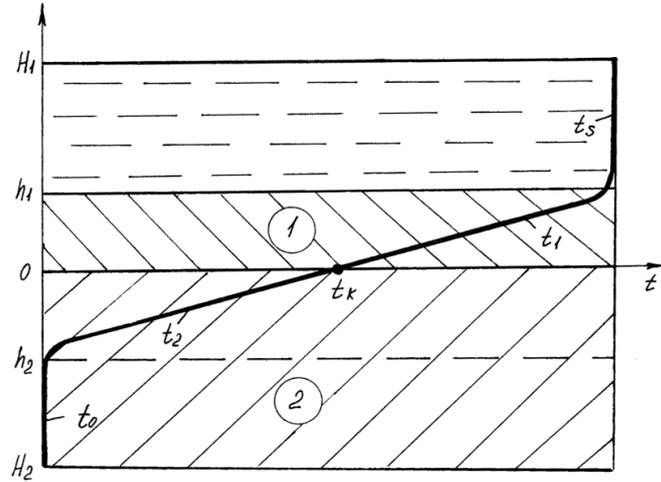


Рис. 1. Модель расчета температурного поля в частице (1) и основе (2) при вакуумно-плазменном нанесении покрытий

В результате, задачу нахождения температуры в основе и частице при вакуумно-плазменном нанесении покрытий можно сформулировать следующим образом (рис. 1.):

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} \quad (\tau > 0, 0 < x < H); \quad (1)$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2} \quad (\tau > 0, -H_2 < x < 0); \quad (2)$$

$$t_1(x, 0) = t_s, t_2(x, 0) = t_0, \quad (3)$$

$$t_1(h_1, \tau) = t_s, t_2(h_2, \tau) = t_0, \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(H_1, \tau)}{\partial x} = \sigma_1 [t_1^4(H_1, \tau) - t_v^4], \quad (5)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial t_2(-H_2, \tau)}{\partial x} = \sigma_2 [t_2^4(-H_2, \tau) - t_v^4], \quad (6)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(h_1, \tau)}{\partial x} = S \frac{dh_1}{d\tau}, \quad (7)$$

$$t_1(0, \tau) = t_2(0, \tau) = t_k, \quad (8)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial t_2(0, \tau)}{\partial x}, \quad (9)$$

где  $t_v$  — температура среды (вакуум), воспринимающей тепло со свободных поверхностей частицы и основы;

$t_s$  — температура плавления материала покрытия;

$t_0$  – температура основы;  
 $t_k$  – температура контакта между частицей покрытия и основой;  
 $\sigma$  – приведенный коэффициент лучеиспускания [3];  
 $S=L/c_s t_s$  – критерий Стефана;  
 $t(x, \tau)$  – температура тела в точке  $x$  в момент времени  $\tau$ ;  
 $a$  – коэффициент температуропроводности;  
 $L$  – скрытая теплота плавления;  
 $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  
 $c$  – удельная теплоемкость;  
 $h(\tau)$  – глубина проникновения теплоты.

Граничное условие (7), учитывающее удельную теплоту затвердевания расплавленной частицы, а также условия (5) и (6), описывающее охлаждение свободных поверхностей основы и частицы излучением, придают краевой задаче (1) - (9) нелинейный характер. Поэтому в данном случае не могут быть применены классические методы решения линейных задач.

Эффективным аналитическим методом, позволяющим получить с достаточной для инженерной теплофизики точностью решения нелинейных задач нестандартной теплопроводности, является интегральный метод Гудмена [4], с помощью которого решена задача определения температурного поля основы и частицы при двухсторонней кристаллизации последней. Однако в этом решении не учитывается влияние толщины основы на характер распределения температуры в системе теплообмена основа-покрытие, а полученные зависимости носят очень сложный характер. Введение допущения о преимущественных условиях кристаллизации частиц в вакууме позволяет получить более простые по сравнению с [4] температурные зависимости для использования в инженерной практике. Так, можно предположить, что ввиду кратковременности процесса, кристаллизация частицы со стороны свободной поверхности не оказывает заметного влияния на температуру основы и покрытия. В работе [5] установлено, что при напылении в вакууме плотность теплового потока, прибывающего к основе, равна  $10^9 \dots 10^{12}$  Вт/м<sup>2</sup>. В то же время плотность теплового потока из частицы в основу составляет  $10^8 \dots 10^9$  Вт/м<sup>2</sup>. В соответствии с законом сохранения энергии плотность теплового потока через свободную поверхность частицы при охлаждении ее излучением в вакуум будет на несколько порядков меньше, чем идущего из частицы в основу. Известно также [6], что в реальных процессах плазменного нанесения покрытий частица затвердевает на основе за время  $10^{-6} - 10^{-7}$  с. Учитывая приведенные выше данные, а также кратковременность кристаллизации частицы, можно отметить, что в процессах вакуумно-плазменного нанесения покрытий охлаждение свободной поверхности частицы излучением не оказывает заметного влияния на распределение температуры в системе основа-покрытие. Поэтому при построении математической модели теплового взаимодействия частицы с основой достаточно рассмотреть одностороннюю кристаллизацию частицы, осуществляемую за счет теплоотдачи в основу. Это значительно упрощает решение тепловой задачи и делает ее пригодной для использования в инженерной практике.

Сравнение плотностей тепловых потоков через свободную и контактную поверхности частицы позволяет граничные условия (5) и (6) для этапа ее кристаллизации заменить следующими

$$t_1(H_1, \tau) = t_s; \quad (10)$$

$$t_2(-H_2, \tau) = t_0. \quad (11)$$

Для решения краевой задачи (1)-(4), (7)-(11) воспользуемся интегральным методом. Распределение температур в частице и основе запишем в виде полиномов второй степени

$$\left\{ t_1(x, \tau) = K_{11} + K_{12} \frac{x}{h_1} + K_{13} \left( \frac{x}{h_1} \right)^2; \right. \quad (12)$$

$$\left. \left\{ t_2(x, \tau) = K_{21} + K_{22} \frac{x}{h_2} + K_{23} \left( \frac{x}{h_2} \right)^2. \right. \right. \quad (13)$$

При использовании условия (7) в коэффициенты  $K_{ij}$  ( $i, j=1,2$ ) полиномов (12) и (13) войдет производная  $dh_1/d\tau$ . Следовательно, эта производная будет учитываться зависимостью для температур  $t_i(x, \tau)$ . Тогда интеграл теплового баланса позволит получить дифференциальное уравнение второго порядка относительно  $h_1(\tau)$ , в то время, как для определения двух постоянных имеется только одно условие  $h_1(0)=0$ . Поэтому представим (7) в явно нелинейной форме. Продифференцировав первое условие (4) по  $\tau$  и исключив  $dh_1/d\tau$  из полученного соотношения и (7), получим

$$\left( \frac{\partial t_1}{\partial x} \right)^2 = -S \frac{\partial t_1}{\partial \tau}. \quad (14)$$

Наличие частной производной по времени усложняет процесс нахождения коэффициентов полиномов (12) и (13) с помощью зависимости (14), поскольку в этом случае их приходится определять из дифференциального, а не из алгебраического уравнения. Исключив  $\partial t_1/\partial \tau$  с помощью уравнений (1) и (14), условие (7) запишем следующим образом

$$\left[ \frac{\partial t_1(h_1, \tau)}{\partial x} \right]^2 = -a_1 S \frac{\partial^2 t_1(h_1, \tau)}{\partial x^2} \quad (15)$$

Учитывая условия (3), (4), (7), (8), (10) и (14) определяем коэффициенты температурных полиномов  $t_i(x, \tau)$

$$\begin{aligned} K_{11} = K_{21} = t_k, \quad K_{12} = 2(t_s - t_k) - \sqrt{Sa_1[2(t_s - t_k) + Sa_1]}; \\ K_{13} = \sqrt{Sa_1[2(t_s - t_k) + Sa_1]} - (t_s - t_k); \\ K_{22} = \frac{(t_0 - t_k)(h_2 + H_2)}{H_2}, \quad K_{23} = \frac{h_2(t_k - t_0)}{H_2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для системы тел основа-частица, используя условие сопряжения (9), найдем связь между температурой контакта  $t_k$  и глубинами проникновения теплоты  $h_1$  и  $h_2$

$$\frac{2(t_s - t_k) - \sqrt{Sa_1[2(t_s - t_k) + Sa_1]}}{2H_2(t_0 - t_k)} = \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2 (h_2 - 2H_2)} \quad (17)$$

Определим зависимость  $h_1$  и  $h_2$  от времени  $\tau$ . С этой целью вычислим интегралы теплового баланса для затвердевшего слоя частицы защитного покрытия и основы:

$$\frac{d}{d\tau} \left[ \int_0^{h_1} t_1(x, \tau) dx - t_s h_1(\tau) \right] = a_1 \left[ S \frac{dh_1}{d\tau} - \frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} \right], \quad (18)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left[ \int_0^{h_2} t_2(x, \tau) dx - t_0 h_2(\tau) \right] = a_2 \frac{\partial t_2(h_2, \tau)}{\partial x} - \frac{\partial t_2(0, \tau)}{\partial x}, \quad (19)$$

где

$$\int_0^{h_1} t_1(x, \tau) dx = -\frac{1}{6} h_1 [\varphi + 2(t_s - t_k)] + h_1 t_s;$$

$$\frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} = \frac{2(t_s - t_k) - \varphi}{h_1};$$

$$\int_0^{h_2} t_2(x, \tau) dx = \frac{h_2 [6t_k H_2 + (t_0 - t_k)(h_2 + 3H_2)]}{6H_2};$$

$$\frac{\partial t_2(h_2, \tau)}{\partial x} = \frac{(H_2 - h_2)(t_0 - t_k)}{h_2 H_2};$$

$$\frac{\partial t_2(0, \tau)}{\partial x} = \frac{(H_2 - h_2)(t_0 - t_k)}{h_2 H_2}; \quad \varphi = \sqrt{Sa_1 [2(t_s - t_k) + Sa_1]}.$$

В результате вычислений получаем следующие два дифференциальные уравнения относительно  $h_1$  и  $h_2$

$$h_1 \frac{dh_1}{d\tau} = \frac{6a_1 [2(t_s - t_k) - \varphi]}{\varphi + 2(t_s - t_k) + 6Sa_1}, \quad (20)$$

$$(3H_2 - 2h_2) \frac{dh_2}{d\tau} = 12a_2. \quad (21)$$

Интегрируя уравнения (20) и (21) с учетом начальных условий для функций  $h_1$  и  $h_2$  ( $h_1 = h_2 = 0$  при  $\tau = 0$ ), будем иметь

$$h_1 = \sqrt{\frac{12a_1 \tau [2(t_s - t_k) - \varphi]}{\varphi + 2(t_s - t_k) + 6Sa_1}}, \quad (22)$$

$$h_2 = \frac{3H_2 - \sqrt{9H_2^2 - 48a_2 \tau}}{2}. \quad (23)$$

Таким образом, на этапе кристаллизации частиц наносимого вакуумно-плазменным методом покрытия распределение температуры в системе основа-покрытие описывается зависимостями (12) и (13), причем коэффициенты  $K_{ij}$  и функции  $h_i$  имеют вид (16), (22) и (23) соответственно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Спиридонов Н.В., Фролов И.С., Фролов Ю.И. Анализ тепловых моделей взаимодействия частицы покрытия с основой при плазменном формировании покрытий / Перспективные направления развития технологии машиностроения и металлообработки: Тезисы докл. междунауч.-техн. конф. — Мн.: Бизнесофсет, 2016. — С.136-139.
2. Кудинов В.В. Плазменные покрытия. — М.: Наука, 1977. — 184 с.
3. Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 599 с.
4. Гудмен Т. Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена // Проблемы теплообмена. — М.: Атомиздат, 1967. — С. 41-96.
5. Кучугурный Ю.П., Аксиченко В.И. О начальной стадии конденсации высокоэнтальпийного потока пара на металлическую поверхность // Взаимодействие атомных частиц с твердым телом: Материалы 7-ой Всесоюз. конф. — Минск, 1984. — Ч. 3. — С. 180-181.
6. Осаждение из газовой фазы / Под ред. К. Пауэлла. — М.: Атомиздат, 1970. — 472 с.

УДК 621.791.72

**Шелег В.К., Кардаполова М.А., Луцко Н.И., Лапковский А.С.**

### **ОСОБЕННОСТИ ИЗНАШИВАНИЯ МУЛЬТИМОДАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧАЕМЫХ ЛАЗЕРНОЙ НАПЛАВКОЙ И КОМБИНИРОВАННЫМИ МЕТОДАМИ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Показана возможность формирования мультимодальных покрытий из разнородных материалов методами лазерной наплавки и плазменного напыления. Исследована износостойкость мультимодальных покрытий в сравнении с износостойкостью покрытия из самофлюсующегося сплава на основе никеля. Установлены преимущества мультимодальных покрытий.*

Машины и механизмы, используемые современной промышленностью, в большинстве случаев предполагают наличие высоких скоростей и нагрузок. Поэтому постоянно растет потребность в высоко-износостойких материалах. Пределы упрочнения однокомпонентных материалов в настоящее время уже близки к исчерпанию. По этой причине возрастает роль композиционных материалов, позволяющих значительно увеличить износостойкость, в том числе композиционных упрочняющих покрытий. Особенно высокие физико-механические свойства показывает такой вид композиционных покрытий, как мультимодальные покрытия [1, 2]. Модой считается значение какого-либо признака (размера частиц упрочняющей фазы, величины пористости, вида материала), которые встречаются наиболее часто. Если имеют место несколько значений какого-либо признака, имеющие одинаковую частоту повторения, то покрытие является мультимодальным (бимодальным). Лазерная наплавка позволяет наносить валики небольших размеров, поперечные сечения которых сравнимы с размером лазерного пятна на поверхности наплавки, при этом тепловой вклад в прилегающие области покрытия минимален. Эти свойства лазерной наплавки дают возможность создавать с ее помощью мультимодальные покрытия, состоящие из полосчатых слоев, полученных чередованием материалов, обладающих различными физико-механическими свойствами. Мультимодальные покрытия также могут быть получены комбинированием технологий лазерной наплавки и газотермического напыления, например плазменного, напыления, когда с помощью лазерной наплавки в плазменном покрытии создается

сеть армирующих валиков из материала, отличного от материала плазменного покрытия. Такие технологии создания мультимодальных покрытий могут быть использованы как для упрочнения новых деталей, так и для восстановления изношенных поверхностей с получением хороших прочностных свойств [3, 4].

В работе исследованы два метода создания мультимодальных покрытий: метод нанесения лазерной наплавкой чередующихся валиков из различных материалов и метод армирования нанесенными лазерной наплавкой валиками газотермического покрытия. Поперечное сечение покрытия, полученного первым методом, показано на рисунке 1. На рисунке представлено двухслойное мультимодальное покрытие, полученное при чередовании наплавленных лазером валиков из самофлюсующегося сплава на основе никеля ПГ-12Н-01 и бронзы ПГ-19М-01. Поскольку второй слой покрытия сдвинут на шаг наплавки валиков относительно первого слоя, хорошо видно чередование валиков из сплава ПГ-12Н-01 и бронзы ПГ-19М-01 в шахматном порядке.

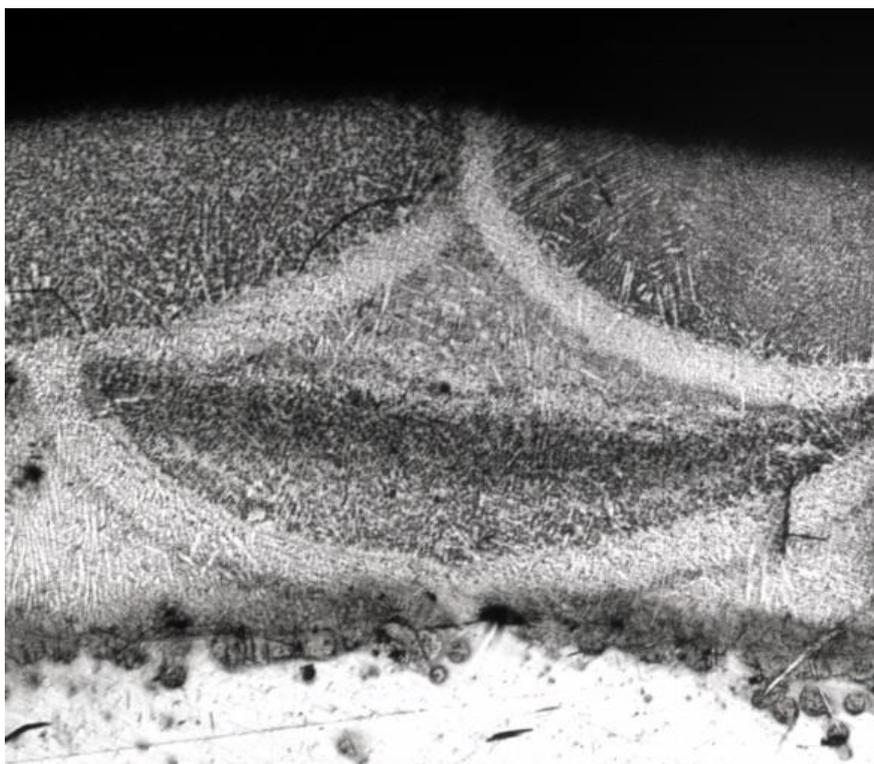


Рис. 1. Поперечное сечение двухслойного мультимодального покрытия

На рисунке 2 представлено поперечное сечение покрытия, полученного вторым методом. Покрытие получено нанесением на основу методом лазерной наплавки армирующих валиков из сплава ПГ-12Н-01 (справа и слева на рисунке 2) и плазменным напылением на полученную решетку покрытия из бронзы ПГ-19М-01.

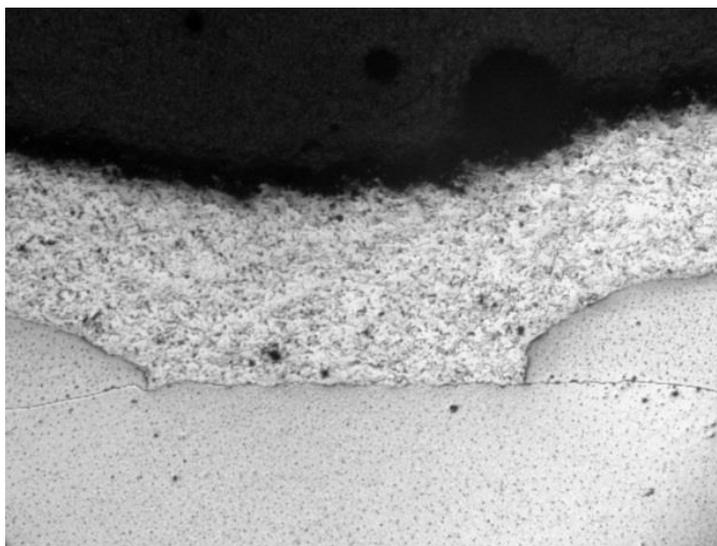


Рис. 2. Поперечное сечение армированного покрытия

Проведенные исследования показали, что в поперечном сечении обоих покрытий в направлении параллельно основе наблюдается периодичность изменения микротвердости. Для двухслойного мультимодального покрытия такая периодичность показана на рисунке 3. Вначале, когда измерения выполняются в левом валике из бронзы ПГ-19М-01, средняя микротвердость покрытия находится в пределах 4000 МПа, когда измерения проводятся в валике из сплава ПГ-12Н-01 наблюдается увеличение средней микротвердости до 5000 МПа, и, наконец, когда измерения проводятся в правом валике бронзы, средняя микротвердость опять уменьшается до 4000 МПа. Такие периодические изменения микротвердости происходят вдоль всего поперечного сечения мультимодального покрытия. Аналогичная картина наблюдается и в армированном покрытии (рисунок 4), отличия состоят только в величинах средней микротвердости. Когда микротвердость измеряется в участках плазменного покрытия из бронзы, ее средняя величина составляет 1500 МПа, при переходе в валик из сплава ПГ-12Н-01 средняя микротвердость составляет 5500 МПа, периодически изменяясь по всей ширине покрытия.

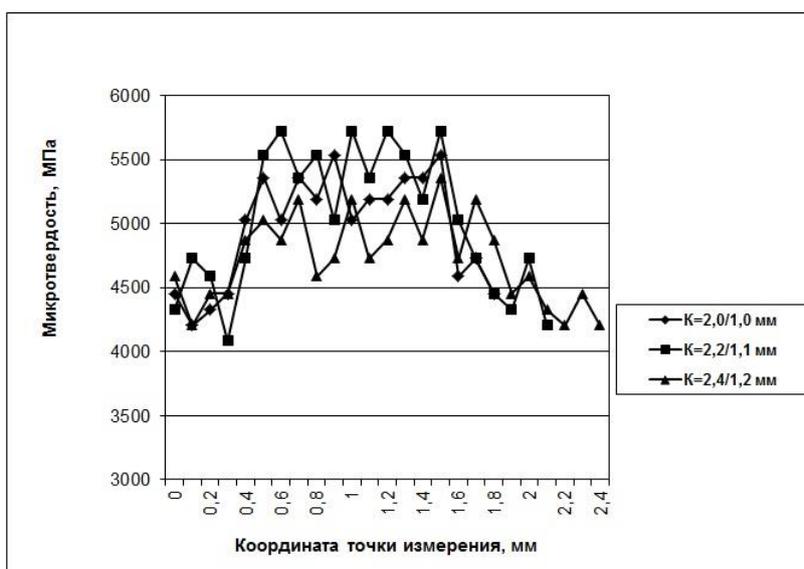


Рис. 3. Периодическое изменение микротвердости в поперечном сечении двухслойного мультимодального покрытия

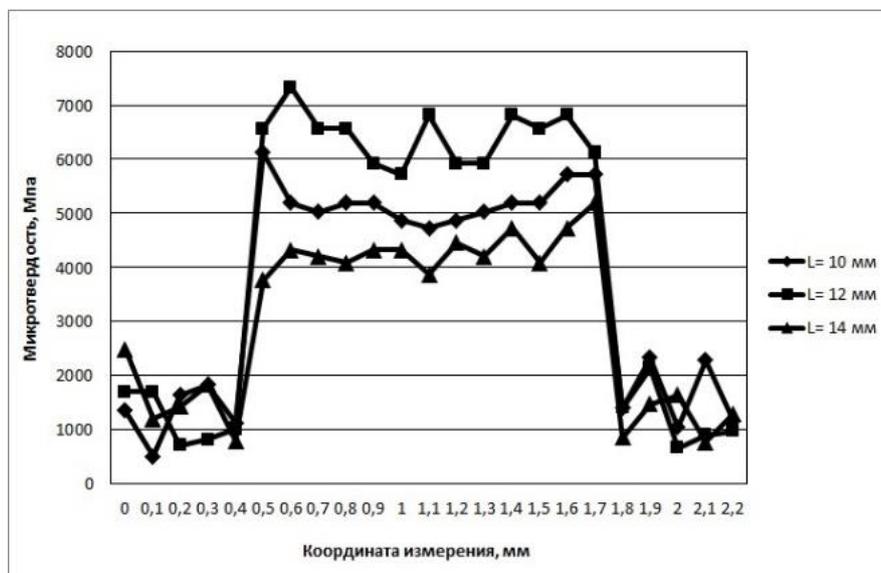


Рис. 4. Периодическое изменение микротвердости в поперечном сечении армированного покрытия

В статье изучается износостойкость мультимодальных покрытий, полученных обоими описанными выше методами, а также влияние режимов нанесения покрытий на наблюдаемую величину износостойкости. Покрытия, получаемые первым методом, наносились на технологическом комплексе на базе CO<sub>2</sub> лазера непрерывного действия Комета 2 и координатного стола с системой числового программного управления. Армирующие валики при втором методе нанесения наплавливались на том же технологическом комплексе, а напыление покрытия из бронзы производилось на установке плазменного напыления УПУ-3Д.

Использовались два вида образцов из стали 45:

- для испытания в условиях сухого трения – размером 20 x 30 x 8 мм;
- для испытаний в условиях граничной смазки – ø 50 x ø15 x 12 мм.

Перед испытанием износостойкости поверхность полученных покрытий подвергалась шлифованию до Ra 1,6 мкм.

Испытания на износ в условиях сухого трения проводились на установке МИПТ. Метод испытания на данной установке основан на возвратно-поступательном движении контртела относительно образца по схеме «алмазный наконечник – плоскость». Сила нормального давления (действующая перпендикулярно контактирующим поверхностям) обеспечивалась набором грузов эталонных масс. Схема установки МИПТ представлена на рисунке 5. Контртело для испытаний на износ представляло собой цангу с закрепленным в ней алмазным наконечником типа Роквелл. Нормальная нагрузка при испытаниях составляла 2 Н, скорость движения каретки 5 мм/с, длина единичного прохода 15 мм, путь трения 10 м. Показателем величины износа являлся объем изношенного материала. Для его определения при помощи профилографа-профилометра «Профи-130» измерялись глубина и ширина дорожек износа.

Объем изношенного материала рассчитывался по формуле:

$$V = \frac{1}{2}bhL, \quad (1)$$

где  $V$  – объем изношенного материала, мм<sup>3</sup>;

$b$  – ширина дорожки износа, мм;

$h$  – глубина дорожки износа, мм;

$L$  – длина единичного прохода, мм.

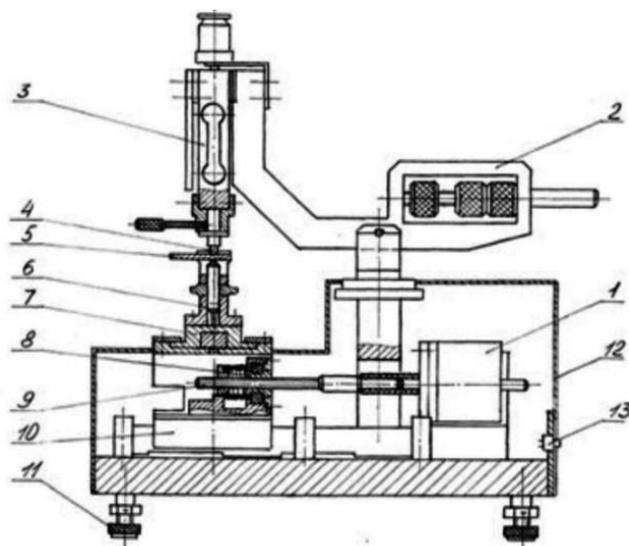


Рис. 5. Схема установки для испытания износостойкости в условиях сухого трения:

1 – двигатель шаговый, 2 – коромысло, 3 – датчик веса, совмещенный с датчиком силы трения, 4 – индентор, 5 – образец, 6 – механизм фиксации образца, 7 – каретка поперечной подачи, 8 – гайка, 9 – винт ходовой, 10 – каретка продольной подачи, 11 – винт установочный, 12 – корпус, 13 – разъемы электрические.

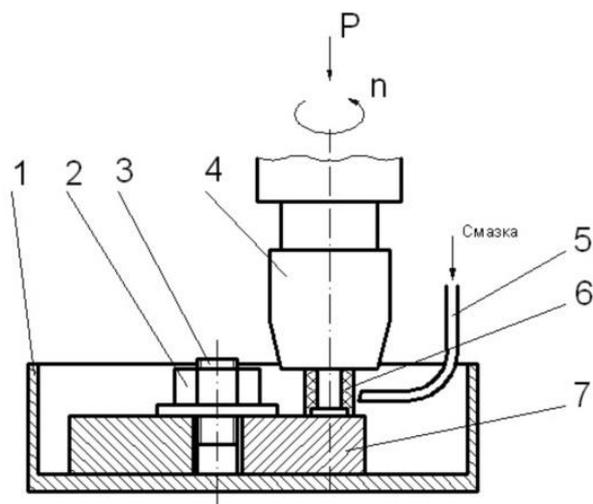


Рис. 6. Схема узла трения для испытания износостойкости в условиях граничного трения

Испытания на износ в условиях граничной смазки проводили на машине трения, изготовленной на базе настольного сверлильного станка. Схема узла трения показана на рисунке 6. В патроне станка закреплено контртело 6 из твердого сплава ВК-6, рабочая часть которого выполнена в виде трубки с толщиной стенки 1,5 мм. Образец 7 представлял собой диск с центральным отверстием. Крепление образца в ванне для сбора смазки 1 осуществлялось при помощи шпильки 3 и гайки 2. В зону трения при испытаниях капельным способом через трубку 5 подавалась смазка – масло промышленное марки И-20. Величина нагрузки на контртело при испытаниях изменялась при помощи комплекта грузов. Оценку износа производили при помощи профилографа-профилометра «Профи-130» по глубине канавки износа, замеренной по профилограмме. Для получения сопоставимых величин износа для разных материалов, для каждого материала определялась величина износа на 1000 м пути трения по формуле:

$$I_t = 1000 \frac{I}{\pi n d t}, \quad (2)$$

где  $I_t$  - величина износа на 1000 м пути трения;

$I$  – средняя величина износа по результатам измерений, мм;

$n$  – скорость вращения шпинделя ( $n = 2300$  об/мин);

$d$  – средний диаметр твердосплавной втулки контртела ( $d=0,016$  м);

$t$  – время испытаний, мин.

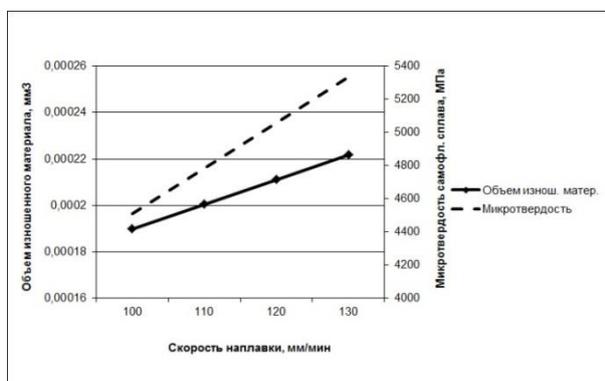


Рис. 7. Зависимость объема изношенного материала от скорости наплавки валков из сплава ПГ-12Н-01 для двухслойного мультимодального покрытия в условиях сухого трения

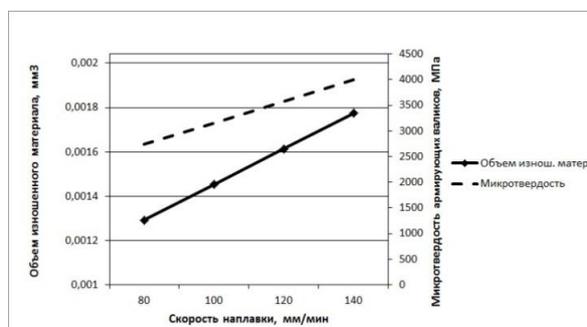


Рис. 8. Зависимость объема изношенного материала от скорости наплавки армирующих валков для армированного покрытия в условиях сухого трения

Результаты испытаний в условиях сухого трения для двухслойного мультимодального покрытия показаны на рисунке 7, а для армированного покрытия – на рисунке 8. Показанные на указанных рисунках результаты получены путем линейной интерполяции по методу наименьших квадратов с помощью редактора электронных таблиц Excel.

Из рисунка 7 видно, что в исследованном диапазоне скоростей наплавки объем изношенного материала для двухслойного мультимодального покрытия при сухом трении увеличивается с увеличением скорости наплавки валков из сплава ПГ-12Н-01. Такая зависимость объясняется тем, что при малых скоростях наплавки и большом энергокладе в покрытие образуется достаточно крупнозернистая и плотная структура фазы сплава ПГ-12Н-01, что обуславливает небольшой объем изношенного материала. С ростом скорости наплавки, несмотря на измельчение структуры, постепенно начинает все больше сказываться уменьшение сцепления материала фазы ПГ-12Н-01 по границам зерен из-за уменьшения энергоклада в покрытие, при этом величина объемного износа растет. Здесь же на рисунке 7 приведена зависимость средней микротвердости фазы сплава ПГ-12Н-01 в мультимодальном покрытии от скорости наплавки. Видно, что при небольших скоростях наплавки микротвердость фазы сплава ПГ-12Н-01 достаточно низкая, покрытие достаточно вязкое, что в сочетании с крупнозернистой структурой определяет небольшую величину объемного износа. При росте скорости наплавки, микротвердость фазы сплава ПГ-12Н-01 увеличивается следовательно возрастает хрупкость, что в сочетании с уменьшением сцепления материала фазы ПГ-12Н-01 по границам зерен приводит к росту величины объемного износа.

Результаты для армированного покрытия (рисунок 8) также показывают, что в исследованном диапазоне скоростей наплавки армирующих валков происходит рост величины износа при увеличении скорости наплавки. При этом микротвердость материала армирующих валков, как и в предыдущем случае, увеличивается с ростом скорости наплавки. Здесь видимо действуют такие же закономерности как в случае двух-

слоистого мультимодального покрытия. Однако, в случае армированного покрытия увеличение величины объемного износа составляет 37 % от величины износа при минимальной скорости, а для мультимодального покрытия только 17 %. Кроме того, величина объемного износа для мультимодального покрытия имеет гораздо меньшее значение, чем у армированного покрытия. Последнее обстоятельство объясняется тем, что второй фазой в мультимодальном покрытии являются наплавленные валики из бронзы ПГ-19М-01, а в армированном покрытии – напыленное плазменным методом покрытие из той же бронзы, имеющее гораздо более низкую плотность и меньшую связь между частицами. Поэтому материал валиков из бронзы в мультимодальном покрытии не подвергается выкрашиванию, а способствует протеканию процесса избирательного переноса и является твердой смазкой при трении [5], что подтверждается полученными результатами.

На рисунке 9 представлена относительная износостойкость покрытий нанесенных различными способами при сухом трении. Из рисунка 9 видно, что при сухом трении наиболее низкую износостойкость имеют наплавленное лазером покрытие из бронзы (1) и армированное покрытие (0,88). Низкой износостойкостью обладает также однослойное мультимодальное покрытие (1,88). Двухслойное мультимодальное покрытие, между тем, имеет при сухом трении износостойкость (6,57) равную износостойкости наплавленного лазером покрытия из самофлюсующегося сплава ПГ-12Н-01 (6,55), в то время как его себестоимость значительно ниже. Таким образом, при сухом трении двухслойное мультимодальное покрытие, учитывая его низкую себестоимость, может быть хорошей альтернативой наплавленному лазером покрытию из весьма износостойкого, но дорогого самофлюсующегося сплава на основе никеля. Что касается армированного покрытия, то при сухом трении его использование не имеет перспективы.

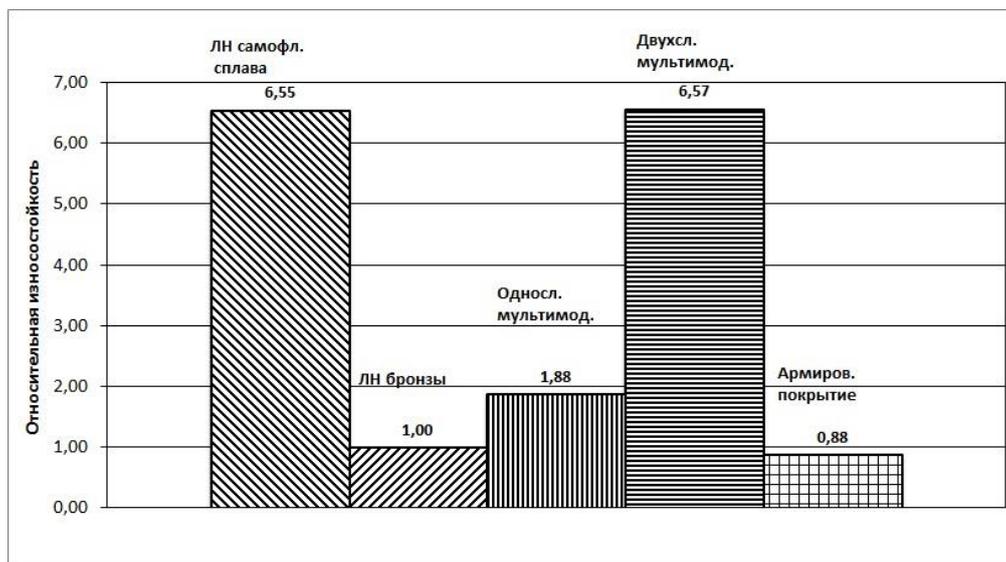


Рис. 9. Относительная износостойкость покрытий в условиях сухого трения

Результаты испытаний при трении в условиях граничной смазки для двухслойного мультимодального покрытия показаны на рисунке 10, а для армированного покрытия – на рисунке 11. Зависимости величины износа от скорости наплавки, показанные на рисунках 10 и 11 получены линейной интерполяцией по методу наименьших квадратов с помощью редактора электронных таблиц Excel.

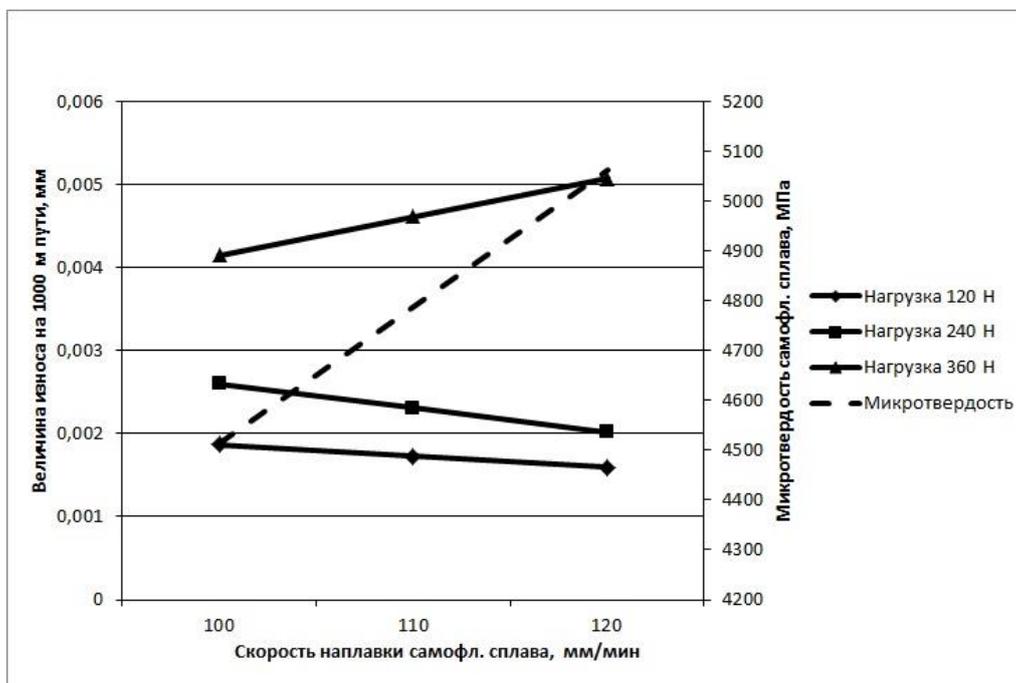


Рис. 10. Зависимость величины износа от скорости наплавки валиков из сплава ПГ-12Н-01 для двухслойного мультимодального покрытия в условиях трения с граничной смазкой

Результаты, приведенные на рисунке 10, показывают, что для двухслойного мультимодального покрытия в условиях трения с граничной смазкой с увеличением скорости наплавки валиков самофлюсующегося сплава величина износа уменьшается при малых и средних нагрузках на контртело (120 и 240 Н). При большой нагрузке на контртело (360 Н), наоборот, происходит увеличение величины износа с увеличением скорости наплавки валиков из сплава ПГ-12Н-01. Полученные результаты показывают, что в случае трения в условиях граничной смазки значительную роль играют процессы избирательного переноса. Если в условиях сухого трения увеличение твердости валиков из сплава ПГ-12Н-01 (с увеличением скорости наплавки) приводило к увеличению износа, то в условиях граничной смазки увеличившаяся хрупкость и уменьшенное сцепление между частицами в валиках самофлюсующегося сплава не способствуют увеличению износа. Наоборот, действие механизма избирательного переноса за счет наличия бронзовой фазы мультимодального покрытия приводит к уменьшению величины износа при росте скорости наплавки (нагрузки 120 и 240 Н)[5]. Только при большой нагрузке на контртело (360 Н) действие механизма избирательного переноса уже не может компенсировать уменьшение сцепления между зернами в валиках сплава ПГ-12Н-01 и при увеличении скорости наплавки величина износа растет.

Для армированного покрытия (рисунок 11) при любой нагрузке на контртело с увеличением скорости наплавки наблюдается уменьшение величины износа. Что в корне отличается от результатов, полученных при сухом трении, когда объем изношенного материала возрастал при увеличении скорости наплавки. При этом величина износа для армированного покрытия в среднем больше величины износа для двухслойного мультимодального покрытия в 2,2 раза при сопоставимых скоростях наплавки валиков из сплава ПГ-12Н-01. Таким образом, несмотря на увеличение микротвердости (и хрупкости) материала валиков из сплава ПГ-12Н-01 при увеличении скорости наплавки с одновременным уменьшением сцепления материала валиков по границам зерен наблюдается уменьшение величины износа при увеличении скорости наплавки валиков из сплава ПГ-12Н-01. Это связано, скорее всего, с наличием брон-

зовой матрицы армированного покрытия, что приводит в действие механизм избирательного переноса, а также с тем, что пористость плазменного покрытия из бронзы является накопителем смазки, что облегчает процесс граничного трения, обеспечивая постоянное присутствие смазки в зоне трения [5].

На рисунке 12 показаны зависимости величины износа от нагрузки на контртело для двухслойного мультимодального покрытия, для наплавленного лазером покрытия из самофлюсующегося сплава ПГ-12Н-01 и армированного покрытия. Видно, что для двухслойного мультимодального покрытия и покрытия из самофлюсующегося сплава, величина нагрузки при трении до момента наступления схватывания охватывает диапазон 120 – 240 Н и, при этом, влияет на интенсивность процессов, определяющих износ в небольшой степени, так как это явление связано в основном с изменением величины и интенсивности пластической деформации поверхностных слоев покрытия. И только после достижения критических значений нагрузки (240 – 360 Н) нагрузка начинает оказывать резкое влияние на величину износа, что связано с переходом к износу схватыванием [6]. Для армированного покрытия уже в пределах диапазона нагрузок 120 – 240 Н наблюдается интенсивный износ, величина износа возрастает в 2,2 раза, что позволяет говорить об износе схватыванием. В диапазоне нагрузок 240 – 360 Н величина износа возрастает еще в 3,6 раза. Таким образом, можно говорить, что для армированного покрытия износ схватыванием происходит во всем исследованном диапазоне нагрузок. И все это несмотря на то, что при нагрузке 120 Н армированное покрытие имеет величину износа меньше, чем два других покрытия. В целом, во всем диапазоне нагрузок наименьшая величина износа наблюдается у двухслойного мультимодального покрытия.

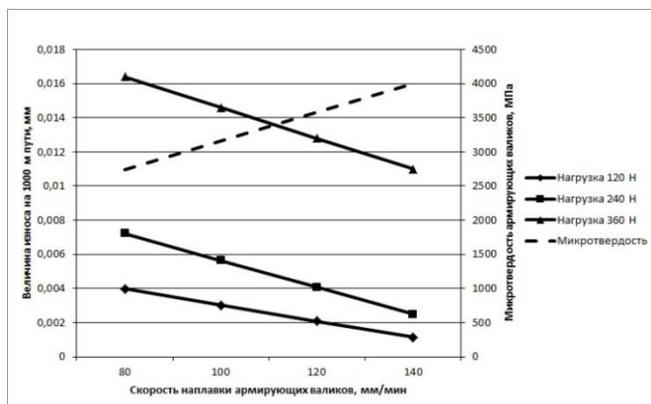


Рис. 11. Зависимость величины износа от скорости наплавки армирующих валков для армированного покрытия в условиях трения с граничной смазкой

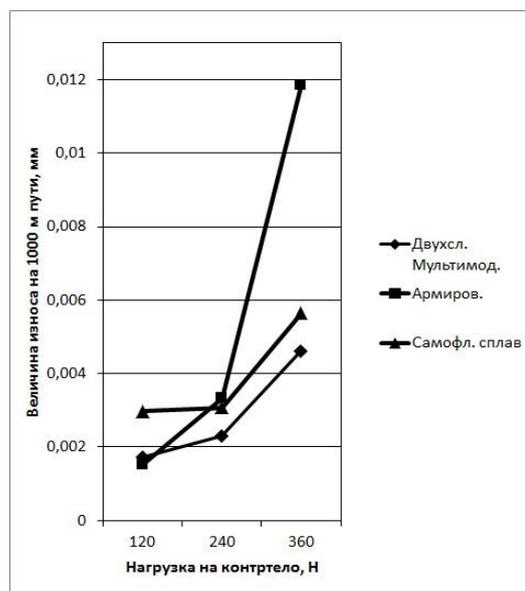


Рис. 12. Зависимость величины износа покрытий от нагрузки на контртело в условиях трения с граничной смазкой

На рисунке 13 представлена относительная износостойкость покрытий, нанесенных различными способами в условиях трения с граничной смазкой при нагрузке на контртело 360 Н.

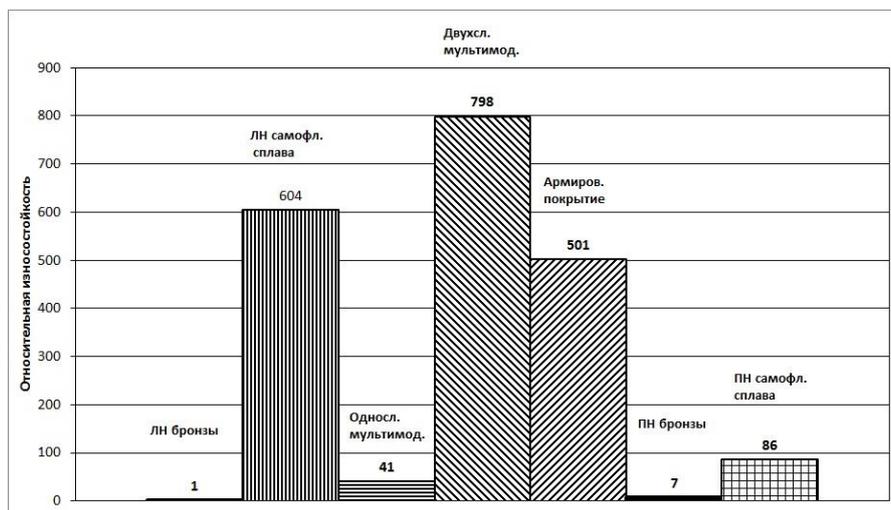


Рис. 13. Относительная износостойкость покрытий в условиях граничной смазки

При трении в условиях граничной смазки наиболее низкую относительную износостойкость имеют наплавленное лазером покрытие из бронзы (1), плазменное покрытие из бронзы (7) и однослойное мультимодальное покрытие (41). Несколько выше износостойкость нанесенного плазменным напылением сплава ПГ-12Н-01 (86). Армированное покрытие имеет износостойкость (501), которая позволяет рекомендовать его в качестве альтернативы плазменному покрытию из сплава ПГ-12Н-01. Износостойкость двухслойного мультимодального покрытия (798) в 1,3 раза превышает износостойкость наплавленного лазером покрытия из самофлюсующегося сплава (604). Таким образом, при трении в условиях граничной смазки двухслойное мультимодальное покрытие, имеющее достаточно низкую себестоимость, может успешно заменять наплавленное лазером покрытие из износостойкого, но дорогого самофлюсующегося сплава на основе никеля. Кроме того, в этих условиях трения армированное покрытие, имеющее относительную износостойкость 501 и удовлетворительную себестоимость, может быть хорошей альтернативой плазменному покрытию из сплава ПГ-12Н-01, имеющему относительную износостойкость 86.

### **Выводы**

1. В мультимодальных покрытиях полученных лазерной наплавкой чередованием валиков из различных материалов и армированием газотермического покрытия лазерной наплавкой наблюдается периодичность изменения микротвердости в поперечном сечении покрытия в направлении параллельно основе и по поверхности покрытий.

2. В случае сухого трения зависимости объема изношенного материала от скорости наплавки для обоих видов покрытий похожи, с ростом скорости наплавки происходит рост объема изношенного материала, что связано с ростом микротвердости материала валиков из сплава ПГ-12Н-01 и уменьшением, одновременно, сцепления материала фазы ПГ-12Н-01 по границам зерен. Величина объема изношенного материала для двухслойного мультимодального покрытия при этом гораздо ниже, чем для армированного покрытия, что обусловлено более выраженным протеканием процесса избирательного переноса для двухслойного мультимодального покрытия.

3. При сухом трении двухслойное мультимодальное покрытие имеет относительную износостойкость намного больше износостойкости армированного покрытия, 6,57 против 0,88. Более того, его износостойкость практически равна износостойкости наплавленного лазером покрытия из самофлюсующегося сплава на основе никеля ПГ-12Н-01 (6,57 против 6,55). Если учесть, что себестоимость нанесения двухслойного мультимодального покрытия практически в 2 раза меньше себестоимости наплавленного лазером покрытия из сплава ПГ-12Н-01, такое покрытие в условиях сухого трения

может с успехом заменить покрытие из сплава ПГ-12Н-01. Низкая износостойкость при сухом трении армированного покрытия исключает его использование в этом случае.

4. В отличие от случая сухого трения, при трении в условиях граничной смазки при малых нагрузках на контртело величина износа двухслойного мультимодального покрытия с ростом скорости наплавки уменьшается. И только при большой нагрузке на контртело наблюдается рост величины износа с увеличением скорости наплавки, что показывает значительную роль механизма избирательного переноса при этом виде трения.

Армированное покрытие при трении с граничной смазкой показывает очень хорошие результаты. Для этого покрытия при любой нагрузке наблюдается уменьшение величины износа с ростом скорости наплавки, несмотря на рост при этом микротвердости фазы сплава ПГ-12Н-01, что непосредственно обусловлено действием механизма избирательного переноса.

5. Зависимости величины износа от нагрузки на контртело при граничной смазке показывают, что для двухслойного мультимодального покрытия и для наплавленного лазером покрытия из сплава ПГ-12Н-01 в диапазоне нагрузок 120-240 Н происходит износ без схватывания, и только при нагрузке выше 240 Н эти покрытия переходят к износу схватыванием. Для армированного покрытия износ схватыванием наблюдается во всем диапазоне нагрузок на контртело.

6. При трении в условиях граничной смазки двухслойное мультимодальное покрытие имеет относительную износостойкость в 1,3 раза выше износостойкости наплавленного лазером сплава ПГ-12Н-01 (798 против 604), с учетом его более низкой себестоимости это покрытие более эффективно в условиях трения с граничной смазкой.

Износостойкость армированного покрытия при граничной смазке ниже износостойкости двухслойного мультимодального покрытия (501 против 798). Тем не менее это покрытие имеет износостойкость выше износостойкости плазменного покрытия из сплава ПГ-12Н-01 (501 против 86) и может успешно его заменять.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ratajski, J. Mechanical properties of antiwear Cr/CrNmultimodule coatings/ J. Ratajski , A. Gilewicz, P. Bartosik, L. Szparaga// Archives of Materials Science and Engineering. – 2015. – V. 75. - I. 2. – P. 35-45.
2. Gilewicz, A. The properties of multi-module and gradient coatings base on CrN/CrCN deposited on nitride 4140 steel/ A.Gilewicz, R. Olik, L. Szpraga, J. Ratajski// ProblemyEksploatacji – Maintenance Problems. – 2014. – I. 3. – P. 27-43.
3. Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок/ Под ред. В.Я. Панченко. – М.: Физматлит, 2009. – 664 с.
4. Шишковский, И.В. Лазерный синтез функционально-градиентных мезоструктур и объемных изделий/И.В. Шишковский. – М.: Физматлит, 2009. – 424 с.
5. Берсенева, В.М. Влияние многокомпонентных и многослойных покрытий на процессы трения и износа/В.М. Берсенева// Физическая инженерия поверхностей. - 2004. - Т. 2. - № 4. - С. 214-219.
6. Аксенов, А.Ф. Трение и изнашивание металлов в углеводородных жидкостях/ А.Ф. Аксенов. - М.: Машиностроение, 1977. - 152 с.

Шелег В.К., Латыпова Е.Ю., Цумарев Ю.А., Синица А.Н., Цыркунов В.А.

**НОВЫЕ ЭКОНОМИЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ  
ТАВРОВЫХ ОДНОСТОРОННИХ СОЕДИНЕНИЙ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*ООО «ВЕБЕР КОМЕХАНИКС», г. Москва*

*Проведен анализ напряженного состояния односторонних тавровых соединений типа Т6 и Т7. Установлено, что для обеспечения максимальной несущей способности соединение типа Т6 не должно иметь выступающей части у сварного шва, соединяющего стенку с поясом. Предложена конструкция таврового двухшовного соединения с составным поясом. Это позволит производить сварку с хорошим доступом к вершине шва при малых углах скоса кромки. Приведено условие, при котором обеспечивается объем наплавленного металла, меньший, чем стандартное соединение типа Т6. Изложены рекомендации по ограничению горизонтального катета подварочного шва. Его величина должна быть равна горизонтальному катету выступающей части основного шва.*

В связи с ростом требований по экономии материальных и трудовых ресурсов в сварочном производстве возрастает актуальность задачи конструирования и изготовления экономичных сварных соединений. Большую роль здесь должно сыграть совершенствование действующих стандартов, определяющих конструктивные элементы сварных соединений и их размеры. Расход ресурсов на изготовление сварной конструкции напрямую связан с объемом наплавленного металла, по которому можно судить о затратах [1]. Это обусловлено необходимостью использования присадочных материалов (электроды, сварочная проволока), электроэнергии на их нагрев и плавление, а также трудовых затрат. Тавровые сварные соединения находят широкое применение в технике изготовления металлических конструкций. Все их разновидности по характеру выполняемых швов можно разделить на односторонние и двусторонние. В ряде случаев применение односторонних тавровых соединений обеспечивает более высокие технико-экономические показатели производства по сравнению с техническими решениями, основанными на соединениях одностороннего типа [2]. Действующими стандартами, в частности, ГОСТ 14771-76, предусмотрено три типа односторонних тавровых соединений: без подготовки свариваемых кромок (соединение Т1), со скосом кромки под углом  $45^\circ$  (соединение Т6), а также аналогичное ему соединение Т7, имеющее вспомогательный подварочный шов с другой стороны соединения. Важной особенностью всех типов односторонних тавровых соединений является их асимметрия, которая в настоящее время не учитывается при оценке несущей способности и которая может оказать заметное отрицательное влияние на величину эксплуатационных напряжений в соединении [3-8]. Недооценка этого фактора может привести к недостаточно обоснованным рекомендациям [9] по конструированию и технологии изготовления тавровых сварных соединений с односторонними швами.

Ввиду важности данного вопроса рассмотрим особенности напряженно-деформированного состояния односторонних тавровых соединений. Асимметрию соединений Т1 и Т6 с исчерпывающей полнотой можно охарактеризовать размером горизонтального катета выступающей наружу части сварного шва (размер  $k$  на рисунке 1), а также величиной непровара  $a$ . Если к стенке соединения при закрепленной полке при-

ложить полезную нагрузку в виде силы  $P$  (см. рисунок 1), то реакция связи окажется смещенной по отношению к центру тяжести сечения на величину  $e = \frac{k+a}{2}$ .

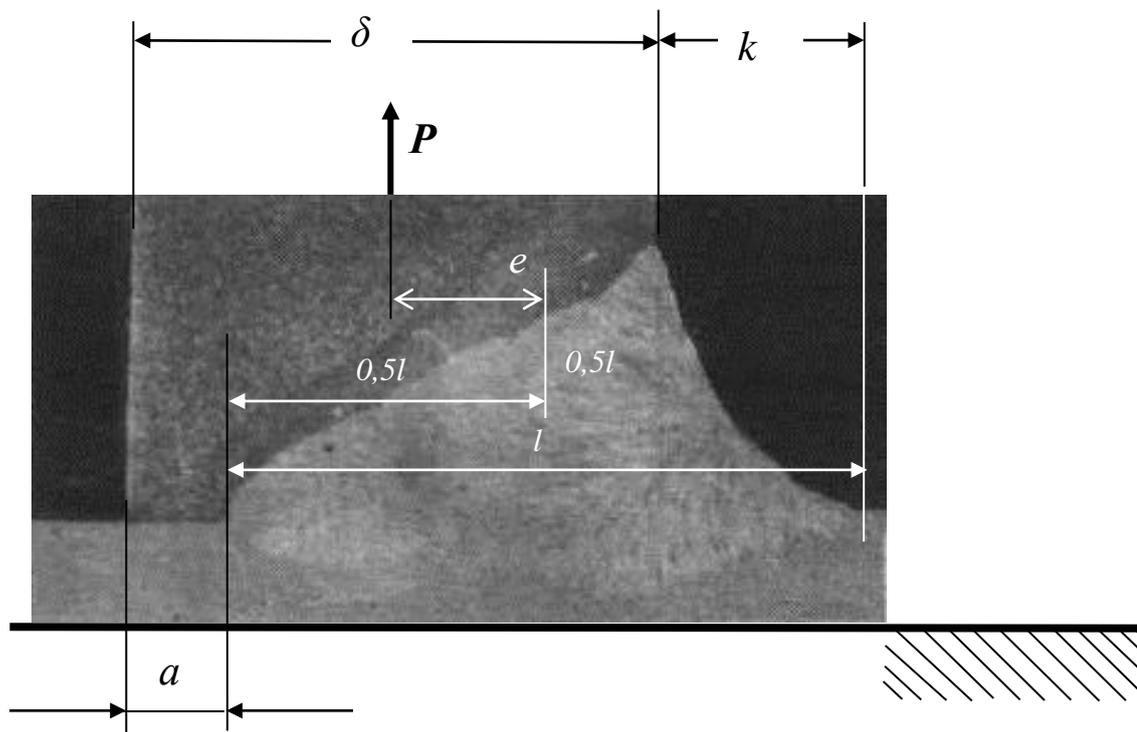


Рис. 1. Макроструктура одностороннего таврового сварного соединения, выполненного с углом скоса кромки величиной  $30^\circ$  [9] и схема его нагружения

Соответственно, в соединении создается дополнительный нагружающий момент величиной  $M = Pe$ , который приводит к образованию растягивающих напряжений в корне шва величиной  $\sigma_M = M/W$ , где  $W = \frac{bl^2}{6}$  - момент сопротивления сечения, а  $b$  - ширина соединяемых пластин.

Суммируя напряжения у корня шва, получим следующее выражение:

$$\sigma_{A1} = \sigma_p + \sigma_M = \frac{P}{bl} + \frac{M}{W} = \sigma_{np} \frac{\delta}{\delta + k - a} + \frac{6b\delta\sigma_{np}(k+a)}{2b(\delta+k-a)^2}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{np}$  - приложенное напряжение;  $P = b\delta\sigma_{np}$ ;  $\sigma_{np}$  - толщина пластины

Величину непровара и горизонтального катета шва удобно выражать в долях от толщины пластины, т.е.,  $a = \beta\delta$ ,  $k = \psi\delta$ ;

Тогда, подставив их в уравнение 1, получим выражение для максимальных суммарных напряжений в виде:

$$\sigma_{max} = \sigma_{np} \frac{1}{1+\psi-\beta} + \sigma_{np} \frac{3(\beta+\psi)}{1+\psi-\beta} = \sigma_{np}\varphi, \quad (2)$$

где

$$\varphi = \frac{1}{1 + \psi - \beta} + \frac{3(\beta + \psi)}{(1 + \psi - \beta)^2} \quad (3)$$

Таким образом, по значению коэффициента  $\varphi$  можно судить о величине максимальных напряжений в асимметричном одностороннем тавровом соединении. Чтобы оценить влияние характерных размеров соединения были проведены расчеты по формуле (3), результаты которых сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Влияние размеров таврового соединения  
на величину максимальных суммарных напряжений

Значения коэффициента $\psi$	Значения коэффициента $\varphi$ при величине $\beta$		
	0	0,05	0,1
0,1	1,16	1,36	1,6
0,2	1,25	1,437	1,654
0,3	1,3	1,472	1,667
0,4	1,326	1,482	1,657
0,5	1,33	1,474	1,633
0,6	1,328	1,457	1,6
0,7	1,315	1,432	1,562
0,8	1,296	1,404	1,522
0,9	1,274	1,373	1,481
1,0	1,24	1,34	1,44

Приведенные в таблице 1 данные свидетельствуют о значительном влиянии факторов, определяющих асимметрию таврового сварного соединения, на величину суммарных напряжений. Дополнительные напряжения, связанные с асимметрией, не только имеют значительную величину, но и действуют в месте наибольшей концентрации напряжений. Такая комбинация неблагоприятных факторов способствует резкому снижению работоспособности соединения, особенно в условиях циклического нагружения. Полученные результаты показывают принципиальную невозможность компенсировать непровар увеличением размера выступающей части сварного шва. Например, при 5% непроваре и небольшом значении  $\psi = 0,1$  увеличение горизонтального катета до  $\psi = 0,4$  приведет только к увеличению суммарных напряжений (коэффициент  $\varphi$  увеличится примерно на 9%). Данные таблицы 1 показывают, что наиболее эффективным направлением повышения экономичности односторонних тавровых сварных соединений является уменьшение размера выступающей части сварного шва. И хотя при этом общая нагрузка на прикорневую область снижается незначительно (на 15% в соединениях, не имеющих непровара), но одновременно здесь может быть обеспечено заметное уменьшение объема сварного шва.

Из-за наличия выступающей части сварного шва продольная сила  $P$  (рисунок 2) оказывается смещенной не только в крайнем сечении  $AB$ , но и в любом другом сечении 1 – 1 на участке, имеющем выступающую часть. Тогда максимальное значение суммарных нормальных напряжений будет иметь место в крайнем волокне присоединяемой пластины (т.е., в точке  $D$  на рисунке 2). Соответственно, при устранении или уменьшении асимметрии в конструкции соединения создаются условия для уменьшения максимального напряжения в основном металле, и, в конечном итоге, уменьшения

толщины  $\delta$  без снижения несущей способности. Следует отметить, что при уменьшении толщины улучшаются условия для полного проплавления стенки и соответствующего уменьшения непровара  $a$  (рисунок 1). Это, в свою очередь, согласно результату (3), способствует еще большему снижению уровня суммарных напряжений в соединении.

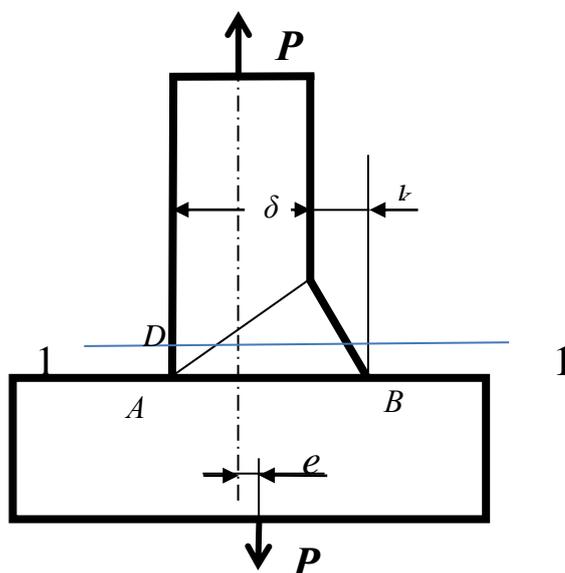
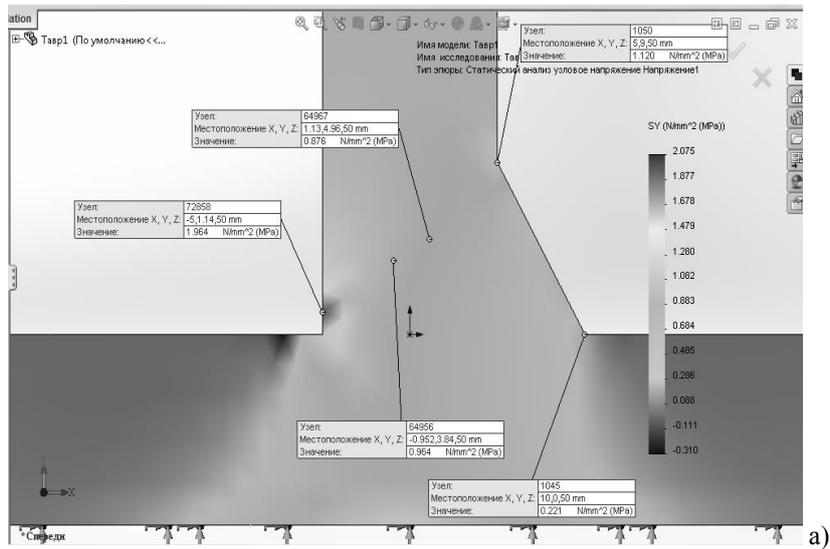


Рис. 2. Схема нагружения одностороннего таврового сварного соединения с полным проплавлением

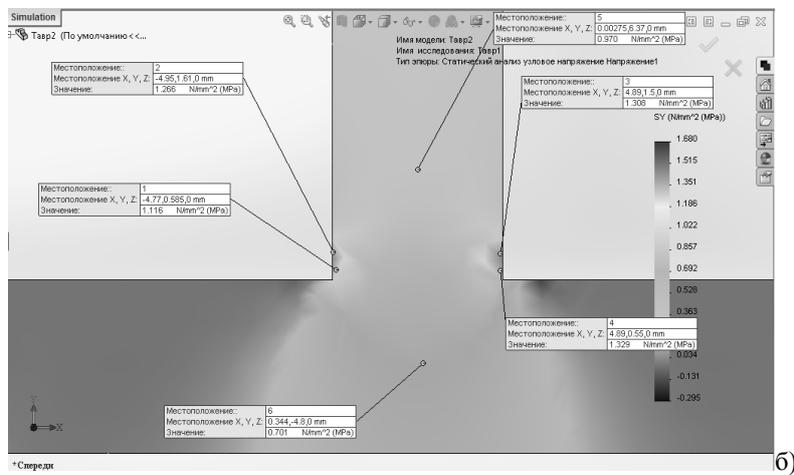
Таким образом, наиболее перспективным направлением совершенствования конструкции одностороннего таврового соединения является стремление к техническим решениям с более симметричной его конфигурацией. Наибольший эффект может быть достигнут за счет уменьшения размеров выступающей части шва в соединении Т6, т.к. кроме повышения несущей способности это обеспечивает и более высокую экономичность. Максимальная технико-экономическая эффективность обеспечивается при *полном* устранении выступающей части и соответственно абсолютной симметричности соединения. Справедливость этого вывода подтверждают результаты сравнительного конечно-элементного анализа напряженного состояния тавровых соединений с наличием выступающей части (рисунок 3а) и без нее (рисунок 3б).

В соединении без выступающей части уровень максимальных нормальных напряжений снизился с 1,964 МПа до значения 1,33 МПа, т.е., в 1,47 раза.

Значительный интерес представляет совершенствование конструкции соединения Т7, в котором мы *предлагаем* нормировать не величину вертикального катета подварочного шва (как это предложено в ГОСТ 14771-76), а его горизонтальный размер, приняв его равным горизонтальному катету выступающей части основного шва (рисунок 4). При выполнении этого условия продольная нагрузка окажется приложенной точно по центру сечения АВ и дополнительный момент в этом сечении не возникает. С целью проверки этого предположения нами был проведен расчет напряженного состояния тавровых соединений с подварочными швами, размеры которых соответствовали условию  $k = k_1$ . Вертикальный размер подварочного шва оставался постоянным. Полученные результаты приведены на рисунке 5 в виде распределения нормальных напряжений в продольных сечениях соединений. Сравнивая распределения нормальных напряжений в соединении Т6 (рисунок 3а) с распределением в соединении Т7 можно заметить, что наличие подварочного шва приводит к снижению максимальных нормальных напряжений с 1,964 МПа до величины 1,44 МПа, т.е., в 1,36 раза.



а)



б)

Рис. 3. Распределение нормальных напряжений в тавровых соединениях:  
 а – выступающей частью сварного шва; б – без выступающей части

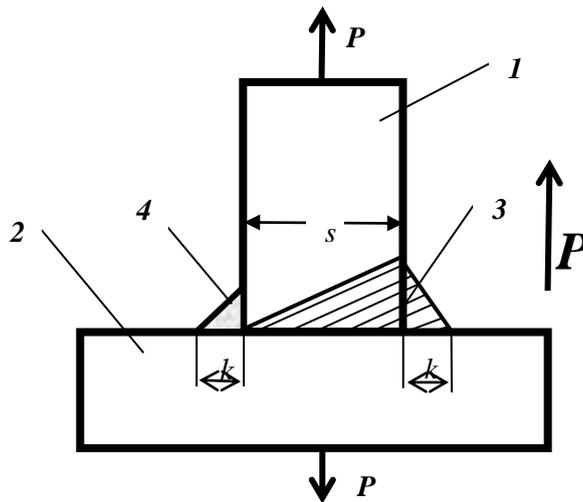


Рис. 4. – Схема одностороннего таврового соединения с подварочным швом.

1, 2 – соединяемые детали;

3 – основной шов;

4 – подварочный шов.

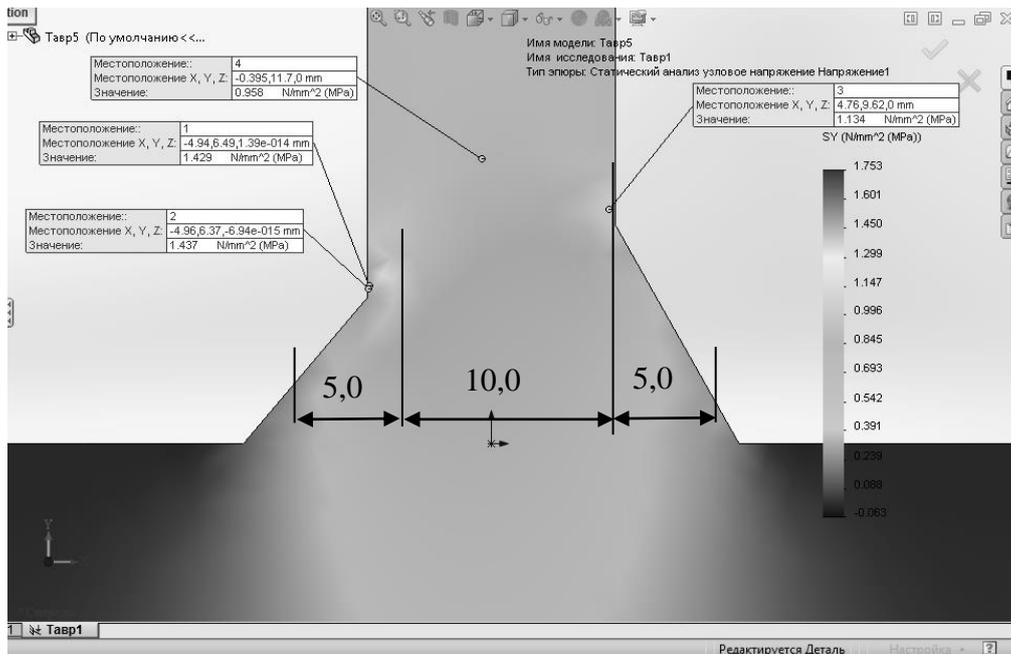
$$k = k_I$$

Стремление к уменьшению размеров выступающей части в комплексе с условием  $k = k_1$  обеспечивает заметное снижение размеров подварочного шва и соответственно расходов на его выполнение. Следует отметить, что при выполнении основного шва без выступающей части, отпадает технико-экономическая целесообразность в наличии подварочного шва, который создаст в соединении асимметрию с соответствующим увеличением уровня максимальных напряжений.

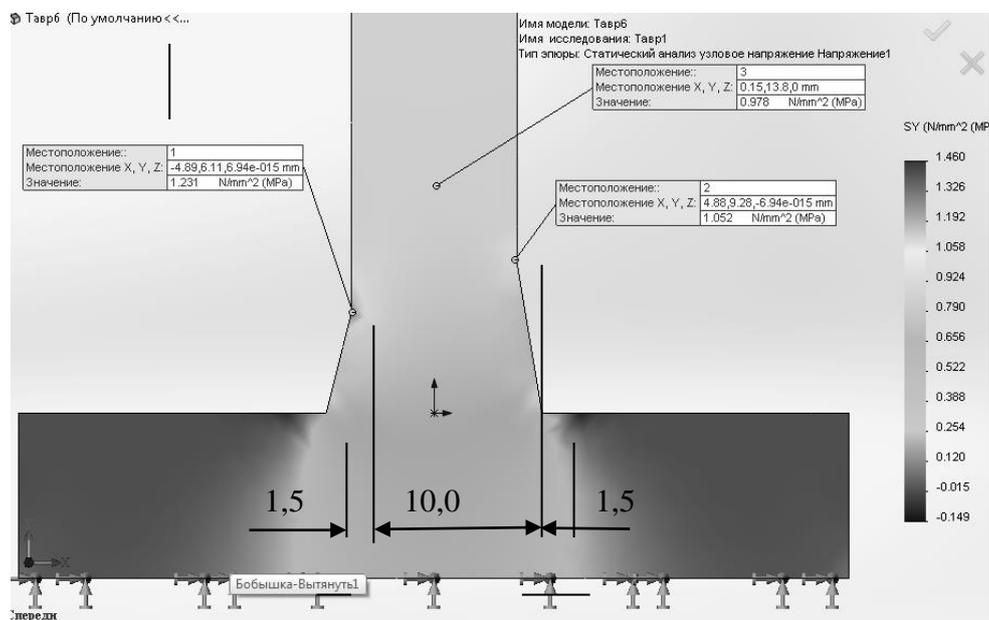
Стремление к повышению экономичности традиционного одностороннего таврового соединения типа Т6 за счет уменьшения угла скоса с  $45^\circ$  до  $30^\circ$  по данным работы [9] при толщине проплавляемого листа 26 мм приводит к образованию непровара  $a = 5$  мм, который снижает несущую способность.

Для оценки влияния непровара был проведен конечно-элементный анализ напряженного состояния, результаты которого приведены на рисунке 6. Эти результаты свидетельствуют о значительном влиянии непровара на величину и распределение рабочих напряжений в соединении. При толщине примыкающего элемента  $\delta = 26$  мм и наличии непровара величин  $a = 5$  мм максимальное расчетное напряжение (нормальное) составило 6,66 МПа. Устранение непровара, достигнутое путем уменьшения толщины примыкающего элемента на величину непровара (с 26 до 21 мм, т.е., в 1,24 раза) при *сохранении величины приложенного усилия* позволило снизить величину максимальных нормальных напряжений в соединении до 3,63 МПа (в 1,83 раза). Уменьшение горизонтального катета выступающей части шва с величины  $k = 9$  мм до  $k = 5$  мм не только не повысило максимальное значение нормальных напряжений, а привело к снижению их уровня до величины 3,25 МПа (в 1,12 раза). Характерно, что снижение максимальных напряжений достигнуто одновременно с повышением экономичности, т.к. объем наплавленного металла сократился в 1,15 раза. Таким образом, компьютерный анализ напряженного состояния показал, что в односторонних тавровых соединениях уменьшение величины выступающей части повышает их экономичность и несущую способность. Соответственно можно прогнозировать и повышение стойкости сварных соединений к развитию опасных процессов деструкции и роста размеров допустимых дефектов при эксплуатации конструкций [10].

Для сварки одностороннего сварного шва без выступающей части не совсем удобными являются традиционные способы расположения свариваемого таврового соединения «в лодочку» или в угол. Более подходящим представляется горизонтальное расположение стенки (чтобы поверхность сварочной ванны также была горизонтальной). Для улучшения условий доступа к корню свариваемого шва при малых углах скоса кромки нами была использована идея составного конструктивного элемента, предложенная в работе [11]. В результате была разработана конструкция таврового соединения с составным поясом, схематично показанная на рисунке 7. Особенностью этой конструкции является наличие полки, состоящей из двух элементов 1. Благодаря этому стало возможным такое расположение сварных швов 3, при котором они располагаются по одну сторону от полки и их выполнению не мешает стенка тавра. На рисунке 7 показаны скосы, выполненные на стенке тавра. Однако при необходимости их можно выполнить на элементах составного пояса. При малых толщинах соединяемых элементов можно произвести сварку без подготовки кромок и без использования присадочного металла (неплавящимся вольфрамовым электродом в аргоне).



а



б

Рис. 5. Распределение нормальных напряжений в тавровых соединениях типа Т7:  
 $a - k = 0,5 s$ ;  $b - k = 0,15 s$

Сравним объемы наплавленного металла в сварных соединениях, показанных на рисунках 4 и 5 при углах скоса  $30^\circ$ . В конструкции соединения, не имеющего выступающей части (см. рисунок 4), площадь поперечного сечения сварного шва определяется следующим образом:

$$F = 0,5tg 30^\circ \delta^2, \quad (4)$$

Площадь сечения двух швов в соединении по рис. 5 определится:

$$F1 = 2 \cdot 0,5tg 30^\circ \delta_1 \delta_1, \quad (5)$$

В выражениях (4) и (5)  $\delta$  и  $\delta_1$  - соответственно толщина стенки и пояса.

При одинаковой экономичности одинаковыми будут и сечения швов:

$$0,5tg30^\circ \delta^2 = 2 \cdot 0,5tg30^\circ \delta_1 \cdot \delta_1.$$

$$\text{Или } \delta_1 = 0,707 \delta.$$

Таким образом, в тавровых соединениях конструкция с составным поясом обеспечивает меньший объем наплавленного металла при следующем соотношении толщин:

$$\delta > 1,414 \delta_1 \quad (6)$$

У стандартного таврового соединения типа Т6 без учета притупления сечение шва будет иметь площадь  $F = 0,5 \delta(\delta + k)$ . Приравнивая эту площадь к площади сечения двух швов по рисунку 5, получим:

$$0,5 \cdot \delta(\delta + k) = 2 \cdot 0,5tg30^\circ \delta_1 \delta_1, \quad (7)$$

При  $k = \delta/2$  с учетом того, что  $tg30^\circ = 0,577$ , получим:

$$0,75\delta^2 = 0,577\delta_1\delta_1; \quad (8)$$

$$0,866\delta = 0,76\delta_1.$$

Следовательно, предлагаемое решение обеспечивает более высокую экономичность при  $\delta \geq 0,877 \delta_1$ .

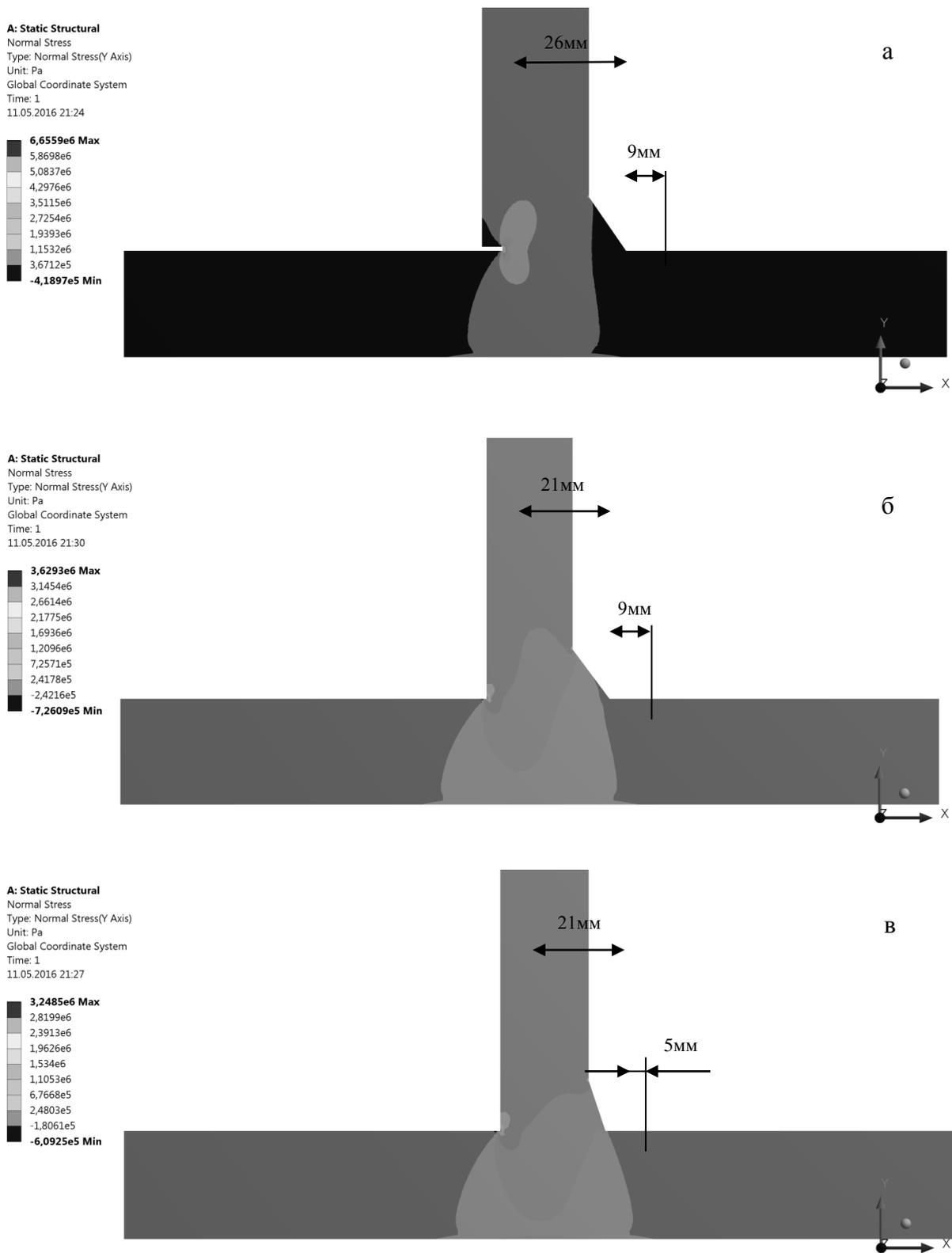


Рис. 6. – Распределения нормальных напряжений в тавровых соединениях:  
*a* – с непроваром; *б* – с толщиной примыкающего элемента, уменьшенной на величину непровара;  
*в* – с уменьшенным размером горизонтального катета углового шва

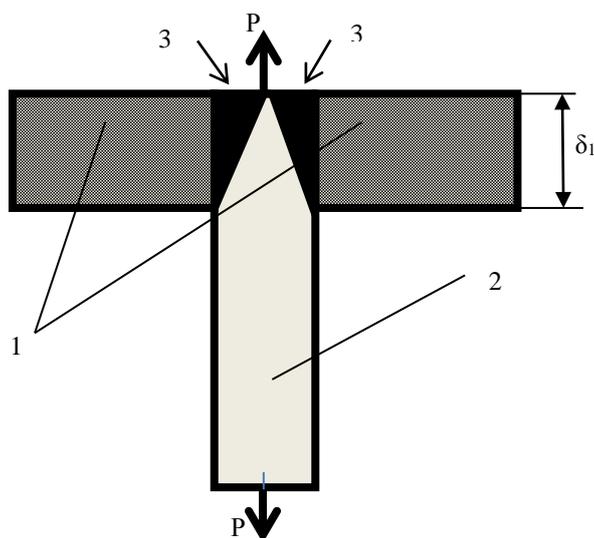


Рис. 7. Одностороннее тавровое сварное соединение с составным поясом:

1 – элементы пояса; 2 – стенка; 3 – сварные швы

### **Выводы**

1. Проведен анализ напряженного состояния одностороннего таврового соединения и установлено, что для обеспечения максимальной несущей способности такое соединение не должно иметь выступающей части у сварного шва, соединяющего стенку с поясом.

2. Для включения в ГОСТ 14771-76 предложена новая конструкция таврового двухшовного соединения с составным поясом, позволяющая производить сварку с удобным доступом к вершине шва при малых углах скоса кромки и приведено условие, при котором оно обеспечивает объем наплавленного металла, меньший, чем стандартное соединение типа Т6.

3. Проведен анализ напряженного состояния одностороннего таврового соединения Т7 и показано, что для обеспечения максимальной несущей способности в таком соединении необходимо нормировать горизонтальный катет подварочного шва, принимая его равным горизонтальному катету выступающей части основного сварного шва и внести соответствующее дополнение в ГОСТ 14771-76.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Аснис, А.Е. Снижение металлоемкости сварных швов стальных конструкций / А.Е. Аснис, Ю.Г. Мосенкис.- Киев.: Техніка.- 1987.- 109 с.
2. Барышев, В.М. Области применения сварных элементов с односторонними швами в строительных стальных конструкциях / В.М. Барышев [и др.] // Экономия материальных, энергетических и трудовых ресурсов в сварочном производстве: тезисы докладов всесоюз. науч.-техн. конф.- Челябинск, 1986.- С. 231.
3. Цумарев, Ю.А. Влияние внецентренного растяжения на напряженное состояние стыкового сварного соединения / Ю.А. Цумарев // Сварочное производство.- 2010.- № 6.- С. 6 – 10.
4. Ю.А. Цумарев. Влияние асимметрии односторонних стыковых швов на распределение напряжений в сварном соединении // Сварка и диагностика.- 2010.- №5.- С. 24-27.
5. Цумарев, Ю.А. Влияние изгиба на концентрацию напряжений в паяных соединениях / Ю.А. Цумарев, Е.В. Игнатова, Е.Ю. Латыпова, Т.С. Латун // Сварочное производство.- 2015.- № 9.- С. 43 - 45.
6. Цумарев, Ю.А. Снижение концентрации напряжений в тавровых неразъемных соединениях / Ю.А. Цумарев, Е.В. Игнатова, Цумарев Е.Н., Е.Ю. Латыпова // Сварочное производство.- 2013.- № 5.- С. 12 – 16.

7. Цумарев, Ю.А. Расчет напряженно-деформированного состояния нахлесточных соединений / Ю.А. Цумарев // Сварка и диагностика.- 2011.- №2.- С. 14 -18.
8. Цумарев, Ю.А. Контактная точечная сварка со специальной подготовкой свариваемых кромок / Ю.А. Цумарев // Автоматическая сварка.- 2010.- № 3.- С. 59 – 61.
9. Иващенко Г.А., Снежков Н.С. Уменьшение массы наплавленного металла угловых швов тавровых соединений с разделкой кромок // Сварочное производство.– 1991.– № 8.– С. 14 – 16.
10. Латыпова, Е.Ю. Продление ресурса эксплуатации трубопроводов с дефектами в сварных соединениях / Е.Ю. Латыпова, Ю.А. Цумарев, В.Н. Клочков // Сварочное производство.- 2017.- № 2.- С. 16 – 20.
11. Латыпова, Е.Ю. Составные конструктивные элементы для неразъемных соединений / Е.Ю. Латыпова, Ю.А. Цумарев // Сварочное производство.- 2016.- № 3.- С. 22 – 38.

Авсиевич А.М., Кудин В.В., Довнар С.С., Качанов И.В., Самойлов И.Р.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТНЫХ И ДИССИПАТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНОСОСТАВНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Представлены подходы определению жесткостных и диссипативных характеристик в механических системах, объединяющих в себе элементы, обладающие различными свойствами и характеристиками. Показано, что решение таких задач в сложных системах может базироваться на совокупности традиционных теоретических подходов, использовании современных экспериментальных методик, а также применении операторного метода с использованием динамических передаточных функций.*

В механических системах с упругими элементами восстанавливающие силы возникают вследствие деформирования этих элементов при колебаниях. Восстанавливающие упругие силы учитываются через потенциальную энергию, которая при малых колебаниях описывается выражением

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} q_j q_k, \quad (1)$$

где  $c_{ij}$  – постоянные коэффициенты, равные значениям вторых производных от потенциальной энергии по обобщенным координатам при  $q_1 = q_{21} = \dots = q_n = 0$ . Эти коэффициенты называются квазиупругими и образуют матрицу

$$c = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & & & \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Именно восстанавливающие упругие силы обуславливают собственные колебательные свойства механических систем. Зависимости восстанавливающих сил от обобщенной координаты, как правило, нелинейные. В случае малых колебаний чаще всего допускается линеаризация этих зависимостей [1]. Определение упругих (жесткостных) характеристик различных конструктивных элементов и их соединений описывается в специальной литературе, в частности [2].

Параметры упругих элементов определяются из силовой или упругой характеристики, представляющей зависимость сил упругости от деформации (рис. 1).

Коэффициент жесткости  $c$  представляет собой производную от силы упругости по величине деформации

$$c_x = \frac{dF}{dX}, \quad c_\varphi = \frac{dM}{d\varphi}; \quad (3)$$

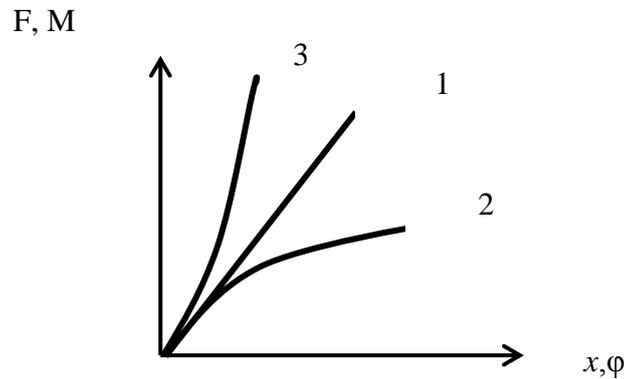


Рис. 1. Виды упругих характеристик: 1 – линейная; 2 – мягкая; 3 – жесткая

В сложных колебательных системах с несколькими упругими элементами числом  $N$  для упрощения динамической модели отдельные жесткости  $c_i$  заменяют одним условным упругим звеном с приведенной жесткостью  $c_{\Pi}$ , определяемой из равенства потенциальных энергий. Так, например, при последовательном соединении упругих элементов приведенную жесткость определяют из условия, что приведенная податливость равна сумме податливостей элементов системы

$$\frac{1}{c_{\Pi}} = \sum \frac{1}{c_i}. \quad (4)$$

При последовательном соединении приведенный коэффициент жесткости равен сумме жесткостей всех элементов системы

$$c_{\Pi} = \sum c_i. \quad (5)$$

Материалы звеньев механической системы оказывают сопротивление внешнему силовому воздействию приложенных сил, и при этом происходит изменение формы и объема звеньев. Это является следствием того, элементы в объеме тела оказывают сопротивление их относительному перемещению.

Из механики деформируемого твердого тела известно, что в трехмерных телах деформации определяются тензором деформации  $l_{ij}$ , компоненты которого для малых деформаций выражаются через компоненты вектора перемещения  $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$ . Тензор напряжений  $\sigma_{ij}$  и тензор деформации  $l_{ij}$  связаны законом Гука

$$\sigma_{i,j} = \lambda l_{ij} \quad (6)$$

где  $\lambda$  – тензор модулей упругости, характеризующих свойства материала и имеющий в случае анизотропии 81 компоненту [3].

В случае динамического нагружения должно выполняться уравнение движения

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho \frac{d^2 r}{dt^2}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

где  $\rho$  – плотность материала,  $t$  – время.

При нагрузках энергия упругого формоизменения запасается, а при разгрузке полностью идет на совершение работы по восстановлению геометрических параметров. Если нагрузки, возникающие при деформировании, приводят к необратимым процессам, то часть энергии деформирования превращается в тепло или диссипирует.

Как следствие, материалы обладают тремя механическими свойствами: 1) упругостью, 2) пластичностью, 3) вязкостью.

Теоретическое описание этого многообразного поведения материалов звеньев производится посредством механико-математических моделей, идеализирующих реальное поведение материалов.

Одномерные эксперименты являются основой для создания одномерных механико-математических моделей. При помощи идеализации зависимости между напряжением и деформацией, полученной экспериментальным путем, находится определяющая связь между ними.

Эксперименты при одномерном растяжении, сжатии и кручении позволяют создать модель линейно-упругого, а также нелинейно-упругого тела. Использование таких моделей позволит определить жесткостные характеристики материалов [1].

Диссипативные параметры элементов механических систем определяются из скоростной (рис. 2) или гистерезисной (рис. 3) характеристики.

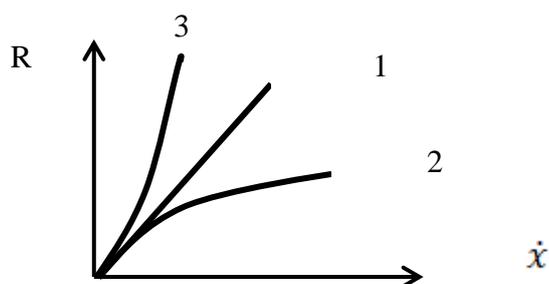


Рис. 2. Скоростная характеристика деформирования:  
1 – линейная; 2 – мягкая; 3 – жесткая

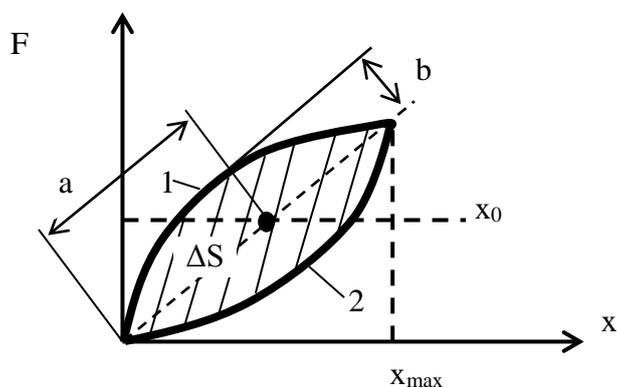


Рис. 3. Гистерезисная характеристика процесса деформирования

Скоростная характеристика представляет собой зависимость силы неупругого сопротивления от скорости деформации  $R(\dot{x})$  при линейной деформации  $x$  или момента неупругого сопротивления от скорости угловой деформации  $M_R(\dot{\varphi})$ . Такие характеристики могут быть линейными (кривая 1 на рис. 2) или нелинейными (кривые 2 и 3).

Коэффициент сопротивления  $b$ , характеризующий диссипацию, представляет собой производную от силы сопротивления по скорости деформирования

$$b_x = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м/с}} \right], \quad b_\varphi = \frac{\partial M_R}{\partial \dot{\varphi}} \left[ \frac{\text{Нм}}{\text{рад/с}} \right]. \quad (8)$$

В большинстве расчетов коэффициент сопротивления  $b$  считают постоянным и ограничиваются линейной зависимостью от скорости деформации, тогда

$$R = -b_x \dot{x}, \quad \text{либо} \quad M_R = -b_\varphi \dot{\varphi}. \quad (9)$$

Гистерезисная характеристика (рис. 3) показывает зависимость силы сопротивления  $F$  элемента от деформации за цикл при нагружении (кривая 1) и разгрузении (кривая 2). Тогда заштрихованная площадь  $\Delta S$  на рис. 3 пропорциональна энергии  $\Delta\Phi$ , рассеиваемой в деформируемом элементе за цикл нагружения.

Коэффициент рассеивания  $\psi$  представляет собой отношение рассеянной энергии  $\Delta\Phi$  за цикл деформирования к максимальной энергии  $\Pi_{\max}$  при нагружении

$$\psi = \frac{\Delta\Phi}{\Pi_{\max}} \quad (10)$$

Как известно [2], гармонической нагрузке соответствует эллиптическая петля гистерезиса. Тогда коэффициент рассеивания определяется формулой

$$\psi = 2\pi ab / F_0 x_0 \quad (11)$$

где  $a$  и  $b$  – полуоси эллипса;

$F_0$  – амплитуда внешних гармонических сил;

$x_0$  – амплитуда упругой деформации.

Всякий элемент механической системы обладает одновременно упругими и диссипативными свойствами. Коэффициент сопротивления  $b$  зависит от жесткости элемента  $c$ , угловой частоты колебаний и связан с коэффициентом рассеивания зависимостью

$$b = \frac{c\psi}{2\pi\omega} \quad (12)$$

Таким образом, диссипативными характеристиками элементов системы являются коэффициент сопротивления  $b$  и коэффициент рассеивания  $\psi$ . Они характеризуют диссипацию энергии в колебательной системе, происходящую за счет контактного и внутреннего трения в элементах и сопряжениях, обладающих упруго-диссипативными свойствами.

В сложных пространственных системах со многими степенями свободы параметры диссипации записываются матрицей диссипации  $B$  размером  $6 \times 6$  с элементами  $b_x, b_y, b_z, b_{\varphi x}, b_{\varphi y}, b_{\varphi z}$ .

Рассеивание энергии в диссипативных и упругих элементах обуславливает затухание свободных колебаний, график которых можно получить экспериментальным путем с использованием виброанализаторов, в частности виброанализатора СД-21 со встроенной программой обработки вибросигнала «Удар» [4]. Программа «Удар» обеспечивает определение частот собственных колебаний, а также характеристик затухания колебаний на любой из обнаруженных собственных частот (добротность резонанса, логарифмический декремент, постоянная затухания). Известно, что натуральный логарифм отношения двух соседних амплитуд называется логарифмическим декрементом затухания колебаний

$$\delta = \ln\left(\frac{A_i}{A_{i+1}}\right) = \ln\left(\frac{A_{i+1}}{A_{i+2}}\right) \quad (13)$$

Коэффициент рассеивания  $\psi$  выражается через декремент  $\Delta$  колебаний и логарифмический декремент

$$\psi = 1 - \Delta^2 = 1 - e^{-2\delta} \cong 2\delta. \quad (14)$$

Практическое определение инерционных жесткостных и диссипативных параметров колебательной системы осуществляется для типовых звеньев (усилительное, интегрирующее, аperiodическое, колебательное, дифференцирующее и запаздывающее) через динамические передаточные функции.

Известно, что динамические свойства колебательной системы при линейных уравнениях движения определяются динамической передаточной функцией, которая является собственной характеристикой системы, не зависящей от начальных условий и сил, действующих на эту систему.

Так, например, для колебательного звена уравнение движения имеет вид

$$a\ddot{q} + b\dot{q} + cq = F(t), \quad (15)$$

а в безразмерном виде

$$T_2^2 \ddot{y} + T_1 \dot{y} + y = kx \quad (16)$$

где  $a$  – инерционный коэффициент;

$b$  – коэффициент сопротивления;

$c$  – жесткостной коэффициент;

$y = q / q_H$  – выходная координата колебательной системы.

Входная координата колебательной системы, от которой зависит входное силовое воздействие, определяется как

$$x = \frac{F(t)}{F_H(t)}. \quad (17)$$

Коэффициенты уравнения в безразмерном виде вычисляются через коэффициенты дифференциального уравнения

$$T_2^2 = \frac{a}{c}, \quad T_1 = \frac{b}{c}, \quad k = \frac{F_H}{cq_H}. \quad (18)$$

Решая уравнение (16) по Лапласу, получим динамическую передаточную функцию колебательного звена (системы)

$$W(S) = \frac{k}{T_2^2 S^2 + T_1 S + 1} = \frac{F_H / q_H}{aS^2 + bS + c} \quad (19)$$

где  $S$  – некоторое комплексное число.

Из полученного выражения видно, что динамическая передаточная функция  $W(S)$  является собственной характеристикой колебательного звена, определяющей его динамические свойства. Зная динамическую передаточную функцию звена, можно при любом заданном законе изменения внешней силы  $F(t)$  найти изображение безразмерной внешней силы  $X(S)$ , и затем изображение безразмерного перемещения  $Y(S)$  при нулевых начальных условиях

$$Y(S) = W(S)X(S). \quad (20)$$

Искомая функция  $Y(t)$  колебательного звена находится непосредственно по справочным таблицам оригиналов и изображений.

Следовательно, если уравнение движения типового звена колебательной системы представлено линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , то динамическая передаточная функция полностью определяет динамические свойства типового звена колебательной системы.

В дальнейшем, применяя последовательное, параллельное и встречно-параллельное соединение типовых звеньев и используя теорию автоматического управления, можно определять передаточные функции сложных колебательных систем, и, следовательно, получить зависимость между входными и выходными функциями колебательных систем.

Определение инерционных, жесткостных и диссипативных характеристик в сложных колебательных системах базируется на совокупности традиционных подходов (определение приведенных инерционных характеристик на основе равенства кинетических энергий и приведенной жесткости – на основе равенства потенциальных энергий), а также применения операторного метода с использованием динамических передаточных функций. Операторный метод позволяет записать динамическую зависимость между входными и выходными функциями в сложных соединениях звеньев колебательных систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Яблонский, А.А. Курс Теории колебаний. Учебное пособие для студентов вузов. А.А. Яблонский, С.С. Норейко. – М.: Высшая школа, 1975. – 248 с.
2. Светлицкий, В.А. Упругие элементы машин. В.А. Светлицкий, О.С. Нарайкин. – М.: Машиностроение, 1989. – 264 с.
3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. Т.1. Колебания линейных систем/ Под ред. В.В. Болотина, – М.: Машиностроение, 1978. – 352 с.
4. Руководство пользователя. Программа Vibro12 для виброанализатора серии СД. – СПб.: Ассоциация ВАСТ, 2010. – 54 с.

Василенок В.Д., Бирич В.В.

**ПРИТУПЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ КРОМОК ЗУБЬЕВ***Белорусский национальный технический университет**г.Минск, Беларусь*

*Решается задача геометрического расчета притупления продольных кромок зубьев другой окружности.*

Профильные кромки зубьев во многих случаях обрабатывают с помощью шлифовальной головки, удерживаемой руками, в результате чего в зоне опасного сечения кромки оказываются часто непритупленными. Полирование кромок преимущественно не производят и образующиеся при шлифовании поперечные риски являются дополнительными концентраторами напряжений. По данным Решетова Д.Н., Кораблева А.И. изгибная прочность зубьев, кромки которых были закруглены на специальных станках, оказались на 17% выше, чем зубьев, контур которых был опилен вручную. Отмечается и необходимость соблюдения одинаковых размеров притуплений продольных кромок зубьев одного и того же модуля. От характера притупления продольных кромок зависит величина давлений и их распределение по длине зубьев в начале и конце зацепления. Рассмотрим геометрический расчет притупления продольной кромки зубьев рис.1 в торцовой плоскости другой окружности радиуса  $R$  с центром в точке  $Ц$ . Вариант 1. Пусть притупление задано следующими параметрами:  $hk$  -высота притупления,  $R$  - радиус притупления,  $\alpha^*$ -угол перелома торцового профиля в точке  $К$  начала притупления. Найдем координаты точки  $Ц$ : полярные -  $\psi_{ц}$  и  $\eta_{ц}$  и декартовы-  $x_{ц}$  и  $y_{ц}$ . Рассматривая треугольник  $ОХЦ$  (рис.1) при  $\alpha^* \geq 0$ , получим

$$r_{ц} = \sqrt{r_{к}^2 + R^2 - 2r_{к} R \sin(\alpha_{к} + \alpha^*)},$$

где  $r_{к} = r_{а} - h_{к}$

$$\alpha_{к} = \arccos \frac{r_{б}}{r_{к}}.$$

Далее, используя свойство эвольвенты и рассматривая рис.2, найдем

$$\psi_{ц} = \alpha_{к} - \mathcal{G}_{к} - \beta_{к} = \psi_{б} - \beta_{к} - \text{inv } \alpha_{к},$$

где  $\mathcal{G}_{к} = \text{tg } \alpha_{к} - \psi_{б}$ ,

$$\beta_{к} = \arccos \frac{r_{к}^2 + r_{ц}^2 - R^2}{2r_{к} r_{ц}}.$$

Если  $\alpha^* = 0$ , решение упростится

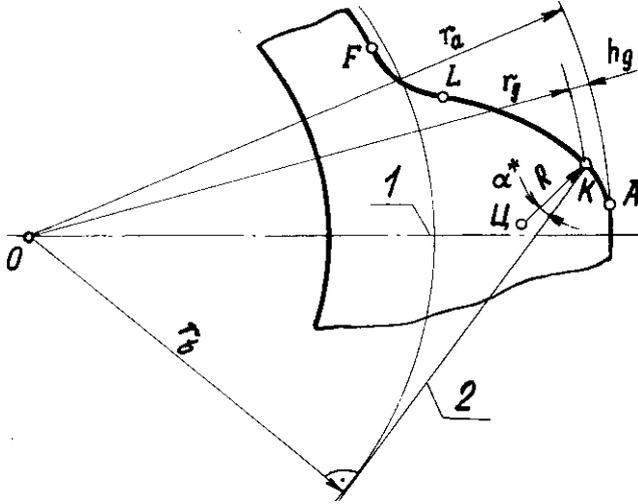


Рис. 1

$$\psi_u = \alpha_u - \alpha_k,$$

где  $\rho_k = r_k \sin \alpha_k$ ;

$$\alpha_u = \arctg \frac{\rho_k - R}{r_b}$$

Следует отметить, что при любых значениях  $\alpha^* \geq 0$ , декартовы координаты точек Ц и В определяются для трех вариантов, приведенных в настоящей работе, по одним и тем же формулам. Декартовы координаты точки Ц находятся из следующих выражений:

$$x_u = r_u \cos \psi_u;$$

$$y_u = r_u \sin \psi_u.$$

Декартовы координаты точки В определяются выражениями

$$x_b = r_a \cos \psi_{ам}; \quad y_b = r_a \sin \psi_{ам};$$

где  $\psi_{ам} = \psi_u + \psi_R$ ;  $\psi_R = \arccos \frac{r_a^2 + r_u^2 - R^2}{2r_a r_u}$ .

Решение корректно, если будут выполнены следующие условия:

$$r_u \geq r_a - R, \quad R \leq \frac{\rho_k}{\cos \alpha^*}, \quad \psi_R > 0, \quad \psi_{ам} \geq 0.$$

Если хотя бы одно из условий окажется невыполненным, то исходные данные не удовлетворительны и приведенные выше формулы теряют силу.

Нормальная толщина притупленного зуба на поверхности вершины будет:

$$S_{на} = 2r_a \psi_{ам} \cos \arctg \frac{r_a \operatorname{tg} \beta}{r},$$

где  $\beta$  – угол наклона зубьев,  
 $r$  – делительный радиус.

В случае, если притупляется зуб с модифицированной головкой и линия модификации зуба тоже эвольвента, то при определении координат точки Ц, надо в приведенные выше формулы, вместо параметров эвольвенты  $rb$  и  $\psi b$  подставить параметры  $r_{bm}$   $\psi_{bm} = \psi_m + \psi_{\Delta}$ , точные значения которых приведены в [3, 4].

Вычислим теперь функцию  $\Delta_y = \Delta_y(\rho_y)$ , где  $\Delta_y$  – глубина притупления в текущей точке  $P$ , находящейся на эвольвенте 2, определяемая аргументом  $\rho_y$ . Или  $\Delta_y$  – расстояние от текущей точки  $P$  до линии притупления 5 в направлении касательной  $PM_y$  к основной окружности 1, (рис. 1). Тогда получим

$$\Delta_y = \rho_y - r_u \sin(\nu_y + \psi_u) - R \cos \varphi_y,$$

где  $\varrho_y = \frac{\rho_y}{r_b} - \psi_b$ ;

$$\psi_y = \arcsin \frac{r_b - r_u \cos(\varrho_y + \psi_u)}{R}$$

Из рис. 2 видно, что наибольшая глубина притупления  $\Delta_{ya}$  будет в точке А, а наименьшая (равная нулю) - в точке К. Тогда аргумент  $\rho_y$  находится в интервале

$$\rho_k \leq \rho_y \leq \rho_a,$$

где  $\rho_k = r_k \sin \arccos \frac{r_b}{r_k}$ ;

$$\rho_a = r_a \sin \arccos \frac{r_b}{r_a}.$$

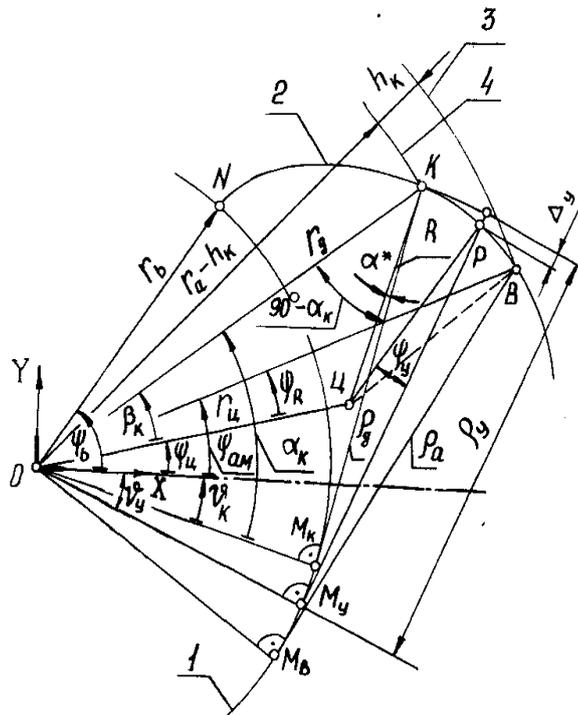


Рис. 2

Вариант 2. Притупление задано параметрами:  $hk$ ,  $\alpha^*$  и  $\Delta_y$ .

Найдем координаты точки Ц. Сначала определим координаты точки С, из рис. 2 имеем

$$r_c = \sqrt{r_b^2 + (\rho_a - \Delta_{ya})^2};$$

$$\psi_c = \arctg \frac{\rho_a - \Delta_{ya}}{r_b} - \varrho_a,$$

где  $\rho_a = r_a \sin \arccos \frac{r_b}{r_a}$ ;

$$\mathcal{G}_a = \frac{\rho_a}{r_b} - \psi_b.$$

Рассматривая прямоугольный треугольник ОТК (рис. 2), получим длины отрезков

$$\overline{OT} = r_k \cos(\alpha^* + \mathcal{G}_k + \psi_k);$$

$$\overline{KT} = r_k \sin(\alpha^* + \mathcal{G}_k + \psi_k);$$

где  $r_k = r_a - h_k$ ;

$$\psi_k = \psi_b - \text{inv arccos} \frac{r_b}{r_k};$$

$$\mathcal{G}_k = \frac{\rho_k}{r_b} - \psi_b;$$

$$\rho_k = r_k \sin \alpha_k;$$

$$\alpha_k = \arccos \frac{r_b}{r_k},$$

используя зависимость между отрезками двух взаимно нормальных хорд в круге радиуса R, одна из которых является его диаметром, найдем

$$R = \frac{a_0^2 + b_0^2}{2b_0};$$

где  $b_0 = \overline{Kn}$ ;

$$a_0 = \overline{Cn} = \overline{TE};$$

$$b_0 = \overline{KT} - r_c \sin(\alpha^* + \mathcal{G}_k + \psi_c);$$

$$a_0 = r_c \cos(\alpha^* + \mathcal{G}_k + \psi_c) - \overline{OT}.$$

Тогда полярные координаты точки Ц определяются выражениями

$$\psi_{\text{ц}} = \arccos \frac{r_m}{r_{\text{ц}}} - \alpha^* - \mathcal{G}_k;$$

$$r_{\text{ц}} = \sqrt{\overline{OT}^2 + (\overline{KT} - R)^2}.$$

Вариант 3. Притупление задано параметрами  $hk$ , R и  $\Delta_{ya}$ .

Найдем полярные координаты точки С (рис.2)

$$r_c = \sqrt{r_b^2 + (\rho_a - \Delta_{ya})^2};$$

$$\psi_c = \arctg \frac{\rho_a - \Delta_{ya}}{r_b} - \mathcal{G}_a,$$

где  $\rho_a = r_a \sin \alpha_a$ ;

$$\mathcal{G}_a = \frac{\rho_a}{r_b} - \psi_b;$$

$$\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}.$$

Полярные координаты точки Ц определяются из следующих выражений:

$$\psi_{\text{ц}} = \alpha_{\text{к}} - \mathcal{G}_{\text{к}} - \beta_{\text{к}};$$

$$r_{\text{ц}} = \sqrt{r_{\text{к}}^2 + R^2 - 2r_{\text{к}}R\sin(\alpha_{\text{к}} + \alpha^*)},$$

где  $r_{\text{к}} = r_a - h_{\text{к}};$

$$\beta_{\text{к}} = \arccos \frac{r_{\text{к}}^2 + r_{\text{ц}}^2 - R^2}{2r_{\text{к}}r_{\text{ц}}};$$

$$\rho_{\text{к}} = r_{\text{к}} \sin \alpha_{\text{к}};$$

$$\alpha_{\text{к}} = \arccos \frac{r_b}{r_{\text{к}}};$$

$$\mathcal{G}_{\text{к}} = \frac{\rho_{\text{к}}}{r_b} - \psi_b;$$

$$\alpha^* = \alpha_{\text{к}} - \psi_{\text{к}} - \mathcal{G}_{\text{к}};$$

$$\psi_{\text{к}} = \psi_b - \operatorname{inv} \arccos \frac{r_b}{r_{\text{к}}}.$$

По приведенным выше формулам (вариант 1) проводится числовой параметр расчета координат центра Ц окружности притупления для зубчатого колеса с исходными данными:  $Z=14$ ,  $m=6$  мм,  $\beta=18^\circ$ ,  $\alpha=20^\circ$ ,  $h^*a=1$ ,  $h^*l=2$ ,  $C^*=0.2951$ ,  $x=0,6$ ,  $\delta=0$ ,  $AHr=245$  мкм,  $hk=0,448$  мм;  $R=1,2$  мм;  $\alpha^*=1^\circ$ , Координаты центра Ц будут (условия корректности соблюдены): полярные -  $\psi_{\text{ц}}=0,01124$  рад,  $r_{\text{ц}}=52,54$  мм, декартовы-  $x_{\text{ц}}=52,53$  мм;  $y_{\text{ц}}=0,578$  мм.

УДК 629.113.073

Гурвич Ю.А.

## ВЫБОР КРИТЕРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СЕТОК

*ГУО «Институт пограничной службы Республики Беларусь»*

*Минск, Беларусь*

*Показано, что задачи выбора критерия, разработки методики комплекса программ многокритериальной оптимизации параметров транспортных средств во всем скоростном диапазоне движения машин должны решаться методами*

*случайного поиска. С помощью методов Монте-Карло и ЛПТ - последовательности, по сравнению с методом сеток, выполняется минимальное количество вычислительных процедур за счет варьирования значениями сразу всех параметров.*

*Результаты данных исследований необходимо ввести в курсы лекций и практических занятий для студентов и курсантов технических вузов.*

Задачи многокритериальной оптимизации значений геометрических, конструктивных и других параметров автомобилей во всем скоростном диапазоне движения на стадии их проектирования являются сложными научно-техническими задачами.

Для их решения:

во-первых, требуется, как правило, усилия целого коллектива: механиков, конструкторов, инженеров, математиков, программистов;

во-вторых, используются специальные методы, заимствованные из разных наук: механики (теоретической и аналитической механики, механики неголономных систем, теории устойчивости движения, теории качения колеса, теории автоматического регулирования, теории машин и механизмов и т.д.); математического моделирования; многокритериального синтеза, множество Парето; теории идентификации; теории вероятности и математической статистики; теории приближения функций и многих других теорий.

Затем эти методы «сшиваются» в единое целое, которое представляет собой новые методики, алгоритмы и программы выбора параметров автомобилей, удовлетворяющих сразу нескольким критериям, причем во всем скоростном диапазоне движения этих машин.

Пример практической реализации (в виде методик, алгоритмов и комплекса программ с использованием множества Парето) многокритериальной оптимизации значений параметров управляемой оси (или управляемого моста), рулевой трапеции автомобилей и автобусов «МАЗ», приведен в [1,2].

Для успешного решения задач многокритериальной оптимизации необходимо выбрать «хороший» метод оптимизации (обозначим этот метод – «М\*»), который обеспечит выполнение из множества существующих критериев, по меньшей мере, этих двух, не всегда коррелированных между собой, критериев [3]:

минимальное количество вычислительных процедур;

минимальное время счета.

В качестве исходного материала для поиска «М\*» используем:

простейший метод оптимизации – метод сеток (или метод перебора значений всех параметров в узлах сетки [4]), аналогом, которого может служить лист бумаги в клетку (с параметрами  $X$  и  $Y$ ), где на пересечении горизонтальных –  $X$  и вертикальных –  $Y$  линий расположены узлы сетки. При одинаковом числе разбиений параметров число узлов равно  $X^2=Y^2$ . Если добавить третий параметр  $Z$ , то число узлов –  $X^3=Y^3=Z^3$ . Такие вычисления можно выполнить для  $n$ -мерного пространства параметров при не одинаковом (и при одинаковом) числе разбиений каждого из параметров;

геометрические, жесткостные, массовые, конструктивные и другие параметры в виде  $n$ -мерного пространства параметров, представляющие собой коэффициенты механико-математического описания движения транспортного средства, иначе – коэффициенты, стоящие перед слагаемыми каждого уравнения системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику транспортного средства.

В данной работе: реализованы алгоритмы расчетов количества узлов сетки, использующие методы комбинаторики и правило круговой подстановки при одинаковом и не одинаковом числе разбиений параметров; получен ответ на вопрос: «В чем же выигрывает проектировщик, если одновременно варьировать два, три или более значений параметров при неизменных величинах остальных параметров механико-математического описания движения транспортного средства, по сравнению с изменением только одного параметра при неизменном значении остальных параметров?»

Выбор метода оптимизации осуществим после сравнения результатов вычислений по формулам, определяющим:

– количество совокупностей (или число сочетаний) значений параметров  $W_{fnN}^n$  для  $n$ -мерного пространства варьируемых параметров, когда число уровней варьирования каждой  $n$ -мерной координаты различно –  $f_{1i}, f_{2j}, \dots, \lambda f_{nN}$  (где  $i, j, \dots, N$  – теку-

щие порядковые номера уровней варьирования по каждой  $n$ -мерной координате  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, \lambda_n}$ );

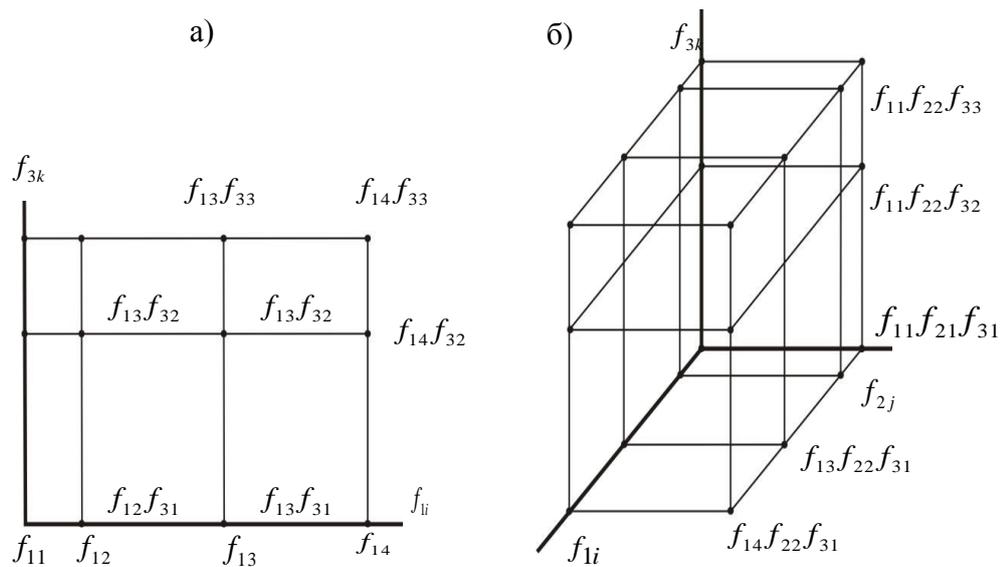
– число зон устойчивости или неустойчивости движения управляемых колес машины  $W_{fnN}^n(k_1)$  (где  $k_1 = \overline{1, m}$ ) при одновременном варьировании значений сначала одного параметра  $k_1 = 1$ , затем двух  $k_1 = 2 \dots k_1 = 1, 2, \dots, (n-1), n$  при неизменных значениях остальных значений параметров в этой  $n$ -мерной совокупности параметров.

Расчет совокупностей параметров по формуле  $W_{fnN}^n$  для плоскости  $n=2$  и для пространства  $n=3$  (рис. 1) различных по физическому смыслу параметров и с разным числом уровней варьирования  $f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}$ . Если  $i = \overline{1, 4}$ ,  $j = \overline{1, 2}$ ;  $k = \overline{1, 3}$ , то  $f_{1\lambda_1} = 4$ ,  $f_{2\lambda_2} = 2$ ,  $f_{3\lambda_3} = 3$ . Тогда количество совокупностей параметров на плоскости  $f_{1i}, f_{3k}$  и в пространстве  $f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}$  будет равно:

$$W_{fnN}^2 = f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3}; \quad W_{fnN}^3 = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3};$$

$$W_{fnN}^2 = 4 * 3 = 12; \quad W_{fnN}^3 = 4 * 2 * 3 = 24.$$

В  $n$ -мерном пространстве параметров количество всех совокупностей, содержащих по  $n$  параметров каждая, определяется выражением (1):



$$W_{fnN}^n = \prod_{n=1}^n f_{n\lambda_n}. \quad (1)$$

Рис.1. Количество совокупностей параметров:

$a$  – на плоскости  $f_{1i}, f_{3k}$  (вид на рис. 1,б со стороны отрицательного направления оси  $f_{2j}$ );

$б$  – в трехмерном пространстве  $f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}$  параметров

Примеры расчета совокупностей параметров по формуле  $W_{fnN}^n(k_1)$  при  $k_1 = \overline{1, m}$  будем реализовывать для однокритериальной задачи, где критерием устойчивости движения машины и функцией совокупности параметров является скорость движения

управляемых колес  $-V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, \dots, f_n)$ ; которая представляет поверхность в  $n$ -мерном пространстве параметров.

*Пример 1.* Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j})$  – функция двух параметров.

Чтобы построить эту поверхность в виде сетки необходимо:

во-первых, варьировать величину параметра  $f_{1i}$ , при неизменной какой-либо одной из величин  $f_{2j}$ , например  $f_{21} = const$ . При этом получим ряд точек  $V_{21_i}$  где  $i = \overline{1, \lambda_1}$ , через которые, используя методы аппроксимации, проведем плавную кривую, являющуюся элементом сетки. Зависимость  $V_{21_i} = V_{21_i}(f_{1i}, f_{21})$  представляет собой одну плоскую зону устойчивости. Всего нужно построить  $j = \lambda_2$  плавных кривых и плоских зон устойчивости вида  $V_{2j_i} = V_{2j_i}(f_{1i}, f_{2j})$ ;

во-вторых, варьируя величину  $f_{2j}$  где  $j = \overline{1, \lambda_2}$  при уже неизменной величине  $f_{1i}$  где  $i = \overline{1, \lambda_1}$ , необходимо построить еще  $i = \lambda_1$  плавных кривых и плоских зон устойчивости вида  $V_{1i_j} = V_{1i_j}(f_{1i}, f_{2j})$ .

Полное количество плоских зон устойчивости движения и плавных кривых, отображающих сетку в двухмерном пространстве параметров, определяется зависимостью

$$W_{fnN}^2(1) = \sum_{j=1}^{\lambda_2} \sum_{i=1}^{\lambda_1} V_{2j_i} + \sum_{i=1}^{\lambda_1} \sum_{j=1}^{\lambda_2} V_{1i_j} \quad (2)$$

В (2) первое слагаемое определяет количество плавных кривых параллельных оси  $j$  и равно  $\lambda_2$  второе слагаемое – наоборот: параллельных оси  $i$  и равно  $\lambda_1$ .

Если одновременно варьировать величины двух параметров, то для изучения поверхности  $V(f_{1i}, f_{2j})$  необходимо построить всего одну двухмерную область устойчивости.

*Пример 2.* Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k})$  – функция трех параметров.

$W_{fnN}^3(1)$  определим по (3), используя правило круговой подстановки (рис. 2), в скобках каждого слагаемого указывается тот недостающий параметр, величину которого варьируют:

$$W_{fnN}^3(1) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2}(f_{3k}) + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3}(f_{1i}) + f_{3\lambda_3} * f_{1\lambda_1}(f_{2j}) \quad (3)$$

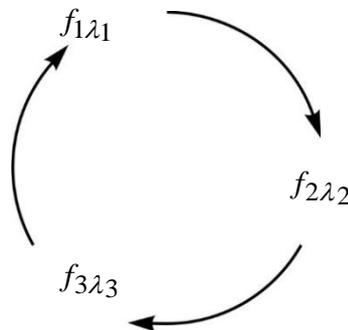


Рис. 2. Правило круговой подстановки в (3) работает только в положительном направлении  
Число плоских зон устойчивости по (3) для рис. 1,б равно:

$$W_{fnN}^3(1) = 4 * 2 + 2 * 3 + 3 * 4 = 26$$

$W_{fnN}^3(2)$  определим по (4), в скобках каждого слагаемого указываются те недостающие параметры, величину которых варьируют:

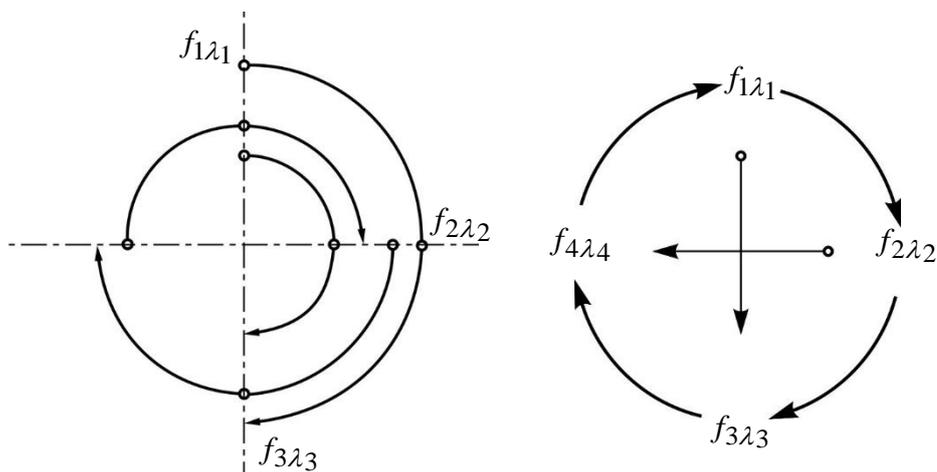
$$W_{fnN}^3(2) = f_{1\lambda_1}(f_{2j}f_{3k}) + f_{2\lambda_2}(f_{3k}f_{1i}) + f_{3\lambda_3}(f_{1i}f_{2j}) \quad (4)$$

Иначе, число зон устойчивости  $W_{fnN}^3(2)$  равно сумме чисел уровней варьирования по каждой координате. Для рис. 1,б число плоских зон устойчивости равно:  $W_{fnN}^3(2) = 4 + 2 + 3 = 9$ .

Если одновременно варьировать величины трех параметров, то для изучения поверхности  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k})$  необходимо построить всего одну трехмерную область устойчивости.

*Пример 3.* Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l})$  – функция четырех параметров.

$W_{fnN}^4(1)$  определим по (5), используя правило круговой подстановки (рис. 3,а):



$$W_{fnN}^4(1) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} \quad (5)$$

Рис. 3. Правило круговой подстановки для четырёх параметров

$W_{fnN}^4(2)$  определим по (6), используя правило круговой подстановки (рис. 3,б):

$$W_{fnN}^4(2) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} + f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{4\lambda_4} \quad (6)$$

$W_{fnN}^4(3)$  равно сумме чисел уровней варьирования по каждой четырехмерной координате.

В случае одновременного варьирования значений четырех параметров для изучения поверхности  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l})$  необходимо построить всего одну четырехмерную область устойчивости.

Пример 4. Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l}, f_{5m})$  – функция пяти параметров.

$W_{fnN}^5(1)$  определим по (7), используя правило круговой подстановки (рис. 4)

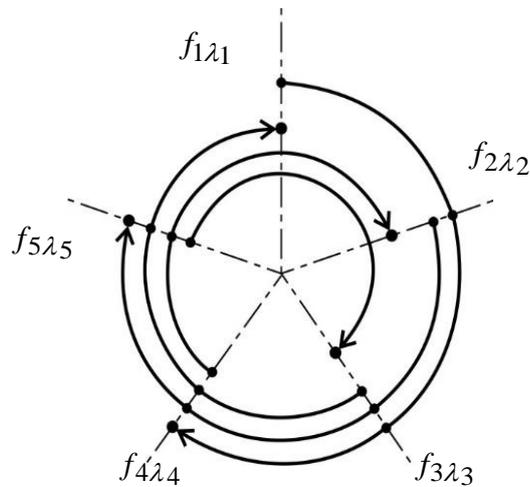


Рис. 4. Правило круговой подстановки для пяти параметров в (7) работает только в положительном направлении

$$\begin{aligned}
 W_{fnN}^5(1) = & f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + \\
 & + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + \\
 & + f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$W_{fnN}^5(2)$  определим по (8), используя правило круговой подстановки (рис. 5):

$$\begin{aligned}
 W_{fnN}^5(2) = & f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + \\
 & + f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{2\lambda_2} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + \\
 & + f_{3\lambda_3} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{5\lambda_5} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3}
 \end{aligned} \tag{8}$$

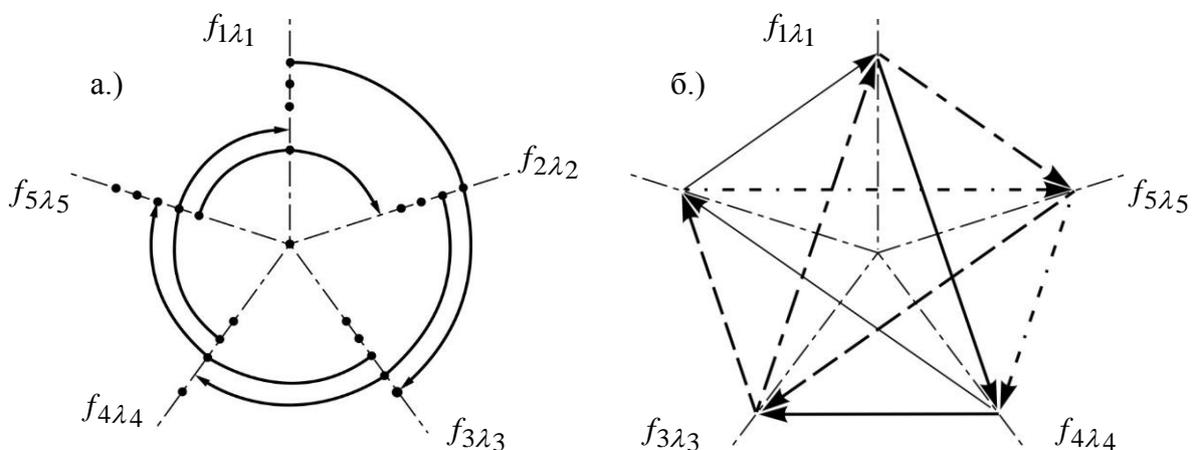


Рис. 5. Правило круговой подстановки:  
 а – для первых пяти слагаемых в (8); б – для вторых пяти слагаемых в (8)

$W_{fn}^5(3)$  определим по (9), используя правило круговой подстановки (рис. 6):

$$W_{fn}^5(3) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + \\ + f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{4\lambda_4} + f_{3\lambda_3} * f_{5\lambda_5} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} + f_{5\lambda_5} * f_{2\lambda_2} \quad (9)$$

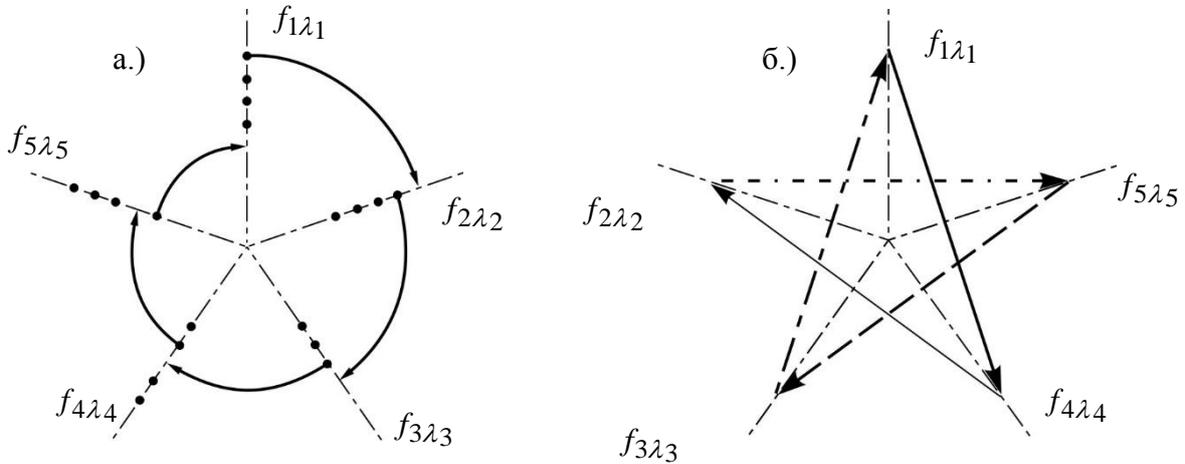


Рис. 6. Правило круговой подстановки:  
 а – для первых пяти слагаемых в (9); б – для вторых пяти слагаемых в (9)

$W_{fn}^5(4)$  равно сумме чисел уровней варьирования по каждой пятимерной координате.

В случае одновременного варьирования значений пяти параметров для изучения поверхности  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l}, f_{5m})$  необходимо построить всего одну пятимерную область устойчивости.

Более наглядными являются расчеты, когда каждый параметр из  $n$ -мерного пространства параметров делится на одинаковое число частей. Используя методы комбинаторики - размещения, сочетания и перестановки, реализуем при  $n=10$  алгоритм вычислений количества узлов сетки, который представляет собой последовательность вычислительных процедур: сначала нужно варьировать только одним параметром из десяти, остальные девять параметров закреплены; затем варьировать двумя параметрами при закрепленных остальных восьми параметрах. Расчеты необходимо продолжать до тех пор, пока число одновременно варьлируемых параметров достигнет десяти.

Результаты расчетов приведены в таблице 1, которая содержит вычисления числа расчётных точек (узлов сетки), в соответствии с формулой (10):

$$W_f^n(k_1) = f^n(k_1) \quad (10)$$

где  $f$  – число разбиений одинаковое для каждого из варьлируемых параметров, может последовательно принимать значения из ряда – 2,3,4,5,6;  $n$  – количество параметров системы, может последовательно принимать значения из ряда – 1,2,...,10;  $k_1$  – число одновременно варьлируемых параметров, может последовательно принимать значения из ряда – 1,2,...,10.

Анализ таблицы 1 показал, что минимальное количество вычислительных процедур и, соответственно, минимальное время счета можно получить при одновременном

варьировании  $n$  параметров из  $n$  параметров. При этом необходимо строить всего лишь одну  $n$ -мерную картину устойчивости.

Этот результат позволяет из имеющегося большого количества методов нелинейного программирования выбрать методы, позволяющие варьировать значениями сразу всех параметров, например, – методы случайного поиска: метод Монте-Карло, метод ЛП<sub>τ</sub>-последовательности [5] и другие методы.

Метод ЛП<sub>τ</sub> - последовательности отличается от метода Монте-Карло [5, с. 26] повышенной равномерностью разбиения на части каждого варьируемого параметра из  $n$ -мерного пространства параметров. Это хорошо видно при разбрасывании десяти точек тремя методами на отрезке прямой линии: самая большая разница в величине десяти отрезков между собой у метода Монте-Карло; при использовании метода ЛП<sub>τ</sub> - последовательности величина каждого из десяти отрезков отличается друг от друга – незначительно, что, практически, соответствует величине отрезков, построенных методом сеток.

Поэтому, рассуждения об одинаковом разбиении каждого варьируемого параметра из  $n$ -мерного пространства параметров и таблица 1 больше соответствуют методу ЛП<sub>τ</sub>- последовательности. Математические выкладки при одинаковом разбиении каждого варьируемого параметра, наоборот: – больше соответствуют методу Монте-Карло.

С помощью методов случайного поиска, например –Монте-Карло можно получить огромный выигрыш в количестве расчетов. В этом как раз и выигрывает проектировщик, если одновременно варьировать два, три или более значений параметров при неизменных величинах остальных параметров. Применяя метод сеток на плоскости двух параметров  $n = 2$ , каждый из которых делится на десять частей  $f = 10$ , нужно выполнить  $10^2$  вычислительных процедур. При использовании метода Монте-Карло – всего десять (причем каждый из двух параметров будет разделен на десять не одинаковых между собой частей). В трехмерном пространстве параметров выигрыш в количестве расчетов ещё более очевиден: при методе сеток –  $10^3$  вычислений, а с помощью метода Монте-Карло – всего десять (причем каждый из трех параметров будет разделен на десять не одинаковых между собой частей). В десятимерном пространстве параметров: при методе сеток –  $10^{10}$  вычислений, а с помощью метода Монте-Карло – всего десять (причем каждый из десяти параметров будет разделен на десять не одинаковых между собой частей).

Таблица 1

Число узлов сетки  $W_f^n(k_1)$  при различном количестве одновременно варьируемых параметров ( $k_1 = \overline{1, n}$ )

Количество сечений зон устойчивости движений управляемых колёс машин $W_f^n(k_1)$ при различных $k_1 = \overline{1, n}$													
	$W_f^n(10)$	$W_f^n(9)$	$W_f^n(8)$	$W_f^n(7)$	$W_f^n(6)$	$W_f^n(5)$	$W_f^n(4)$	$W_f^n(3)$	$W_f^n(2)$	$W_f^n(1)$	$W_f^n$	$f$	$n$
1	$W_f^1(k_1)$	$f^0$	$10 \cdot f^1$	$45 \cdot f^2$	$120 \cdot f^3$	$210 \cdot f^4$	$252 \cdot f^5$	$210 \cdot f^6$	$120 \cdot f^7$	$45 \cdot f^8$	$10 \cdot f^9$	$W_f^{10}(k_1)$	
	2	1	20	180	960	3360	8064	13440	15360	15360	5120	1024	2
	3	1	30	405	3240	17010	61236	153090	264440	264440	196830	59049	3
	4	1	40	720	7680	53760	258048	860160	1966080	1966080	2624440	1048576	4
	5	1	50	1125	15000	131250	787500	3281250	9375000	9375000	19531250	9765625	5
	6	1	60	1620	25920	272160	1959552	9797760	33592320	33592320	100776960	60466176	6
2	$W_f^2(k_1)$	$2 \cdot f^1$	$f^0$	$9 \cdot f^1$	$36 \cdot f^2$	$84 \cdot f^3$	$126 \cdot f^4$	$126 \cdot f^5$	$84 \cdot f^6$	$36 \cdot f^7$	$9 \cdot f^8$	$W_f^{10}(k_1)$	
	2	4	1	18	144	672	2016	4032	5376	4608	2304	512	2
	3	6	1	27	324	2268	10206	30618	61236	7732	59049	19683	3
	4	8	1	36	576	5376	32256	393750	344064	589824	589824	262144	4
	5	10	1	45	900	10500	78750	129024	1312500	2812500	3515625	1953125	5
	6	12	1	54	1296	18144	163296	979776	3919104	10077696	15116544	10077696	6
$n$	$W_f^n$	$W_f^n(1)$	$W_f^n(2)$										

Окончание табл. 1

		$W_f^n(8)$	$W_f^n(7)$	$W_f^n(6)$	$W_f^n(5)$	$W_f^n(4)$	$W_f^n(3)$	$W_f^n(2)$	$W_f^n(1)$	$W_f^n$	$f$	$n$
3	$W_f^3(k_1)$	$f^0$	$8f^1$	$28f^2$	$56f^3$	$70f^4$	$56f^5$	$28f^6$	$8f^7$	$W_f^8(k_1)$		8
	2	1	16	112	448	1120	1792	1792	1024	256	2	
	3	1	24	252	1512	5670	13608	20412	17496	6561	3	
	4	1	32	448	3584	17920	57344	114688	131072	65536	4	
	5	1	40	700	7000	43750	175000	437500	625000	390625	5	
	6	1	48	1008	12096	90720	435456	1306368	2239488	1679616	6	
4	$W_f^4(k_1)$	$4f^1$	$f^0$	$7f^1$	$21f^2$	$35f^3$	$35f^4$	$21f^5$	$7f^6$	$W_f^7(k_1)$		
	2	8	1	14	84	280	560	672	448	128	2	
	3	12	1	21	189	945	2835	5203	5103	2187	3	
	4	16	1	28	336	2240	8960	21504	28672	16384	4	
	5	20	1	35	525	4375	21875	65625	109375	78125	5	
	6	24	1	42	756	7560	45360	163296	326592	279936	6	
5	$W_f^5(k_1)$	$10f^2$	$5f^1$	$f^0$	$f^1$	$f^2$	$f^3$	$f^4$	$f^5$	$W_f^6(k_1)$		
	2	40	10	1	12	60	160	240	192	64	2	
	3	90	15	1	18	135	540	2115	1458	729	3	
	4	1280	20	1	24	240	960	3840	6144	4096	4	
	5	3125	25	1	30	375	2500	9375	18750	15625	5	
	6	6482	30	1	36	540	4320	19440	46656	46656	6	
$n$	$W_f^n(1) W_f^n(2)$	$W_f^n(2)$	$W_f^n(4)$	$W_f^n(5)$								

**Заключение.** Минимальное количество вычислительных процедур и, соответственно, минимальное время счета можно получить при одновременном варьировании значениями  $n$  параметров из  $n$ -мерного пространства параметров при не одинаковом (или одинаковом) числе разбиений каждого из параметров. При этом необходимо строить всего лишь одну  $n$ -мерную картину устойчивости.

Этот результат позволяет из имеющегося большого количества методов нелинейного программирования выбрать такие методы «М\*», которые обеспечивают варьирование значениями сразу всех параметров, например, – методы случайного поиска: метод Монте-Карло, метод ЛП<sub>т</sub>- последовательности.

Задачи выбора критерия, разработки методики и комплекса программ многокритериальной оптимизации параметров транспортных средство всем скоростном диапазоне движения машин должны решаться методами случайного поиска.

Результаты данных исследований необходимо ввести в курсы лекций и практических занятий для студентов и курсантов технических вузов по дисциплинам «Конструирование и расчет деталей транспортных средств», «Теория мобильных машин», «Методы одно – и многокритериальной оптимизации параметров машин».

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гурвич, Ю. А. Многокритериальная оптимизация параметров управляемой оси автобусов и автомобилей «МАЗ» / Ю.А.Гурвич // Научные труды международной научно-практической конференции учёных МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ. Москва-Луганск: 2010, – с. 99-105.

2. Гурвич, Ю.А. Многокритериальная оптимизация параметров рулевых трапеций автобусов и автомобилей «МАЗ» / Ю.А. Гурвич, Е.П. Лебедев // Материалы VIII международной научно-практической конференции «Новости научного прогресса», 17-25 августа 2012. Т.10, с. 11-13. – София: Бял ГРАД-БГ ООД.

3. Соболев, И.М. Наилучшие решения – где их искать / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – Москва: «Знание», 1982. – 64 с.

4. Вентцель, Е.С. Теория вероятности / Е.С. Вентцель. – Москва: Наука, 1969. – 576 с.

5. Соболев, И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб / И.М. Соболев. – Москва: «Знание», 1985. – 32с.

УДК 629.113.073:515.18(075.8)

**Гурвич Ю.А., Корытко Л.С.**

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ**

*ГУО «Институт пограничной службы Республики Беларусь»*

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*В данной статье описано многокритериальное построение аксонометрических проекций различных тел.*

Опыт преподавания начертательной геометрии и инженерной графики показывает, что у обучающихся часто возникают трудности при решении задач с представлением в пространстве геометрических объектов сложных технических форм. Аксономет-

рические проекции относятся к наглядным изображениям и разрабатываются студентами и конструкторами как на начальной стадии проектирования, когда объект формируется согласно техническому заданию, так и на завершающей, как результат разработки. Следовательно, построение аксонометрических проекций является важным этапом в развитии у студента пространственного мышления по принципу: от живого созерцания – к абстрактному мышлению, а затем к практике (или иначе: мысленно представил – воплотил на чертеже, а затем и в материале).

Хорошо известно, что все задачи проектирования машин, их узлов и механизмов всегда многокритериальные. В данной статье, по всей видимости, впервые сделана попытка многокритериальность применить к задачам построения аксонометрических проекций различного рода объектов, что позволит уменьшить трудности у обучающихся при построении аксонометрических проекций объектов сложных технических форм.

Алгоритм многокритериального построения аксонометрических проекций состоит из шести последовательных действий.

*Действие 1.* Приведем отдельные выдержки ГОСТ 2.317 – 69, в котором отражены пять видов аксонометрических проекций, применяемых в чертежах всех отраслей промышленности и строительства [1]:

***А. Прямоугольная изометрическая проекция.*** Изометрическую проекцию для упрощения, как правило, выполняют без искажения по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , т.е. приняв коэффициент искажения равным 1.

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных плоскостям проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций без искажения по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в ***эллипсы*** с осями равными 1,22 и 0,71 диаметра окружности.

***Б. Прямоугольная диметрическая проекция.*** Диметрическую проекцию, как правило, выполняют без искажения по осям  $x$  и  $z$  и с коэффициентом искажения 0,5 по оси  $y$ .

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных плоскостям проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций: по осям  $x$ ,  $z$  в ***эллипсы*** с осями равными 1,06 и 0,95 диаметра окружности; по осям  $x$ ,  $y$  и  $y$ ,  $z$  в ***эллипсы*** с осями равными 1,06 и 0,35 диаметра окружности.

***В. Косоугольная фронтальная изометрическая проекция.*** Фронтальную изометрическую проекцию выполняют без искажения по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций ***в окружности***. Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной и профильной плоскостям проекций, – в ***эллипсы*** с осями равными 1,3 и 0,54 диаметра окружности.

***Г. Косоугольная горизонтальная изометрическая проекция.*** Горизонтальную изометрическую проекцию выполняют без искажения по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций ***в окружности***. Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной и профильной плоскостям проекций: по осям  $x$ ,  $z$  и  $y$ ,  $z$  – в ***эллипсы*** с осями равными соответственно (1,37 и 0,37) и (1,22 и 0,71) диаметра окружности.

***Д. Косоугольная фронтальная диметрическая проекция.*** Коэффициент искажения по оси  $y$  равен 0,5, а по осям  $x$  и  $z$  – 1.

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций ***в окружности***. Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной и профильной плоскостям проекций, – в ***эллипсы*** с осями равными 1,07 и 0,33 диаметра окружности.

*Действие 2.* В статье в качестве объектов использованы простейшие геометрические фигуры:

окружность;  
 треугольник;  
 квадрат, стороны которого параллельны –  $\parallel$  осям  $xz$  и  $yx$ ;  
 квадрат, стороны которого не параллельны –  $\nparallel$  осям  $xz$  и  $yx$ ;  
 прямоугольник, стороны которого параллельны –  $\parallel$  осям  $xz$  и  $yx$ ;  
 прямоугольник, стороны которого не параллельны –  $\nparallel$  осям  $xz$  и  $yx$ ;  
 ромб;  
 параллелограмм;  
 пятиугольник;  
 шестиугольник.

*Действие 3.* При определении показателей построения аксонометрических проекций использовали «Метод экспертных оценок», в соответствии с которым предложены четыре критерия.

1. Расположение объекта в ортогональных проекциях относительно осей  $xz$  или  $yx$ :
  - 1.1 – **параллельно осям  $xz$  или  $yx$** ;
  - 1.2 – **не параллельно осям  $xz$  или  $yx$** .
2. Вид изображения:
  - 2.1 – **простой**;
  - 2.2 – **сложный**.
3. Наглядность изображения:
  - 3.1 – **наглядное**;
  - 3.2 – **не наглядное**.
4. Значения коэффициентов искажения соответствующие каждому из пяти видов аксонометрических проекций: *А, Б, В, Г, Д*.

*Действие 4.* Рассмотрим примеры, объясняющие применение многокритериального построения аксонометрических проекций различных плоских объектов с помощью четырех критериев с указанием названия полученной аксонометрии фигуры.

**Пример 1.** Построить аксонометрию окружности, находящейся во фронтальной проекции, используя многокритериальное построение.

*Решение 1.1.* По критериям 2.1, 3.1, 4 изображение окружности должно быть *простым, наглядным с коэффициентом искажения равным 1*. Этим критериям соответствуют два вида аксонометрии: *В* и *Д*, для которых окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций *в окружности*.

*Решение 1.2.* По критериям 2.2, 3, 4 изображение окружности должно быть *сложным, наглядным с коэффициентами искажения соответствующими каждому из трех видов аксонометрических проекций: А, Б, Г*, для которых окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций *в эллипсы*.

**Пример 2.** Построить аксонометрию окружности, находящейся в горизонтальной проекции, используя многокритериальное построение.

*Решение 2.1.* По критериям 2.1, 3.1, 4 изображение окружности должно быть *простым, наглядным с коэффициентом искажения равным 1*. Этим критериям соответствуют один вид аксонометрии: *Г*, для которой окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций *в окружности*.

*Решение 2.2.* По критериям 2.2, 3, 4 изображение окружности должно быть *сложным, наглядным с коэффициентами искажения соответствующими каждому из четырех видов аксонометрических проекций: А, Б, В, Д*, для которых окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной плоскости проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций *в эллипсы*.

**Пример 3.** Построить аксонометрию треугольника, находящегося во фронтальной проекции, используя многокритериальное построение.

*Решение 3.1.* По критериям 2, 3, 4 изображение треугольника должно быть *простым, наглядным с коэффициентами искажения* соответствующими каждому из пяти видов аксонометрических проекций: *A, Б, В, Г, Д* с общим названием – *треугольник*.

**Пример 4.** Построить аксонометрию треугольника, находящегося в горизонтальной проекции, используя многокритериальное построение.

*Решение 4.1.* По критериям 2, 3, 4 изображение треугольника должно быть *простым, наглядным с коэффициентами искажения* соответствующими каждому из пяти видов аксонометрических проекций: *A, Б, В, Г, Д* с общим названием – *треугольник*.

**Пример 5.** Построить аксонометрию квадрата, стороны которого параллельны (решение 4.1) или не параллельны (решение 4.2) осям *xz*, находящегося во фронтальной проекции, используя многокритериальное построение.

*Решение 5.1.* По критериям 1.1, 2.1, 3.1, 4 изображение квадрата должно быть *простым, наглядным с коэффициентом искажения равным 1*. Этим критериям соответствуют пять видов аксонометрии, но с разными названиями фигур: *A, Б, Г – ромб; В, Д – квадрат*.

*Решение 5.2.* По критериям 1.2, 2, 3, 4 изображение квадрата должно быть *простым, наглядным с коэффициентом искажения равным 1*. Этим критериям соответствуют пять видов аксонометрии, но с разными названиями фигур: *A, Б, Г – параллелограмм; В, Д – квадрат*.

**Пример 6.** Построить аксонометрию квадрата, стороны которого параллельны (решение 6.1) или не параллельны (решение 6.2) осям *ux*, находящегося в горизонтальной проекции, используя многокритериальное построение.

*Решение 6.1.* По критериям 1.1, 2, 3, 4 изображение квадрата должно быть *простым, наглядным с коэффициентами искажения* соответствующими каждому из пяти видов аксонометрических проекций, но с разными названиями фигур: *A, В – ромб; Г – квадрат; Б, Д – параллелограмм*.

*Решение 6.2.* По критериям 1.2, 2, 3, 4 изображение квадрата должно быть *простым, наглядным с коэффициентами искажения* соответствующими каждому из пяти видов аксонометрических проекций, но с разными названиями фигур: *A – прямоугольник; Г – квадрат; Б, В, Д – параллелограмм*.

**Пример 7.** Построить аксонометрию ромба (или параллелограмма) находящегося во фронтальной проекции (решение 7.1) и в горизонтальной проекции (решение 7.2), используя многокритериальное построение.

*Решение 7.1.* По критериям 2, 3, 4 изображение ромба (или параллелограмма) должно быть *простым, наглядным с коэффициентами искажения* соответствующими каждому из пяти видов аксонометрических проекций: *A, Б, В, Г, Д* с общим названием – *четырёхугольник*.

*Решение 7.2.* По критериям 2, 3, 4 изображение ромба (или параллелограмма) должно быть *простым, наглядным с коэффициентами искажения* соответствующими каждому из пяти видов аксонометрических проекций: *A, Б, В, Г, Д* с общим названием – *четырёхугольник*.

**Пример 8.** На рис. 1,а изображен шестиугольник в горизонтальной проекции, где за оси координат *X* и *Y* приняты его оси симметрии. На рис. 1,б изображена прямоугольная изометрическая проекция этого объекта [2, с. 55]. Необходимо описать аксонометрию шестиугольника с помощью многокритериального построения.

*Решение 8.1.* По критериям 2, 3, 4 прямоугольная изометрическая проекция шестиугольника в данном случае является *простой и наглядной с коэффициентом искажения – 1*.

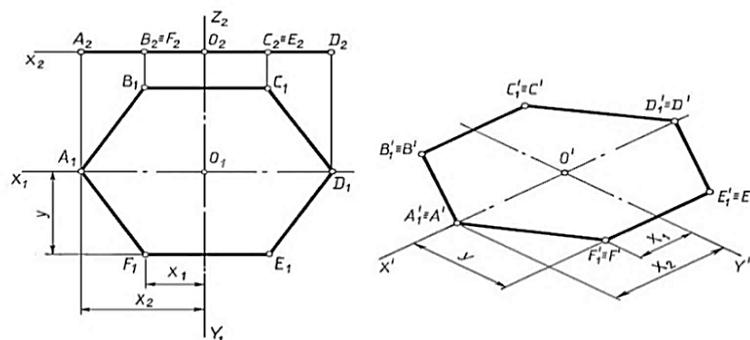


Рис. 1. Шестиугольник

*Действие 5.* В таблице приведены виды построения аксонометрии восьми простейших геометрических фигур в двух вариантах, когда каждая из восьми фигур сначала находится только во фронтальной проекции – 1, затем – только в горизонтальной проекции – 2. В скобках возле некоторых видов аксонометрии указаны номера используемых критериев и название аксонометрии, например: *В, Д* (2.1, 3.1, 4 – окружность).

Таблица

Виды аксонометрических проекций восьми простейших геометрических фигур по ГОСТ 2.317 – 69

№ п/п	Вид объекта	1. Виды аксонометрии объектов, находящихся во фронтальной проекции	2. Виды аксонометрии объектов, находящихся в горизонтальной проекции
1	Окружность	<i>В, Д</i> (2.1, 3.1, 4 – окружность). <i>А, Б, Г</i> (2.2, 3, 4 – эллипс)	<i>Г</i> (2.1, 3.1, 4 – окружность). <i>А, Б, В, Д</i> (2.2, 3, 4 – эллипс)
2	Треугольник	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – треугольник)	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – треугольник)
3	Квадрат    осям <i>xz</i> и <i>yx</i> ;	Оси <i>xz</i> <i>А, Б, Г</i> – ромб; <i>В, Д</i> – квадрат (1.1, 2.1, 3.1, 4)	Оси <i>yx</i> <i>А, В</i> – ромб; <i>Г</i> – квадрат; <i>Б, Д</i> – параллелограмм (1.1, 2, 3, 4)
4	Квадрат # осям <i>xz</i> и <i>yx</i> ;	Оси <i>xz</i> <i>А, Б, Г</i> – параллелограмм; <i>В, Д</i> – квадрат (1.2, 2, 3, 4)	Оси <i>yx</i> <i>А</i> – прямоугольник; <i>Г</i> – квадрат; <i>Б, В, Д</i> – параллелограмм (1.2, 2, 3, 4)
5	Прямоугольник    осям <i>xz</i> и <i>yx</i> ;	Оси <i>xz</i> <i>А, Б, В, Г, Д</i> (1.2, 2, 3, 4 – четырехугольник)	Оси <i>yx</i> <i>А, Б, В, Г, Д</i> (1.2, 2, 3, 4 – четырехугольник)
6	Прямоугольник # осям <i>xz</i> и <i>yx</i> ;	Оси <i>xz</i> <i>А, Б, В, Г, Д</i> (1.2, 2, 3, 4 – четырехугольник)	Оси <i>yx</i> <i>А, Б, В, Г, Д</i> (1.2, 2, 3, 4 – четырехугольник)
7	Ромб	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – четырехугольник)	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – четырехугольник)
8	Параллелограмм	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – четырехугольник)	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – четырехугольник)
9	Пятиугольник	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – пятиугольник)	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – пятиугольник)
10	Шестиугольник	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – шестиугольник)	<i>А, Б, В, Г, Д</i> (2, 3, 4 – шестиугольник)

*Действие 6.* Применение многокритериального построения аксонометрической проекции объекта, расположенного в пространстве, с помощью четырех критериев.

**Пример 9.** На рис. 2 [2, с. 56] изображены прямоугольная *изометрия* (рис. 2,б) и прямоугольная *диметрия* (рис. 2,в) прямой четырехгранной призмы, в основании которой – квадрат (рис. 2,а). Необходимо описать аксонометрии четырехгранной призмы, изображенной в прямоугольной изометрии (А) и в прямоугольной диметрии (Б) с помощью многокритериального построения.

*Решение 9.1.* По критериям 2.2, 3.2, 4 прямоугольная изометрия призмы является сложным и не наглядным изображением с коэффициентом искажения – 1.

*Решение 9.2.* По критериям 2.1, 3.1, 4 прямоугольная диметрия призмы является простым и наглядным изображением без искажения по осям  $x$  и  $z$  и с коэффициентом искажения 0,5 по оси  $y$ .

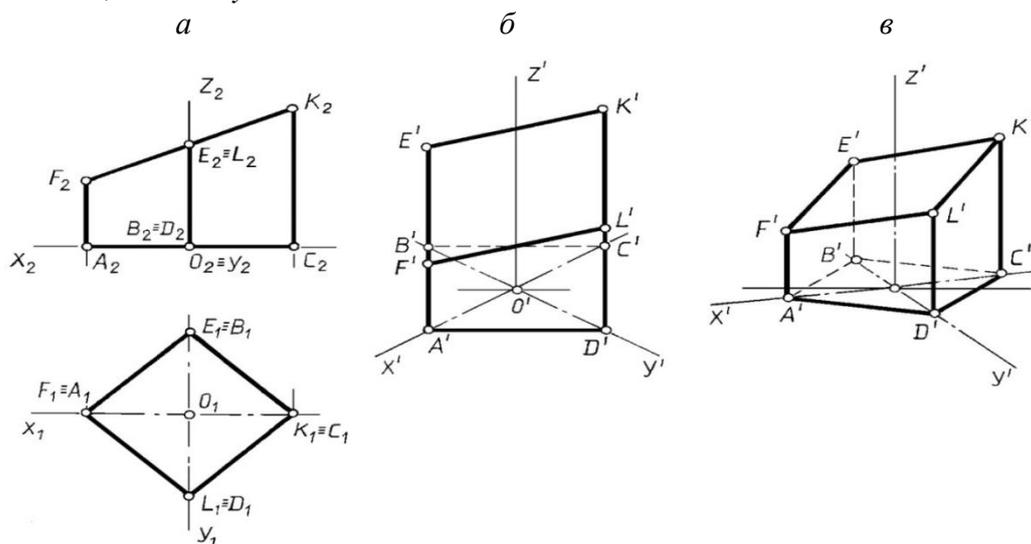


Рис. 2 Прямая четырехгранная призма

### Заключение.

1. Многокритериальное построение аксонометрических проекций более качественно и полно описывает объекты, что позволяет уменьшить трудности у обучающихся при изображении сложных технических форм.

2. Многокритериальное построение аксонометрии можно использовать не только для простейших плоских геометрических фигур (примеры 1 – 8), но и для более сложных деталей, расположенных в пространстве (пример 9).

3. В данной статье изложены только некоторые аспекты многокритериального построения аксонометрических проекций различных объектов. Эти аспекты в дальнейшем будут уточняться, и получат развитие.

### ЛИТЕРАТУРА

- ГОСТ 2.317 – 69 Аксонометрические проекции.
- Начертательная геометрия: конспект лекций: в 2 ч. / Л.С. Корытко [и др.]; под ред. В.В. Тарасова. – Минск: БНТУ, 2011. – Ч. 2: Метрические задачи. Однокартинные изображения. – 118 с.

**Гурвич Ю.А.**

**ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ И ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА  
МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАЗЛИЧНЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ РУЛЕВЫХ ТРАПЕЦИЙ СЕМЕЙСТВА  
ГРУЗОВЫХ АВТОМОБИЛЕЙ**

*ГУО «Институт пограничной службы Республики Беларусь»*

*Минск, Беларусь*

*В данной статье приведено обоснование каждого элемента автомобиля используемого методикой и программным продуктом многокритериальной оптимизации параметров различных конструкций рулевых трапеций семейства грузовых автомобилей.*

*Обоснование, методика и программный продукт необходимо использовать в учебном процессе вузов.*

В четырех статьях сборника отражена небольшая часть научных исследований по многокритериальной идентификации и оптимизации параметров мобильных колесных транспортных средств во всем скоростном диапазоне движения машин, которая осуществлялась под научным руководством автора статьи отдельными темами в государственных программах: ГНТП «Машиностроение и машиностроительные технологии», подпрограмма «Машиностроение», разделы «Белавтотракторостроение» (2001-2005гг.), «Карьерная техника» (2006-2007гг.), «Тракторостроение» (2008-2010гг. и 2011-2013гг.); ГКПНИ «Механика» (2006-2010гг.); ГПНИ «Механика, техническая диагностика и металлургия», подпрограмма «Механика» (2011-2015гг.). Результаты исследований внедрены: в конструкторские бюро «МТЗ», «БелАЗ», «МАЗ» и в образовательный процесс. В частности разработаны учебные и рабочие программы двух новых курсов: «Устойчивость и процессы управления», «Теория мобильных машин» и внедрены в учебный процесс студентов пятого курса БНТУ. В 2014 и в 2015 году дважды прочитан 52 часовой курс лекций «Теория мобильных машин» ведущим инженерам автомобильных заводов Ирана, преподавателям и научным работникам Иранского научного и технологического института (ИНТИ); была оказана помощь (проведены новые расчеты) конструкторам и инженерам двух автомобильных заводов в модернизации и проектировании двух- и четырехосных колесных машин.

Статья состоит из двух частей. В первой части впервые приводится обоснование каждого элемента методики расчета параметров плоских конструкций рулевых трапеций, исходя из минимума износа шин колесных машин, совершающих плоскопараллельное движение. Во второй части кратко описана программа, использующая новую методику расчета параметров плоских конструкций рулевых трапеций с применением множества Парето, и результаты многокритериальной оптимизации параметров пяти конструкций рулевых трапеций семейства автомобилей с разными базами и колеями.

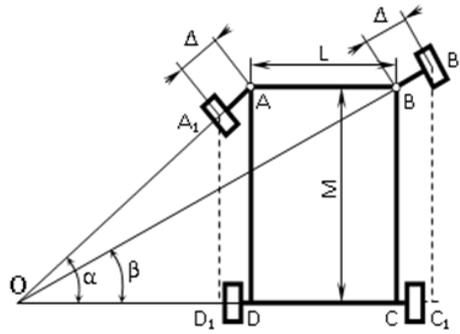


Рис. 1. Схема поворота ашины, колеса которой движутся без скольжения

*Первая часть статьи. А) Точность и область применимости уравнения котангенсов. Постановка задачи.* Используя данные  $L$  – шкворневая колея,  $M$  – база машины,  $\Delta$  – длина цапфы колеса (рис. 1), вывести математическую зависимость, отображающую условие отсутствия скольжения колёс при плоском движении машины. Принятые допущения: центр масс машины должен двигаться по криволинейной траектории с нормальным ускорением  $a_n \leq 4 \text{ м/с}^2$ , тогда колёса с шинами можно рассматривать как твёрдые тела и не учитывать их увод; углами наклона шкворня пренебрегаем, т. к. рассматривается плоская модель машины.

$$\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha = \frac{OD + L + \Delta \cos \beta}{M + \Delta \sin \beta} - \frac{OD - \Delta \cos \alpha}{M - \Delta \sin \alpha} = \frac{L}{M}.$$

В результате несложных преобразований, в которых учтены  $L$ ,  $M$  и  $\Delta$ , получено известное в литературе уравнение котангенсов или уравнение идеального поворота машины, колеса которой движутся без скольжения:  $\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha = \frac{L}{M}$ .

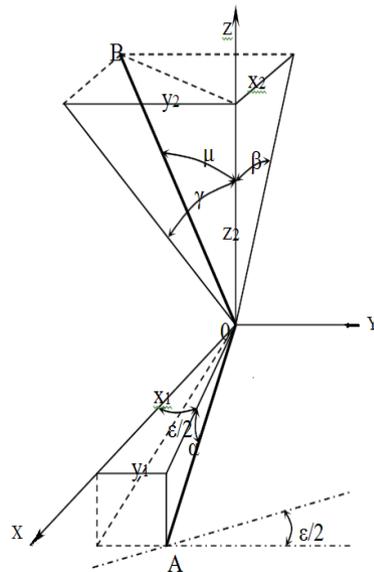


Рис. 2. Углы установки правого колеса

Б) Установление геометрической связи углов установки колеса, рычагов рулевой трапеции и углов наклона шкворня. На рис. 2 показаны углы установки колеса в осях координат с началом в центре шкворня и координатные плоскости  $xOy$ ,  $xOz$  и  $yOz$ , которые параллельны поверхности дороги, продольной и поперечной плоскости машины. Центр шкворня – точка пересечения оси поворотной цапфы колеса с осью шкворня. Обозначим: длину оси поворотной цапфы  $OA - l_1$ , координаты точки  $A - x_1, y_1, z_1$ ; длину верхней части оси шкворня  $OB - l_2$ , координаты точки  $B - x_2, y_2, z_2$ . Определим зависимость тригонометрических функций рассматриваемых углов установки колеса от координат точек  $A$  и  $B$ . В результате преобразований получим зависимость между углами установки шкворня:  $tg^2 \mu = tg^2 \beta + tg^2 \gamma$ .

*Постановка задачи.* Исследуем влияние изменения углов поперечного  $\beta$  и продольного  $\gamma$  наклона шкворня на остальные углы установки правого колеса (рис. 3). Для этого сначала повернем шкворень на угол  $\varphi$  (рис.3, а), а затем на угол  $\psi$  (рис.3,б) в сторону положительного отсчета углов наклона шкворня.

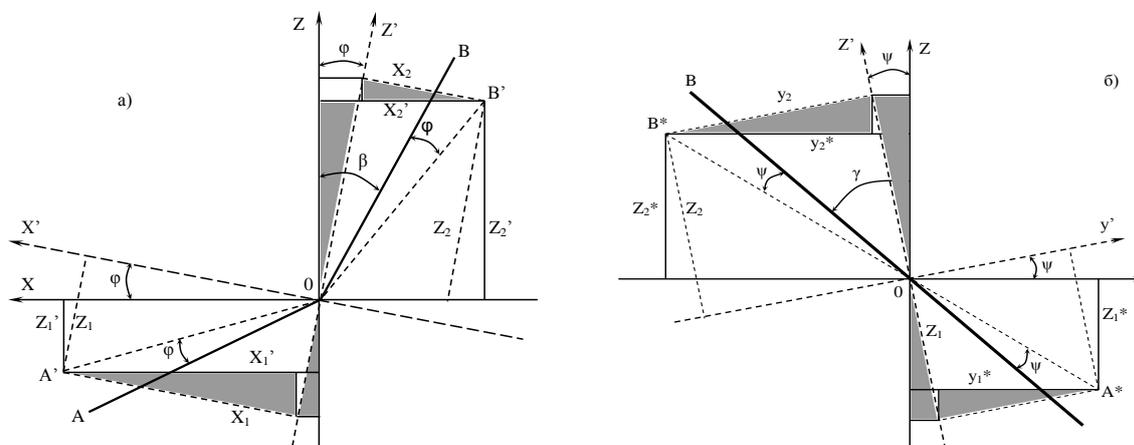


Рис. 3. Влияние изменений в углах поперечного  $\beta$  и продольного  $\gamma$  наклона шкворня на остальные углы установки правого колеса и углы рычагов рулевой трапеции:

а –  $\varphi$  – изменение поперечного угла; б –  $\psi$  – изменение продольного угла

В преобразованиях использованы те тригонометрические функции малых углов установки колеса, которые не содержат квадратных корней, косинусы этих углов равны единице, а синусы и тангенсы равны самим углам в радианах. Пренебрегая величинами второго порядка малости, получим следующие выражения для новых углов установки колеса при изменении углов поперечного и продольного наклона шкворня:

$$\text{Поперечный} - \alpha' = \alpha - \varphi, \quad \varepsilon' = \varepsilon, \quad \mu' = \mu, \quad \beta' = \beta + \varphi, \quad \gamma' = \gamma,$$

$$\text{Продольный} - \alpha^* = \alpha, \quad \varepsilon^* = \varepsilon, \quad \mu^* = \mu, \quad \beta^* = \beta, \quad \gamma^* = \gamma + \psi.$$

Значения новых углов установки отличаются от значений, определенных по точным формулам, которые здесь не приводятся, менее чем на 1%. Этот вывод в равной мере относится и к углам наклона рычагов рулевой трапеции. Следовательно, при определении параметров рулевой трапеции нет необходимости учитывать поперечный и продольный углы наклона шкворня: необходимо использовать плоскую модель машины с вертикально расположенными шкворнями.

*В) Нахождение определяющей точки с помощью кинематики сложения вращений колеса вокруг пересекающихся осей без учета угла поворота управляемой оси  $\zeta$ .*

Колесо совершает сложное движение (рис. 4):

- относительное вращение – вращение вокруг собственной оси с угловой скоростью  $\vec{\omega}_r$ ;
- переносное вращение – вращение колеса вместе с цапфой вокруг оси шкворня при повороте машины влево или вправо с угловой скоростью  $\vec{\omega}_e$ .

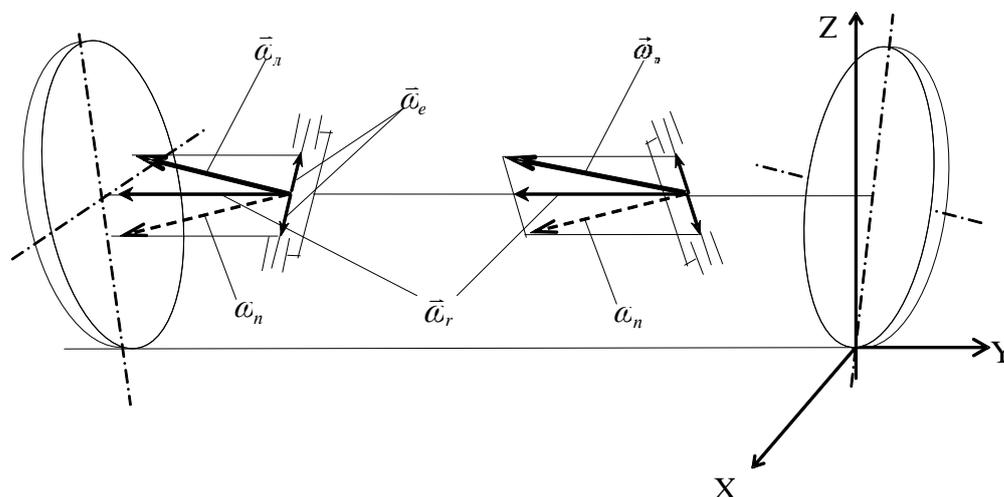


Рис 4. Кинематика сложного движения колеса при левом повороте машины

Из теоретической механики известно, что вектор угловой скорости абсолютного вращения колеса вокруг пересекающихся осей равен геометрической сумме составляющих векторов:  $\vec{\omega} = \vec{\omega}_r + \vec{\omega}_e$ . Причем все три вектора проходят через точки пересечения осей цапф левого и правого колеса с осями шкворней, поэтому эти точки являются определяющими точками.

При повороте машины влево, вектор абсолютной угловой скорости левого колеса будет меньше аналогичного вектора правого колеса  $\omega_l < \omega_n$ , при повороте вправо, наоборот  $\omega_l > \omega_n$ .

*Г) Нахождение определяющей точки с помощью кинематики сложения вращений колеса вокруг пересекающихся осей с учетом угла поворота управляемой оси  $\zeta$ .* При повороте балки управляемой оси на угол  $\zeta$  (рис. 5) величиной  $AA_2$  можно пренебречь и за определяющую точку нужно считать точку пересечения оси цапфы с осью шкворня. Если за определяющую точку ошибочно принять точку  $K$ , то величиной  $KK_1$  уже пренебречь нельзя.

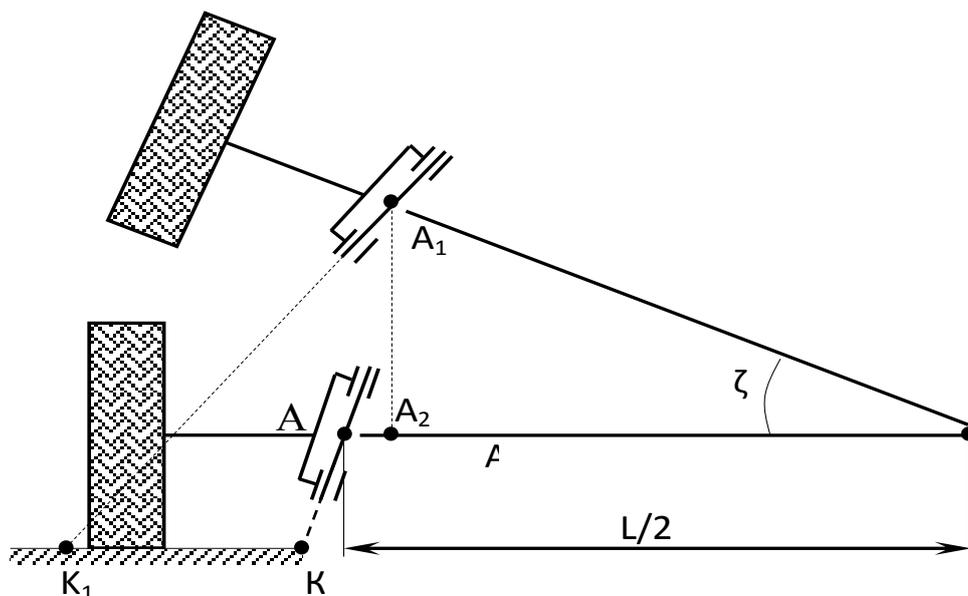


Рис. 5. Влияние угла наклона управляемой оси на шкворневую колею

$$AA_2 = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \zeta, \quad AA_2 < KK_1$$

Д) *Выбор шкворневой колеи.* Сначала уточним, какие расчеты рулевой трапеции выполняются на стадии проектирования машин: силовой расчет звеньев рулевой трапеции и шкворневого узла; геометрический расчет рулевой трапеции. Для этих целей используются плоские и пространственные модели машин.

*Плоская модель.* В плоской модели шкворни расположены вертикально и вопроса о том, что выбирать в качестве истинных значений  $L$  и  $M$  не возникает.

*Пространственная модель.* Из теоретической механики известно, что все силы реакции, действующие на колесо машины со стороны дороги, могут быть приведены к силе – главному вектору  $P(P_x, P_y, P_z)$  и паре сил с моментом  $M_{O1}$  в точке  $O1$ , равным главному моменту системы сил  $M_{O1}(M_x, M_y, M_z)$ .

Поменяем центр приведения с точки  $O1$  на точку  $A$  – центр шкворня. Приведем  $P$  и  $M_{O1}$  к точке  $A$ . В результате получим главный вектор  $P$  и главный момент  $M_0$ . Разложим  $M_0(M_{шк}, M_I)$  на  $M_{шк}$ , направленный по оси шкворня и  $M_I$ , линия действия которого перпендикулярна оси шкворня. Главный вектор  $P(P_{шк}, P_I)$  разложим на две составляющие:  $P_{шк}$  и  $P_I$ . Вектор  $P_{шк}$  направлен вдоль оси шкворня, он сжимает (растягивает) шкворень, а вектор  $P_I$  вызывает изгиб шкворня. Точно такое же действие на шкворень оказывает и составляющая главного момента  $M_I$ . Вектор  $M_{шк}$  – реактивный момент, который препятствует повороту колеса с цапфой вокруг оси шкворня (рис. 6,а).

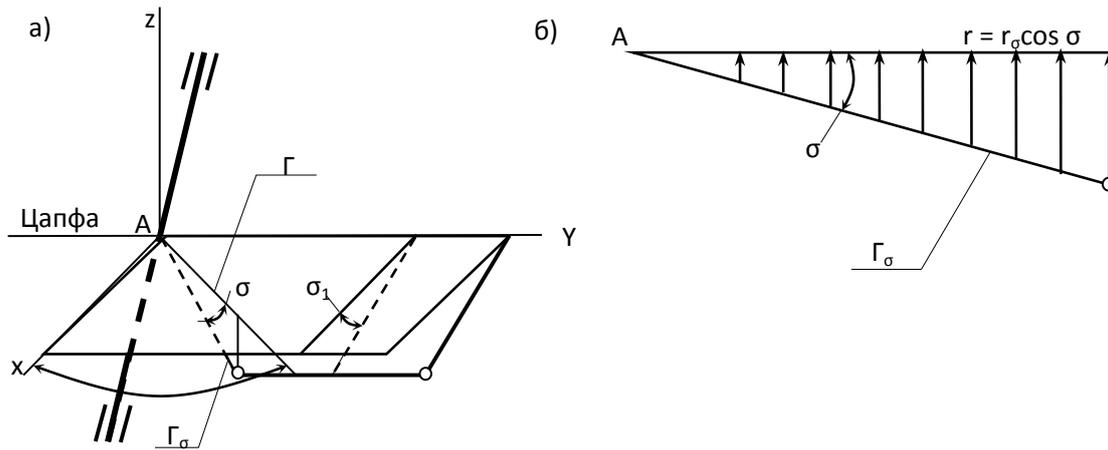


Рис 6. Определение длины рычага рулевой трапеции и угла его наклона к оси  $x$ :  
 $a$  – определение  $r\sigma$ ;  $b$  – определение  $r$

Чтобы осуществить поворот колеса с цапфой вокруг оси шкворня, необходимо со стороны поперечной рулевой тяги к шаровому пальцу приложить силу  $F$ . Причем

$$F \cdot h \geq M_{шк}, \text{ где } h \text{ – плечо силы } F.$$

Если плоскость рулевой трапеции совпадает с горизонтальной плоскостью, проходящей через точку  $A$ , то у силы  $F$  до оси шкворня будет самая большая величина плеча силы –  $h_{max}$  (плечо силы  $h$  – это кратчайшее расстояние от точки пересечения оси шкворня с плоскостью перпендикулярной к этой оси, проведенной через центр шарового пальца, до проекции силы  $F$  на перпендикулярную плоскость –  $F_n$ ), т.е.

$M_{шк} = F_{min} \cdot h_{max}$ . Если плоскость трапеции проходит через точку  $A$  и наклонена под углом  $\sigma 1$  к горизонтальной плоскости, то  $h \rightarrow h_{min}$ , а  $F \rightarrow F_{max}$ . При  $F_{max}$  потребуются более мощные шаровые пальца.

По всей видимости, у некоторых исследователей по аналогии с этими соображениями, описанными выше, возникло ошибочное предложение – измерять расстояние  $L$  по горизонтали между точками пересечения плоскостей, перпендикулярных осям шкворней, проведенных через центры шаровых пальцев.

Если плоскость рулевой трапеции проходит через точку  $A$  и наклонена под углом  $\sigma 1$  к горизонтальной плоскости, то за длину рычага рулевой трапеции  $r$  необходимо брать проекцию расстояния  $r\sigma$  на горизонтальную плоскость. Иначе  $r = r\sigma \cdot \cos \sigma$  (рис.6,б). За угол наклона рычага рулевой трапеции необходимо принимать угол между осью  $X$  и проекцией рычага  $r\sigma$  на плоскость  $XAY$  (рис. 6,б).

Следовательно, при выполнении силовых расчетов на пространственной модели необходимо учитывать угол наклона плоскости трапеции к горизонтальной плоскости.

При выполнении кинематических расчетов рулевой трапеции определяющими точками являются точки пересечения осей цапф колес с осями шкворней, поэтому расстояние  $L$  необходимо измерять между этими определяющими точками.

При выполнении кинематических расчетов (плоская или пространственная модели) можно пренебречь углом наклона плоскости рулевой трапеции к горизонтальной плоскости, когда: обе плоскости проходят через точку  $A$ , угол  $\sigma 1 \leq 12^\circ$ .

*Е) Зависимость величин  $L1$  и  $L2$  от углов поперечного  $\beta$  и продольного наклона шкворня.* Рассматриваются различные положения рулевой трапеции в параллельных плоскостях (рис. 7): при изменении величин  $L$ ,  $l1$  и  $L$ ,  $l2$  все остальные геометрические параметры таких квазирулевых трапеций остаются неизменными.

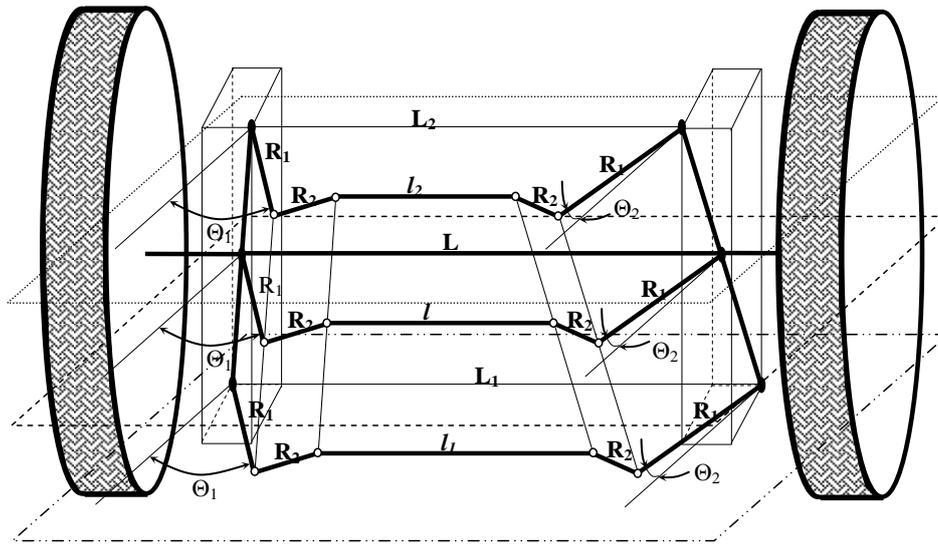


Рис. 7. Изменение параметров шестизвенной рулевой трапеции в зависимости от углов наклона шкворня

Программа устанавливает численную связь значений  $L1$  и  $L2$  от величины углов наклона шкворня по сравнению с истинной величиной  $L$ . Данные примера:  $L=2$  м,  $0 \leq \beta \leq 5^0$  и  $0 \leq \gamma \leq 5^0$  с шагом  $0,5^0$

*Интерфейс программы представлен в следующем виде:*

Обозначения:  $L$  - шкворневая колея, м;

$L1$  – значение условной шкворневой колеи ниже  $L$ , м;

$L2$  – значение условной шкворневой колеи выше  $L$ , м;

$S1$  – длина отрезка шкворня ниже  $L$ , м;

$S2$  – длина отрезка шкворня выше  $L$ , м;

$\beta, \gamma$  – углы поперечного и продольного наклона шкворня, градусов;

$\Delta\beta, \Delta\gamma$  – шаги изменения углов, градусов;

$n1, n2$  – количество шагов по  $\beta, \gamma$ .

Исходные данные для расчета  $L1$  и  $L2$ :

$L:=2$      $S1:=1$      $S2:=0.8$

$n1:=10$

Шаг  $\Delta\beta := 0.5$

$n2:=10$

Шаг  $\Delta\gamma := 0.5$

$\beta =$	0	0	$L1 =$	$\gamma^T =$	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	1	0.5			0	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	
	2	1			0	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	3	1.5			2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017	2.017
	4	2			2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035	2.035
	5	2.5			2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052	2.052
	6	3			2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07
	7	3.5			2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087	2.087
	8	4			2.105	2.105	2.105	2.105	2.105	2.105	2.105	2.105	2.104	2.104	2.104	2.104
	9	4.5			2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122	2.122
	10	5			2.14	2.14	2.139	2.139	2.139	2.139	2.139	2.139	2.139	2.139	2.139	2.139
$\beta =$	0	0	$L2 =$	$\gamma^T =$	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	1	0.5			0	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	
	2	1			0	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	3	1.5			1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986	1.986
	4	2			1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972	1.972
	5	2.5			1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958	1.958
	6	3			1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944	1.944
	7	3.5			1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93	1.93
	8	4			1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.916	1.917
	9	4.5			1.902	1.902	1.902	1.902	1.902	1.902	1.902	1.902	1.903	1.903	1.903	1.903
	10	5			1.888	1.888	1.888	1.888	1.888	1.888	1.888	1.889	1.889	1.889	1.889	1.889

Ж) Что делать с коэффициентами жесткости  $s_2$  и демпфирования  $n_2$  рулевой трапеции? Так как коэффициенты  $s_2$  и  $n_2$  практически не влияют на износ шин, но очень сильно влияют на критерий устойчивости движения и на другие важные критерии, необходимо эти коэффициенты использовать в расчетах динамики транспортного средства.

З) Выводы по пунктам (А – Ж). Для расчетов оптимальных параметров различных конструкций рулевых трапеций по критерию – износ шин управляемых колес необходимо использовать: плоскую модель автомобиля с вертикально расположенными шкворнями; шкворневую колею – расстояние между точками пересечения осей цапф управляемых колес с осями шкворней; базу машины – расстояние между осями передних и задних колес. Плоскость рулевой трапеции должна располагаться в плоскости параллельной плоскости дороги и проходить через точки пересечения осей цапф с осями шкворней.

И) Новая методика оптимизации параметров рулевой трапеции по критерию – износ шин управляемых колес. Математическое описание рулевой трапеции  $\beta T = \beta T(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ , где  $\beta T$  – угол поворота внешнего управляемого колеса машины;  $\alpha$  – угол поворота внутреннего колеса;  $\lambda_1, \dots, \lambda_j$  – управляемые параметры;  $j$  – количество управляемых параметров;  $g_1, \dots, g_m$  – неуправляемые параметры;  $m$  – количество неуправляемых параметров. Примем за меры близости двух зависимостей: идеальной  $\beta$ , полученной из уравнения котангенсов, и теоретической  $\beta T$ , – норму Гильберта  $F$  (где  $i$  –

число точек на кривых), которую используем в качестве показателя, оценивающего от-

$$\text{носительный износ шин: } F = \sum_{i=1}^n (\beta_i - \beta_{\dot{O}_i})^2 \rightarrow \min.$$

Вторая часть статьи. Результаты многокритериальной оптимизации параметров передних и задних четырех различных конструкций рулевых трапеций семейства автомобилей с разными базами и колеями (каждое новое сочетание база-колея, по сравнению с однокритериальной оптимизацией параметров рулевой трапеции при постоянном значении базы и колеи, добавляет еще один новый критерий).

1) Механико-математическая модель задней четырехзвенной рулевой трапеции академика Е.А. Чудакова [1].

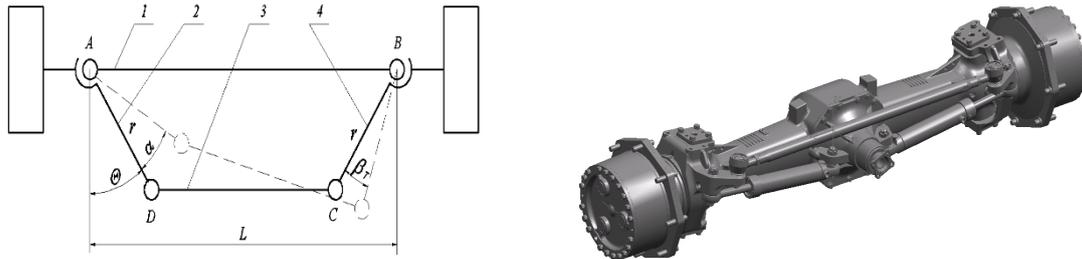


Рис. 8. Схема симметричной четырехзвенной рулевой трапеции и управляемый мост трактора «МТЗ»: 1 – управляемая ось; 2, 4 – продольные рычаги; 3 – поперечная тяга длиной  $l$ ;  $\theta$  – угол наклона рычагов к продольной оси машины;  $r$  – длина рычага;  $\alpha$  и  $\beta_T$  – углы поворота внутреннего и наружного колес машины, совершающий левый поворот,  $L$  – шкворневая колея

Постановка задачи. Известны размеры четырехзвенника и углы в симметричном положении. При повороте  $AD$  на угол  $\alpha$   $BC$  повернется на угол  $\beta_T$ . Определить  $\beta_T = \beta_T(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ .

$$\beta_T = \Theta - \arctg\left(\frac{r \cdot \cos(\Theta + \alpha)}{L - r \cdot \sin(\Theta + \alpha)}\right) - \arcsin\left(\frac{r + 2L \cdot \sin(\Theta) - 2r \sin^2(\Theta) - L \cdot \sin(\Theta + \alpha)}{\sqrt{L^2 + r^2 - 2Lr \cdot \sin(\Theta + \alpha)}}\right). \quad (1)$$

Замечание. Из четырех параметров  $L, l, r, \Theta$  независимых – три –  $L, r, \Theta$ , так как имеет место одна связь.

2) Механико-математическая модель передней рулевой трапеции.

Передняя четырехзвенная трапеция может быть двух видов:

первый – рис. 9,а ( $ABC^1D^1$ ); второй – рис. 9,б ( $ABC^{11}D^{11}$ ).

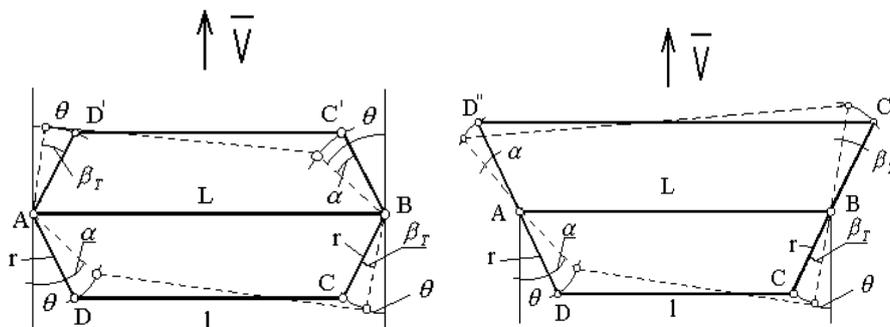


Рис. 9. Два вида передней рулевой трапеции:  
а –  $ABC^1D^1$ ; б –  $ABC^{11}D^{11}$

Возникает вопрос: «Какая из двух трапеций обеспечит поворот управляемых колес с минимальным износом шин?»

Из анализа рис. 9 следует, что: передняя трапеция, изображенная на (рис. 9, а), не может обеспечить поворот машины с минимальным износом шин, потому что угол поворота внутреннего колеса  $\alpha$  должен быть больше угла поворота внешнего колеса  $\beta_T$ , а не наоборот; передняя трапеция, изображенная на (рис. 9, б), может обеспечить поворот машины с минимальным износом шин, потому что у нее  $\alpha > \beta_T$ .

*Постановка задачи.* Известны размеры четырехзвенника и углы в симметричном положении. При повороте  $AD^{11}$  на угол  $\alpha$   $BC^{11}$  повернется на угол  $\beta_T$ . Определить  $\beta_T = \beta_T(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$  или определить  $\beta_T^{11}(\alpha, L, \Theta, r)$ .

$$\beta_T^{11} = \beta_T^{11}(\alpha, L, \Theta, r).$$

*Замечание.* Из четырех параметров  $L, l, r, \Theta$  независимых – три –  $L, r, \Theta$ , так как имеет место одна связь.

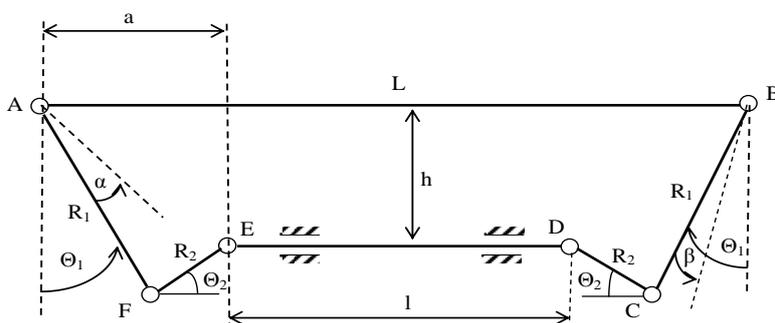


Рис. 10. Схема симметричной шестизвенной рулевой трапеции

3) *Механико-математическая модель симметричной шестизвенной рулевой трапеции.*

*Постановка задачи.* Известны размеры шестизвенника и углы в симметричном положении. При повороте  $AF$  на угол  $\alpha$   $BC$  повернется на угол  $\beta_T$ . Определить  $\beta_T = \beta_T(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ .

$$\beta_T^C = \Theta_1 - \arcsin\left(\frac{S \cdot p}{p^2 + h^2} - \sqrt{\frac{S^2 \cdot p^2}{(p^2 + h^2)^2} - \frac{S^2 - h^2}{p^2 + h^2}}\right),$$

где  $p = p(\alpha, L, l, \Theta_1, R_1, R_2, h)$ ;  $s = s(p, R_1, R_2, h)$ . (2)

*Замечание.* Из семи параметров  $L, l, R_1, R_2, h, \Theta_1, \Theta_2$  независимых пять, так как имеет место две связи. В результате за независимые параметры можно, например, выбрать  $L, R_1, R_2, \Theta_1, \Theta_2$

4) *Механико-математическая модель несимметричной шестизвенной рулевой трапеции.*

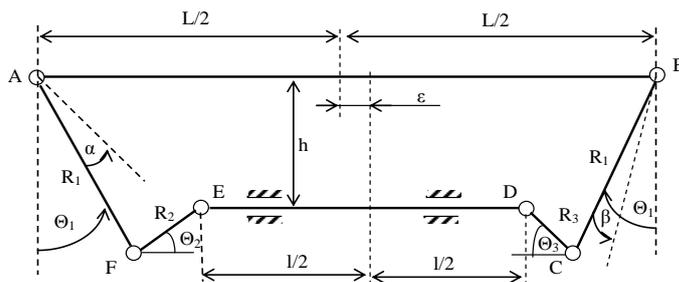


Рис. 11. Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции

*Постановка задачи.* Известны размеры шестизвенника и углы в несимметричном положении. При повороте  $AF$  на угол  $\alpha$   $BC$  повернется на угол  $\beta_T$ . Определить  $\beta_T = \beta_T(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ .

$$\beta_T^I = \Theta_1 - \arcsin\left(\frac{S \cdot p}{p^2 + h^2} - \sqrt{\frac{S^2 \cdot p^2}{(p^2 + h^2)^2} - \frac{S^2 - h^2}{p^2 + h^2}}\right),$$

где  $p = p(\alpha, L, l, \Theta_1, R_1, R_2, h)$ ;  $s = s(p, R_1, R_2, R_3, h)$ . (3)

*Замечание.* Из десяти параметров  $L, l, R_1, R_2, R_3, h, \Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$  независимых шесть, так как имеет место четыре связи. В результате за независимые параметры можно, например, выбрать  $L, R_1, R_2, R_3, \Theta_1, \Theta_2$

5) *Механико-математическая модель симметричной шестизвенной рулевой трапеции с сошкой.*

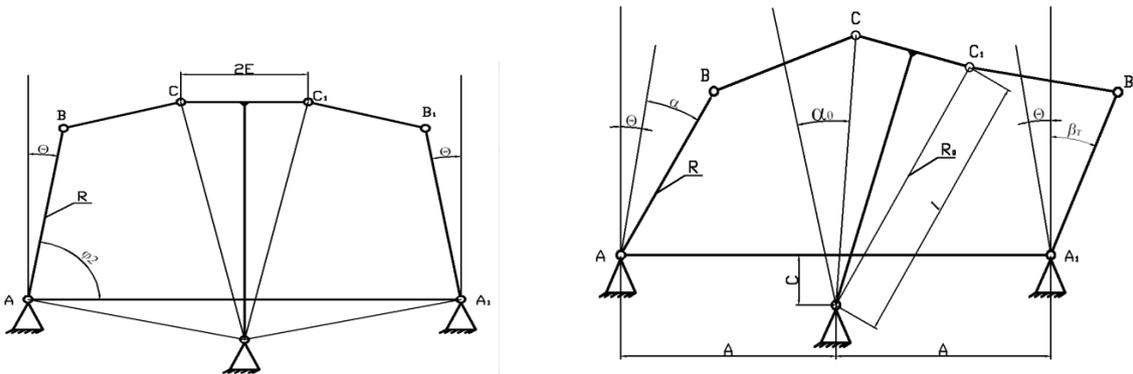


Рис.12. Схема симметричной шестизвенной рулевой трапеции с сошкой, повернутой на угол  $\alpha$

*Постановка задачи.* Известны размеры шестизвенника и углы в несимметричном положении. При повороте  $AF$  на угол  $\alpha$   $BC$  повернется на угол  $\beta_T$ . Определить  $\beta_T = \beta_T(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ .

$$\beta_T^C = \Theta + \operatorname{arctg}\left(\frac{R_0 \cdot \cos(\gamma + \alpha_0)}{A - R_0 \cdot \sin(\gamma + \alpha_0)}\right) - \arcsin\left(\frac{d^2 + R_0^2 - 2d \cdot R_0 \cdot \sin(\alpha_0 + \lambda + \varepsilon) + R^2 - L^2}{2R_0 \sqrt{d^2 + R_0^2 - 2dR_0 \sin(\alpha_0 + \lambda + \varepsilon)}}\right),$$

где  $R_0 = \sqrt{l^2 + E^2}$ ;  $d = \sqrt{A^2 + C^2}$ ;  $\gamma = \operatorname{arctan}(E/l)$ ;  $\alpha_0 = \alpha_0(\gamma, R_0, \alpha, \varepsilon, \lambda, R, L)$ . (4)

б) *Краткое описание программного продукта. Результаты оптимизации.*

Программной реализацией многокритериальной оптимизации параметров рулевых трапеций различных конструкций является комплекс программ «MTZRT-5», представляющий собой исполняемый файл «MTZRT-5.exe». Комплекс программ реализован на языке программирования «VisualC++6.0» и предназначен для сокращения сроков и улучшения качества проектирования пяти различных конструкций рулевых трапеций с помощью методов многокритериальной оптимизации по критерию — износ шин:

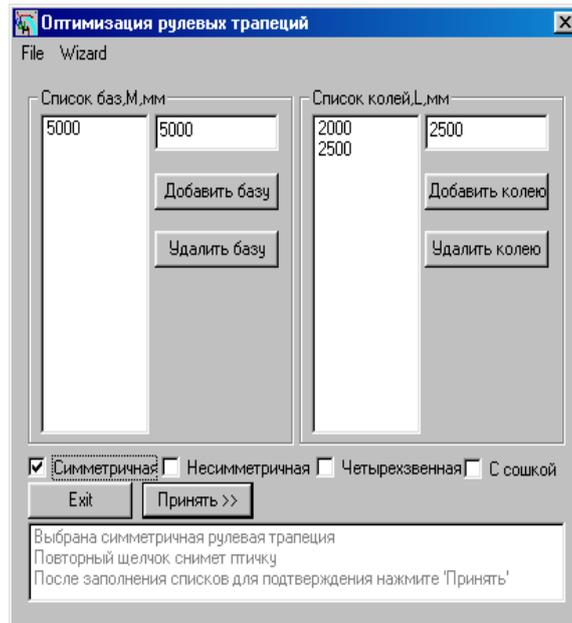


Рис.13. Главное окно с заполненными списками «М» и «L» и симметричной рулевой трапецией

6.1 *Оптимизация параметров симметричных шестизвенных рулевых трапеций.*  
 Эта программа позволяет решить задачу многокритериальной оптимизации параметров рулевой трапеции (где параметры:  $R1$  - продольный рычаг рулевой трапеции;  $R2$  – поперечный рычаг рулевой трапеции;  $\Theta_1$  - угол наклона  $R1$  к продольной оси машины;  $\Theta_2$  - угол наклона  $R2$  к поперечной оси машины) при заданных значениях баз  $M_i$  и колеи  $L_j$  (количество вариантов база-колея, равно  $i*j \leq 100$  критериям): вычислить значения критерия Гильберта, выделить множество Парето и получить на выходе таблицу отсортированных значений параметров по мере удаления критериев Гильберта, использующих формулу (2), от идеальной точки с координатами соответствующими наилучшим значениям по каждому из критериев в  $N$ -мерном пространстве критериев.

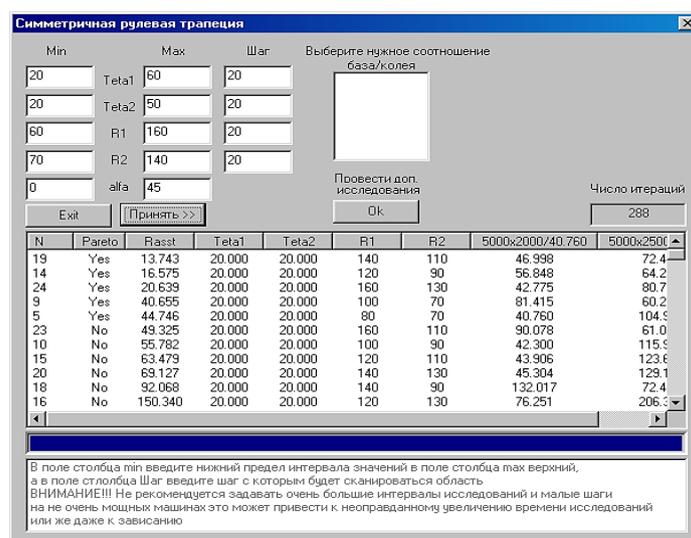


Рис. 14. Окно многокритериальной оптимизации параметров симметричной шестизвенной рулевой трапеции

6.2 *Оптимизация параметров несимметричных шестизвенных рулевых трапеций.*  
 Эта программа позволяет решить задачу многокритериальной оптимизации (где параметры:  $R1$  - продольный рычаг рулевой трапеции,  $R2$  – поперечный рычаг рулевой трапеции,  $R3$  – поперечный рычаг рулевой трапеции,  $\Theta_1$  - угол наклона  $R1$  к продольной оси машины,  $\Theta_2$  - угол наклона  $R2$  к поперечной оси машины,  $\Theta_3$  - угол наклона  $R3$  к поперечной оси машины) при заданных значениях баз  $M_i$  и колея  $L_j$  (количество вариантов база-колея, равное  $i*j \leq 100$  критериям): вычислить значения критерия Гильберта, выделить множество Парето и получить на выходе таблицу отсортированных значений параметров по мере удаления критериев Гильберта, использующих формулу (3), от идеальной точки (рис. 15).

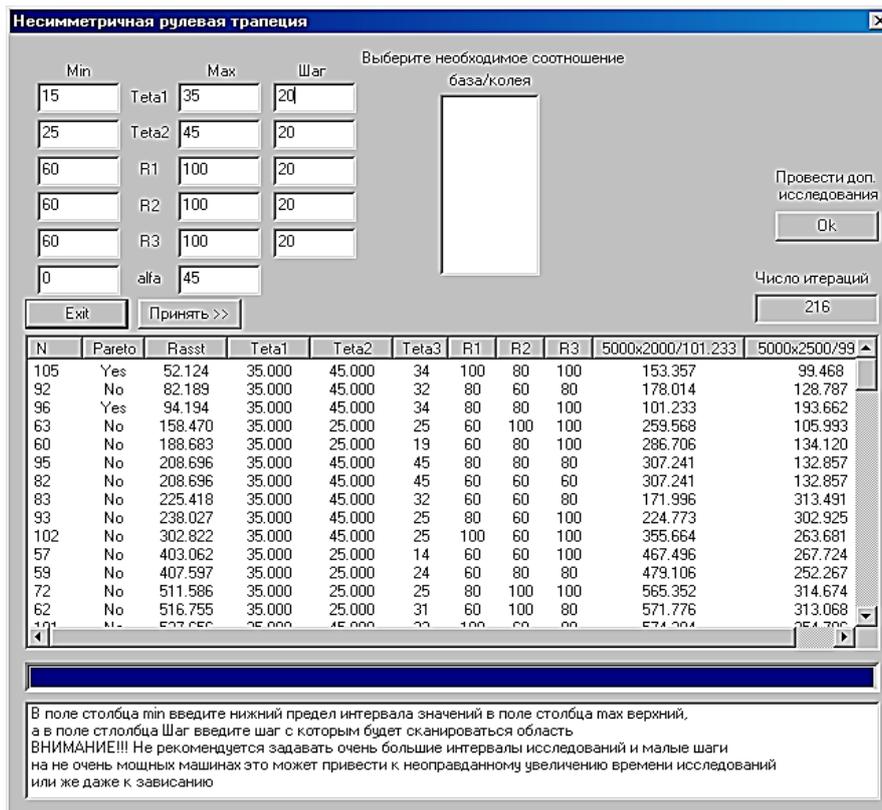


Рис. 15. Окно оптимизации параметров несимметричной шестизвенной рулевой трапеции

6.3 *Оптимизация параметров задней и передней четырехзвенной рулевой трапеции.*

Эта программа позволяет решить задачу многокритериальной оптимизации (где параметры:  $R$  - продольный рычаг рулевой трапеции,  $\Theta$  - угол наклона  $R$  к продольной оси машины) при заданных значениях баз  $M_i$  и колея  $L_j$  (количество вариантов база-колея, равное  $i*j \leq 100$  критериям): вычислить значения критерия Гильберта, выделить множество Парето и получить на выходе таблицу отсортированных значений параметров по мере удаления критериев Гильберта, использующих формулу (1), от идеальной точки (рис. 16).

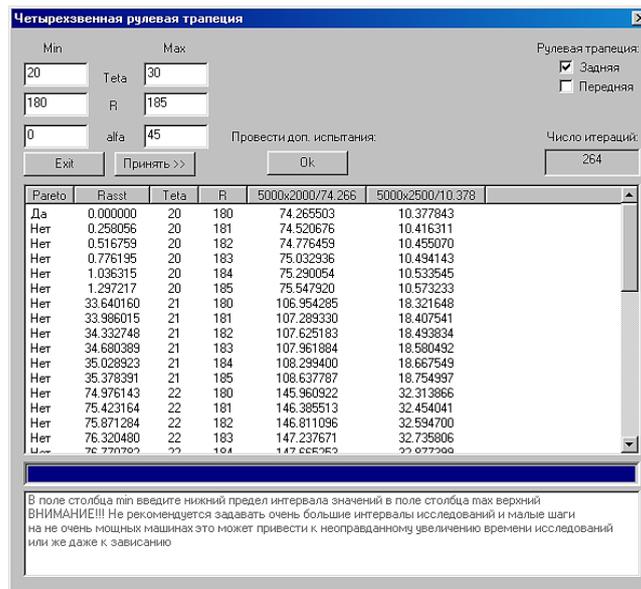


Рис. 16. Окно оптимизации четырехзвенной задней рулевой трапеции

#### 6.4 Оптимизация параметров шестизвенной рулевой трапеции с сошкой.

Эта программа позволяет решить задачу многокритериальной оптимизации (где параметры: R1 - продольный рычаг рулевой трапеции,  $\Theta$  - угол наклона R1 к продольной оси машины, E – полвеличины полки сошки (полрасстояния между шаровыми шарнирами сошки), l - длина рулевой сошки, c – смещение вала рулевой сошки относительно оси моста) при заданных значениях баз  $M_i$  и колея  $L_j$  (количество вариантов база-колея, равное  $i*j \leq 100$  критериям): вычислить значения критерия Гильберта, выделить множество Парето и получить на выходе таблицу отсортированных значений параметров по мере удаления критериев Гильберта, использующих формулу (4), от идеальной точки.

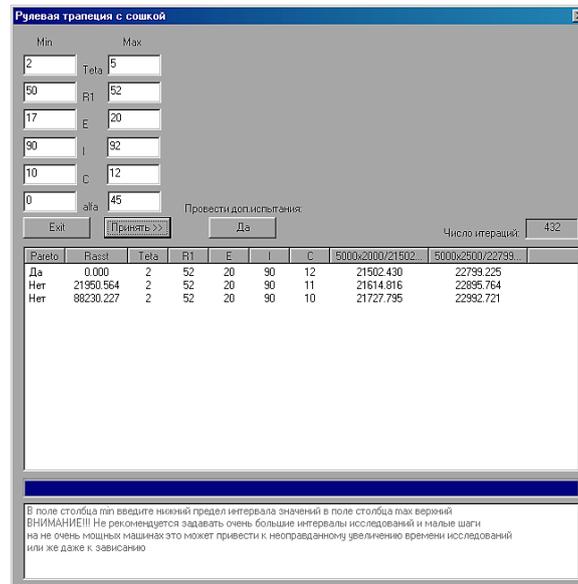


Рис. 17. Окно оптимизации шестизвенной рулевой трапеции с сошкой

**Выводы.** Доказано, что для многокритериальной оптимизации параметров различных конструкций рулевых трапеций по критерию – относительный износ шин управляемых колес семейства автомобилей с разными базами и колеями необходимо

использовать: плоскую модель автомобиля с вертикально расположенными шкворнями, расстояние между центрами которых – шкворневая колея; новую методику расчета параметров рулевой трапеции с применением множества Парето; программный продукт «MTZRT-5», созданный впервые для оптимизации параметров различных конструкций рулевых трапеций – шестизвенной симметричной, шестизвенной несимметричной, четырехзвенной симметричной передней и задней рулевой трапеции, шестизвенной симметричной рулевой трапеции с сошкой.

Обоснование методики, методику, программный продукт «MTZRT-5» и результаты многокритериальной оптимизации параметров различных конструкций рулевых трапеций необходимо внедрить в учебный процесс технических вузов по дисциплинам «Теория мобильных машин», «Конструирование и расчет деталей автомобилей», «Методы одно – и многокритериальной оптимизации параметров машин».

## ЛИТЕРАТУРА

1. Чудаков, Е.А. Теория автомобиля / Е.А. Чудаков // – М.: Изд. АН СССР, 1961. – 462 с.

УДК 621.91.04

**Данилов В.А.**

### **МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ФОРМООБРАЗУЮЩИХ СИСТЕМ СТАНОЧНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ СЛОЖНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Рассмотрены универсальные пути рационального построения кинематики формообразующих систем станочного оборудования для обработки сложных поверхностей на этапе его функционального проектирования с учетом взаимосвязи компонентов способа обработки. Дана характеристика уровней функционального проектирования, показана значимость соответствующих им решений при разработке формообразующей системы станка. Отражены пути интенсификации процессов обработки, реализуемые при проектировании станка. Представлена последовательность синтеза его кинематической схемы, основанная на результатах концептуального и системно-структурного проектирования.*

**Введение.** Сложные поверхности широко применяются в конструкциях деталей машин и приборов, режущих инструментов. Основным методом обеспечения требуемой их точности является формообразование резанием. Техничко-экономические показатели способов обработки изделий со сложными поверхностями обычно ниже, чем деталей простой геометрической формы, поэтому актуальной является проблема интенсификации процессов обработки сложных поверхностей. Из возможных направлений ее решения важная роль принадлежит функциональному проектированию, определяющему технический уровень станочного оборудования, его соответствие современным требованиям.

Многообразие возможных способов обработки любой поверхности обуславливает необходимость разработки общих путей синтеза эффективных технологий формообразования, включающего обоснование реализуемых схем формообразования и методов обработки, структуры формообразующей системы станка, что важно для научно-обоснованного подхода к созданию прогрессивного станочного оборудования и режущих инструментов, обеспечивающих интенсификацию процессов формообразования сложных поверхностей. Ниже рассмотрены некоторые методологические аспекты решения этой задачи, исходя из известных моделей процесса проектирования [1, 2] и способа формообразующей обработки [3].

#### ***Характеристика этапов и уровней проектирования станочного оборудования.***

Иерархическая модель процесса проектирования [2] включает этапы функционального и геометрического проектирования, уровни которых различаются степенями общности, абстракции и детализация, а также значимостью принимаемых при их выполнении решений.

Значимость *функционального проектирования* станочного оборудования обусловлена тем, что допущенные на этом этапе ошибки не могут быть устранены на последующих этапах его конструирования и изготовления. На концептуальном, системно-структурном и схемотехническом уровнях функционального проектирования принимаются соответствующие им решения, определяющие структуру и принцип действия формообразующей системы станка.

Исходя из назначения *концептуального проектирования* [1], его основной задачей является обоснование принципа функционирования исполнительных элементов для обеспечения заданных технических характеристик создаваемого оборудования рациональным путем. Например, профилирование сложных поверхностей в общем случае может быть основано на принципе интерполяции, реализуемом различными системами ЧПУ. Недостатком метода интерполяции является приближенное (частичное) профилирование поверхности, так как траектория исполнительного движения инструмента неконгруэнтна формируемой линии, а имеет с ней лишь конечное множество общих точек, что обуславливает погрешность схемы формообразования. Поэтому для специализированных станков, например для обработки сложных поверхностей с определенным регулярным профилем, более эффективным по производительности и точности формообразования может быть простое в реализации кинематическое профилирование поверхности, осуществляемое согласованными элементарными движениями исполнительных органов станка [3,4].

Для обеспечения инновационного уровня и конкурентоспособности создаваемого оборудования принимаемый принцип функционирования его формообразующей системы может быть основан на нетрадиционных технических решениях. Например, учитывая, что траектория движения формообразования может обеспечиваться кинематическим и геометрическим методами [5], возможен переход от традиционного построения формообразующей системы станка на базе физических эталонов траекторий движений (прямолинейных, круговых и винтовых направляющих и др.) к системе с параллельной кинематикой, обеспечивающей режущему инструменту до шести степеней свободы, в результате чего достигается многофункциональность создаваемого оборудования.

Второй, *системно-структурный*, уровень функционального проектирования обеспечивает разработку структуры проектируемого объекта, в частности, кинематической подсистемы формообразующей системы станка, т.е. связей между ее компонентами, которые могут быть механическими, электромеханическими, мехатронными и иными. Здесь важно применение рациональных для конкретного случая типов связей и путей их реализации [5], в значительной мере определяющих сложность конструкции, точность и другие характеристики структурных компонентов. Результатом этого уровня проектирования является структурная схема станка, которая разрабатывается на об-

щих принципах независимо от типа функциональных связей между его компонентами [3, 6] с применением современных решений, например, модульного построения [7].

На основе структурной схемы при *схемотехническом проектировании* определяются тип, состав и основные свойства структурных компонентов, уточняются на основе структурно-параметрического анализа связи между ними. Результатом этапа являются принципиальные и функциональные схемы проектируемого оборудования (кинематические, гидравлические, пневматические, электрические и т. д.).

Последующий этап *геометрического проектирования*, включающий уровни композиционного и конструкционного проектирования, обеспечивает конкретизацию структурных и схематических решений. Важное значение для рационального построения и обеспечения универсальности станка имеет *композиционное* (компоновочное) проектирование, устанавливающее количество модулей и относительное расположение подвижных и неподвижных узлов исходя из структурной схемы станка с учетом кинематического и компоновочного факторов. Результат этапа представляется в виде структурных формул и графического изображения компоновки станка [8].

***Интенсификация формообразующей обработки на этапе функционального проектирования станка.*** Уровень проекта в целом зависит от обоснованности решений на всех этапах проектирования, но в наибольшей степени при функциональном проектировании. Это относится, в первую очередь, к синтезу общих схем обработки и реализуемых способов формообразования поверхностей, кинематики формообразования и кинематических схем обработки, структуры формообразующих систем, выбору методов обработки и режущих инструментов. При решении этих задач важен системный подход, т.к. качественные и количественные характеристики технологии формообразования определяются в первую очередь структурой способа обработки поверхности (рис. 1) и совершенством его компонентов, к которым относятся:

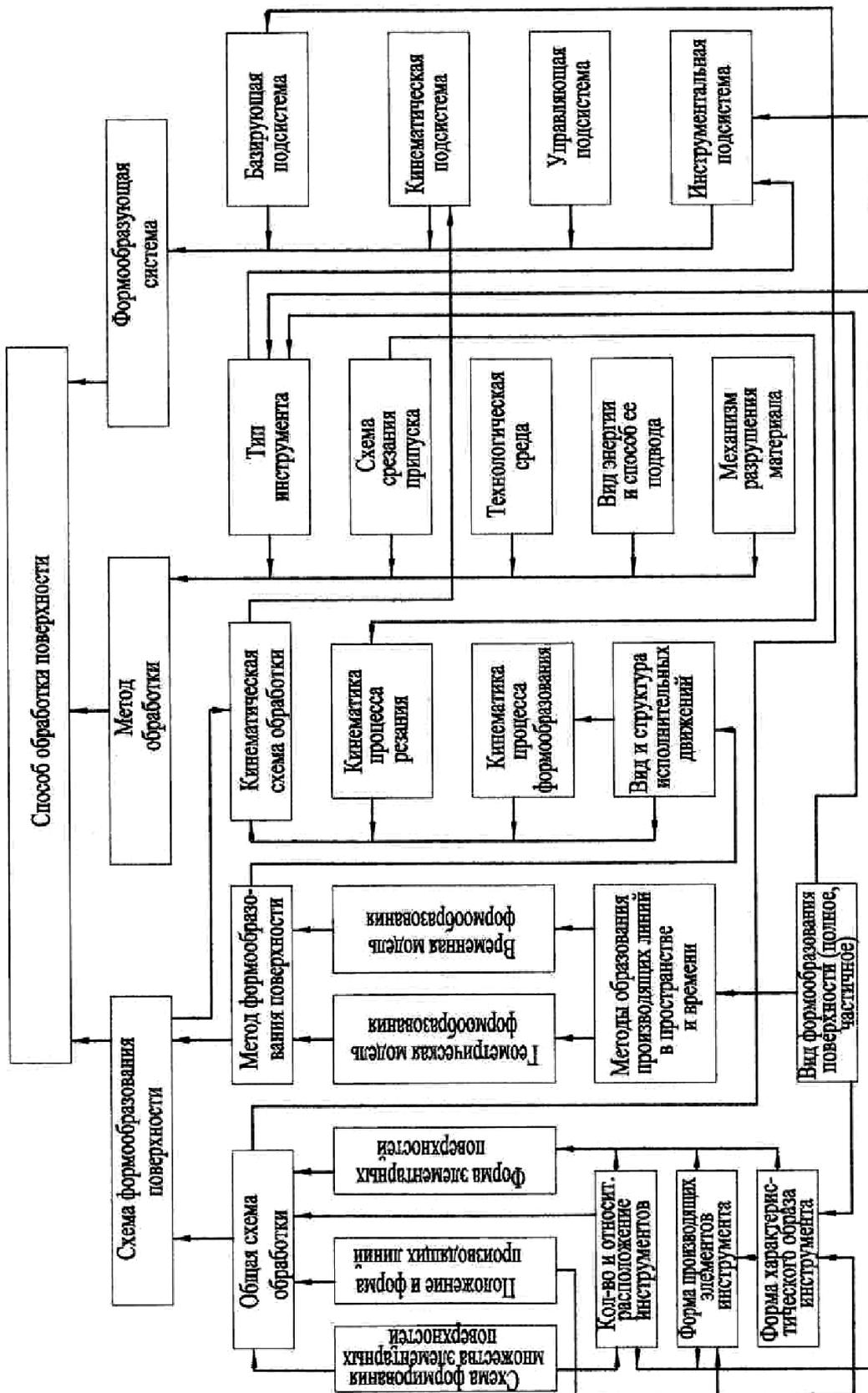


Рис. 1. Структурная модель способа формообразующей обработки поверхности

- совокупность физических, химических и иных процессов, связанных с нанесением или удалением материала резанием, его поверхностно-пластическим или объемным деформированием, определяющая метод обработки;
- схема формообразования в пространстве и времени поверхности с заданными формой и размерами;
- потоки материалов, энергии и информации, формируемые посредством обрабатывающей системы.

При этом важно учитывать тенденции развития станочного оборудования, в частности, его модульное построение [3].

Выделение указанных компонентов обусловлено тем, что технологии формообразующей обработки различаются, прежде всего, видом используемой энергии, способом ее подвода, технологической средой, механизмом разрушения материала, типом инструмента, схемой срезания припуска. Указанные признаки определяют *первый компонент* способа обработки – метод (вид) обработки, например, шлифование, плазменная резка, гидроабразивная, электрохимическая и т.д. Реализуемый метод обработки выбирается на основе сравнительного анализа возможных методов, исходя из их физических возможностей [9].

Любую поверхность можно обработать одним методом, но разными комбинациями движений, сообщаемых инструменту и изделию, при различных направлениях и траекториях исполнительных движений. Так, обработка плоской поверхности торцевой фрезой возможна при сообщении заготовке относительно инструмента прямолинейной или круговой подачи. В данном случае один метод обработки (фрезерование) присущ двум различным схемам формообразования плоской поверхности, реализуемым разными станками. Следовательно, способы обработки различаются также схемами формообразования – *второй компонент* способа обработки.

Возможные схемы формообразования любой поверхности различаются взаимным расположением и направлением относительного перемещения инструмента и обрабатываемой поверхности, формой траектории этого перемещения и характеристического образа инструмента, числом инструментов и их расположением, характером обработки (многоцикловая или одноцикловая), т.е. общими схемами обработки, а также кинематикой формообразования – сочетанием и соотношением скоростей и направлений элементарных движений, сообщаемых инструменту относительно заготовки и определяющих кинематическую схему обработки. Существенное влияние общей и кинематической схем обработки на производительность и точность формообразования обуславливает необходимость их обоснования при проектировании станка [10, 11].

Кинематика формообразования поверхности определяется пространственными и временными характеристиками методов генерации её производящих линий. К пространственным характеристикам относится, в частности, форма производящих линий, а к временным – закон возникновения их во времени в смысле непрерывности. Кинематика формообразования и резания является основой кинематической схемы обработки – совокупности абсолютных элементарных движений, сообщаемых инструменту и заготовке в процессе обработки, а также делительного и установочного движений.

Принятая схема формообразования поверхности и метод обработки реализуются кинематической подсистемой формообразующей системы, представляющей *третий компонент* способа обработки (см. рис. 1).

Возможные способы обработки заданной поверхности могут различаться всеми или отдельными структурными компонентами. Данное обстоятельство с учетом разнообразных по форме обрабатываемых поверхностей обуславливает многообразие возможных способов обработки. Отсюда следует необходимость их исследования и сопоставительного анализа при синтезе или выборе рациональных для заданной поверхности с учетом технологических ограничений.

Рассматриваемая структурная модель отражает взаимосвязь основных компонентов способа обработки, влияющих на его эффективность. Например, схема формообразования поверхности, как совокупность общей схемы обработки и метода формообразования, является основой синтеза кинематической схемы обработки, определяющей структуру кинематической подсистемы формообразующей системы станка. Целенаправленное изменение каждого из входящих в указанные компоненты признаков обуславливает иные технико-экономические показатели способа обработки. Так, например, переход от полного формообразования поверхности к частичному формообразованию влечет за собой, как следует из структуры способа, модификацию его основных компонентов – схемы формообразования поверхности и формообразующей системы станка.

Целенаправленное изменение признаков структурных компонентов способа обработки является основой интенсификации процессов формообразования на этапе функционального проектирования станочного оборудования. Исходя из структуры способа обработки (см. рис. 1), общими путями интенсификации технологий формообразования, реализуемыми на стадии функционального проектирования станочного оборудования, являются [3]:

- оптимизация общей схемы обработки;
- выбор рационального распределения функции формообразования между инструментальной и кинематической подсистемами;
- синтез рациональной кинематики формообразования и кинематической схемы обработки поверхности;
- разработка или выбор эффективного метода обработки;
- оптимизация кинематической структуры формообразующей системы станка;
- обеспечение возможности управления процессами формообразования и резания при проектировании и эксплуатации технологического оборудования.

В соответствии со структурной моделью способа формообразующей обработки синтез общих схем обработки поверхностей включает задание на основе их аналитического исследования: цикличности процесса формообразования; формы и положения производящих линий и элементарных поверхностей; характеристического образа инструмента, метода его управления, формы производящих элементов; схемы формирования элементарных поверхностей с учетом принципов совмещения процессов формообразования, многопозиционной и многоинструментальной обработки.

Необходимым является также сравнение возможных схем формообразования и выбор из них эффективной на основе зависимостей общих показателей эффективности – технологической производительности и точности формообразования от основных параметров общей схемы обработки, т.е. направления относительного перемещения инструмента и заготовки, формы характеристического образа инструмента, кинематики и цикличности процесса формообразования [3].

Основная функция формообразования – образование заданной поверхности может быть обеспечена или только кинематикой оборудования, или совместно кинематикой оборудования и инструментом или только инструментом. При выборе конкретного варианта распределения функции формообразования между инструментом и кинематикой оборудования следует учитывать, что при перенесении функции формообразования на инструмент упрощается кинематика станка, повышается его жесткость, что важно для интенсификации процесса обработки, однако усложняется форма производящих элементов инструмента и снижается его универсальность.

Важность синтеза рациональной кинематики формообразования обусловлена тем, что она, как основа кинематической схемы обработки, в значительной степени влияет на сложность кинематики, производительность и универсальность станка.

К основным принципам синтеза кинематики формообразования относятся [11]:

- перенесение функции кинематики формообразования на инструмент;

– синтез структуры исполнительных движений, обеспечивающей благоприятные условия резания и работы механизмов комплекса за счет исключения геометрическим или кинематическим методами реверсивных движений исполнительных органов, замены возвратно-поступательных движений вращательными;

– совмещение исполнительных движений для упрощения кинематической схемы обработки и повышения производительности;

– введение движений для стабилизации условий резания, управления точностью формообразования, схемой или условиями резания;

– задание рационального сочетания скоростей и направлений элементарных движений;

– рациональное распределение элементарных движений между исполнительными органами комплекса для повышения его универсальности.

Современным направлением интенсификации технологий формообразования за счет применения эффективных методов обработки является использование концентрированных потоков энергии [3].

*Особенностью станочного оборудования является наличие кроме потоков материалов и энергии потока информации [12].* Преобразование и перенос информации представляют две основные функции технологии формообразования, способ реализации которых во многом определяет производительность, точность, универсальность и другие характеристики *станка* и поэтому должен учитываться при построении его формообразующей системы (см. рис. 1).

Производительность формообразования при совмещении процессов преобразования и переноса информации определяется скоростью переноса информации (производительностью резания), которая зависит от подводимой мощности. Ее повышение обеспечивают источники высококонцентрированной энергии, что обуславливает актуальность создания соответствующего *технологического оборудования [3]*. Возможность практической реализации методов управления характеристическим образом инструмента должна быть обеспечена на этапе проектирования формообразующей системы.

Одной из основных задач схмотехнического проектирования станка является синтез его кинематической схемы (рис. 2), обеспечивающей реализацию общей и кинематической схем обработки поверхности.

Значимость данного этапа обусловлена тем, что на базе кинематической схемы далее на этапе геометрического проектирования разрабатываются компоновка и кинематическая подсистема формообразующей системы станка. Особенностью предлагаемого решения задачи синтеза кинематической схемы станка является использование результатов концептуального и системно-структурного проектирования в виде принятых схемы информационного преобразования, метода и общей схемы обработки, исследования геометрии заданной поверхности и структурной схемы станка.

На основе изложенного подхода разработаны формообразующие системы станков, реализующих прогрессивные схемы обработки сложных поверхностей различных изделий машиностроения [3].



Рис. 2. Этапы синтеза кинематической схемы станка

**Заключение.** Интенсификация процессов формообразования сложных поверхностей возможна на стадии функционального проектирования станочного оборудования на основе комплексного решения задач синтеза рациональных схем формообразования, методов их обработки и реализующих их обрабатывающей системы. Значимость функционального проектирования обусловлена тем, что допущенные здесь ошибки не могут быть компенсированы на последующих стадиях конструирования и производства станочного оборудования. Задачи этого этапа проектирования обусловлены структурой способа формообразующей обработки, необходимостью реализации обоснованными методами связей между его компонентами. Изменение этих компонентов или связей между ними позволяет синтезировать множество способов обработки поверхности, на основании анализа которых по критериям эффективности принимается рациональное для заданных условий решение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев, Г.Н. Автоматизация проектирования металлорежущих станков / Г.Н. Васильев. – М.: Машиностроение, 1987. – 280 с.
2. Данилов, В. А. Системный подход к проектированию способов формообразующей обработки / В.А. Данилов, В.А. Терентьев // Современные методы проектирования машин. Вып. 2, Т. 5. – 2004. – С. 84-89.

3. Конструирование и оснащение технологических комплексов / А.М. Русецкий [и др.]; под общ.ред. А.М. Русецкого. – Минск :Беларус. навука, 2014. – 316 с.
4. Карелин Н.М. Бескопирная обработка цилиндрических деталей / Н.М. Карелин. – М.: Машиностроение, 1966. – 187 с.
5. Данилов, В.А. Реализация функциональных связей в формообразующих системах станочного оборудования / В.А. Данилов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. – Промышленность. Прикладные науки. – 2013. – № 11. – С. 6-14.
6. Федотенок, А.А. Кинематическая структура металлорежущих станков / А.А. Федотенок. – М.: Машиностроение, 1970. – 403 с.
7. Данилов, В.А. Модульное построение формообразующих систем при функциональном проектировании станочного оборудования / В.А. Данилов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. – Промышленность. Прикладные науки. – 2013. – №3. – С. 9-18.
8. Врагов, Ю. Д. Анализ компоновок металлорежущих станков: (Основы компонетики) / Ю. Д. Врагов. – М.: Машиностроение, 1978. – 208 с.
9. Этин, А.О. Кинематический анализ и выбор эффективных методов обработки лезвийными инструментами / А.О. Этин, М.Е. Юхвид. – М.: АО ЭНИМС, 1994. – 185 с.
10. Данилов, В.А. Синтез рациональных общих схем обработки при проектировании станков / В.А. Данилов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Прикладные науки. – 2011. – №11. – С. 89-96.
11. Данилов, В.А. Методологические основы синтеза кинематики формообразования и кинематических схем обработки при функциональном проектировании станочного оборудования / В.А. Данилов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Прикладные науки. – 2012. – №3. – С. 2-10.
12. Смирнов, А.И. Анализ перспектив развития методов формообразования в машиностроении / А.И. Смирнов. – М.: НИИМаш, 1982. – 49 с.

УДК 621.9.011:517.962.1

**Довнар С.С.**

## **МКЭ-ОЦЕНКА КОНЦЕПЦИИ СТАЛЕБЕТОННОГО НАРУЖНОГО УСИЛЕНИЯ КОЛОНН СВЕРХТЯЖЕЛЫХ СТАНКОВ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Предложена концепция наружного сталебетонного усиления (СБУ) колонн и стоек станков. Она заключается в вынесении орebrения колонн изнутри наружу и в заполнении получившихся кессонов бетоном или полимербетоном. Это технологично для стальных сварных корпусов. Концепция оценена виртуальными испытаниями с помощью МКЭ.*

*Проведены статические, модальные и гармонические МКЭ-расчеты для многоцелевого станка типа «Travellingcolumn». Испытаны варианты с одинарной и двойной колоннами. Наружное орebrение и бетонирование (НОБ) увеличивает жесткость стальных и чугунных колонн в статике до 1,83 раза. В динамике опасен крутильный резонанс (32 – 56 Гц). НОБ моно-колонны ослабляет его только до 1,53 раза. Этого мало для стабильной обработки вблизи резонанса.*

*Обсужден подход «допустимости всех резонансов» в рабочем диапазоне частот станка (от 0 до ~100 Гц). Для соответствия подходу сталебетонное наружное усиление надо производить на двойной колонне. Динамическая жесткость оказывается не ниже 28,5 Н/мм даже на резонансах. Срыв в автоколебания и неустойчивость резания предупреждается. Концепция сталебетонного усиления рекомендуется как недо-*

рогой путь обеспечения точности станка. Заложенная внутри концепции СБУ техника НОБ пригодна для стального, и для чугунного исполнений колонн.

**Область исследования.** Работа направлена на увеличение статической и динамической жесткости возвышающихся структурных объектов станков. Прежде всего, это колонны и стойки, базирующиеся по нижней поверхности. Примером является подвижная колонна («*Travellingcolumn*») горизонтального сверлильно-фрезерно-расточного станка (СФР-станка - рис.1, а). Это ведущая компоновка данной машины. Горизонтальные СФР-станки важны для обеспечения полной обработки крупногабаритных деталей. Станки выпускаются многими производителями, в том числе белорусским станкостроительным предприятием «МЗОР».

Колонна (стойка - *stand*) *St* опирается внизу на салазки (не показаны) и может перемещаться на них в продольном направлении по оси X. Бабка (*carriage*) *Car* способна двигаться по колонне вертикально по Y. Сквозь внутреннее окно бабки по оси Z выдвигается ползун *Ram*. На заднем конце его устанавливают главный привод *M*. На переднем конце находится шпиндельный узел *Sp* с инструментами. Сила резания на шпинделе способна изгибать и раскачивать колонну. На рис.1, а колонна показана в упруго закрученном состоянии.

Далее рассматриваются СФР-станки именно типа «*Travellingcolumn*». Для них кроме одинарного исполнения (обозначим как **Моно**; рис.1, а) популярно би-исполнение (обозначим **Би**; рис.1, б). Здесь двойная колонна (2, 3 на рис.2) направляет ось шпинделя 1. Обе колонны связаны друг с другом не только салазками снизу, но и траверсой 4 сверху. Станок наиболее податлив и в статике, и в динамике, когда бабка 5 находится в верхнем положении. Особенно опасен для точности обработки поворот ползуна (1-6) вокруг вертикальной оси. Крутильное резонансное возбуждение двойной колонны проиллюстрировано на рис.2, б цветowymi кольцевыми полосами. Ось кручения проходит вертикально через маркер O.

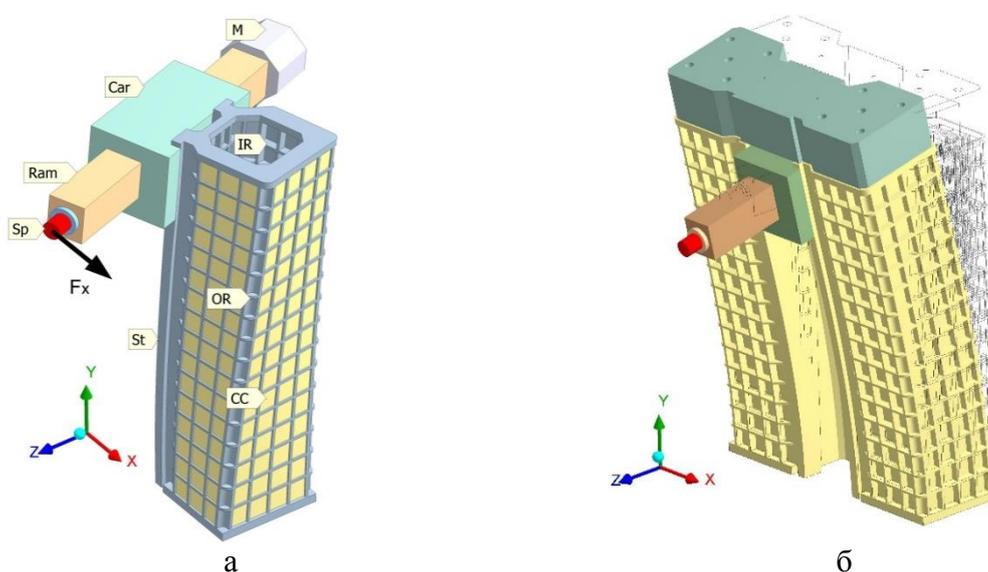


Рис.1. Колонны СФР-станков «*Travellingcolumn*» в моно- (а) и би- (б) исполнениях: кручениеодинарнойколонны под действием силы  $F_x$ (а) и резонансные колебания двойной колонны по моде  $M1$  «Поперечный изгиб» (б;  $f_{M1} = 43,54$  Гц.)

**Постановка задачи и предлагаемая концепция усиления колонн.** Традиционно колонна выполняется как чугунная отливка. Для обеспечения жесткости внутри колонны предусматривается развитое оребрение (IR – рис.1, а). Обычно оно состоит из пере-

секающихся систем вертикальных и горизонтальных ребер. Современной тенденцией является изготовление корпусных деталей станков сваркой из стального проката. Корпуса, например, колонны, получаются дешевле. Меньше времени тратится на технологический цикл. Последовательность нанесения сварных швов оптимизируется средствами САЕ-класса. В результате избегают опасного коробления деталей.

Предлагается в случае изготовления колонны сваркой из стали *выносить оребрение наружу* (OR – рис.1, а). Пересекающиеся стальные ребра должны привариваться к колонне. Возникнут наружные карманы (кессоны). Предлагается *заполнять их бетоном (полимербетоном) – в простейшем случае заподлицо*. Получившиеся бетонные вкладыши (*concretecaissons*)СС должны дополнительно повесить жесткость колонны.

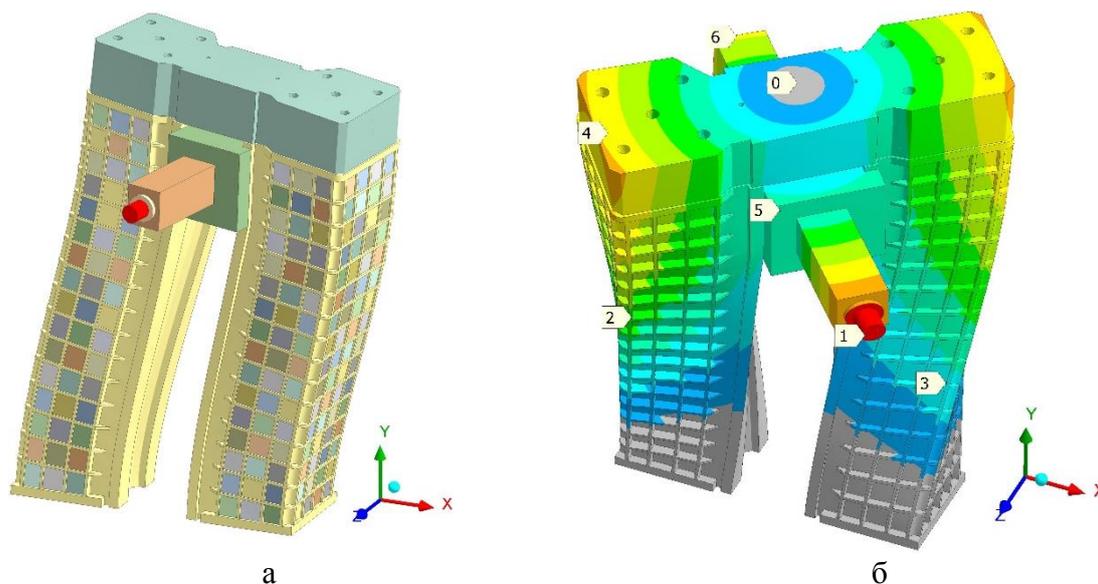


Рис.2. Резонансы двойной колонны по моде **M2** «Продольный сдвиг» (а; «сталь + бетон в кессонах»;  $f_{M2} = 40,81$  Гц и по моде **M3** «Кручение колонны» (б; стальное наружное оребрение без бетона;  $f_{M3} = 43,54$  Гц)

Наружное сварное оребрение технологично. Практично заполнять бетоном именно наружные кессоны на колонне (рис.1, а, рис.2, а). Наружные ребра можно отливать и на чугунной колонне. С точки зрения эксплуатации станка внутреннее и наружное оребрения вполне сочетаемы.

Оценка эффективности предлагаемого решения произведена в данной работе путем виртуальных испытаний методом конечных элементов (МКЭ) [1]. Метод обладает точностью, надежностью и инженерным удобством. Методика МКЭ-расчетов крупных станков разработана [2-4] и апробирована для СФР-станков с помощью натуральных измерений [5-6].

**Геометрическая модель.** Геометрическая модель колонны в данной работе является осредненным решением по отрасли. Высота колонны равна 4500 мм при квадратном сечении со стороной 1000 мм (по стенкам). Толщина стенок колонны 35 – 45 мм. Характерна высота ребер – 95 мм при толщине 25 – 30 мм. Типичный размер наружного кессона – 250×250 мм. Вес чугунной колонны – 10427 кг.

Высота подъема оси шпинделя – 4 м. Ползун имеет длину 3,2 м. Вылет переднего конца ползуна из бабки во всех расчетах – 1 м. Сечение ползуна 400×400 мм, масса – 2300 кг. На заднем торце ползуна может быть учтена масса главного привода (до 1840 кг). Масса бабки – 3200 кг.

При переходе от модели **Моно** к модели **Би** используется зеркальная копия колонны.

**Параметры и особенности конечно-элементной модели.** В работе построены линейные МКЭ-модели. Для них выполнены статические, модальные (поиск резонансных мод) и гармонические (возбуждение осциллирующей силой) виртуальные испытания. Станок считается работающим в упругой области и полностью подчиняющимся закону Гука. Интерес представляют в первую очередь деформации конструкции. Рабочие напряжения в колоннах достаточно малы. Для точности обработки важны деформационные перемещения на ползуне в районе шпинделя.

Основными материалами в МКЭ-модели являются сталь, чугун и бетон. Применение бетона и полимербетона хорошо известно в станкостроении [7, 8]. Механические свойства этих двух материалов варьируются в одинаковых диапазонах. Поэтому в расчетах различие между бетоном и полимербетоном не проводилось.

Современной тенденцией является размещение бетонных вставок не только внизу станка, но и в высокорасположенных корпусных деталях [9]. Предлагаемое наружное бетонирование кессонов колонн с этой тенденцией согласуется.

Механические свойства материалов представлены в табл.1. Сталь в полтора раза жестче, чем чугун. Замена чугуна на сталь ведет к снижению статических деформаций конструкции и повышению её резонансных частот. Смещение резонансов вверх немного сдерживается тем, что сталь примерно на 10% тяжелее, чем чугун.

Таблица 1.

Механические свойства моделируемых материалов

Материал	Модуль упругости $E$ , МПа	Коэффициент Пуассона $\mu$	Удельная плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Относительный коэффициент демпфирования $\xi$
Сталь	200	0,3	7850	1%
Чугун	130	0,28	7200	2%
Бетон (полимербетон)	30	0,18	2300	3%

Внутреннее трение в системе задано через относительные коэффициенты демпфирования материалов  $\xi$ . Коэффициенты могут существенно варьироваться в зависимости от конструктивных обстоятельств. Консервативно, демпфирование стали принято вдвое меньшим, чем у чугуна. «Обобщенный бетон» принят имеющим умеренное демпфирование (в 1,5 раза больше, чем у чугуна).

Предполагается, что направляющие станка являются гидростатическими. Их податливость мала и не требует отдельного учета на фоне податливости корпусных деталей. Гидростатические направляющие могут находиться или в режиме легкого скольжения (трение минимально и может не учитываться), или в режиме гидрозажима (неподвижная фиксация). В данной работе моделируется второй режим. Поэтому нет необходимости в отображении приводов подач.

Виртуальное испытание направляющих в режиме гидрозажима методически оправдано. Оно показывает весь потенциал жесткости колонны как в моно-, так и в би-исполнениях. Выявляются только самые базовые резонансные моды.

**Методика виртуальных испытаний.** В работе варьировались три главных фактора. Материалом колонны могли быть чугун или сталь. Колонна могла быть одинарной (*Моно*) или двойной (*Би*). Присутствовало или отсутствовало бетонирование кессонов оребрения снаружи.

Расчетные случаи представлены в табл.2. В обозначении первая цифра указывает на моно- или би- исполнение колонны. Маркеры «Чуг» или «Ст» говорят, сделана колонна из чугуна или из стали. Символы «В+» и «В-» отмечают присутствие или от-

сутствие внутреннего оребрения. Символы «Н+» и «Н-» аналогично описывают наружное оребрение.

По умолчанию все кессоны считаются пустыми (рис.2, б). Появление в обозначении маркера «Бет» говорит о бетонировании наружных кессонов. «Бет1» сообщает, что усилена бетоном снаружи одна из двух колонн. Маркер «Бет2» указывает на наружное бетонирование обеих колонн (рис.2, а).

Таблица 2.

Расчетные случаи (РС) и резонансные моды

Расчетный случай	Обозначение	Частота резонансных мод, Гц			Амплитуда резонанса на МЗ $u_x^{a, M_3}$ , МКМ
		<i>M1</i>	<i>M2</i>	<i>M3</i>	
РС1	1 Чуг В+Н-	17,13	19,81	34,36	175,8
РС2	1 Ст В+Н-	21,01	24,25	41,67	173,9
РС3	1 Чуг В-Н+	18,05	20,17	31,83	214,7
РС4	1 Ст В-Н+	22,16	24,72	38,80	211,0
РС5	1 Чуг В+Н+	18,63	21,09	34,79	157,3
РС6	1 Ст В+Н+	22,83	25,77	42,10	156,1
РС7	1 ЧугВ+Н+Бет	19,81	22,36	38,55	118,9
РС8	1 СтВ+Н+Бет	23,74	26,75	45,15	116,0
РС9	2 Чуг В+Н+	21,19	32,32	43,55	47,2
РС10	2 Ст В+Н+	25,88	38,95	52,00	47,4
РС11	2 Чуг В+Н+Бет1	21,90	33,60	46,38	37,7
РС12	2 Ст В+Н+Бет1	26,39	39,91	54,13	38,7
РС13	2 Чуг В+Н+Бет2	22,62	34,81	49,03	32,7
РС14	2 Ст В+Н+Бет2	26,90	40,82	56,12	32,6

Колонна в сборе виртуально испытывалась приложением к шпинделю силы по X величиной 1 кН. В статике это была постоянная испытующая сила  $F_X^{стат} = 1000Н$ . Статическая жесткость определялась для переднего торца ползуна как отношение силы к максимальному статическому перемещению  $J_X^{стат} = F_X^{стат} / u_X^{стат}$ , Н/МКМ. Податливость является величиной, обратной жесткости.

Сила по X вызывала малые перемещения по осям Y и Z. Поэтому межосевые взаимодействия сил и перемещений (кроссинг) специально не рассматривались.

В динамике различают модальный анализ, гармонический анализ и анализ переходных процессов. Последний в работе не производился. Модальный анализ не требует приложения нагрузок.

В гармоническом анализе единственная сила на шпинделе осциллировала в направлении X согласно уравнению  $F_X^{дин} = F_X^{стат} \cdot \sin 2\pi f_n t$ , где  $f_n$  – частота испытания в Гц,  $t$  – время в с. Здесь статическая сила являлась амплитудой. МКЭ-расчеты производились в диапазоне от 0 до 100 Гц с шагом 1 Гц. Опыт моделирования крупногабаритных станков показывает [4, 6, 9], что такого диапазона достаточно для выявления всех общестаночных резонансов.

Главным результатом гармонического возбуждения являлась АЧХ со входом в виде силы  $F_X^{дин}$  и выходом в виде перемещения переднего торца ползуна  $u_X^{дин} = u_X^a \cdot \sin(2\pi f_n t + \varphi)$ , где  $u_X^a$  – амплитуда перемещения по X,  $\varphi$  – сдвиг по фазе относительно синусоиды силы. Типичная АЧХ представлена на рис.4. Пики на ней соот-

ветствуют резонансным возбуждениям, то есть взлетам податливости станка (падением динамической жесткости). Амплитуды перемещений ползуна по X точно на резонансной частоте  $M3$  представлены в последнем столбце табл.2.

Динамическая жесткость по X на переднем торце ползуна зависит от близости частоты испытания  $f_{н}$  к резонансу. Жесткость определяется по формуле  $J_X^{дин} = F_X^{стат} / u_X^a$ .

Актуален вопрос о допустимой жесткости станка. Большая податливость на инструменте ведет не только к погрешностям обработки. Самый грубой проблемой является потеря устойчивости резания. Возникают автоколебания, чаще всего в регенеративной форме (*regenerative chatter*) [10, 11]. Они угрожают и станку, и инструменту, и детали. Чтобы не попасть в область неустойчивости, рекомендуется [12] обеспечивать нормативную жесткость на инструменте не ниже  $J_{инстр}^{норм} \geq 20 \text{ Н/мкм}$ . В работе эта норма консервативно отнесена к торцу ползуна. Поддерживать реальную жесткость выше нормативной рекомендуется по всем осям как для статики, так и для динамики.

**Статический анализ колонн.** Характер статической деформации под действием закручивающей силы  $F_X$  показан на рис.1, а (картина в целом соответствует как статике, так и крутильному резонансу  $M3$ , описываемому ниже). Уровни статической жесткости на переднем конце ползуна отображены на рис.3 для ключевых расчетных случаев.

Отметим, что передняя консоль ползуна достаточно жестка (712Н/мкм). Её изгиб не влияет существенно на общие результаты.

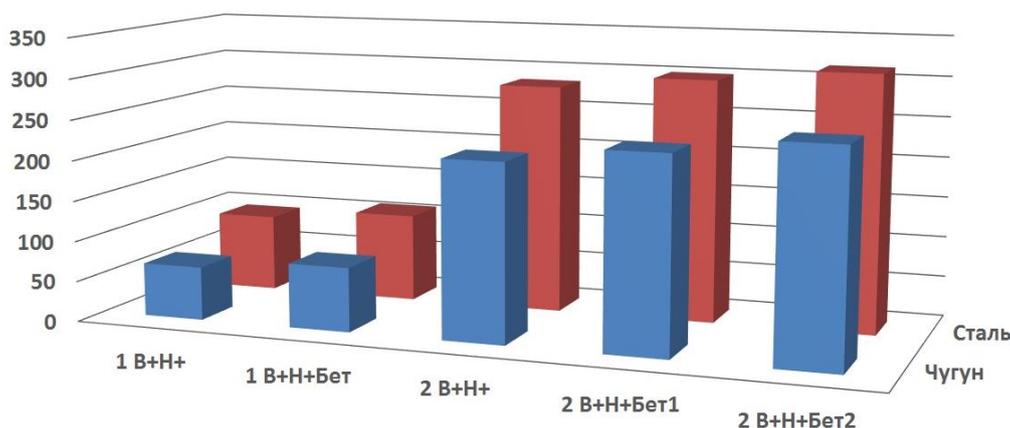


Рис. 3. Статическая жесткость колонны  $J_X^{стат}$  в зависимости от исполнения, материала и наружного усиления в кессонах

Видно, что сильнее всего жесткость увеличивается (около 3-х раз) при переходе от моно- к би- исполнению колонны. Замена чугуна сталью также является существенным фактором (рост жесткости до полутора раз). Заполнение наружных кессонов бетоном тоже повышает жесткость. Но именно для статики это слабая мера усиления.

В табл.3 даны средние уровни жесткости по группам расчетных случаев. Например, средняя жесткость 59,4 Н/мкм для пустой чугунной колонны **Моно** сформирована из расчетных случаев РС1 «1 Чуг В+Н-», РС3 «1 Чуг В+Н+» и РС5 «1 Чуг В+Н+» (табл.2).

Здесь «включали – выключали» наружное и внутреннее оребрение. Для РС3 статическая жесткость минимальна – 52,7 Н/мкм. Главная причина – ослабление изнутри углов колонны. Для РС5 жесткость поднимается до 65,9 Н/мкм. В целом, влияние собственно оребрения на статическую жесткость является умеренным ( $\pm 12\%$ ).

Однако, эффективно сочетание стали и наружного бетонирования. Переход от чугунного «пустого» внутреннего оребрения (59,4 Н/мкм по табл.3) к наружному кессонному бетонированию по стали (109,0 Н/мкм) увеличивает статическую жесткость в 1,83 раза.

Мощным оказывается эффект от постановки второй колонны. Он находится в диапазоне 2,82 – 3,67 раз. Следовательно, это существенная мера. Возрастание жесткости максимально при удвоении пустотелой чугунной колонны.

Применение стали увеличивает жесткость станка в ~1,5 раза (пропорционально подъему модуля упругости) только для одинарной пустой колонны. В остальных случаях рост жесткости скрадывается. Так, для двойной колонны, где оказывают влияние бетона в кессонах и траверсы сверху, стальной материал поднимает жесткость только в 1,24 раза.

Таблица 3.

Средняя статическая жесткость для групп структурных вариантов  
(в скобках – рост жесткости при замене чугуна на сталь)

Структурный вариант	Статическая жесткость в продольном направлении $J_X^{стат}, Н/мкм$			
	Пустые кессоны		Кессоны с бетоном	
	Чугун	Сталь	Чугун	Сталь
Одинарная колонна ( <i>Моно</i> )	59,4	86,9 (146%)	79,1	109,0 (138%)
Двойная колонна ( <i>Би</i> )	217,9	283,2 (130%)	247,8	306,9 (124%)
Рост жесткости при переходе от <i>Моно</i> к <i>Би</i>	367%	326%	313%	282%

Наружное бетонирование увеличивает жесткость на 25 % для схемы *Моно* (с 86,9 до 109,0 Н/мкм; сталь) и только на 9 % для схемы *Би*. Иначе, в статике для двойной колонны бетон в кессонах слабо влияет на жесткость. Наиболее заметно влияние бетона (33%) для одинарной чугунной колонны.

Итак, при усложнении несущей системы станка наблюдается своего рода стабилизация её свойств. При варьировании любого из параметров (например, «включении – выключении» бетона) влияние его на общий показатель жесткости ослабевает.

Для устойчивого и точного резания статическая жесткость двойной колонны ( $\geq 217$  Н/мкм) совершенно достаточна. Жесткость одинарной колонны ( $\geq 59$  Н/мкм) также достаточна, но только для квазистатической обработки или для зарезонансной области. В диапазоне общестаночных резонансов схема *Моно* не обладает резервом жесткости.

Модальный анализ и подход «допустимости всех резонансов». Модальный МКЭ-анализ показал (табл.2) картину резонансов. Принципиально она одинакова для всех расчетных случаев. В начале диапазона частот в интервале 17 – 56 Гц обнаруживаются только три резонанса по модам M1, M2 и M3 соответственно. Мода M1 (лежит в интервале 17,1÷26,9 Гц) заключается в изгибе колонны в поперечном направлении в плоскости YZ (рис.1, б). Резонанс по моде M2 (19,8÷40,8 Гц) идет путем сдвиговой и изгибной деформации в продольном направлении, в плоскости XY (рис.2, а). Практика показывает, что для компоновки «Travellingcolumn» самым опасным является крутильный резонанс M3 (31,8÷56,1 Гц; рис.1, а и рис.2, б). Здесь колонна возвратно-вращательно колеблется вокруг вертикальной оси.

Резонансы по модам *M1*, *M2*, *M3* образуют общестаночный диапазон частот. Более высокочастотные резонансы носят многоволновой или локальный характер. Они начинаются выше ~90 Гц.

Возбуждение резонансов станка силой  $F_X^{дин}$  представлено АЧХ на рис.4. По вертикальной оси предлагается следить за уровнем амплитуды  $u_X^a = 50 мкм$ . Выше него не обеспечивается нормативная жесткость  $J_{рам}^{норм} \geq 20 Н/мкм$ . Вероятны потеря качества и безопасности процесса резания.

Для моно-колонны как в пустотелом ( $1\text{Чуг}B+H+$ ), так и в бетонированном состоянии ( $1\text{Чуг}B+H+\text{Бет}$ ) пики изгибных резонансов  $M1$  и  $M2$  лежат ниже уровня безопасности на рис.4. Колонна обеспечивает несущую функцию даже при точном попадании рабочей частоты (например, фрезы в шпинделе) на эти резонансы.

Для исполнения **Бу** ( $2\text{Чуг}B+H+\text{Бет}$ ) резонансы  $M1$  и  $M2$  вообще малозаметны на АЧХ. Их демпфирование бетонированной двойной колонной происходит очень хорошо.

Для одинарной колонны в любом варианте проблемой является кручение по  $M3$ . На рис.4 резонансные пики достигают высот 157,3 и 118,9 мкм (столбец амплитуд  $u_X^{a,M3}$  в табл.2). Здесь только бетонирования колонны недостаточно. Пик « $M3, Ч+Б$ » лишь немного ниже пика « $M3, Ч$ » (пустотелая колонна).

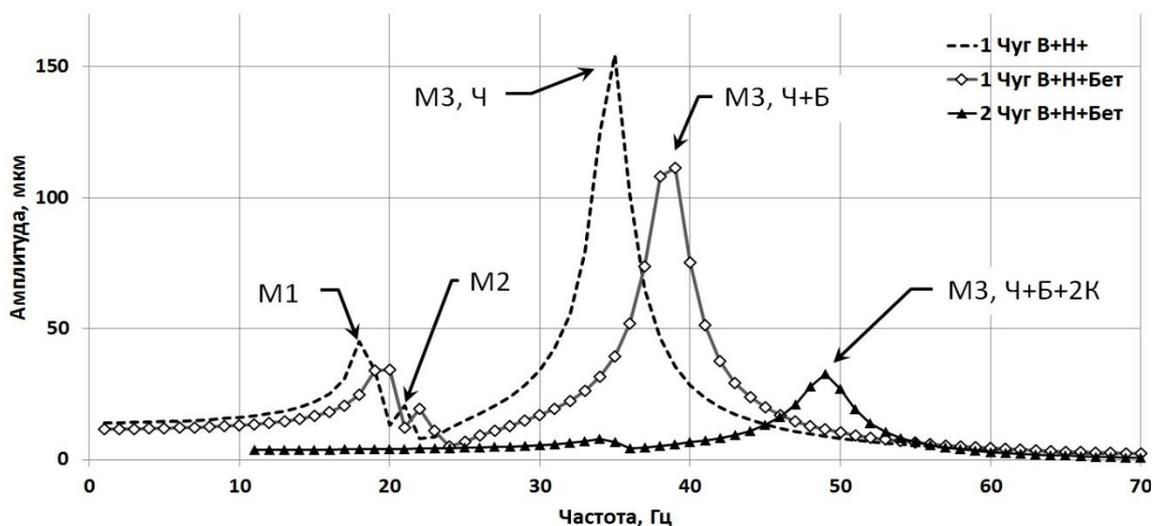


Рис. 4. Характерный вид АЧХ для одинарной и двойной колонн.  
Для маркеров: Ч – чугун, Б – бетон, 2К – двойная колонна

Средняя динамическая жесткость на резонансе  $M3$  для варианта **Моно** равна всего 7,3 Н/мкм. Этого недостаточно для устойчивой работы станка вблизи резонансного пика. Вариант **Бу** оказывается в среднем втрое более жестким (25,4 Н/мкм; маркер « $M3, Ч+Б+2К$ »). Этого укладывается в норматив удовлетворительной жесткости ( $\geq 20$  Н/мкм). Устойчивая обработка на резонансе  $M3$  допустима, хотя и не должна быть регулярной практикой.

В сущности, АЧХ для двойной колонны состоит из дорезонансной и послерезонансной областей. Они разделены «терпимым» по высоте пиком резонанса  $M3$ .

Для одинарной колонны как пригодные для обработки следует выделять дорезонансный диапазон частот (левее  $M1, M2$ ), межрезонансный диапазон (от  $M2$  до начала пика  $M3$ ) и послерезонансный диапазон (правее спада  $M3$ ). Сечения пика  $M3$  на уровне 50 Н/мкм являются заведомо опасными для станка. На рис.4 это участок **a-b** для  $1\text{Чуг}B+H+$  и участок **c-d** для  $1\text{Чуг}B+H+\text{Бет}$ .

Итак, резонансы  $M1, M2$  можно признать допустимыми для работы на них станка с одинарной колонной. Для станка с двойной колонной, похоже, *допустимыми являются все общестаночные резонансы*. Это ценная черта несущей системы, поскольку работа СФР-станка вероятна практически на любой частоте.

Отсюда вытекает подход к поиску оптимального структурного решения – несущая система должна ослаблять возбуждение станка на любом резонансе в общестаночном диапазоне частот. Динамическая жесткость при резонансной раскочке всегда будет снижаться, но она не должна оказываться неприемлемо низкой. Для станка должен быть допустим любой резонанс, а вся «общестаночная» область частот – являться рабочей.

**Гармонический МКЭ-анализ сопоставление расчетных вариантов.** На рис.5 (в отличие от рис.4) даны АЧХ стальных одинарных колонн. Линия «1 СтВ+Н+Бет» является референсной. Как и на рис.4, после статического диапазона частот здесь видна на  $\sim 20 \div 25$  Гц группа умеренно опасных резонансов **M1**, **M2**. Действительно опасный крутильный резонанс **M3** (на пике **M3, В+** амплитуда  $u_x^{a.M3} = 118,9 \mu\text{мкм}$ ) создает вокруг себя запретный интервал частот  $\sim 42 \div 48$  Гц. Правее начинается обширный зарезонансный диапазон. В нем линия АЧХ близка к абсциссе. Соответственно, очень высока динамическая жесткость. Диапазон прослежен в работе до частоты 300 Гц. Зарезонансный диапазон пригоден для ВСО (высокоскоростная обработка [13, 14]). Здесь точность и стабильность резания обеспечивается даже при субтильной несущей системе станка (это называют эффектом зарезонансного демпфирования).

Для линии «1 Ст В-Н+» пик **M3** увеличивается до 211 мкм (маркер **M3, В-** на рис.5) и немного сдвигается к низким частотам. Наполовину это обусловлено отсутствием бетона в наружном оребрении, а наполовину – исключением из модели внутренних ребер. Дополнительные МКЭ-расчеты показали, что внутреннее оребрение важно сохранять в углах колонны. В противном случае прямоугольное сечение колонны легко перекашивается и трансформируется в ромб.

Линии 3X и 3Z описывают модификацию референсного для рис.5 случая «1 СтВ+Н+Бет». Ползуну была дана подвижность вдоль Z. Он мог свободно скользить внутри бабки. Ползун удерживался только пружиной жесткостью  $J_z^{\text{пруж}} = 400 \text{ Н/мкм}$ , представляющей привод подачи по Z. Таким путем отображалось растачивание – самая точная операция на СФР-станке.

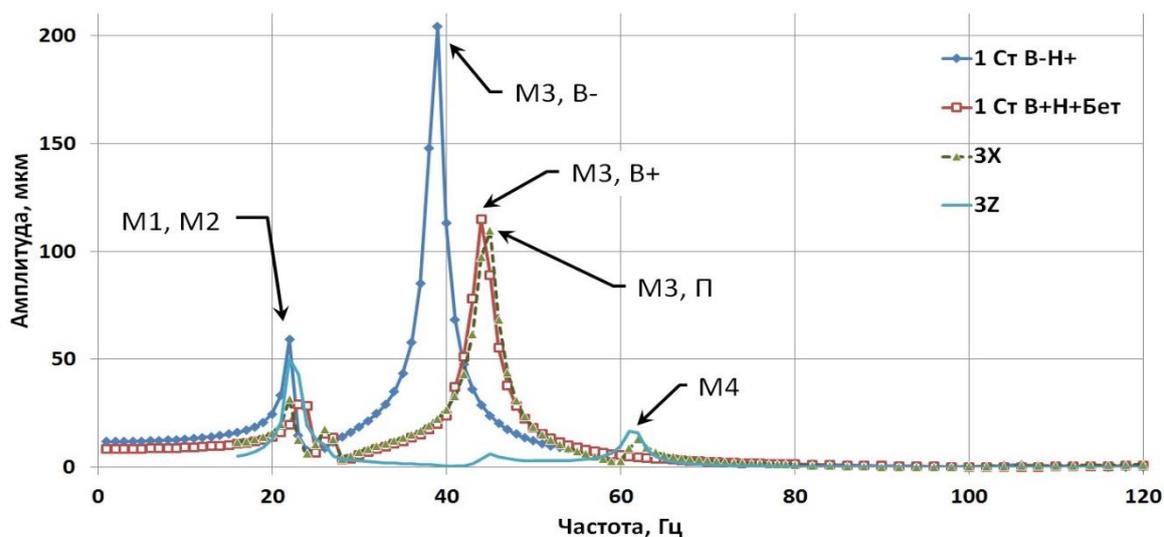


Рис. 5. Диапазон общестаночных резонансов (M1 – M4) для одинарной колонны: 3X – модификация 1СтВ+Н+Бет при подвижном ползуне (амплитуды по X); 3Z – то же, но амплитуды по Z

Пик **M3, П** линии «3X» почти не отличается от пика **M3, В+** линии «1 СтВ+Н+Бет». Обнаруживается небольшой резонанс **M4**. Это ползун, как одномассовая система колеблется на своей пружине. Также, подвижность ползуна усиливает резонанс **M1**, делая наклоны колонны более глубокими.

В целом, осевая подвижность ползуна не меняет динамику колонны.

АЧХ на рис.6 иллюстрируют различия в поведении чугунных и стальных моноколонн. Левая триада линий соответствует чугуну, а правая - стали. В каждой триаде средняя линия соответствует пустой колонне с внутренним и наружным оребрением. Исключение наружного оребрения дает весьма небольшой прирост амплитуды

(11÷12%; верхние линии). Сочетание обоих видов оребрения с наружным бетонированием в 1,32÷1,35 раза ослабляет пики *M3* (нижние линии).

Однако, в обоих триадах подавления пика *M3* не происходит. Он остается намного выше предельного уровня «50 мкм». «Чугунная» и «стальная» триады АЧХ очень подобны друг другу по форме и высоте. Для стального исполнения линии просто сдвигаются на 6÷8 Гц в сторону высоких частот.

Из изложенного следует, что *наружное бетонирование во всех случаях полезно*. Оно повышает динамическую жесткость колонны, несмотря на увеличение её массы. Хорошее демпфирование бетона маскирует низкое демпфирование стали. Однако для одинарной колонны крутильный резонанс *M3* все равно придется обходить. В этом смысле бетонированные колонны из чугуна и стали амбивалентны в смысле динамики. Выбор материала нужно осуществлять по технологическим и экономическим соображениям.

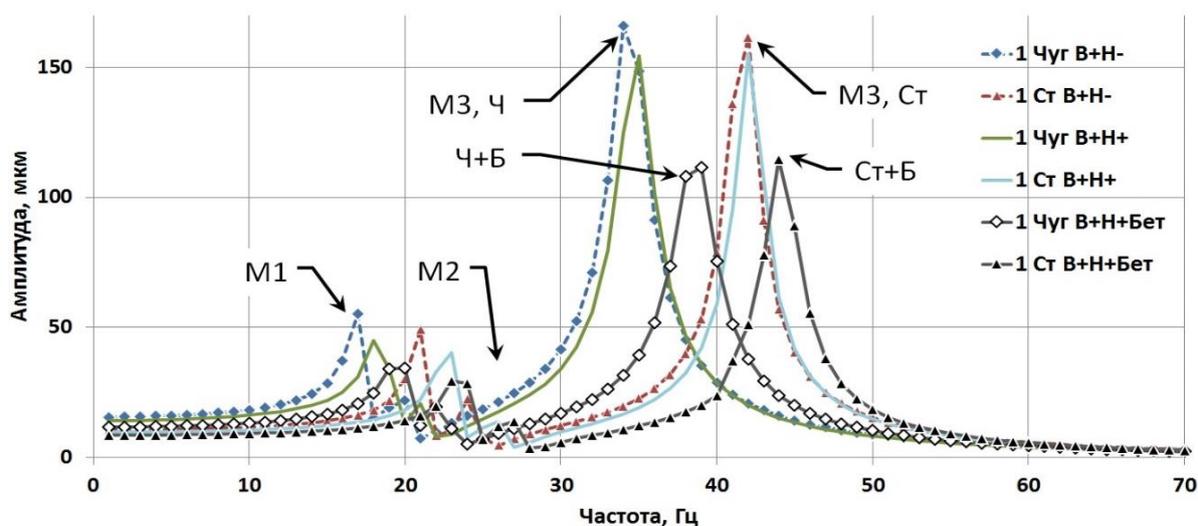


Рис. 6. АЧХ для одинарной (1) колонны в чугунном (Чуг) и стальном (Ст) исполнениях с бетоном (Бет) и без него

Наружное оребрение описанной формы без бетонирования применять не эффективно.

АЧХ на рис.7 относится к резонансному возбуждению двойной колонны. Также, как и на рис.6, даны две триады графиков – для чугунного (слева) и стального (справа) исполнений. В каждой триаде есть варианты пустых кессонов, наружного бетонирования кессонов одной колонны и бетонирования обоих колонн. Все линии лежат ниже амплитуды 50 мкм. Следовательно, динамическая жесткость не опускается ниже 20 Н/мкм. Двойная колонна работоспособна даже на резонансных частотах.

Существенно возбуждается только крутильный резонанс по моде *M3*. Пики предваряющих его резонансов *M1*, *M2* слабы. При попарном сравнении чугунного и бетонного исполнений высота пиков оказывается практически одинаковой. Резонансы *M3* стальных колонн просто смещены на 7-8 Гц вверх относительно чугунных из-за большего модуля упругости стали. Повышение резонансной частоты компенсирует худшее демпфирование стали. В итоге, чугунное и стальное исполнение колонн оказываются с точки зрения динамики станка примерно равноценными при прочих равных условиях. Выбирать материал следует по эффективности изготовления и по стоимости материалов и технологий.

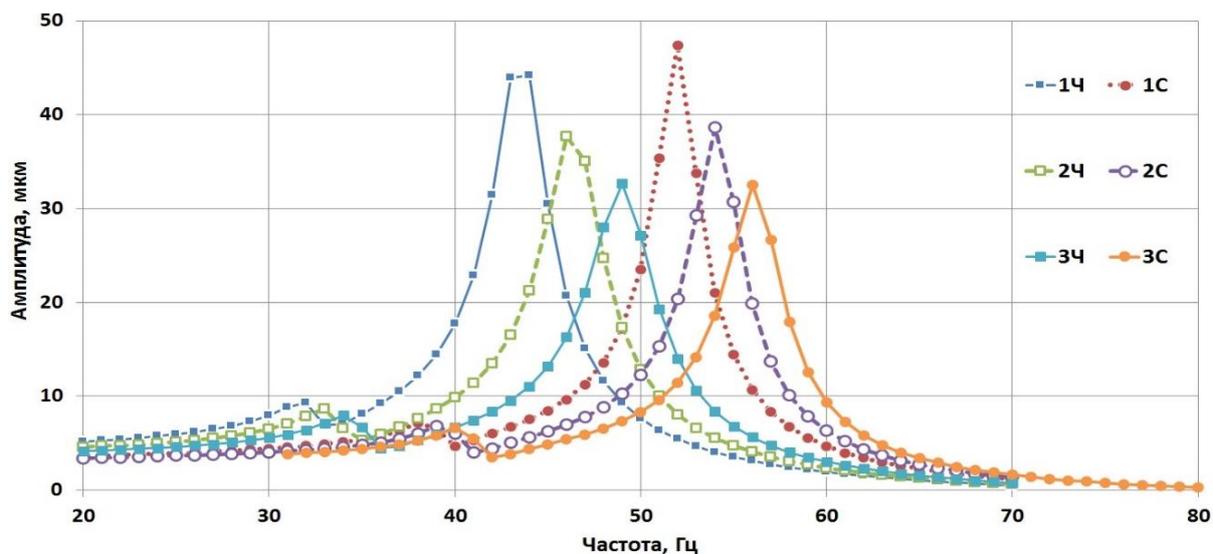


Рис. 7. АЧХ двойной колонны для чугунного литого (Ч) и сварного стального (С) исполнений:  
 1 – бетон в кессонах отсутствует; 2 – бетон только на одной колонне;  
 3 – кессоны обеих колонн заполнены бетоном.

Заполнение наружных кессонов бетоном также оказывается положительной мерой. При анализе каждой триады на рис.7 видно, что по мере заполнения бетоном конструкция усиливается – повышается частота ведущего резонанса  $M3$  (на 4 – 5 Гц). Амплитуда резонанса падает. Следовательно, улучшается демпфирование. Благодаря бетону динамическая жесткость на резонансе возрастает до 1,46 раза. Наружное оребрение и бетонирование (НОБ) является мерой средней степени эффективности как для гашения колебаний стальных и чугунных колонн, так и для смещения резонансных частот вверх.

**Обсуждение результатов.** В табл.4 дана динамическая жесткость на торце ползуна  $J_X^{дин}$  по группам расчетных случаев. Она вычислена точно для пиковых резонансных частот  $f_{M3}$ . В скобках указано, какую долю от статической жесткости  $J_X^{стат}$  составляет динамическая жесткость на резонансе  $M3$ . Эта доля  $\delta_{дс} = J_X^{дин} / J_X^{стат}$  в среднем равна 8,25% для пустых кессонов и 10,4% для полных. Следовательно, демпфирующий эффект от наружного бетонирования ощутим.

Таблица 4.

Средняя жесткость по группам РС для резонанса  $M3$  и отношение  $\delta_{дс}$  динамической жесткости к статической (в скобках)

Наружное оребрение	Динамическая жесткость $J_X^{дин}$ , Н/мкм			
	Пустые кессоны		Кессоны с бетоном	
Материал	Чугун	Сталь	Чугун	Сталь
1. Одиная колонна	5,57 (9,4%)	5,63 (6,5%)	8,41 (10,6%)	8,62 (7,9%)
2. Двойная колонна	21,19 (9,7%)	21,09 (7,4%)	28,57 (11,5%)	35,61 (11,6%)

В табл.4 показатель  $\delta_{дс} = 6,5\%$  минимален для пустотелой стальной одинарной конструкции. Он же максимален ( $\delta_{дс} = 11,6\%$ ), если стальная колонна является двойной и усилена бетоном в кессонах. Поэтому наружное сталебетонное усиление (СБУ) следует рекомендовать для практики.

Появление бетона (переход от ячейки 1Ак 1Св табл.4) повышает жесткость на резонансе для чугунных кессонов в 1,51 раза. Это число справедливо и для стали (переход от 1Вк 1D). Для двойной колонны только бетонирование (при наличии ребер) увеличивает жесткость до 1,68 раз (переход от 2Вк 2D).

Все одинарные колонны требуют уклонения от крутильного пика *МЗ* при работе станка. Двойные колонны отвечают подходу «допустимости всех резонансов». Здесь пустотелые исполнения *Би* находятся ( $J_x^{двн} \cong 21 \text{ Н/мкм}$ ) на границе нормы. Двойные колонны с НОБ имеют запас по жесткости – 42% для чугуна и 78% для стали.

#### **Выводы и рекомендации.**

1. Двойная колонна гораздо лучше соответствует подходу допустимости всех резонансов, чем одинарная колонна. Компоновка с одинарной колонной рекомендуется в основном для зарезонансной обработки в режимах ВСО.

2. Двойная колонна со сталебетонным усилением (СБУ) является статически жесткой, а также показывает в виртуальных испытаниях достаточную динамическую жесткость во всем диапазоне общестаночных резонансов.

3. Наружное оребрение является эффективной мерой усиления только в сочетании с бетонированием наружных кессонов. Эту технику можно назвать НОБ (наружное оребрение и бетонирование)

4. Внутреннее оребрение стальной колонны желательно сохранять в углах для блокирования деформационных перекосов сечения.

5. Концепцию наружного сталебетонного усиления (СБУ) следует рекомендовать для практики. Наружное СБУ расширяет статические и динамические возможности СФР-станков как с моно-, так и с би- колоннами.

6. Заполнение бетоном наружных кессонов стальной колонны компенсирует пониженную демпфирующую способность стали.

7. Высота и ширина резонансных пиков для стального и чугунного исполнений всегда близки при прочих равных условиях. Для стали опасный крутильный резонанс *МЗ* просто сдвинут вверх на 7-8 Гц относительно чугуна.

8. Для компоновки «двойная колонна» с НОБ при выборе между чугунном литьём сваркой сталиследует учитывать не столько динамику (она подобна), сколько технологичность и экономичность изготовления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация: пер. с англ. / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 312 с.
2. В.И.Туромша, С.С.Довнар, А.С.Трусковский, И.И.Шумский Баланс жесткости стойки фрезерно-сверлильно-расточного станка с симметричным расположением шпиндельной бабки // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П.О.Сухого.–2012.–№3(50). –С.19–29.
3. Василевич Ю.В., Довнар С.С., Трусковский А.С., Шумский И.И. Моделирование и анализ динамики несущей системы фрезерно-сверлильно-расточного станка с моностойкой // Наука и техника. 2015. - № 3 . С. 9 - 19.
4. С. С. Довнар, А.М.Якимович, И.Л.Ковалева, И.И.Шумский. Гармонический анализ порталов тяжелых продольно-фрезерных станков типа «Гентри» с помощью МКЭ // Вестник ПГУ. Серия В. Промышленность. Прикладные науки. 2014. - №11 . С. 25-36 .
5. Василевич Ю.В., Довнар С.С., Шумский И.И. Модальный анализ несущей системы тяжелого горизонтального многоцелевого станка с помощью МКЭ // Наука и техника. 2014. - № 4 . С.14 - 24.
6. Василевич Ю.В., Довнар С.С., Трусковский А.С. МКЭ-анализ гармонического возбуждения горизонтального фрезерно-сверлильно-расточного станка с симметричной стойкой // Машиностроение. 2014. - № 28 . С.112-120.
7. Металлобетонные базовые конструкции металлорежущих станков / М.И.Браиловский, А.Г.Воскобойник, А.А.Воскобойник. – Коломна, Воентехиздат. – 2010. – 76 с.

8. Study of improving static rigidity on machine tool structure using concrete component / Simon M., Grama A L., Ganea M. // The 6th edition of Interdisciplinarity in Engineering. International Conference “PetruMaior” University of TîrguMureş, Romania, 2012, pp.6-29.

9. Василевич, Ю.В. Конечно-элементный анализ влияния бетонного наполнителя на динамическую жесткость портала тяжелого станка / Василевич Ю.В., Довнар С.С., Карабанюк И.А. // Наука и техника. 2016. - Т. 15, № 3. С. 233-241.

10. Gradisek J., Kalveram M., Insperger T., Weinert K., Stépán G., Govekar E., Grabec I. Stability prediction for milling. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(7-8), pp. 769-781.

11. T. Schmitz, G.S. Duncan, Three component receptance coupling substructure analysis for tool point dynamics prediction, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2005, 127, pp. 781–790.

12. Lopez de Lacalle, L.N. Machine Tools for High Performance Machining // L.N. Lopez de Lacalle, A. Lamikiz. – Springer. – 2009. – 442 p.

13. Козловский, Н.А. Жесткость и виброустойчивость тяжелых фрезерных станков / Н.А. Козловский, М.П. Зайкин. – Минск: Наука и техника, 1986. – 135 с.

14. Кунец, Г. Высокоскоростная обработка и традиционный технологический базис: преодоление несовместимости // Мир техники и технологий. – 2004. – № 6. – с. 35–37.

УДК 621.9.011:517.962.1

**Довнар С.С., Якимович А.М., Ажар А.В., Кучинская А.А.**

## **МКЭ-АНАЛИЗ ЖЕСТКОСТИ СУППОРТА ТЯЖЕЛОГО ТОКАРНОГО СТАНКА В СТАТИКЕ И ДИНАМИКЕ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*С помощью МКЭ проведены виртуальные испытания суппорта токарного станка. Суппорт имеет пять степеней свободы и является массивной возвышающейся конструкцией. Моделирование выполнено в связи с реновацией станка и подъемом линии центров. Варьировались положения каретки, салазок (внутренние координаты) и конструкционные материалы. Испытующие воздействия прилагались по всем проекциям силы резания. Выполнены статический, модальный и гармоническое анализы. Опасным резонансом оказалась раскачка суппорта в поперечном направлении. Внутренние координаты влияют на частоту резонанса (60 – 90 Гц) и на жесткость. Она изменяется от 344 Н/мкм в статике до 20 Н/мкм в динамике.*

*Компоновка суппорта имеет ресурс жесткости. Она допускает возвышение инструмента. Положительным особенностью является малый кроссинг между осями. Максимальная жесткость инструмента достигается при положениях салазок и каретки около центра. Сочетание предельных вылетов инструмента в продольном и поперечном направлениях опасно из-за автоколебаний. Допустим переход от чугунного исполнения суппорта к стальному. Желательно одновременно заполнять полимербетоном станину под суппортом.*

**Постановка задачи и объект исследования.** Одним из направлений инженерной деятельности в станкостроении является модернизация уникального оборудования. В данной работе обсуждается сверхтяжелый токарный станок 1А670, предназначенный, в основном, для точения роторных валов энергетических машин. В ходе модернизации максимальный диаметр обработки должен быть увеличен на 600 мм (диаметр планшай-

бы достигнет  $\varnothing 2100$  мм). Это планируется сделать (рис.1) возвышением на 300 мм линии центров. Передняя бабка, суппорта и задняя бабка получают промежуточные корпуса (именно на них указывают маркеры 1 – 4).

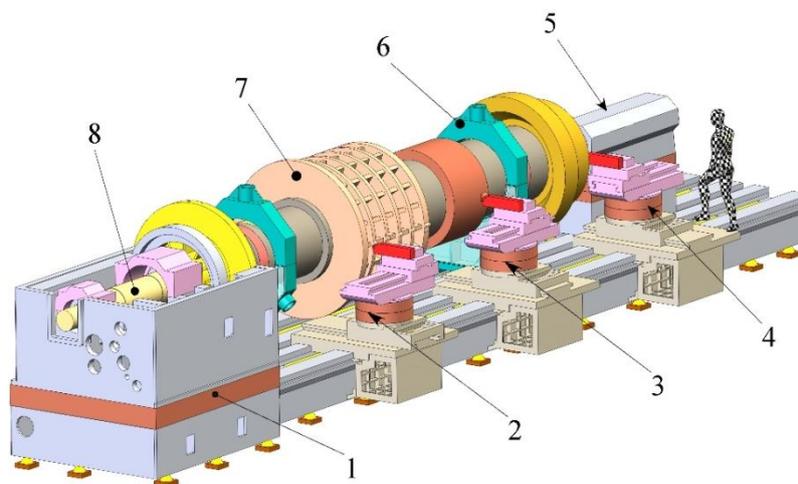


Рис. 1. Модель тяжелого токарного станка с передней и задней бабками (1, 5), суппортами (2, 3, 4), люнетами 6, обрабатываемым роторным валом 7 и шпинделем 8 (манекен поясняет габариты станка)

Суппорт 2 обрабатывает ротор 7. На роторном валу обрабатываются также радиальный и осевой подшипники (суппорта 3 и 4 соответственно).

В результате возвышения линии центров суппорт становится особенно податливым объектом станка. Его высота над направляющими станины достигает 1,35 м (вдоль Y). База суппорта по направляющим вдоль поперечного (радиального) направления остается прежней - 0,98 м. Ширина суппорта вдоль продольной оси Z составляет 1,5 м.

Проблема податливости суппорта под действием силы резания имеет интерес для всего станкостроения. Она касается обеспечения рабочей устойчивости любой колоннообразной конструкции с инструментами.

**Модель суппорта и варьируемые координаты.** Статическую и динамическую жесткость возвышенного суппорта следует оценить заранее, до реализации проекта. Для этого в работе был применен численно-математический метод конечных элементов (МКЭ) [1]. МКЭ-анализ используют для изучения и оптимизации несущих систем станков [2]. Для данного станка анализ методом конечных элементов был проведен ранее [3].

Моделируемые объекты из состава станка показаны на рис.2. Это три суппорта (по 7,25 т), установленные на станине 1 (12940×2060×710 мм весом 29,2 т при исполнении из чугуна). Станина опирается на башмаки 2. Полости станины могут быть заполнены бетоном (полимербетоном) 3. Тогда масса модели возрастает на 25,5 т. Применение бетона для усиления базовых деталей станка является известным решением [2, 4, 5].

Каждый суппорт несет инструмент с режущей частью D. В базовом случае это токарный резец (в модели габариты 650×150×100 мм при массе 73,8 кг).

На суппорте вместо резца может быть установлена фреза в приводящей головке. Такой инструмент будет создавать вынужденные колебания. Поэтому вопрос о динамике возвышенного суппорта особенно актуален.

Модернизированный суппорт состоит (рис.3, а) из основания А, каретки В, втулок С диаметром  $\varnothing 800$  мм (именно они обеспечивают возвышение на 300 мм), поворотного устройства D, салазок Е, резцедержателя F и инструмента Т. Под суппортом находится коробка подач G. Всего суппорт обладает 5-ю степенями свободы (координатами), не считая выставления инструмента в резцедержателе.

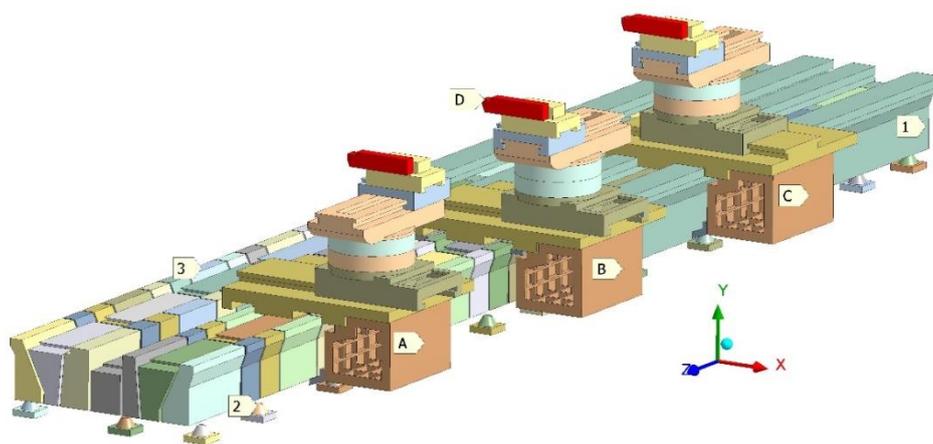


Рис. 2. Расчетная модель суппортов А, В, С на станине 1, опирающейся на башмаки 2 и заполненной бетоном 3. D – режущая часть инструмента.

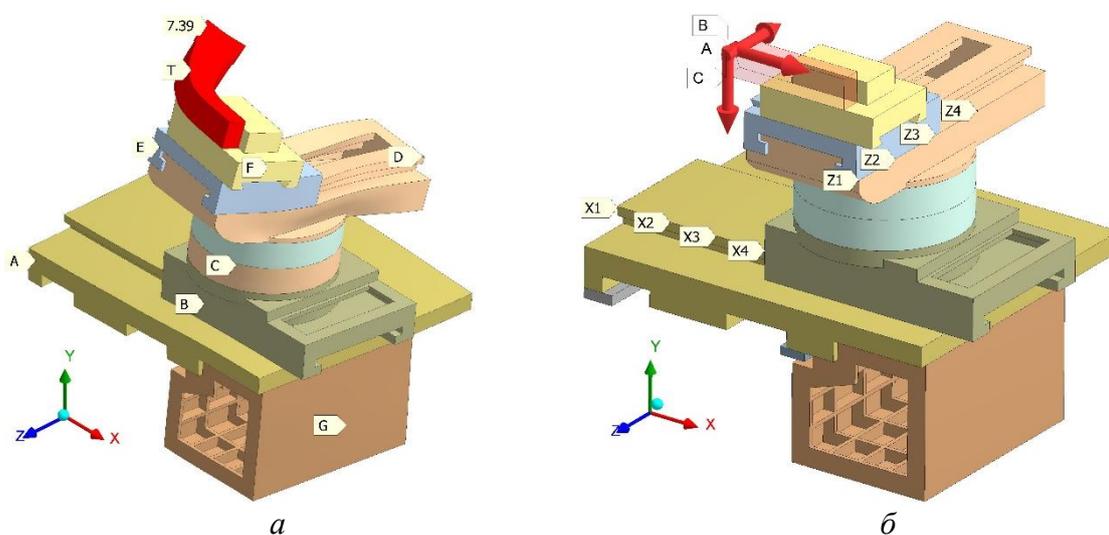


Рис. 3. Статическая деформация под действием осевой силы  $F_z^{стат} = 1 \text{ кН}$  на резце (а;  $\times 100000$ ) и положения (б) каретки (x1–x4) и салазок (z1–z4)

**Методика виртуальных испытаний.** МКЭ-расчет проводился в статической, модальной (поиск резонансов) и гармонической постановках. Суппорт виртуально нагружался силой резания (рис.2, б) в четырех радиальных положениях каретки (x1 – x4). Эти точки соответствуют всему диапазону радиального движения каретки. Салазки занимали одно из 4-х продольных положений (z1 – z4). Это давало 16 точек испытания в области 840×900 мм, которую будем называть *полем суппорта*.

Остальные внутренние координаты суппорта кроме  $x$  и  $z$  не менялись. Поворотное устройство и резцедержатель были заблокированы в средних положениях. Инструмент с вылетом 200 мм «приклеен» к резцедержателю средствами МКЭ-анализа. Суппорт находился посередине станины.

В статическом анализе на режущую часть инструмента виртуально воздействовали испытующей силой 1 кН. Такой уровень редко превышаетея на практике. Сила была направлена по X, по Y, или по Z ( $F_x, F_y, F_z = 1 \text{ кН}$  - маркеры А, В, С на рис.3, б). Например, суппорт на рис.3, а показан деформированным статической продольной силой  $F_z^{стат} = 1 \text{ кН}$ .

Исследовались перемещения вершины инструмента по всем осям  $u_x, u_y, u_z$ . Так  $u_z^{стат} = 7,39$  мкм на рис.3, а. Это указывает на продольную статическую жесткость на инструменте  $J_z^{стат} = F_z^{стат} / u_z^{стат} = 135,3$  Н/мкм.

Главное внимание в работе уделено жесткости инструмента по X, поскольку именно радиальные деформации определяют точность обработки диаметров. Жесткость вершины инструмента отождествляется с жесткостью суппорта.

Гармонический анализ заключался в виртуальном возбуждении конструкции с вершины инструмента гармоническими силами резания по X, Y, Z на разных частотах. Каждая сила подчиняется формуле типа  $F_x^{дин} = F_x^{стат} \cdot \sin 2\pi f_n t$ , где  $f_n$  – частота испытания в Гц,  $t$  – время в с. Здесь статическая величина  $F_x^{стат} = 1$  кН служит амплитудой динамической силы. Виртуальные испытания производились в диапазоне до 100 Гц с шагом 1 Гц.

**Подход «пиковой динамической жесткости» станка.** В данной работе моделировались только линейные ситуации. Поэтому при гармоническом возбуждении любая точка станочной системы колеблется тоже гармонически [6, 7]. Например, перемещение вершины инструмента по X заведомо будет подчиняться уравнению  $u_x^{дин} = u_x^a \cdot \sin(2\pi f_n t + \varphi)$ , где  $u_x^a$  - амплитуда перемещения по X,  $\varphi$  - сдвиг по фазе относительно синусоиды возбуждающей силы. Динамическая жесткость вершины реза (на данной частоте испытания  $f_n$ ) определяется по формуле  $J_x^{дин} = F_x^{стат} / u_x^a$ .

В работе динамическая жесткость по умолчанию изучается для случая *попадания возбуждающей частоты на резонанс*. На практике это самый сложный случай при работе станка. Если по каким-либо причинам сила резания начала колебаться вблизи резонанса (например, участок прерывистого резания), то далее начнется раскочка суппорта с обратным влиянием на силу резания.

Работа станка на каком-либо из своих резонансов (хотя бы кратковременно) является практически неизбежной. Динамическая жесткость здесь резко падает. Чтобы избежать потери устойчивости, сейчас принято требовать жесткость на вершине инструмента не ниже  $J_{норм} = 20$  Н/мкм [8 - 10]. При динамической жесткости ниже 10 Н/мкм срыв станочной системы в грубые автоколебания и повреждения крайне вероятен.

Динамическую жесткость на резонансе можно назвать *пиковой динамической жесткостью*. Разумеется, она мала и очень сильно зависит от коэффициентов демпфирования. Поэтому последние выдерживались в работе совершенно одинаковыми для конкретных материалов. По литературным данным и по опыту виброизмерений белорусских станков относительный коэффициент демпфирования чугуна был назначен равным  $\xi_{чуг} = 2\%$ . Коэффициент демпфирования стали консервативно принят более низким  $\xi_{ст} = 1\%$ . Аналогичный коэффициент бетона (полимербетона) назначен, ввиду его хорошей демпфирующей способности,  $\xi_{бет} = 3\%$ . Коэффициенты демпфирования контактных пар и коэффициенты вязкости пружин (привода) не назначались. Эти объекты в данной работе считались заблокированными.

**Особенности конечно-элементной модели и её параметры.** Данные о моделируемых материалах приведены в табл.1. В базовом варианте большинство деталей суппорта заданы чугунами (кроме стальных реза и резцедержателя). Обратим внимание, что модуль упругости стали в 1,53 раза выше, чем у чугуна. Это обеспечивает большую статическую жесткость стальным деталям.

В базовом варианте станина являлась чугунной и могла заполняться бетоном или полимербетоном. Главные механические свойства двух последних материалов близки, поэтому между ними не проводилось различия в МКЭ-расчетах.

Механические свойства материалов

Материалы	Модуль упругости $E$ , МПа	Удельная плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Коэффициент Пуассона $\mu$
Чугун (основной материал)	130	7200	0,28
Сталь (инструмент и резцедержатель)	200	7850	0,3
Бетон (полимербетон) для полостей станины	30	2300	0,18

Детали соединены замкнутыми направляющими скольжения. Зазоры убраны регулировкой. Проскальзывания при упругих деформациях полагали отсутствующими ввиду тяжести конструкции.

Станину поддерживали снизу 44 башмака, являющиеся точными механизмами. Для целей данной работы, однако, достаточно было отобразить только их податливость. Средствами МКЭ каждому башмаку была обеспечена согласно каталога вертикальная жесткость 3600 Н/мкм и горизонтальная жесткость в любом направлении 1000 Н/мкм.

**Статическое нагружение суппорта.** Для точки  $(x3, z3)$  в центре поля суппорта построена табл.2, где отражено варьирование податливости станины. Станина испытана в пустотелом и заполненном бетоном вариантах. Материалом станины были чугун (литье) и сталь (сварная конструкция). Существующий станок соответствует варианту 1 табл.2 «чугун, пусто».

Статическая жесткость в радиальном направлении составила  $J_x^{\text{стат}} = 233 \text{ Н/мкм}$ . Картина деформации соответствует рис.4, а. Уровень жесткости достаточен и намного превосходит указанные выше ограничения.

Жесткость по вертикальной оси ( $J_y^{\text{стат}} = 413 \text{ Н/мкм}$ ) в 1,77 раз выше. Вертикальное направление является самым жестким для суппорта. Это уместно из-за большой вертикальной компоненты вектора силы резания.

Продольное направление оказывается статически самым податливым. Здесь жесткость  $J_z^{\text{стат}} = 145 \text{ Н/мкм}$  составляет только 62% от радиальной жесткости. Податливость связана с кручением возвышенного суппорта (рис.3, а) и с локальным изгибом выдвинутого инструмента.

Таблица 2.

Статическая жесткость для суппорта в положении  $(x3, z3)$ 

№пп	Вариант	Жесткость по осям, Н/мкм		
		$J_x^{\text{стат}}$	$J_y^{\text{стат}}$	$J_z^{\text{стат}}$
1	Чугун, пусто	233	413	145
2	Чугун, бетон	343	432	151
3	Сталь, пусто	268	426	149
4	Сталь, бетон	355	434	153

Варьирование материала и заполнения станины (варианты 2 – 4 в табл.2) практически не влияет на статическую жесткость по Y и Z в центре поля суппорта. По-видимому, вертикальная и продольная жесткости определяются деформацией самого суппорта (сжатие и кручение соответственно).

Радиальная жесткость реагирует на состояние станины. Пустотелая стальная станина (вариант 3 в табл.2) дает 15% выигрыша по отношению к варианту 1. Эффектив-

ным и рекомендуемым решением является применение бетона. Радиальная жесткость возрастает в этом случае в полтора раза, как для чугунной, так и для стальной станины.

Получается, что применение для базовых деталей стали является допустимым решением с точки зрения статики. Однако, не следует рассчитывать на выигрыш в жесткости более ~15%

**Модальный МКЭ-анализ.** В общестаночном диапазоне частот (0~100 Гц) у суппорта обнаружен только один резонанс *MS*. Он заключается в раскачке суппорта в плоскости X – Y (рис.4, а). Линия основания 1-2-3 изламывается в районе 2. Стенка 3-4 коробки подач колебательно отклоняется от вертикали. Вершина инструмента 5 перемещается в основном по X и меняет диаметр обработки. Ось суппорта (по втулке 6) колеблется, не выходя существенно из плоскости X – Y.

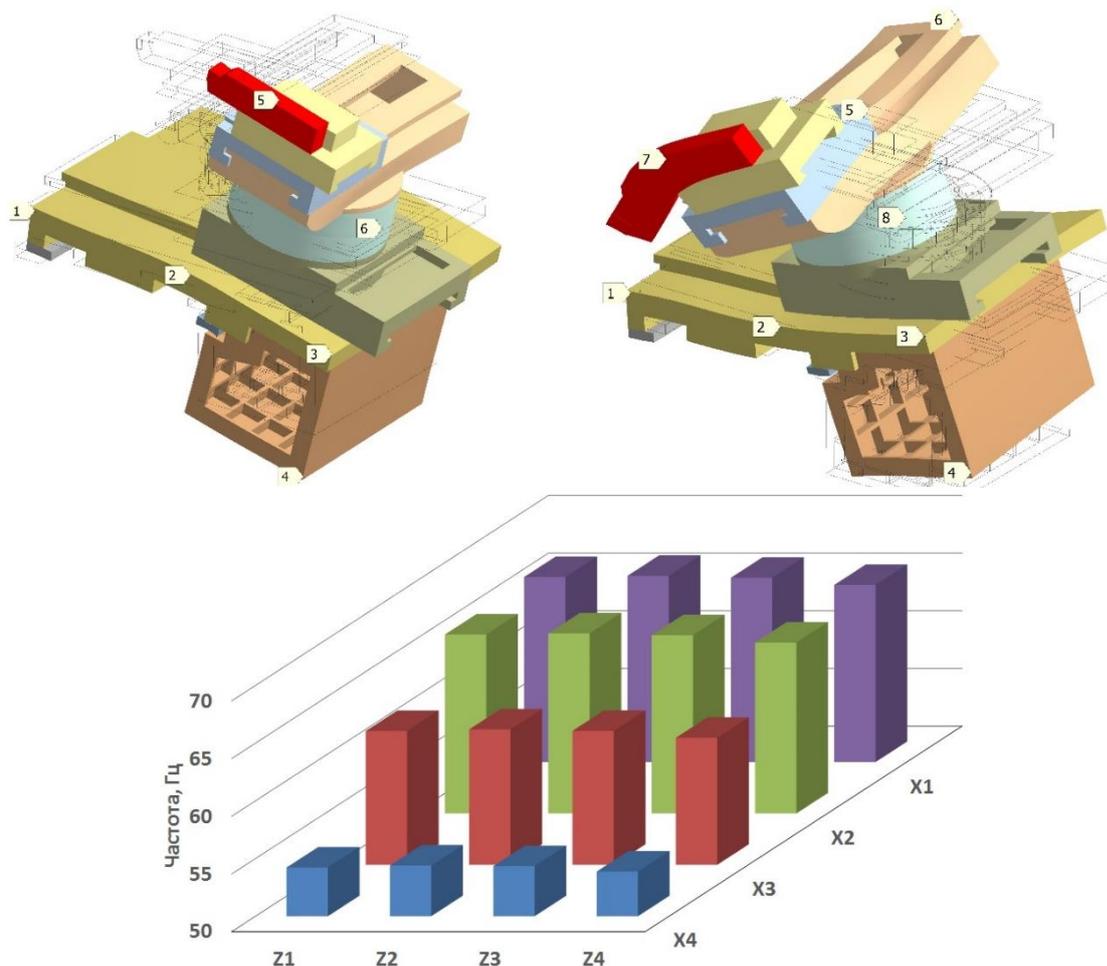


Рис. 4. Резонанс *MS* под действием радиальной силы  $F_x^{dihh}$  (а), вертикальной силы  $F_y^{dihh}$  (б) и распределение резонансных частот по полю суппорта (в)

Частота резонанса зависит от текущего положения каретки и салазок на поле суппорта (рис.4, в). Диапазон изменения частоты составляет  $f_{MS} = 53,8 \div 66,1 \text{ Гц}$ . Более высокие частоты соответствуют переднему положению суппорта (координата  $x1$  – ближе к оси обрабатываемого вала). Следовательно, здесь суппорт жестче.

На рис.4, а резонанс *MS* возбуждается напрямую радиальной гармонической силой  $F_x^{dihh}$ , соответствующей направлению раскачки. Резонанс можно возбудить и с других направлений, например (рис.4, б) вертикальной силой  $F_y^{dihh}$ . Это называется кроссингом – перекрестным воздействием. Здесь имеет место кроссинг силы по Y на перемещение по X. Для станков желательно, чтобы кроссинг силы был минимален. На рис.4, б

вертикальная возбуждающая сила дополняет раскачку суппорта изгибом резца (левее 7) и кручением (5 – 6) поворотного устройства.

В целом, обнаруживается недостаточная изгибная жесткость основания при заднем положении каретки. Коробки подач было бы желательно опираться на станину по дополнительной жесткой направляющей. Внутри коробки рационально создать силовую диагональную стенку.

**Гармонический анализ.** По их результатам были построены АЧХ на рис.5. Для каждой линии входом являлась амплитуда силы на вершине инструмента, а выходом – амплитуда перемещения вершины инструмента. Маркировка кривой, например, «FX – UX – x3» означает, что сила была приложена по X (радиально) и в том же направлении отслежено перемещение инструмента. Это было сделано для внутренней координаты суппорта  $x3$  (продольная координата равна  $z3$  по умолчанию).

При прямом возбуждении (кривые типа «FX-UX») хорошо видны пики резонанса  $MS$ . Высота пика максимальна при заднем положении суппорта («FX – UX – x3»). При смещении каретки вперед к  $x1$  пик ослабевает в 1,6 раза. Во столько же раз возрастает динамическая жесткость  $J_x^{дин}$ .

Линия «FY-UX-x3» на рис.5 показывает, как вертикальная сила  $F_y^{дин}$  влияет на радиальные колебания резца  $u_x^{дин}$  при нахождении суппорта в положении ( $x3, z3$ ). Такое перекрестное (кроссинговое) воздействие  $J_{yx}^{дин} = F_{ya}^{дин} / u_{xa}^{дин} = 1000 / u_{xa}^{дин}$  Н/мкм будем называть *кроссингом силы*. Он оказывается стабильно малым. Небольшой пик *кроссингасилы* появляется на резонансе только на кривой «FY-UX-x4», когда суппорт находится в переднем положении. Слабый *кроссинг силы* положительно характеризует возвышенный суппорт.

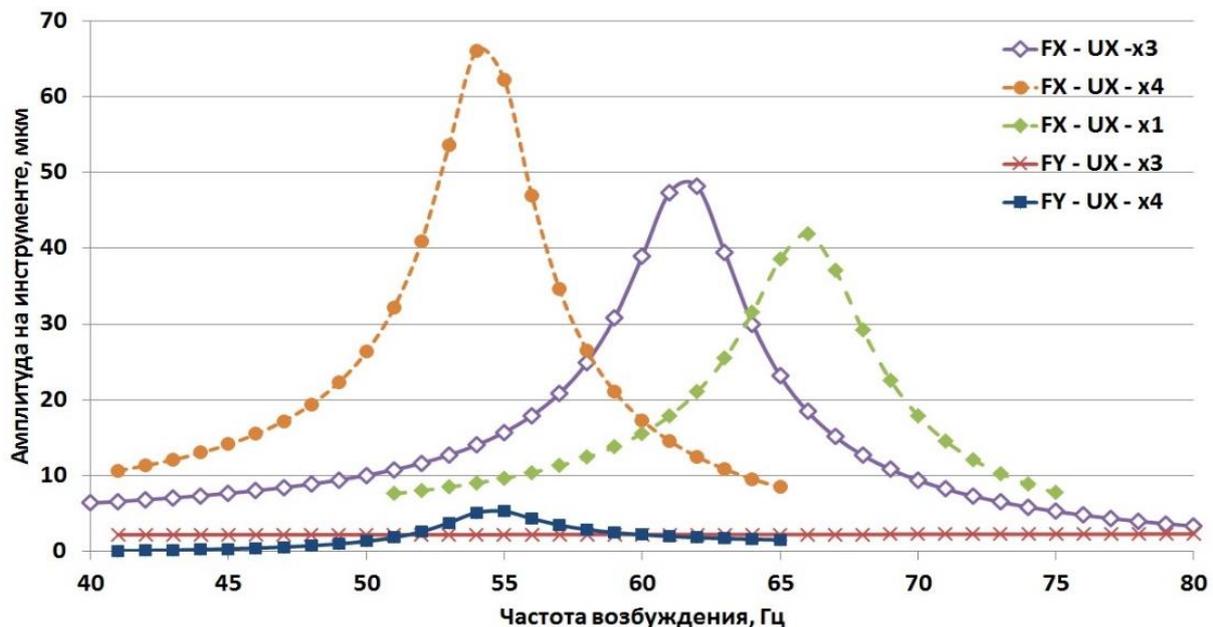


Рис. 5. АЧХ суппорта по X при разных положениях и возбуждающих силах

**Сопоставление результатов и обсуждение.** Диаграмма на рис.6 поясняет типичное соотношение радиальных статической и динамической жесткостей для положения суппорта в центре поля. Видно, что статическая жесткость примерно на порядок выше пиковой динамической (резонансной). Статическая жесткость является совершенно достаточной, а динамическая – предельно допустимой. Получается, что возвышенный суппорт выдерживает работу на частоте своего главного резонанса. Этот режим, однако, не следует рекомендовать.

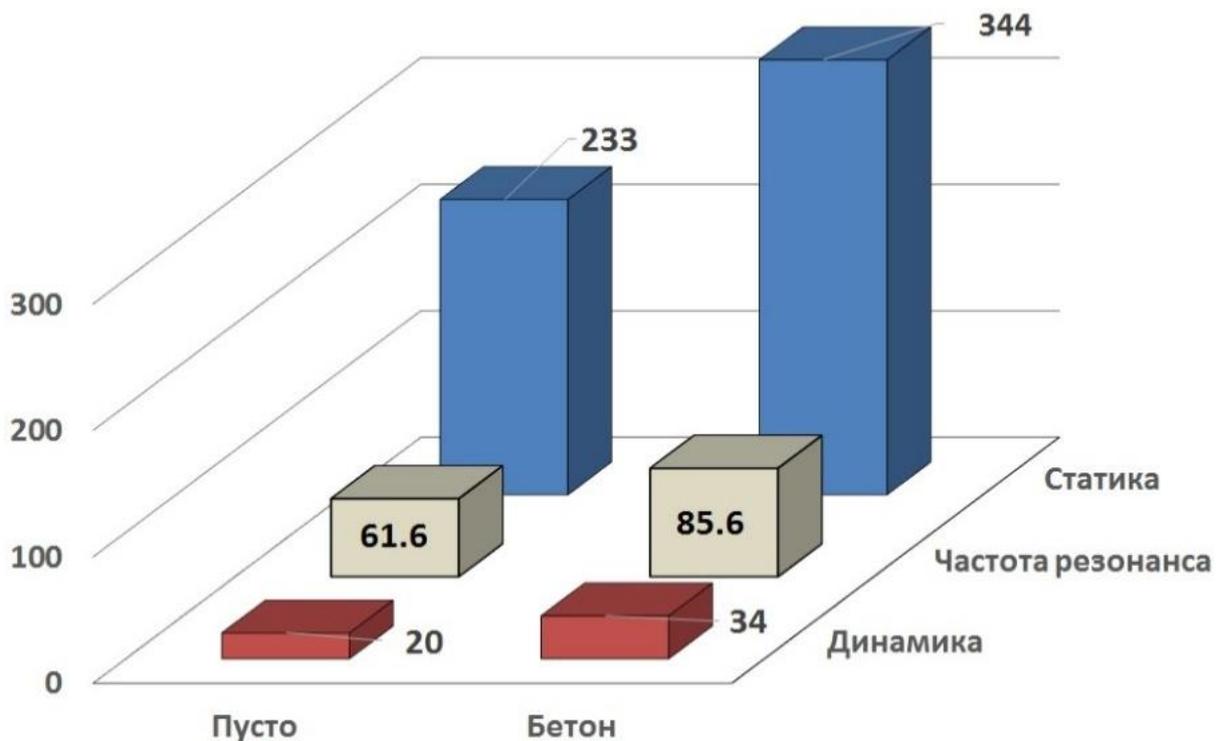


Рис. 6. Радиальная жесткость (Н/мкм) в статике и динамике для пустотелой станины и при заливке бетона. В среднем ряду – частота резонанса  $MS$  (Гц). Суппорт в центре поля ( $x3, z3$ )

Как видно из рис.6, заполнение станины бетоном делает суппорт более жестким. Локальные деформации направляющих под суппортом уменьшаются. Частота резонанса  $MS$  возрастает в 1,38 раза. Статическая и динамическая жесткости увеличиваются в 1,5 – 1,7 раза. Поэтому заполнение бетоном станины данного станка является положительной мерой со всех точек зрения (кроме стоимости).

На рис.7, апоказано распределение статической радиальной жесткости по полю суппорта. Жесткость максимальна в центре поля (272,9 Н/мкм для ( $x2, y2$ )) и минимальна в заднем правом углу (159,6 Н/мкм для ( $x4, y4$ )). В целом уровень жесткости достаточен. С точки зрения статики возвышение суппорта допустимо.

В динамике (на частоте резонанса  $MS$ ) радиальная жесткость падает на порядок (рис.7, б). Однако, в центре поля суппорта она остается выше рекомендуемого ограничения в 20 Н/мкм. В любом случае динамическая жесткость не нарушает категорического запретного уровня в 10 Н/мкм. Следовательно, резонансная раскачка суппорта будет устойчивой. Работа на резонансной частоте оказывается допустимой, хотя и не рекомендуется.

На рис.7, в дано распределение вертикальной жесткости по полю суппорта. Жесткость весьма велика в центре (444,5 Н/мкм для ( $x3, y3$ )). Она несколько уменьшает на краях поля. Минимум (198,1 Н/мкм) соответствует переднему левому углу ( $x1, y1$ ). Между распределениями вертикальной жесткости в статике и в динамике нет существенных различий.

Жесткость в продольном направлении  $Z$  по полю суппорта распределена довольно равномерно. В статике её средний уровень составляет 138,7 Н/мкм, а в динамике - 126,2 Н/мкм. Малое различие связано с тем, резонанс  $MS$  не направлен по  $Z$ . Там сохраняется близкая к статической ситуация.

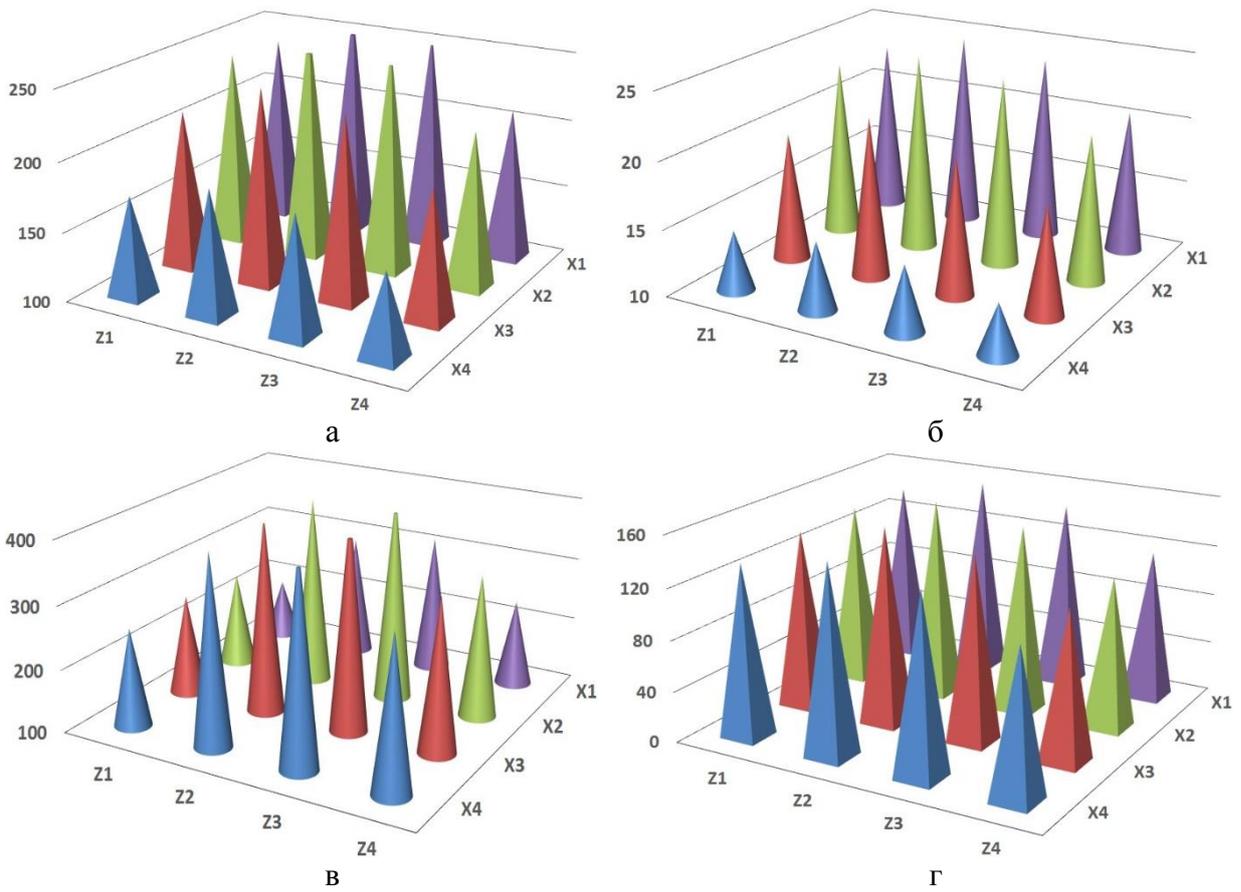


Рис. 7. Радиальная жесткость по X (Н/мкм) на площадке суппортов статике (а) и динамике (б), при динамическом воздействии по Y (в), а также при статическом воздействии по Z (г)

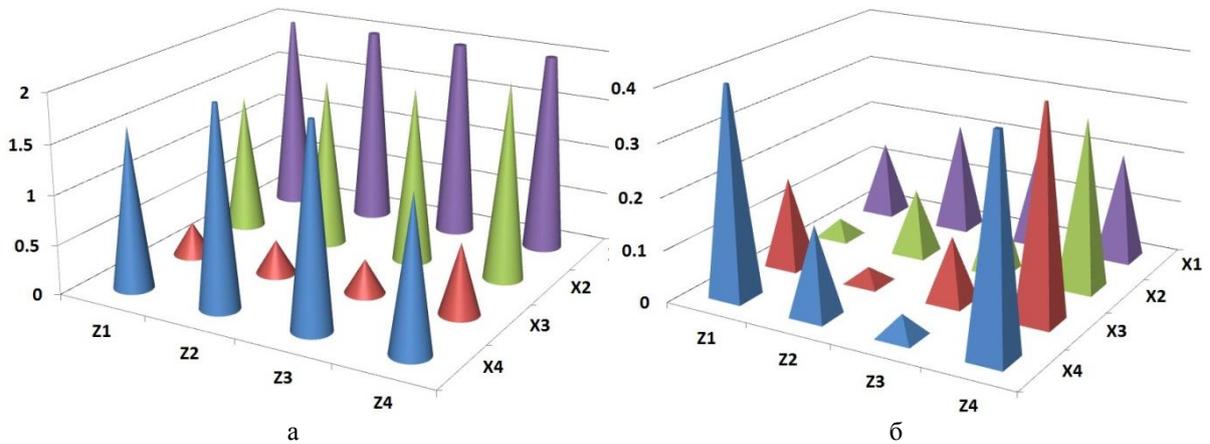


Рис. 8. Кроссинг перемещений на X:  
а – с оси Y в динамике; б – с оси Z в статике

Под *кроссингом перемещений* будем понимать отношение перемещения вершины резца  $u_x$  к перемещению той же вершины  $u_y$  или  $u_z$  (в зависимости действует сила  $F_y$  или  $F_z$ ). Кроссинг может статическим или динамическим (для резонанса  $MS$ ). При гармоническом возбуждении кроссинг перемещения с оси Y на ось X равен  $k_{ya}^{дин} = u_{xa}^{дин} / u_{ya}^{дин}$ . Это отношение амплитуды колебания инструмента по X к амплитуде по приводимой оси Y. Кроссинг перемещений в динамике характеризует вытянутость эллиптической траектории, которую описывает инструмент на суппорте. Самым боль-

шим (до 2,93 раз) оказался динамический кроссинг от  $Y$  на  $X$  (рис.8, а). Для уклонения от него рекомендуется работать в центре поля суппорта – возле точек  $(x3, z2)$  и  $(x3, z3)$ .

Кроссинг перемещений от  $Z$  на  $X$  и в статике, и в динамике невелик. В его распределении (рис.8, б) просматривается своеобразие. Через поле суппорта проходит диагональ малого кроссингового влияния. Остается в силе рекомендация онагружении суппорта продольной силой по возможности ближе к центру поля.

**Выводы и рекомендации.** Классическая компоновка суппорта, рассмотренная выше, является довольно удачной. Даже после возвышения суппорта жесткость оказывается достаточно высокой в центре поля суппорта как в статике, так и в динамике.

При уходе каретки (координата  $x$ ) или салазок ( $z$ ) из центра поля статическая жесткость падает. Также падает резонансная частота. Эта картина имеет много нюансов.

Достоинством классической компоновки является также слабый статический кроссинг от вертикальной силы на радиальные перемещения в статике. Это важно, поскольку вертикальные проекции силы резания обычно наиболее велики при точении.

В качестве мер по усилению суппорта в ходе модернизации рекомендуется:

1. Заполнить станины бетоном (полимербетоном).
2. Повысить жесткости основания суппорта. Можно увеличить его толщину или применить сталь вместо чугуна. Усиление основания особенно важно для угловых положений суппорта.

3. Создать третью направляющую для суппорта, связав её с коробкой подачи. Коробку нужно включить в несущую систему и встроить в нее элементы жесткости.

В целом, возвышение суппорта допустимо. Станок способен работать даже на частоте главного резонанса суппорта. Однако, для обеспечения точности и долговечности машины следует уклоняться от резонансной раскачки суппорта и осторожно управлять кареткой и салазками в диапазоне рабочих частот 50 - 70 Гц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация: пер. с англ. / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 312 с.
2. Василевич, Ю.В. Конечно-элементный анализ влияния бетонного наполнителя на динамическую жесткость портала тяжелого станка / Василевич Ю.В., Довнар С.С., Карабанюк И.А. // Наука и техника. 2016. - Т. 15, № 3. С. 233-241.
3. Довнар С.С. Виртуальное исследование статических деформаций роторного вала в сверхтяжелом токарном станке // Международный научно-технический сборник «Теоретическая и прикладная механика», Минск, 2017, вып.31. С.72-78.
4. Металлобетонные базовые конструкции металлорежущих станков / М.И.Браиловский, А.Г.Воскобойник, А.А.Воскобойник. – Коломна, Воентехиздат. – 2010. – 76 с.
5. Study of improving static rigidity on machine tool structure using concrete component / Simon M., Grama A L., Ganea M. // The 6th edition of Interdisciplinarity in Engineering. International Conference “PetruMaior” University of TîrguMureş, Romania, 2012, pp.6-29.
6. Кудинов В.А. Динамика станков. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
7. Козловский, Н.А. Жесткость и виброустойчивость тяжелых фрезерных станков / Н.А. Козловский, М.П. Зайкин. – Минск: Наука и техника, 1986. – 135 с.
8. Lopez de Lacalle, L.N. Machine Tools for High Performance Machining // L.N. Lopez de Lacalle, A. Lamikiz. – Springer. – 2009. – 442 p.
9. Gradisek J., Kalveram M., Insperger T., Weinert K., Stépán G., Govekar E., Grabec I. Stability prediction for milling. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(7-8), pp. 769-781.
10. T. Schmitz, G.S. Duncan, Three component receptance coupling substructure analysis for tool point dynamics prediction, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2005, 127, pp. 781–790.

Кудин В.В., Авсиевич А.М., Качанов И.В., Пронкевич С.А.,  
Самойлов И.Р., Кругликов А.А.

**МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРОАКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОСОСТАВНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕ-  
СКОЙ СИСТЕМЫ И ПРИМЕР ЕЕ РЕАЛИЗАЦИИ**

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

*Представлена методика составления математической и динамической модели сложного технологического оборудования на примере плоскошлифовального станка. Приведена система уравнений для математического описания колебаний элементов системы и способы ее решения. Показано влияние на колебательный процесс изменений массовых, жесткостных и диссипативных параметров. Разработанная модель позволяет оценить влияние колебательных процессов на точность механической обработки.*

Разработка методики исследования виброактивности проводилась на примере плоскошлифовального станка модели ЗГ71. Колебательные процессы в различных типах станков, и в целом в машинах, однотипны, подчиняются одним и тем же физическим законам и описываются одинаковыми по виду дифференциальными уравнениями [1].

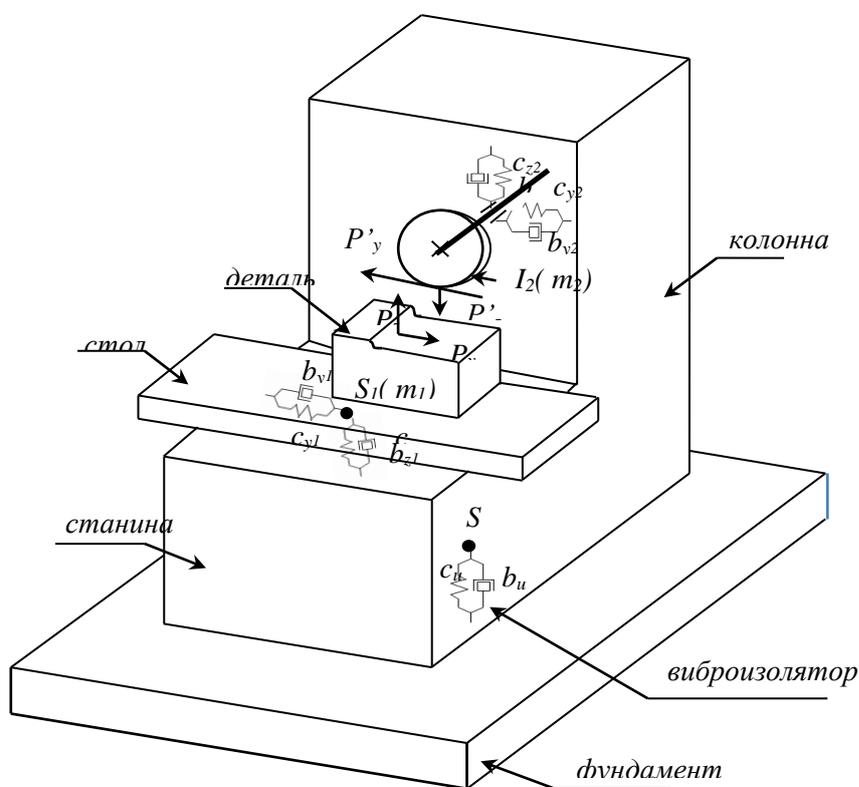


Рис. 1. Динамическая модель колебательной системы плоскошлифовального станка ЗГ71

На основе анализа конструкции сложносоставной системы, в данном случае плоскошлифовального станка, траекторий движения точек ответственных элементов (стола с закрепленной на нем деталью и шлифовального круга) составляют динамическую модель. Для плоскошлифовального станка модель изображена на рисунке 1.

Основными элементами модели являются: 1) станина с жестко присоединенной колонной и крестовым суппортом приняты как неподвижное жесткое звено; 2) стол с закрепленной массой детали перемещается в направлении продольной подачи; 3) шлифовальная головка, включающая в себя привод главного движения и шлифовальный круг.

Такое выделение элементов модели позволит адекватно рассчитать колебания ответственных элементов системы при рабочем процессе. В данной упрощенной системе не выделяются элементы конструкции, обеспечивающие поперечную и вертикальную подачи, так эти движения выполняются периодически в моменты, когда круг не контактирует с деталью и не совпадают по времени с процессом резания. Однако массы всех элементов учитываются и приводятся к узлам, указанным в динамической модели. Модель учитывает, что фундамент, на котором смонтирована станина, может совершать колебания по всем координатным осям, описываемые по гармоническому или иному закону. Кинематическое возмущение от фундамента передается на станину, соединение станины с фундаментом характеризуется приведенными коэффициентами жесткости и диссипации.

Дифференциальные уравнения колебательной системы станка будут иметь вид

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{z}_1 + m_1 L_1 \cos \alpha_1 \ddot{\phi}_1 + b_{z_1} \dot{z}_1 + c_{z_1} z_1 = P_0 \cos \alpha \sin \omega t; \\ m_1 \ddot{z}_2 + b_{z_2} \dot{z}_2 + c_{z_2} z_2 = -P_0 \cos \alpha \sin \omega t; \\ m_1 \ddot{y}_1 + m_1 L_1 \sin \alpha_1 \ddot{\phi}_1 + b_{y_1} \dot{y}_1 + c_{y_1} y_1 = P_0 \sin \alpha \sin \omega t; \\ m_2 \ddot{y}_2 + b_{y_2} \dot{y}_2 + c_{y_2} y_2 = -P_0 \sin \alpha \sin \omega t; \\ (I_1 + m_1 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_1 L_1 \cos \alpha_1 \ddot{z}_1 + m_1 L_1 \sin \alpha_1 \ddot{y}_1 + c_{\phi_1} \phi_1 = P_0 R \sin \omega t; \\ I_2 \ddot{\phi}_2 + b_{\phi_2} \dot{\phi}_2 + c_{\phi_2} \phi_2 = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $m_1$  - масса стола и детали;

$m_2$  - масса шпиндельной головки;

$I_1, I_2$  - соответствующие моменты инерции;

$c_{z_1}, c_{y_1}$  - жесткости стыков между столом и суппортом в направлении осей  $z, y$ ;

$c_{z_2}, c_{y_2}$  - жесткости стыков на колонне и в подшипниках вала шпинделя в направлении осей  $z, y$ ;

$b_{z_1}, b_{z_2}$  - коэффициенты диссипации в стыках стола по осям координат  $z, y$ ;

$b_{z_1}, b_{z_1}$  - коэффициенты диссипации шлифовальной головки и главного вала по

направлениям осей  $z, y$ ;

$b_{z_1}, b_{z_1}$  - крутильная жесткость стыков;

$R$  - радиус шлифовального круга;

$P_0$  - амплитуда силы резания;

$\alpha$  - угол наклона силы резания к оси  $z$ ;

$L_1$  - координата центра жесткости стола с деталью относительно начала координат;

$\alpha_1$  - угол между вектором центра жесткости  $L_1$  и осью  $z$ .

Данная система уравнений составлена для описания колебательных движений двух взаимосвязанных элементов сложносоставной системы, совершаемых в одной

плоскости. Для решения пространственной задачи необходимо составлять три системы с шестью уравнениями в каждой из них и решать их совместно с учетом взаимовлияния колебательных процессов в разных плоскостях.

Система уравнений типа (1) может быть применена для анализа собственных колебаний системы. Для этого правые части уравнений следует приравнять нулю. Построение зависимостей собственных колебаний от времени позволит выявить собственные частоты и, соответственно, избегать совпадения их с частотой вынуждающей силы для недопущения резонансных явлений.

В правую часть уравнений системы типа (1) могут быть подставлены выражения, описывающие отдельные гармоники вынуждающей силы при разложении ее в ряд Фурье, что позволит получить аналитическое описание колебаний элементов системы по отдельным гармоникам.

Для решения систему уравнений (1) приводят к общему виду

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{z}_1 + a_{15}\ddot{\varphi}_1 + b_{11}\dot{z}_1 + c_{11}z_1 = P_0 \cos \alpha \sin \omega t \\ a_{22}\ddot{z}_2 + b_{22}\dot{z}_2 + c_{22}z_2 = -P_0 \cos \alpha \sin \omega t \\ a_{32}\ddot{y}_1 + a_{35}\ddot{\varphi}_1 + b_{33}\dot{y}_1 + c_{33}y_1 = P_0 \sin \alpha \sin \omega t \\ a_{44}\ddot{y}_2 + b_{44}\dot{y}_2 + c_{44}y_2 = -P_0 \sin \alpha \sin \omega t \\ a_{55}\ddot{\varphi}_1 + a_{51}\ddot{z}_1 + a_{54}\ddot{y}_1 + b_{55}\dot{\varphi}_1 + c_{65}\varphi_2 = P_0 R \sin \omega t \\ a_{66}\ddot{\varphi}_2 + b_{66}\dot{\varphi}_2 + c_{66}\varphi_2 = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где  $a_{ij}$ -инерционные коэффициенты;

$b_{ij}$ - диссипативные коэффициенты;

$c_{ij}$ - жесткостные коэффициенты матрицы жесткости колебательной системы;

где  $i = 1, 2, 3, \dots, 6$ .

Для шлифовального станка значения соответствующих коэффициентов равны

$$\begin{aligned} a_{11} &= m_1, a_{15} = m_1 L_1 \cos \alpha_1, a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{16} = 0; \\ a_{21} &= 0, a_{22} = m_2, a_{23} = a_{24} = a_{25} = a_{26} = 0; \\ a_{31} &= 0, a_{32} = 0, a_{33} = 0, a_{34} = 0, a_{35} = m_1 L_1 \sin \alpha_1, a_{36} = 0; \\ a_{41} &= a_{42} = a_{43} = 0, a_{44} = m_1, a_{45} = a_{46} = 0; \\ a_{51} &= m_1 L_1 \cos \alpha_1, a_{52} = 0, a_{53} = m_1 L_1 \sin \alpha_1, a_{55} = I_1 + m_1 L_1^2, a_{56} = 0; \\ a_{61} &= a_{62} = a_{63} = a_{64} = a_{65} = 0, a_{66} = I_2; \\ b_{11} &= b_{z_1}, b_{12} = b_{13} = b_{14} = b_{15} = b_{16} = 0; \\ b_{21} &= 0, b_{22} = b_{z_2}, b_{23} = b_{24} = b_{25} = b_{26} = 0; \\ b_{31} &= b_{32} = 0, b_{33} = b_{y_1}, b_{34} = b_{35} = b_{36} = 0; \\ b_{41} &= b_{42} = b_{43} = 0, b_{44} = b_{y_2}, b_{45} = b_{46} = 0; \\ b_{51} &= b_{52} = b_{53} = b_{54} = 0, b_{55} = b_{\varphi_1}, b_{56} = 0; \\ b_{61} &= b_{62} = b_{63} = b_{64} = b_{65} = 0, b_{66} = b_{\varphi_2}; \\ c_{11} &= c_{z_1}, c_{12} = c_{13} = c_{14} = c_{15} = c_{16} = 0; \\ c_{21} &= 0, c_{22} = c_{z_2}, c_{23} = c_{24} = c_{25} = c_{26} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{31} = c_{32} = 0, \quad c_{33} = c_{y_1}, \quad c_{34} = c_{35} = c_{36} = 0; \\
c_{41} = c_{42} = c_{43} = 0, \quad c_{44} = c_{y_2}, \quad c_{45} = c_{46} = 0; \\
c_{51} = c_{52} = c_{53} = c_{54} = 0, \quad c_{55} = c_{\varphi_1}, \quad c_{56} = 0; \\
c_{61} = c_{62} = c_{63} = c_{64} = c_{65} = 0, \quad c_{66} = c_{\varphi_1}.
\end{aligned}$$

Решение системы дифференциальных уравнений по заданным начальным условиям для параметров шлифовального станка позволит получить зависимости  $z_1(t)$ ,  $y_1(t)$ ,  $z_2(t)$ ,  $y_2(t)$ ,  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  и производится при заданных общих начальных условиях. Сопоставление зависимостей всех указанных координат от времени позволит определить влияние колебаний ответственных элементов системы на точность обработки.

Используя преобразование Лапласа, приводим систему дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений.

$$\begin{aligned}
& \left[ a_{15} \frac{P_0 \cos \alpha \omega}{(p^2 + \omega^2)p^2} - Z_1(p) \frac{[a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11}]}{a_{15}p^2} \right] [a_{55}p^2 + b_{55}p] + \\
& + a_{51}p^2 Z_1(p) + a_{51}p^2 \left[ \frac{P_0 \sin \alpha \omega}{(p^2 + \omega^2)(a_{32}p^2 + b_{32}p + c_{33})} - \frac{a_{35}p\Phi(p)}{a_{32}p^2 + b_{33}p + c_{33}} \right] = \frac{P_0 R \omega}{p^2 + \omega^2}; \\
& \left[ \frac{P_0 \cos \alpha \omega}{(p^2 + \omega^2)p^2} - Z_1(p) \frac{[a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11}]}{a_{15}p^2} \right] \left[ a_{55}p^2 + b_{55}p - \frac{a_{54}a_{35}p^3}{a_{32}p^2 + b_{32}p + c_{33}} \right] + \\
& + a_{51}p^2 Z_1(p) + \frac{a_{54}p^2 P_0 \sin \alpha \omega}{(p^2 + \omega^2)(a_{32}p^2 + b_{32}p + c_{33})} = \frac{P_0 R \omega}{p^2 + \omega^2}; \\
& Z_1(p) \left[ a_{51}p + \frac{a_{54}a_{35}p^3}{a_{32}p^2 + b_{32}p + c_{33}} \cdot \frac{a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11}}{a_{15}p^2} - \frac{(a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11})(a_{55}p^2 + b_{55}p)}{a_{15}p^2} \right] = \\
& = \frac{P_0 R \omega}{p^2 + \omega^2} - \frac{a_{54}p^2 P_0 \sin \alpha \omega}{(p^2 + \omega^2)(a_{32}p^2 + b_{32}p + c_{33})} - \\
& - \frac{P_0 \cos \alpha \omega}{a_{15}(p^2 + \omega^2)p^2} \left[ a_{55}p^2 + b_{55}p - \frac{a_{54}a_{35}p^3}{a_{32}p^2 + b_{32}p + c_{33}} \right]
\end{aligned}$$

Затем получаем выражения для зависимостей координат в форме изображений

$$\begin{cases}
Z_1(p)[a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11}] + a_{15}p^2\Phi(p) = \frac{p_0 \cos(\alpha\omega)}{p^2 + \omega^2} & (3) \\
Z_2(p) = \frac{p_0 \cos(\alpha\omega)}{(p^2 + \omega^2)[a_{22}p^2 + b_{22}p + c_{22}]} & (4) \\
Y_1(p)[a_{32}p^2 + b_{33}p + c_{33}] + a_{35}p\Phi(p) = \frac{p_0 \sin(\alpha\omega)}{p^2 + \omega^2} & (5) \\
Y_2(p) = -\frac{p_0 \sin(\alpha\omega)}{(p^2 + \omega^2)[a_{44}p^2 + b_{44}p + c_{44}]} & (6) \\
\Phi(p)[a_{55}p^2 + b_{55}p] + a_{51}p^2 Z_1(p) + a_{54}p^2 Y_1(p) + c_{65}\Phi_2(p) = \frac{p_0 R \omega}{p^2 + \omega^2} & (7) \\
\Phi_2(p) = 0 & (8)
\end{cases}$$

Проводим обратное преобразование и получаем необходимые функции. В работе используем систему символьной алгебры “Mathematica” (программный пакет Wolfram Mathematica 9.0).

Также численное решение системы уравнений (1) можно получить, используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Результаты расчета представляются в виде графиков и показаны на рис. 2. Предел изменения аргумента функции (расчетного времени протекания колебательного процесса) задается таким образом, чтобы однозначно выделить периодичность изменения координаты. Из рисунка видно, что колебательный процесс по всем шести координатам устанавливается в течение 0...0,3 секунды.

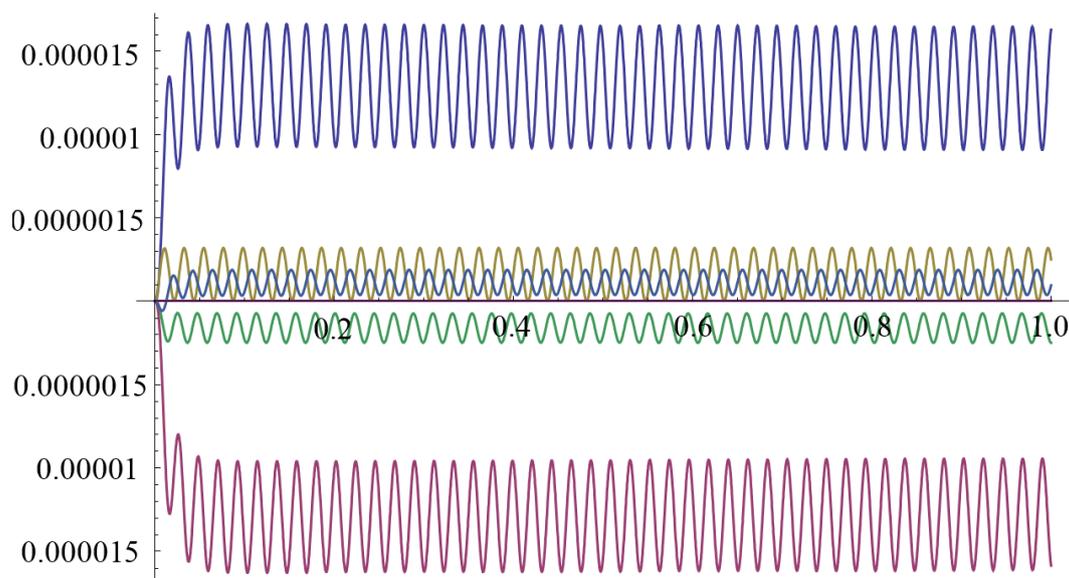


Рис. 2. Расчетные графики изменения координат всех элементов системы

При исследовании колебаний элементов металлорежущего станка наибольший интерес для практики представляют колебания детали и инструмента. В рассматриваемом примере это изменения координат стола с деталью и шпинделя по оси z.

Расчеты показывают, что с момента начала колебательного процесса происходит упругое перемещение элементов под действием приложенной силы относительно начальных положений на некоторую величину и относительно ее периодическое изменение координаты, т.е. непосредственно колебания. Сопоставление амплитуд и фаз колебаний позволяет сделать вывод о величинах амплитуд колебаний инструмента относительно детали и, соответственно, точности обработки.

Разработанная методика позволяет производить расчеты колебаний элементов систем при различных начальных условиях и конструктивных параметрах элементов системы. Так, например, варьирование массами стола с деталью и шпиндельной головки показало, что изменение массы одного элемента практически не сказывается на колебательном процессе другого, то есть взаимное влияние элементов в этом аспекте отсутствует. Но величина колебаний элемента с увеличением его массы уменьшается (рис. 3). Частота и фаза колебаний обоих элементов практически совпадают. При близости значений масс элементов, амплитуды их колебаний также близки по значению. Такая совокупность конструктивных параметров обеспечивает минимальные величины амплитуд относительных колебаний и, соответственно, максимально высокую точность обработки.

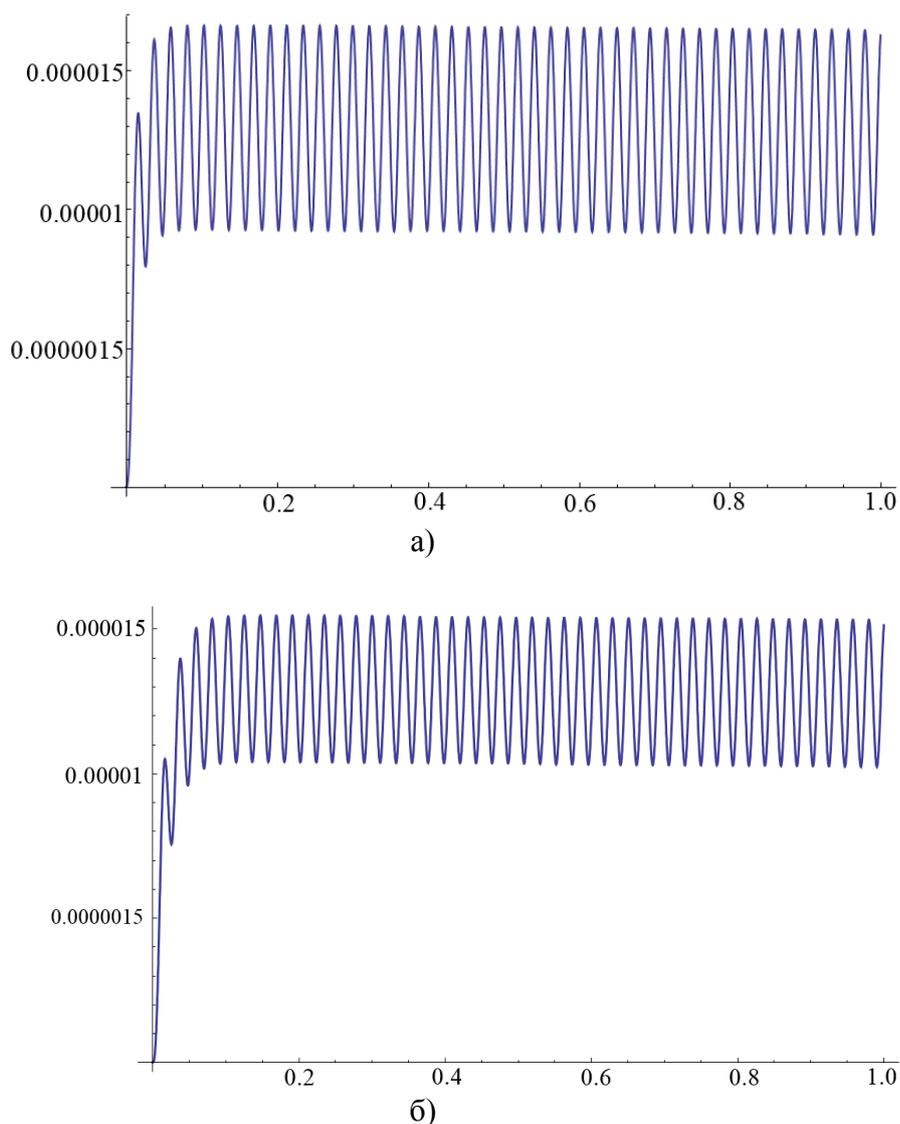


Рис. 3. Расчетное изменение координаты  $z_1$  (перемещение стола с закрепленной деталью в вертикальном направлении) при массе стола с деталью:  
 $a$  – 300 кг;  $b$  – 50 кг

Расчеты показали, что на форму графиков изменения координат при колебательном процессе наиболее существенно влияет коэффициент диссипации. При прочих одинаковых значениях увеличение коэффициента диссипации  $b_{z_1}$  в два раза привело к уменьшению амплитуды колебаний стола с деталью по оси  $z$  с 7-ми до 6-ти микрометров (рис. 4) при уменьшении величины отклонения от начального положения.

Разработана методика виртуального исследования колебательного процесса, позволяющая получить зависимости изменения координат виброперемещений элементов сложносоставных технологических систем по осям координат, что позволяет исследовать влияние колебательных процессов на показатели качества и надежности работы машин и оборудования, в частности на точность обработки деталей на металлорежущих станках.

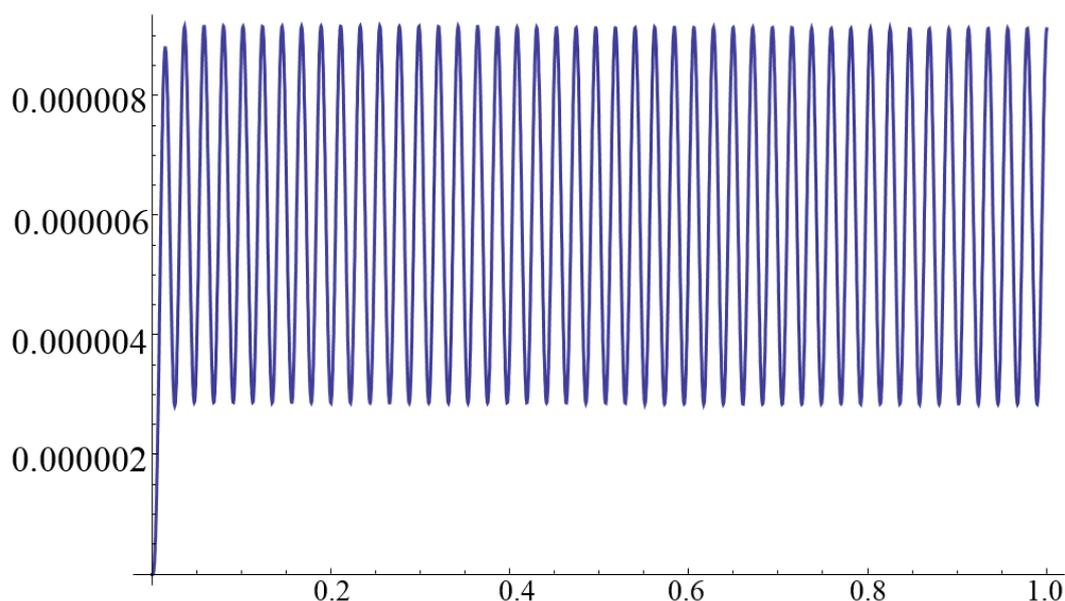


Рис. 4. Расчетное изменение координаты  $z_1$ : (перемещение стола с деталью в вертикальном направлении) при двукратном увеличении коэффициента диссипации

Для повышения эффективности методики необходим анализ точности решения системы дифференциальных уравнений обоими математическими методами, а также совершенствование подходов к составлению структурных схем реальных систем, на основании которых составляются исходные дифференциальные уравнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин, Б.В. Расчет динамических характеристик металлорежущих станков. – М.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1962. – 112с.

УДК 621.91.04

**Пантелеенко Ф.И., Данилов А.А.**

### **АНАЛИЗ И РЕАЛИЗАЦИЯ СХЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТИ В ВИДЕ ТРЕУГОЛЬНИКА РЕЛО МЕТОДОМ НЕПРЕРЫВНОГО СЛЕДА**

*Белорусский национальный технический университет»*

*г. Минск, Беларусь*

*Рассмотрены схемы некруглого, кругового и полигонального формирования методом непрерывного следа профиля поверхности в виде треугольника Рело. Установлены область рационального применения и пути реализации этих схем при обработке некруглых поверхностей резанием и поверхностным пластическим деформированием. Показана эффективность способа кругового точения деталей с таким профилем по сравнению с известным, основанного на применении охватывающего многолезвийного режущего инструмента и сообщении ему вращательного движения со скоростью резания. Аналити-*

чески доказана возможность, определены геометрические и кинематические условия формирования профиля в виде треугольника Рело полигональным методом. Установлены закономерности и диапазон изменения рабочих углов инструмента, что позволило определить рациональную область применения этого метода профилирования.

**Введение.** В машиностроении наряду с традиционными шлицевыми и шпоночными соединениями находят применение обладающие по сравнению с ними эксплуатационными и технологическими преимуществами некруглые моментопередающие соединения с равноосным РК-профилем, с синусоидальным, циклоидальным и другими видами профилей [1], некоторые методы формирования которых рассмотрены в [1-11] и др. Актуальны разработка и реализация рациональных методов профилирования и основанных на них технологий формообразования моментопередающих поверхностей [12].

Заслуживают внимания в качестве моментопередающих профили в виде многоугольников Рело – фигур равной ширины с нечетным числом сторон в виде дуг окружности определенного радиуса [13]. Их общим свойством являются постоянство расстояния (ширины многоугольника) между любыми двумя параллельными касательными к контурной кривой, ограничивающей данную фигуру. Отмеченное свойство многоугольников Рело позволяет применять для контроля деталей с таким профилем универсальные инструменты – штангенциркули, микрометры и другие, что является его технологическим преимуществом по сравнению с синусоидальным, циклоидальным и другими некруглыми профилями деталей моментопередающих соединений. Свойством равноосности обладает и менее технологичный РК-3 профиль [14], имеющий более сложную геометрию по сравнению с треугольником Рело.

Основными параметрами многоугольника Рело являются число сторон (3, 5 и т.д.), ширина  $b$ , радиусы описанной  $R_0$  и вписанной  $r$  окружностей (рис. 1). На базе многоугольников Рело могут быть основаны профильные моментопередающие соединения типа вал-втулка, для обработки которых требуется разработка соответствующих технологий формообразования, т.е. методов обработки, инструментов и станочного оборудования.

Простейшей после круга фигурой равной ширины является треугольник Рело, в основу которого положен равносторонний треугольник  $ABC$  (см. рис. 1), соседние вершины которого соединены между собой дугой окружности, радиус которой равен ширине  $b$  треугольника Рело.

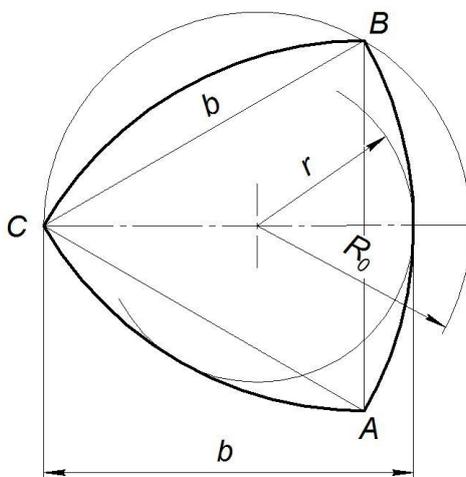


Рис. 1. Геометрические параметры профиля поверхности в виде треугольника Рело

Формирование многоугольного профиля детали, в частности, в виде треугольника Рело, возможно методами следа (некруглое [2], круглое [3] и полигональное [4-6] точение), копирования (обработка фасонными инструментами – фрезами [7], шлифовальными кругами и др.), обката (обработка червячными фрезами [8] и абразивными кругами, долбяками [9]), касания (обработка концевыми [10] и специальными дисковыми [11] фрезами и комбинированными методами. В статье рассматриваются более простые в реализации схемы профилирования треугольника Рело методом непрерывного следа, при которых производящим элементом инструмента является точка.

**Анализ схем профилирования треугольника Рело.** Множество возможных схем формирования поверхностей с профилем в виде многоугольника Рело методом непрерывного следа обусловлено тем, что оно возможно некруглым, круглым и полигональным точением. Во всех этих случаях обеспечивается полное профилирование формируемой поверхности, которое осуществляется со скоростью резания. Рассмотрим эти методы.

**Некруглое точение.** Профилирование многогранной детали методом следа, реализуемого некруглым точением, основано на сообщении заготовке 1 (рис. 2, а) вращательного движения  $B_1$  вокруг ее оси  $L$ , а резцу – возвратно-поступательного движения  $O_2$  в плоскости вращения заготовки. При этом отношение частот возвратно-поступательного движения резца и вращения заготовки равно числу сторон граней.

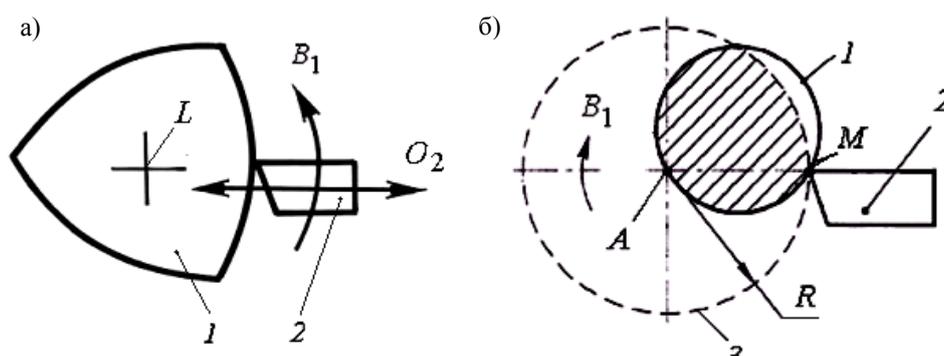


Рис. 2. Схемы профилирования детали некруглым (а) и круговым (б) точением

Указанные элементарные движения образуют сложное движение профилирования  $\Phi(B_1O_2)$ . Метод некруглого точения реализуется на специальных станках и модернизированных универсальных, например, токарно-затыловочных станках. Рассмотрим возможность применения некруглого точения для обработки деталей с профилем в виде треугольника Рело. Так как угол при его вершине равен  $120^\circ$ , то при ее прохождении передний и задний рабочие углы инструмента скачкообразно изменяются в диапазоне  $\pm 60^\circ$ , что исключает возможность обработки деталей с таким профилем резанием. По рассмотренной схеме обработки возможно выглаживание некруглых поверхностей на указанных станках.

**Круговое точение.** Выполнение стороны треугольника Рело в виде дуги окружности позволяет формировать ее методом кругового точения, т.е. одним вращательным движением  $\Phi(B)$ , при условии, что оно осуществляется вокруг оси, проходящей через вершину треугольника Рело перпендикулярно плоскости вращения, расположенную напротив обрабатываемой его стороны. На этом основан известный способ обработки деталей с профилем в виде треугольника Рело [3] (рис. 2, б), согласно которому заготовке 1 сообщают вращательное движение  $B_1$  вокруг оси, проходящей через вершину  $A$  треугольника Рело.

Обработка производится резцом 2, вершина которого (производящая точка  $M$ ) в относительном движении описывает окружность 3, радиус  $R$  которой равен ширине  $b$

(см. рис. 1) треугольника Рело. Для формирования обработанной поверхности по длине резцу сообщается также движение подачи вдоль оси вращения заготовки. После обработки каждой грани детали заготовку переустанавливают так, чтобы ось ее вращения проходила через другую вершину треугольника Рело, и обрабатывают следующую грань детали.

Достоинством рассмотренного метода кругового точения является стабильность рабочих углов резца, а недостатком – низкая производительность, по следующим причинам:

- резец контактирует с заготовкой за время ее одного оборота вокруг оси вращения на небольшом угле, что обуславливает значительную прерывистость процесса обработки и многократное превышение времени холостого перемещения заготовки по окружности по сравнению со временем резания;

- эксцентричная установка заготовки относительно оси вращения обуславливает значительную неуравновешенность и ограничивает частоту ее вращения и, следовательно, скорость резания и производительность обработки;

- для закрепления длинных заготовок требуется оснащение станка специальным приспособлением, что связано с увеличением вспомогательного времени и снижением производительности.

Отмеченные недостатки известной схемы обработки обусловлены нерациональным распределением движений между инструментом и заготовкой – сообщением ей вращения, необходимого для формирования окружности.

Интенсификация процесса обработки достигается при ином распределении исполнительных движений между инструментом и заготовкой, в частности, при сообщении главного движения  $\Phi_1(B_1)$  режущему инструменту (рис. 3). Движение подачи  $\Phi_5(\Pi_2)$  может сообщаться как инструменту, так и заготовке. Для обработки следующей грани заготовке  $1$  сообщается поворот  $B_3$  вокруг её оси  $b$  на угол, равный углу между соседними гранями детали. Вследствие того, что вращательное движение сообщается не заготовке, а режущему инструменту, исключены инерционные нагрузки, обусловленные эксцентричным расположением (неуравновешенностью) заготовки относительно оси ее вращения, что позволяет повысить скорость резания и соответственно производительность обработки.

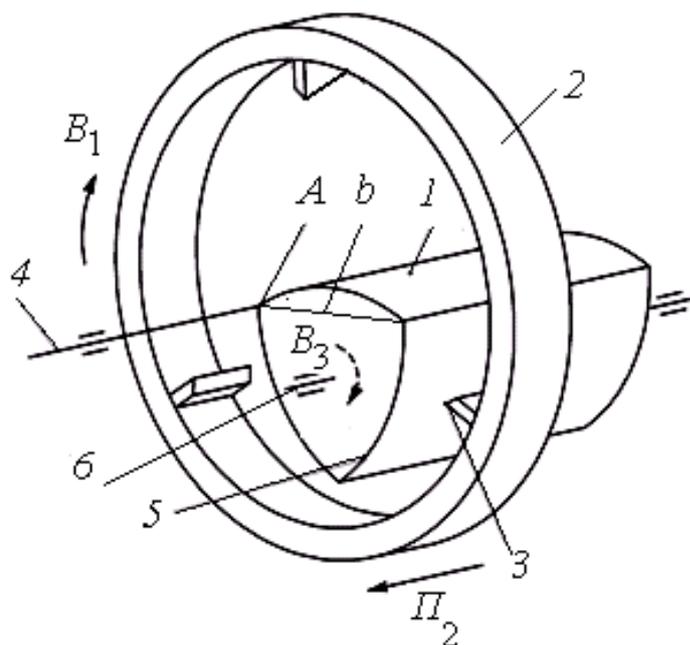


Рис. 3. Кинематическая схема кругового точения детали с профилем в виде треугольника Рело охватывающим инструментом

В процессе обработки режущему инструменту в виде резцовой головки 2 сообщают вращение вокруг оси 4, проходящей через вершину  $A$  треугольника Рело, которая расположена противоположно его обрабатываемой стороне 5. Вершины режущих зубьев 3 головки расположены по окружности, радиус которой равен ширине  $b$  треугольника Рело. Количество режущих зубьев в головке не зависит от числа обрабатываемых граней и определяется конструктивными факторами. С его увеличением пропорционально уменьшается время холостых ходов, в течение которых процесс резания не выполняется, благодаря чему возрастает доля машинного времени в цикле обработки и соответственно повышается производительность обработки.

Рассмотренный способ кругового точения может быть реализован на станке для вихревого точения валов охватывающей резцовой головкой, на горизонтально-фрезерном станке при установке заготовки в делительной головке.

**Полигональное профилирование.** Недостатком рассмотренных способов кругового точения многогранников с профилем равной ширины является невозможность обработки всех граней детали за один ход, необходимость выполнения движения деления, что усложняет цикл обработки и конструкцию станка. Поэтому заслуживает внимания метод полигонального профилирования, при котором многоугольный профиль детали формируется за один цикл за счёт согласованных вращательных движений заготовки и инструмента с равномерно расположенными по окружности производящими элементами.

Рассмотрим общую схему полигонального профилирования многогранной поверхности (рис. 4). Заготовке 1 и инструменту 2 с рабочими элементами 3 сообщают согласованные вращательные движения соответственно  $B_1$  и  $B_2$  вокруг параллельных осей.

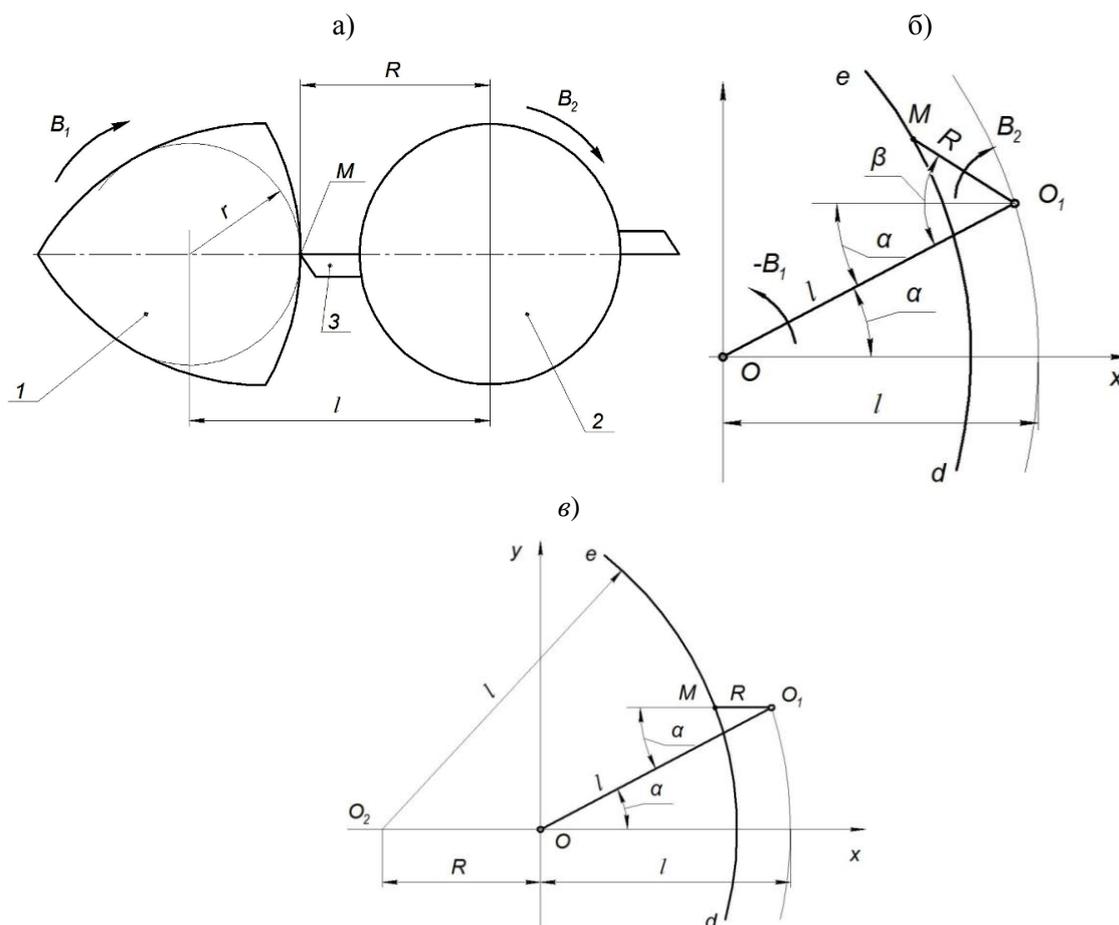


Рис. 4. Полигональное формирование некруглых поверхностей:  
 а – кинематическая схема обработки; б – общая схема профилирования;  
 в – схема профилирования грани по окружности

Профиль поверхности формируется производящей точкой  $M$  инструмента. На рисунке 4, б изображена схема его расположения относительно неподвижной заготовки. В этом случае инструмент совершает два вращательных движения:  $B_2$  вокруг своей оси  $O_1$  и  $-B_2$  – вращение, противоположное вращению  $B_1$  заготовки, показанному на рисунке 4, а. При сообщении производящей точке  $M$  указанных вращательных движений она перемещается по линии  $de$ , уравнение которой в системе координат  $XOY$  имеет вид:

$$\begin{cases} x = l \cdot \cos \alpha - R \cdot \cos(\beta - \alpha) \\ y = l \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin(\beta - \alpha), \end{cases} \quad (1)$$

где  $l$  – расстояние между осями  $O$  и  $O_1$  вращательных движений производящей точки  $M$  инструмента;

$\beta$  – угол поворота инструмента вокруг своей оси  $O_1$ , соответствующий углу  $\alpha$  поворота заготовки вокруг её оси  $O$ ;

$R$  – радиус инструмента (вращения производящей точки  $M$ ).

Обозначим  $\beta/\alpha = i$ , где  $i$  – отношение угловых скоростей инструмента и заготовки. Тогда  $\beta = \alpha i$  и уравнения (1) можно представить в виде:

$$\begin{cases} x = l \cdot \cos \alpha - R \cdot \cos \alpha(i - 1) \\ y = l \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \alpha(i - 1). \end{cases} \quad (2)$$

Уравнения (2) описывают множество циклоидальных кривых, которыми могут быть окружности, эллипсы, гипо- и эпициклоиды и другие линии [4]. В частном случае, при  $i=1$ , уравнения (2) приводятся к виду:

$$\begin{cases} x = l \cdot \cos \alpha - R \\ y = l \cdot \sin \alpha, \end{cases} \quad (3)$$

откуда следует, что

$$y^2 + (x + R)^2 = l^2. \quad (4)$$

Согласно уравнению (4) линия, формируемая производящей точкой  $M$ , представляет собой окружность, радиус которой равен  $l$ , а её центр смещён влево от начала координат по оси  $x$  на расстояние, равное радиусу  $R$  вращения производящей точки  $M$  (рис. 4, в).

Следовательно, по рассмотренной схеме можно профилировать некруглые детали, очерченные пересекающимися дугами окружностей, образующими, в частности, многоугольники Рело.

Определим условия формирования при полигональном течении треугольника Рело (рис. 5) за один цикл, т.е. без движения деления и выполнения его функции за счет конструкции инструмента.

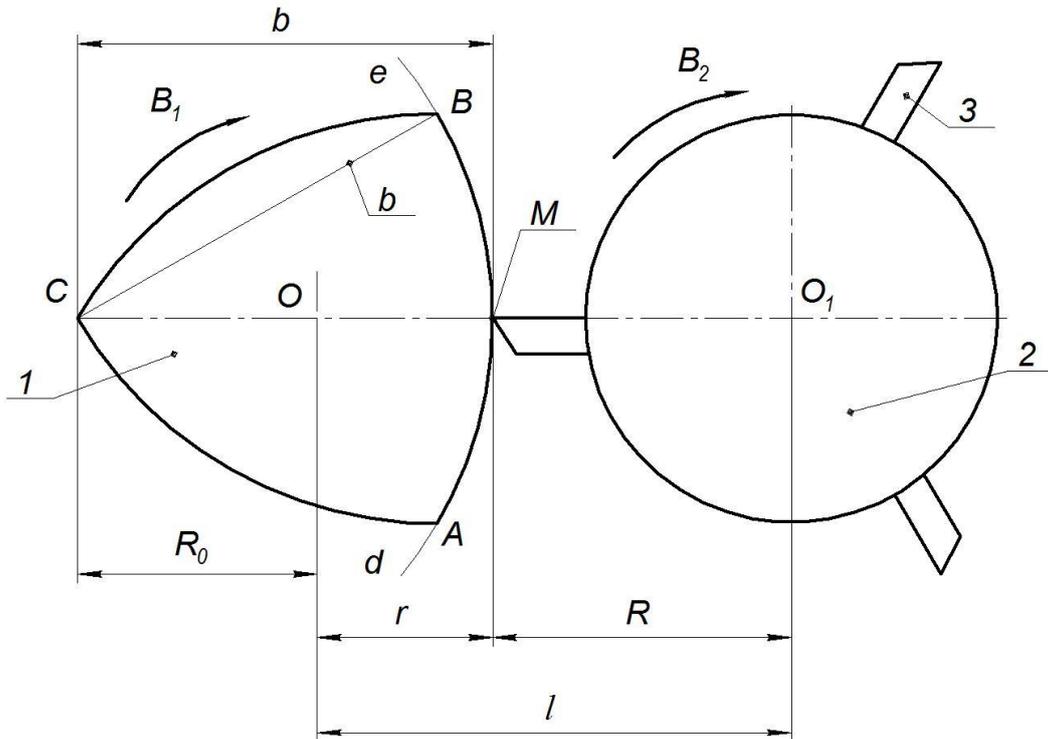


Рис. 5. Кинематическая схема полигонального формирования профиля детали в виде треугольника Рело

Так как угловые скорости заготовки 1 и инструмента 2 равны, то для формирования профиля детали в виде треугольника Рело за один цикл инструмент 2 должен иметь три рабочих элемента 3, которые установлены на ней равномерно по окружности радиусом  $R$ . Образование профиля в виде треугольника Рело возможно лишь при определенном значении радиуса инструмента  $R$ . Определим его значение.

Из рисунка 5 следует, что

$$l = r + R \quad (5)$$

С другой стороны  $l$  – это радиус дуги  $de$  окружности, по которой перемещается точка  $M$  (вершина резца). Так как формируемый профиль – треугольник Рело, то центр этой окружности должен быть расположен в его вершине  $C$ . Следовательно,

$$BC = l = R_0 + r. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) следует, что  $R = R_0$ . Следовательно, радиус инструмента должен быть равен радиусу окружности, описанной вокруг треугольника Рело, который в свою очередь равен радиусу окружности, описанной вокруг соответствующего равностороннего треугольника. Радиус окружности, описанной вокруг равностороннего треугольника, определяется по формуле

$$R_0 = \frac{b}{\sqrt{3}},$$

где  $b$  – длина стороны этого треугольника.

Таким образом, радиус  $R$  инструмента зависит от ширины треугольника Рело в соответствии зависимостью

$$R = \frac{b}{\sqrt{3}}, \quad (7)$$

Рассмотрим возможность реализации рассмотренной схемы формообразования треугольника Рело методом полигонального точения, характерным для которого является изменение рабочих углов инструмента в процессе обработки и, следовательно, изменение условий резания, так как радиус кривизны формируемой производящей точкой линии относительно оси заготовки – переменная величина. Определим изменение рабочих (кинематических) углов режущей части инструмента при профилировании грани формируемой поверхности по окружности. Положение вершины резца  $I$  (производящей точки  $M$ ) на стороне  $AB$  (рис. 6, *a*) треугольника Рело определяется углом  $\sigma$  между осью  $OX$  и прямой  $CM$ .

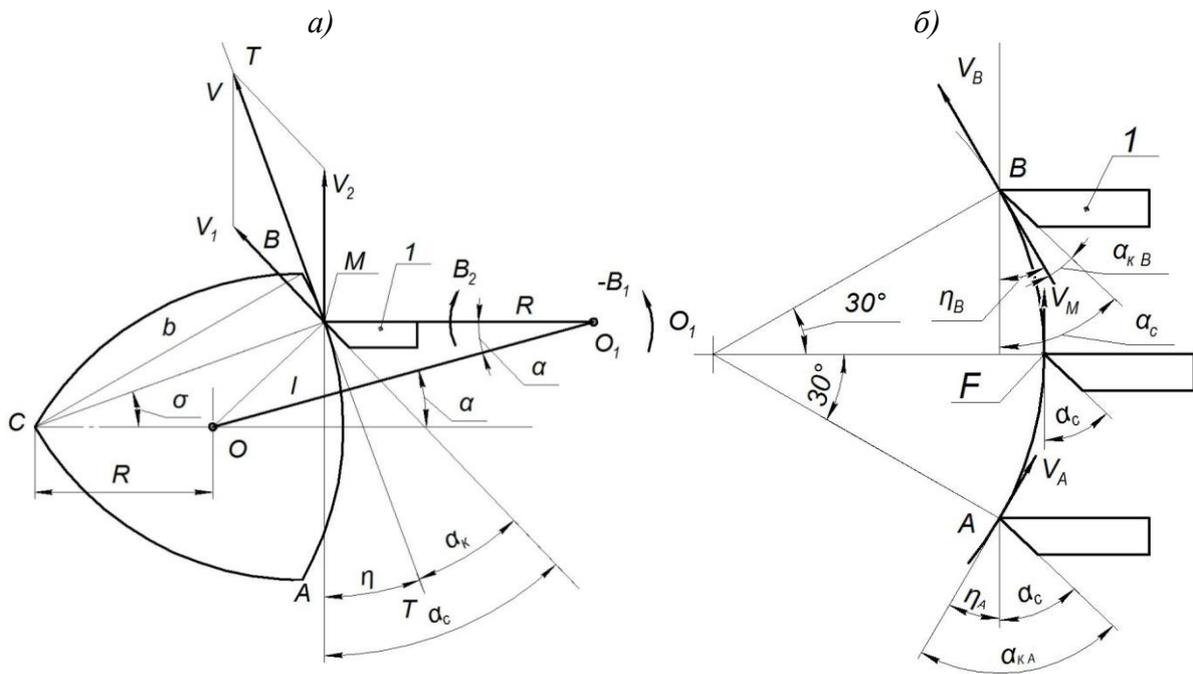


Рис. 6. Схема профилирования грани поверхности по окружности (*a*) и характер изменения рабочих углов инструмента на ширине грани (*б*)

Сторона  $AB$  очерчена по окружности, поэтому касательная  $TT$  к ней в точке  $M$  перпендикулярна прямой  $CM$ . Следовательно, угол  $\eta$  между этой касательной и осью  $OY$  равен углу  $\sigma$ .

Скорость  $V$  движения резания, равная геометрической сумме скоростей  $V_1$  и  $V_2$  (соответственно заготовки и резца), направлена вдоль касательной  $TT$ , поэтому изменение  $\eta$  рабочих (кинематических) углов режущей части в каждой точке формируемой линии равно углу поворота  $\alpha$  производящей точки вокруг противоположно расположенной вершины треугольника Рело:  $\eta = \sigma$ . Кинематический задний угол  $\alpha_k$  резца меньше его статического угла  $\alpha_c$  на величину угла  $\eta$ :  $\alpha_k = \alpha_c - \eta$ . Следовательно, угол  $\alpha_k$  непрерывно изменяется вдоль формируемой стороны  $BC$ . Определим диапазон изменения этого угла.

На рис. 6, *б* показаны положения резца относительно заготовки в вершинах  $A$  и  $B$  и в середине  $F$  стороны  $AB$  треугольника Рело. В среднем положении резца значения кинематического  $\alpha_k$  и статического  $\alpha_c$  заднего углов равны, т.к.  $\eta=0$ . В крайних положениях  $A$  и  $B$  значение  $\eta$  максимально: с учетом геометрии треугольника Рело  $\eta_{\max}=30^\circ$ , поэтому

кинематический задний угол в этих точках имеет предельные значения: максимальное – в  $A$  и минимальное в  $B$ .

Для исключения затирания между задней поверхностью резца и обработанной поверхностью рабочий задний угол не должен быть меньше некоторого значения  $\alpha_0$ . С учётом этого определяется задний угол заточки резца  $\alpha_3 = \eta_{\max} + \alpha_0$ . Например, если  $\alpha_0 = 5^\circ$ , то при полигональном точении детали с профилем «треугольник Рело» задний угол заточки резца  $\alpha_3 = 35^\circ$ .

Таким образом, максимальное изменение переднего и заднего углов резца на длине формируемой стороны треугольника Рело составляет  $\pm 30^\circ$ . В таком же диапазоне изменяется и передний угол резца при обработке детали с профилем «треугольник Рело», что затрудняет процесс резания. Более рациональным является применение рассмотренной схемы формообразования для обработки деталей с профилем «треугольник Рело» методом поверхностно-пластического деформирования, например, выглаживанием. Обработка осуществляется по схеме профилирования (см. рис. 5) инструментом, рабочие элементы  $Z$  которого выполнены в виде выглаживателей или накатных устройств. Такой способ обработки реализуется на многооперационных станках с ЧПУ с функцией полигонального точения, на широкоуниверсальном зубошлицефрезерном станке модели ВС-50 и других станках с двумя параллельными шпинделями, совершающими согласованные по скорости и направлению вращательные движения.

### **Выводы**

1. Полное формообразование профиля поверхности в виде треугольника Рело возможно по схемам некруглого, кругового и полигонального формирования. Аналитически доказана возможность и определены кинематические и геометрические условия полигонального формирования треугольника Рело при механической обработке.

2. Изменение переднего и заднего рабочих углов инструмента в широких пределах при схемах непрерывного некруглого и полигонального профилирования исключает возможность обработки деталей с таким профилем резанием. Эти методы профилирования рекомендуются для обработки некруглых поверхностей поверхностно-пластическим деформированием (выглаживанием, накатыванием) на универсальных металлорежущих станках соответствующими инструментами.

3. Применение многолезвийного режущего инструмента охватывающего типа при сообщении ему вращательного движения со скоростью резания обеспечивает существенное повышение производительности обработки деталей с профилем в виде треугольника Рело круговым точением по сравнению с известным способом обработки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тимченко А.И. Процессы формообразования профильных поверхностей изделий с равноосным контуром: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.08.– М., 1993. – 41 с.
2. Ворона В. В. Расчет оснастки и операции токарной обработки синусоидальных цилиндрических поверхностей: автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.В. Ворона. – Челябинск, 2008 г. – 19с.
3. Патент № 2463129 РФ, МПК<sup>7</sup> В 23 В 5/44. Способ обработки профильного вала со сторонами равной ширины / Барботько А.И., Понкратов П.А., Разумов М.С. – Опубл. 10.10.2012, Бюл. №28.
4. Карелин, Н.М. Бескопирная обработка цилиндрических деталей / Н.М. Карелин. – М. Машиностроение, 1966. –187 с.
5. Разумов, М.С. Повышение производительности формообразования многогранных наружных поверхностей посредством планетарного механизма: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Разумов М.С. – Курск, 2011г. – 20 с.
6. Данилов, А.А. Анализ и реализация схем полигонального точения многогранных поверхностей/ А.А. Данилов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. – Промышленность. Прикладные науки. – 2016. – № 11, с. 19-27.

7. Шитиков А. Н. Проектирование сборных фасонных фрез для обработки наружного РК-профиля: автореферат дис. ...к.т.н. 05.03.01. – Тула, 2007. – 18 с.
8. Волковский, С.В. Повышение эффективности формообразования равноосноконтурных поверхностей посредством создания режущего инструмента реализующего метод огибания: автореф. дис. ...канд. техн. наук / С.В. Волковский. – Хабаровск, 2002. – 19 с.
9. Понкратов, П.А. Разработка эффективного долбежного инструмента для обработки сложных криволинейных поверхностей: автореф. дис. ...канд. техн. наук / П.А.Понкратов.– Курск, 2013. – 20 с.
10. Зенин, Н.В. Технологическое обеспечение качества трехгранного профиля бесшпуночного соединения в условиях серийного производства: автореф. дис. ...канд. техн. наук / Н.В. Зенин. – Москва, МГТУ им Н.Э. Баумана, 2007. – 16 с.
11. Максименко Ю.А. Создание метода проектирования дисковых фрез с конструктивным исполнением радиальной подачи для обработки валов с РК и К профилем: автореф. дис. ...канд. техн. наук / Ю.А. Максименко.– Курск, 2014 г. – 20 с.
12. Пантелеенко, Ф.И. Системный анализ и синтез рациональных методов профилирования некруглых поверхностей / Ф.И. Пантелеенко, А.А. Данилов // Актуальные проблемы в машиностроении. Том 4, №1. – Новосибирск: НГТУ, 2017. – С. 59-64.
13. . Постоянной ширины кривая // Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю. В. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1988.– 847 с.
14. DIN 32711-79. Antriebselemente Polygonprofile P3G. Berlin: Beuth. -3 s.

УДК 658.56.012:621(075.8)51-7

**Романчак В.М., Василенок В.Д.**

## **ИЗМЕРЕНИЕ НЕФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Физическая величина отличаются от нефизической величины способом измерения. Для нефизической величины предлагается проводить измерения путем субъективного оценивания в шкале порядка, а кроме того использовать понятие последовательности одинаково отличающихся объектов. В качестве примера применения теории анализируется функциональная связь, между физической величиной и нефизической величиной, устанавливаемая эмпирическим законом.*

Под величиной в метрологии понимают нематериальное свойство, общее в качественном отношении ко многим объектам, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них [1].

Измерить нефизическую величину можно в шкале порядка [1]. Недостатком такой шкалы является то, что арифметические операции в порядковой шкале недопустимы. У нефизических величин, которые существуют только в сознании людей, нет размеров - поэтому их нельзя делить или вычитать [1]. Размер нефизической величины определим косвенно. Для этого вводится понятие последовательности одинаково отличающихся объектов. Номер объекта в такой последовательности служит рейтингом. Используя рейтинг можно построить математическую модель для нахождения нефизической величины, причем значения ее уже можно будет вычитать или делить.

**Измерение величины.** Любое измерение представляет собой сравнение размеров опытным путем [1]. В метрологии числовому результату сравнения соответствуют только два способа – разность и отношение размеров величин [1]. Вместо отношения будет удобно рассматривать логарифм отношения.

Введем определения, связанные с измерением величины. Пусть  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots$ , - конечное или счетное множество объектов, для которых существуют значения  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ , - величины  $X$ ,  $i$  – порядковый номер объекта  $\omega_i$ . Результат сравнения для величины  $X$  - это числовая функция  $R(i, j)$ , определенная на множестве пар  $(i, j)$  такая, что

A1. Для фиксированного способа сравнения каждой паре объектов  $(\omega_i, \omega_j)$  поставлено в соответствие число  $R(i, j)$ ,  $i, j=1, 2, 3, \dots$ , .

A2. Способ сравнения - это разность значений,  $R(i, j)=x_i-x_j$ , или логарифм отношения значений,  $R(i, j)=\ln(x_i/x_j)$ ,  $x_i, x_j > 0$ .

Способ сравнения необходимо дополнительно указать. Для физической величины способ сравнения считается известным. Для нефизической величины, по мнению метрологов, единственным способом измерения является оценка ее проявления по шкале порядка [1]. Значения нефизической величины нельзя вычитать или делить [1]. Это означает, что способ измерения нефизической величины не определен. Получить значения нефизической величины мы сможем косвенно. Для этого понадобится понятие - последовательность одинаково отличающихся объектов. Понятие равновероятных исходов является неопределяемым при оценке вероятностной меры и принимается на основании мнения эксперта. Например, при подбрасывании монеты эксперт может интуитивно считать, что стороны монеты достаточно симметричны и будут выпадать с одинаковой вероятностью. Классическое определение вероятности сводит вычисление вероятности к понятию “одинаковых” объектов, которое считается основным и не подлежит формальному определению. В нашем случае априорно определяемым понятием будет последовательность одинаково отличающихся объектов. Будем считать, что если объекты кажутся эксперту одинаково отличающимися, то результат сравнения последовательных пар должен быть постоянной величиной. Определим основное свойство (аксиому) последовательности одинаково отличающихся объектов.

*Свойство C1.* Если  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots$ , - последовательность одинаково отличающихся объектов, то результат сравнения последовательных пар объектов является постоянной величиной,  $R(i, i+1)=C$ , где  $C = const$ .

**Измерение нефизической величины.** Пусть  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots$ , - конечная или счетная последовательность объектов, которые характеризует нефизическая величина  $X$ .

*Определение.* Если  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots$ , - последовательность одинаково отличающихся объектов, то порядковый номер  $i$  будем называть значением рейтинга.

Выясним теперь, каким образом рейтинг связан с величиной. Из свойства C1 и определения A1 и A2 следует, что разности или отношения значений постоянны. Поэтому

$$x_{i+1} - x_i = a, \text{ или} \tag{1}$$

$$\frac{x_{i+1}}{x_i} = b \tag{2}$$

$i=1, 2, 3, \dots$ ,  $a, b$  – некоторые постоянные. Тогда

$$x_i - x_j = a(i-j), \text{ или} \tag{3}$$

$$\frac{x_i}{x_j} = b^{i-j} \tag{4}$$

Функцию  $R(i, j)$ , определенную на множестве последовательных пар, можно продолжить естественным образом на множество произвольных пар. Удобно считать, что  $R(i, i+1)=1$ , тогда  $R(i, j)=i-j$ .

Таким образом, результат сравнения одинаково отличающихся объектов  $R(i,j)$  равен разности рейтингов и действительно не зависит от способа сравнения. Выражения (3) и (4) можно записать, используя функцию  $R(i,j)$ :

$$x_i - x_j = aR(i,j), \text{ или} \quad (5)$$

$$\ln(x_i/x_j) = bR(i,j). \quad (6)$$

где  $a, b$  – постоянные,  $i$  и  $j$  – значения рейтинга.

Выражения (5) и (6) можно рассматривать в качестве обоснования аксиомы измерения нефизической величины.

*Аксиома (нефизического измерения).* Результат сравнения  $R(i,j)$  для нефизической величины  $X$  не зависит от способа сравнения.

Аксиома является особенностью измерения нефизических величин. Нефизическая величина существует только в сознании людей. У нее нет измеряемых размеров и, соответственно, нельзя определить способ сравнения. Эксперт может только построить последовательность одинаково отличающихся объектов и определить ранг объекта. Раз это так, то значения величины  $X$  зависят от способа сравнения. Здесь нет логического противоречия, поскольку размер величины в данном случае – это следствие математической обработки; числа, которые исследователь для удобства приписывает объектам.

*Замечание.* Способов сравнения можно предложить много, но в теории измерений в качестве основных используют только два – разность и отношение размеров [1]. Если придумать еще какой-либо способ сравнения, то в наших рассуждениях ничего не изменится.

Поскольку в законе Фехнера участвуют разности значений субъективных величин, а в законе Стивенса отношение значений, то эти законы выберем для проверки адекватности модели субъективных измерений.

**Законы Стивенса и Фехнера.** Для проверки модели измерения нефизической величины нам понадобятся законы Фехнера и Стивенса [2]. Законы Стивенса и Фехнера связывают физические и соответствующие нефизические величины. Например, вес машины, измеряемый прибором, и вес, оцениваемый человеком.

Закон Фехнера [2] устанавливает связь между разностью значений нефизической величины  $x_i, x_j$  и значениями физической величины  $q_i, q_j$ :

$$x_i - x_j = c \ln \left( \frac{q_i}{q_j} \right), \quad (7)$$

где  $i, j=1, \dots, n$ ,  $c$  – постоянная.

Закон Стивенса [2] предложен для замены закона Фехнера. По мнению Стивенса зависимость нефизической величины от физической величины описывается степенной функцией:

$$\frac{x_i}{x_j} = \left( \frac{q_i}{q_j} \right)^\alpha, \quad (8)$$

где  $i, j=1, \dots, n$ ,  $x_i, x_j$  – значения нефизической величины,  $q_i$  – значение физической величины сигнала,  $\alpha$  – постоянная.

Спор о том, какой из законов является более точным, продолжается в течение длительного времени с привлечением эмпирических данных. Мы применим к законам аксиому измерения нефизической величины и докажем эквивалентность законов.

Пусть нефизическая величина  $X$  связана с физической величиной  $Q$  законом Фехнера. Выберем последовательность одинаково отличающихся объектов  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ . Подставив разность значений (5) в закон Фехнера (7), получим:

$$(i - j)a = c \ln \left( \frac{q_i}{q_j} \right) \quad (9)$$

где  $c$  - известная постоянная,  $a$  - постоянная,  $q_i, q_j$  - значения физической величины  $i, j=1, 2, \dots, n$ . Из закона Стивенса (8) на основании (6) получим

$$(i - j)\ln(b) = \alpha \ln \left( \frac{q_i}{q_j} \right) \quad (10)$$

где  $i, j=1, 2, \dots, n$ ,  $\alpha$  - известная постоянная,  $b$  - постоянная. Мы видим, что законы Стивенса (10) и Фехнера (9) после перехода к рейтингу совпадают и могут быть записаны в едином виде

$$mR(i, j) = \ln \left( \frac{q_i}{q_j} \right) \quad (11)$$

где  $i, j=1, 2, \dots, n$ ,  $R(i, j)$  – результат сравнения,  $m$ - постоянная,  $q_i, q_j$  - значения физической величины. Совпадение законов Фехнера и Стивенса подтверждает нашу модель и гипотезу, что "... природа не наделила человека способностью сравнивать между собой разные свойства или их проявления в числовом формате" [1]. Следовательно, есть основания считать, что эксперт оценивает разность значений и отношение значений, имея в виду рейтинг, а не размер величины. Таким образом, подтверждается модель нефизического измерения.

Проверить, что последовательные пары объектов действительно одинаково отличаются можно с помощью вербального оценивания. Вербально-цифровую шкалу использовал Саати Т. (Saaty T.) [4]. Приведем вариант такой шкалы (Таблица 1).

Таблица 1.

Шкала парных сравнений

Порядковый номер, $i$	Вербальная оценка преимущества	Числовая оценка
1	Совпадение	0
3	Небольшое	2
5	Большое	4
7	Очень большое	6
9	Максимальное	8
	Промежуточные значения	1,3,5,7

**Пример.** Завод приобретает одну из трех марок М1, М2 или М3 однотипного оборудования. Вероятность покупки М2 по сравнению с М1 "небольшая", вероятность покупки М3 в сравнении с М2 "очень большая". Построить рейтинговую модель оценки вероятности покупки каждой из марок.

Используя Таблицу 1, получим в результате сравнения  $F(1,2)=2$  и  $F(2,3)=6$ . Тогда можем выбрать  $r_1=1, r_2=3, r_3=9$ . Предположительно существует связь между объективной вероятностью покупки  $p$  и рейтингом  $r$ , аналогичная (11):

$$m \ln\left(\frac{p_i}{p_j}\right) = (r_i - r_j) \quad (12)$$

где  $p_i, p_j$  – объективные значения вероятности,  $i, j=1, 2, 3$ ,  $m$  – постоянная, которая может быть определена по результатам статистических испытаний.

**Заключение.** Сформулирована рейтинговая модель измерения, которая включает в себя закон нефизического измерения: результат сравнения не должен зависеть от способа сравнения. В качестве обоснования приводится доказательство эквивалентности законов Фехнера и Стивенса. Данная модель измерения нефизической величины успешно применяется при экспертном анализе систем, для измерения полезности, качества объектов, субъективной вероятности, в теории нечетких множеств.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шишкин, И.Ф. Теоретическая метрология. Ч. 1. Общая теория измерений: Учебник для вузов. /И. Ф. Шишкин.– СПб.: Издательство «Питер», 2010. – 192 с.
2. Гусев, А. Н. Психологические измерения: Теория. Методы: Общепсихологический практикум / А. Н. Гусев, И. С. Уточкин. — М.: Аспект Пресс, 2011. — 317 с.
3. Черноруцкий, И.Г. Методы принятия решений / И.Г. Черноруцкий. - БХВ-Петербург–2005.–416 с.
4. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1989. – 316 с.
5. Дэвид, Г. Метод парных сравнений: с приложением к русскому переводу / Г. Дэвид. – М.: Статистика, 1978. – 144 с.
6. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. / Р.Л. Кини, Х. Райфа. - М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
7. Тулупьев, А.Л. Байесовские сети: Логико-вероятностный подход./ А.Л. Тулупьев, С.И. Николенко, А.В. Сироткин. - СПб.: Наука, 2006. — 607 с.
8. Романчак В.М., Василенок В.Д. Экспертные оценки модели выбора/ Машиностроение-Мн. 2013-Вып.27-с.107-108.

# МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.3

Василевич Ю.В., Остриков О.М.

## РОЛЬ ВРАЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ В РАВНОВЕСНОЙ ФОРМЕ ОСТАТОЧНОГО КЛИНОВИДНОГО НАНОДВОЙНИКА

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Разработана дислокационная модель нанодвойника клиновидной формы, позволяющая учитывать влияние на равновесное положение двойникующих дислокаций их вращающего момента. Показано, что условия равновесия нанодвойника, полученные с учетом вращающего момента двойникующих дислокаций не имеют решений, обладающих физическим смыслом.*

### **Введение**

Механическое нанодвойникование является фундаментальным свойством кристаллических твердых тел [1]. Открытое в 2002 году [1], оно все более активно исследуется в последние годы [2–5]. При этом ведутся не только экспериментальные исследования [2, 3], но разрабатывается и теория данного явления [3–5].

Целью данной работы стало изучение роли обусловленных винтовой составляющей двойникующих дислокаций вращающих моментов в формировании равновесной формы остаточных клиновидных нанодвойников.

### **Постановка задачи**

Известно, что винтовая дислокация создает вращающий момент, который рассчитывается по формуле [6]

$$M_z = -\frac{\mu b_b R^2}{2}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – модуль сдвига;

$b_b$  – в случае двойникования модуль винтовой составляющей вектора Бюргера двойникующей дислокации;

$R$  – расстояние между двойникующей дислокацией до точки, в которой рассматривается момент силы и в которой может находиться, например, другая двойникующая дислокация.

Очевидно, что момент сил, действующий на  $i$ -ую двойникующую дислокацию со стороны других двойникующих дислокаций, будет определяться по формуле

$$M_{iz} = -\frac{\mu b_b}{2} \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^{N-1} R_{ij}^2, \quad (2)$$

где  $N$  – число двойникующих дислокаций нанодвойника;

$R_{ij}$  – расстояние между  $i$ -ой и  $j$ -ой двойникующими дислокациями.

Примем  $N=5$ , тогда (2) в развернутом виде будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 M_{0z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{03}^2 + R_{04}^2) = 0; \\
 M_{1z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{10}^2 + R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{14}^2) = 0; \\
 M_{2z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{20}^2 + R_{21}^2 + R_{23}^2 + R_{24}^2) = 0; \\
 M_{3z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{30}^2 + R_{31}^2 + R_{32}^2 + R_{34}^2) = 0; \\
 M_{4z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{40}^2 + R_{41}^2 + R_{42}^2 + R_{43}^2) = 0.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Отсюда следует

$$\begin{cases}
 R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{03}^2 + R_{04}^2 = 0; \\
 R_{10}^2 + R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{14}^2 = 0; \\
 R_{20}^2 + R_{21}^2 + R_{23}^2 + R_{24}^2 = 0; \\
 R_{30}^2 + R_{31}^2 + R_{32}^2 + R_{34}^2 = 0; \\
 R_{40}^2 + R_{41}^2 + R_{42}^2 + R_{43}^2 = 0.
 \end{cases} \tag{4}$$

### ***Результаты и их обсуждение***

На рис. 1 представлена дислокационная модель нандвойника, состоящего из пяти двойникующих дислокаций. Показано сечение данного двойника плоскостью  $ХОУ$ . Двойникующие дислокации параллельны оси  $ОУ$ . Будем рассматривать плоскую задачу для нанодвойника конечной вдоль оси  $ОУ$  длины. Влиянием дислокаций устья двойника и концентратора напряжений, приведшего к появлению двойника, в данной работе пренебрежем.

Очевидно, что

$$\begin{aligned}
 |y_0 - y_1| &= |y_1 - y_0| = |y_0 - y_3| = |y_3 - y_0| = a; \\
 |y_1 - y_2| &= |y_2 - y_1| = |y_3 - y_4| = |y_4 - y_3| = a; \\
 |y_0 - y_2| &= |y_2 - y_0| = |y_0 - y_4| = |y_4 - y_0| = |y_1 - y_3| = |y_3 - y_1| = 2a; \\
 |y_1 - y_4| &= |y_4 - y_1| = |y_2 - y_3| = |y_3 - y_2| = 3a; \\
 |y_2 - y_4| &= |y_4 - y_2| = 4a.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь  $y_i$  и  $y_j$  – координаты по оси  $ОУ$   $i$ -ой и  $j$ -ой двойникующих дислокаций;  $a$  – межплоскостное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования.

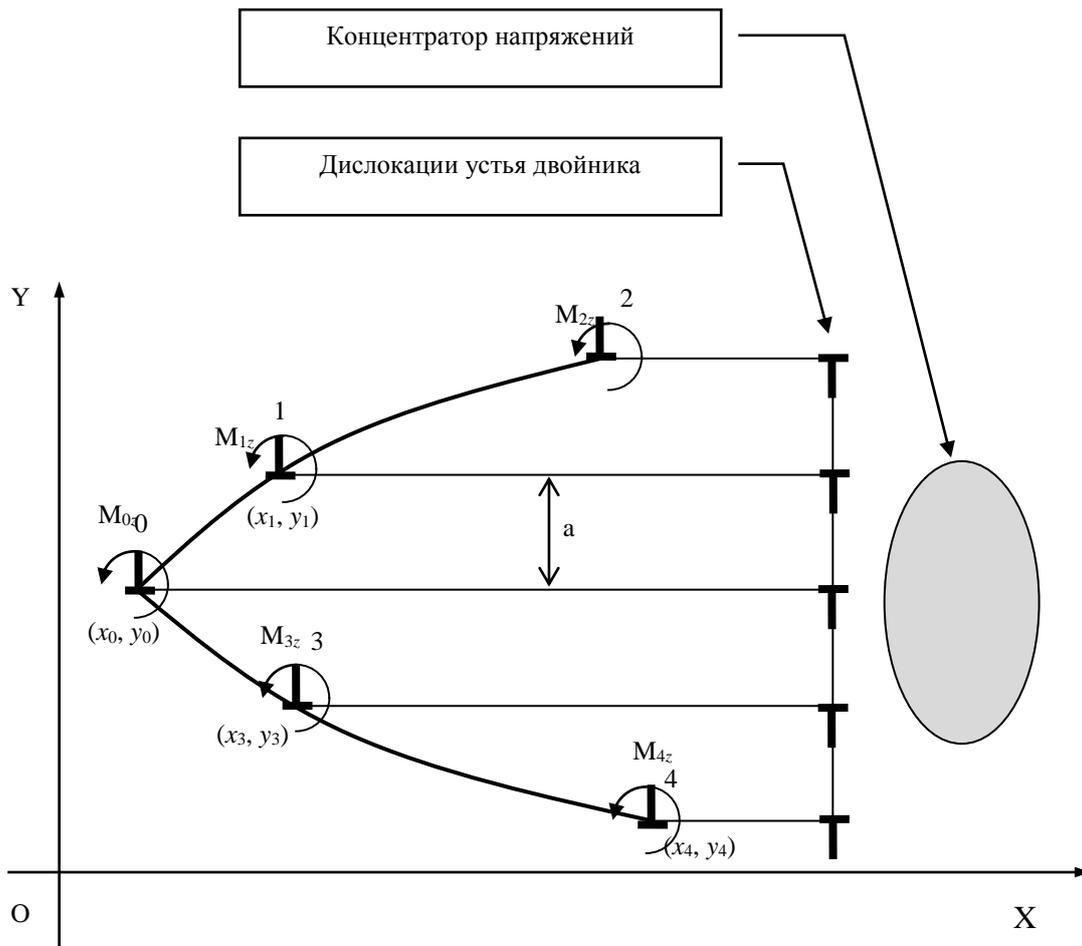


Рис. 1. Схематическое изображение вращающих моментов, действующих на двойнирующие дислокации нанодвойника

Введем обозначения:

$$\begin{aligned}
 d_{01} &= x_0 - x_1, & d_{02} &= x_0 - x_2, & d_{03} &= x_0 - x_3, & d_{04} &= x_0 - x_4; \\
 d_{10} &= x_1 - x_0, & d_{12} &= x_1 - x_2, & d_{13} &= x_1 - x_3, & d_{14} &= x_1 - x_4; \\
 d_{20} &= x_2 - x_0, & d_{21} &= x_2 - x_1, & d_{23} &= x_2 - x_3, & d_{24} &= x_2 - x_4; \\
 d_{30} &= x_3 - x_0, & d_{31} &= x_3 - x_1, & d_{32} &= x_3 - x_2, & d_{34} &= x_3 - x_4; \\
 d_{40} &= x_4 - x_0, & d_{41} &= x_4 - x_1, & d_{42} &= x_4 - x_2, & d_{43} &= x_4 - x_3,
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $x_i$  и  $x_j$  – координаты по оси OX  $i$ -ой и  $j$ -ой двойнирующих дислокаций.

Очевидно, что

$$\begin{aligned}
 |d_{01}| &= |d_{10}|, & |d_{02}| &= |d_{20}|, & |d_{03}| &= |d_{30}|, & |d_{04}| &= |d_{40}|, \\
 |d_{12}| &= |d_{21}|, & |d_{13}| &= |d_{31}|, & |d_{14}| &= |d_{41}|, & |d_{23}| &= |d_{32}|, \\
 |d_{24}| &= |d_{42}|, & |d_{34}| &= |d_{43}|.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
R_{01}^2 &= R_{10}^2 = d_{01}^2 + (y_0 - y_1)^2 = d_{01}^2 + a^2; \\
R_{03}^2 &= R_{30}^2 = d_{03}^2 + (y_0 - y_3)^2 = d_{03}^2 + a^2; \\
R_{02}^2 &= R_{20}^2 = d_{02}^2 + (y_0 - y_2)^2 = d_{02}^2 + 4a^2; \\
R_{04}^2 &= R_{40}^2 = d_{04}^2 + (y_0 - y_4)^2 = d_{04}^2 + 4a^2; \\
R_{12}^2 &= R_{21}^2 = d_{12}^2 + (y_1 - y_2)^2 = d_{12}^2 + a^2; \\
R_{13}^2 &= R_{31}^2 = d_{13}^2 + (y_1 - y_3)^2 = d_{13}^2 + 4a^2; \\
R_{14}^2 &= R_{41}^2 = d_{14}^2 + (y_1 - y_4)^2 = d_{14}^2 + 9a^2; \\
R_{23}^2 &= R_{32}^2 = d_{23}^2 + (y_2 - y_3)^2 = d_{23}^2 + 9a^2; \\
R_{24}^2 &= R_{42}^2 = d_{24}^2 + (y_2 - y_4)^2 = d_{24}^2 + 16a^2; \\
R_{34}^2 &= R_{43}^2 = d_{34}^2 + (y_3 - y_4)^2 = d_{34}^2 + a^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

Это позволяет преобразовать систему (4) к виду

$$\begin{cases}
R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{03}^2 + R_{04}^2 = 0; \\
R_{01}^2 + R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{14}^2 = 0; \\
R_{02}^2 + R_{12}^2 + R_{23}^2 + R_{24}^2 = 0; \\
R_{03}^2 + R_{13}^2 + R_{23}^2 + R_{34}^2 = 0; \\
R_{04}^2 + R_{14}^2 + R_{24}^2 + R_{34}^2 = 0.
\end{cases} \tag{9}$$

В данной системе количество неизвестных превышает число уравнений. Поэтому требуются дальнейшие преобразования системы. С этой целью без ущерба общности результатов примем допущение о том, что двойникоующие дислокации на разных двойниковых границах расположены попарно в плоскостях, перпендикулярных плоскости двойникования (см. рис. 2). Это дает возможность принять:

$$\begin{aligned}
|d_{01}| &= |d_{10}| = |d_{03}| = |d_{30}|, \quad |d_{02}| = |d_{20}| = |d_{04}| = |d_{40}|, \\
|d_{12}| &= |d_{21}| = |d_{34}| = |d_{43}|, \quad |d_{14}| = |d_{41}| = |d_{23}| = |d_{32}|, \\
|d_{13}| &= |d_{31}| = 0, \quad |d_{24}| = |d_{42}| = 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

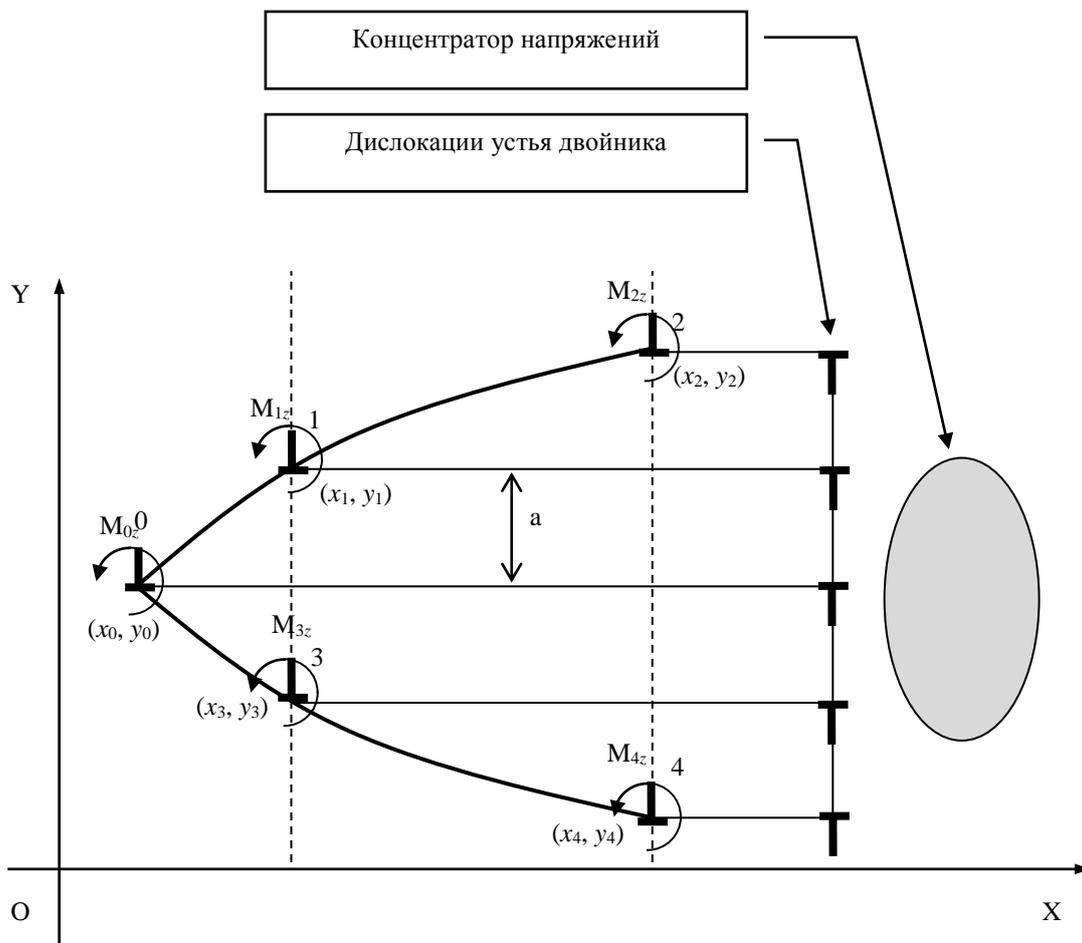


Рис. 2. Случай парного расположения в одной плоскости (следы таких плоскостей показаны пунктирными линиями) двойнивающих дислокаций разных двойниковых границ

Тогда из (8), с учетом (10), получим

$$\begin{aligned}
 R_{01}^2 &= R_{10}^2 = R_{03}^2 = R_{30}^2, & R_{02}^2 &= R_{20}^2 = R_{04}^2 = R_{40}^2, \\
 R_{12}^2 &= R_{21}^2 = R_{34}^2 = R_{43}^2, & R_{14}^2 &= R_{41}^2 = R_{23}^2 = R_{32}^2, \\
 R_{13}^2 &= R_{31}^2 = 4a^2, & R_{24}^2 &= R_{42}^2 = 16a^2.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Подставляя (11) в (9), получим

$$\begin{cases}
 R_{01}^2 + R_{02}^2 = 0; \\
 R_{01}^2 + R_{12}^2 + R_{23}^2 + 4a^2 = 0; \\
 R_{02}^2 + R_{12}^2 + R_{23}^2 + 16a^2 = 0.
 \end{cases}
 \tag{12}$$

С учетом (8) представим (12) в виде

$$\begin{cases} d_{01}^2 + d_{02}^2 + 5a^2 = 0; \\ d_{01}^2 + d_{12}^2 + d_{23}^2 + 15a^2 = 0; \\ d_{02}^2 + d_{12}^2 + d_{23}^2 + 30a^2 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Из рис. 2 видно, что

$$d_{02}^2 = d_{01}^2 + d_{12}^2, \quad d_{23}^2 = d_{12}^2. \quad (14)$$

Тогда, с учетом (14), (13) преобразуется к виду

$$\begin{cases} 2d_{01}^2 + d_{12}^2 + 5a^2 = 0; \\ d_{01}^2 + 2d_{12}^2 + 15a^2 = 0; \\ d_{01}^2 + 3d_{12}^2 + 30a^2 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Данная система не имеет обладающих физическим смыслом решений.

#### **Заключение**

Таким образом, на основании дислокационной модели нанодвойника показано, что учет в процессе формирования его равновесной формы моментов сил, обусловленных винтовой составляющей двойникующих дислокаций, физического смысла не имеет.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Остриков О.М. Нанодвойникование монокристаллов висмута // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.
2. Рушиц С.В., Ильичев В.Л. Нанодвойникование мартенситных кристаллов и теория адаптивных фаз // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Металлургия». – 2008. – Выпуск 11, № 24 (124). – С. 44–46.
3. Остриков О.М. Механика двойникования твердых тел. Монография. – Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
4. Остриков О.М. Дислокационная модель нанодвойника // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2008, № 5. – С. 124 – 129.
5. Ovid'ko I.A., Sheinerman A.G. Effect of twin boundary migration on fracture toughness of nano-twinned metals // Materials Physics and Mechanics. – 2014. – V. 21, № 21. – P. 248-258.
6. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.

Василевич Ю.В., Остриков О.М.

**УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ КРАЕВОГО КЛИНОВИДНОГО ДВОЙНИКА,  
НАХОДЯЩЕГОСЯ ВДАЛИ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ПОСТДЕФОРМИРОВАННО-  
ГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРИБЛИЖЕНИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ СИЛ  
ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*В приближении малости сил внутреннего сопротивления движению двойникоующих дислокаций выведено условие равновесия двойника клиновидной формы в недеформируемом твердом теле. Рассмотрен частный случай линейности двойниковых границ. Показано, что одним из решений уравнения равновесия в этом случае является равенство нулю ширины двойника у устья.*

***Введение***

В настоящее время физические аспекты механического двойникоования хорошо изучены [1, 2] и назрела проблема в использовании полученных результатов в механике деформируемого твердого тела [3–6]. Основы недислокационной теории двойникоования были заложены Лифшицем, И.М. [7]. Дальнейшее развитие теория двойникоования получила в рамках дислокационной теории [3–6].

Основным недостатком разработанных теорий является то, что они не охватывают весь класс наблюдаемых на экспериментах деформационных двойников. Хорошо развита теория упругих, тонких и плоских двойников. Однако теория, например, остаточных двойников еще находится на стадии развития [6].

Целью данной работы стал вывод и анализ условия равновесия краевого клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности деформированного твердого тела.

***Постановка задачи***

Понятие краевого двойника было введено в [8]. Общеизвестно [9], что вдали от поверхности механические двойники могут, как образовываться, так и иметь форму, аналогичную их форме, наблюдаемой на поверхности кристалла. Поэтому, как это было экспериментально показано в [9], вдали от поверхности двойниковые границы могут быть как прямолинейными, так и криволинейными. В работе [10] была показана очевидная производность клиновидной формы двойника от его линзовидной формы. В данной работе пренебрежем напряжениями дислокаций устья двойника, распределенными по изображенной на рис. 1 границе, форма которой описывается функцией  $f_3(\xi)$  ( $\xi$  – текущая координата точки на границе двойника). Не будем принимать во внимание и напряжения концентратора напряжений, находящегося у устья двойника, моделируя ситуацию, имеющую место в кристалле, например, после снятия нагрузки. Так как известно [11], что у имеющих вдали от поверхности включений после снятия нагрузки уровень напряжений существенно уменьшается. Таким образом, рассмотрим влияние на равновесную форму границ краевого клиновидного двойника только напряжений двойникоующих дислокаций двойниковых границ, профиль которых в плоскости XOY описывается функциями  $f_1(\xi)$  и  $f_2(\xi)$  (см. рис. 1).

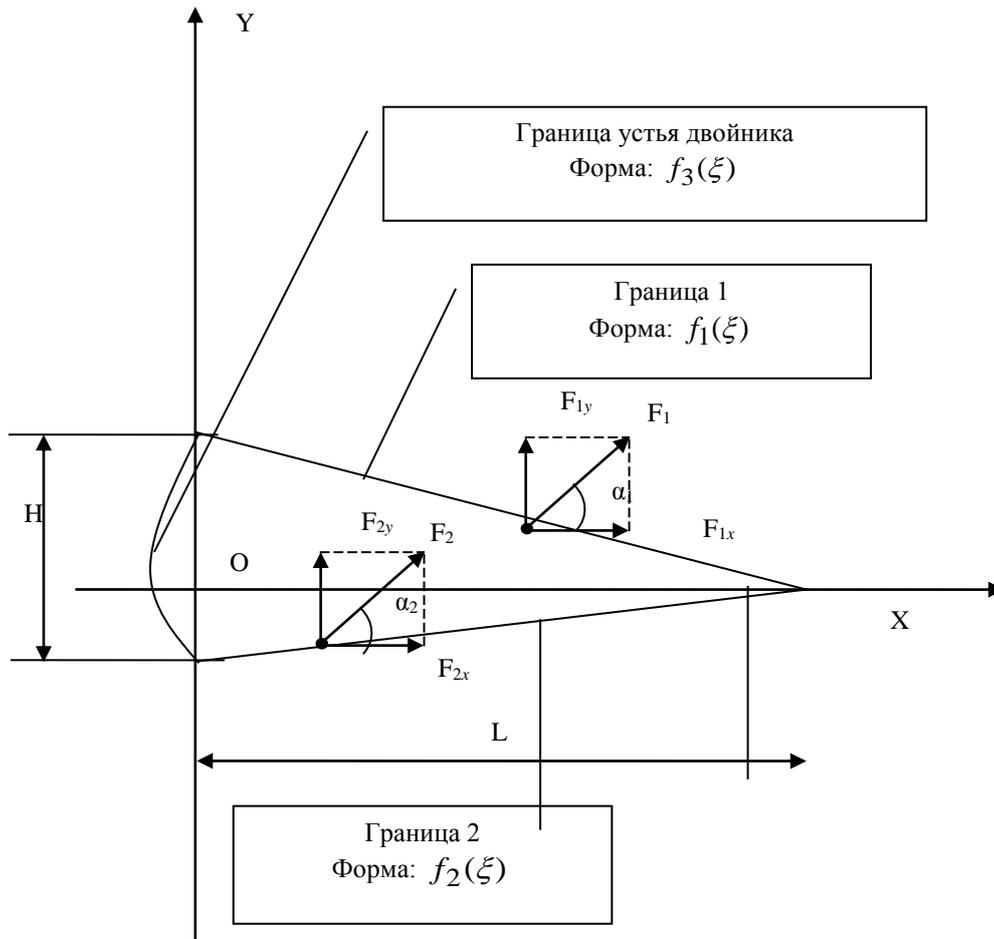


Рис. 1. Схематическое изображение клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности твердого тела

В подобных постановках задач [2–5, 7] принято полагать, что линии двойникующих дислокаций прямолинейны, имеют бесконечную длину и параллельны друг другу. Пусть в нашей задаче линии двойникующих дислокаций будут параллельны оси OZ, которая перпендикулярна плоскости рис. 1. В [3] представленный на рис. 1 двойник был назван плоским.

В равновесии двойника на его границах должны выполняться условия:

$$\vec{F}_1 + \vec{S}_1 + \vec{F}_1^e = 0; \quad (1)$$

$$\vec{F}_2 + \vec{S}_2 + \vec{F}_2^e = 0, \quad (2)$$

где  $F_1$  – сила, действующая в точке на границе 1 со стороны поля напряжений двойникующих дислокаций на границах 1 и 2 двойника;

$S_1$  – сила внутреннего трения, действующая на двойникующие дислокации на границе 1 двойника;

$F_1^e$  – результирующая внешних сил, действующая на двойникующие дислокации на границе 1 двойника;

$F_2$  – сила, действующая в точке на границе 2 со стороны поля напряжений двойникующих дислокаций на границах 1 и 2 двойника;

$S_1$  – сила внутреннего трения, действующая на двойникующие дислокации на границе 2 двойника;

$F_2^e$  – результирующая внешних сил, действующая на двойникующие дислокации на границе 2 двойника.

В процессе двойникования движение двойникующих дислокаций вдоль оси ОУ отсутствует.

$$F_{1x} + S_{1x} + F_{1x}^e = 0; \quad (3)$$

$$F_{2x} + S_{2x} + F_{2x}^e = 0, \quad (4)$$

где

$$F_{1x} = F_{11x} + F_{21x}, \quad (5)$$

$$F_{2x} = F_{22x} + F_{12x}, \quad (6)$$

Здесь  $F_{11x}$  – проекция на ось ОХ силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 1 со стороны поля напряжений, созданного этой же границей;

$F_{21x}$  – проекция на ось ОХ силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 1 со стороны поля напряжений, созданного двойникующими дислокациями границы 2;

$F_{22x}$  – компонента силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 2 со стороны поля напряжений, созданного этой же границей;

$F_{12x}$  – компонента силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 2 со стороны поля напряжений, созданного двойникующими дислокациями границы 1.

Для сил взаимодействия двойникующих дислокаций краевого двойника друг с другом справедливо соотношение [12]

$$F_x = b_{кр} \sigma_{xy}, \quad (7)$$

где  $b_{кр}$  – модуль краевой составляющей вектора Бюргера двойникующей дислокации;  $\sigma_{xy}$  – сдвиговая компонента тензора напряжений, обусловленных двойникующими дислокациями.

Формулу (7) будем использовать для определения компонент сил  $F_{11x}$ ,  $F_{21x}$ ,  $F_{22x}$  и  $F_{12x}$  из соотношений (5) и (6). При этом компоненты сдвиговых напряжений в (7) для каждой из границ двойника рассчитываются по формулам [6]:

$$\sigma_{xy}^{(1)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, \xi, f_1(\xi)) d\xi, \quad (8)$$

$$\sigma_{xy}^{(2)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, \xi, f_2(\xi)) d\xi, \quad (9)$$

где  $L$  – длина двойника (см. рис. 1);

$\rho_1(\xi)$  и  $\rho_2(\xi)$  – плотности двойникующих дислокаций на первой и второй двойниковых границах, соответственно. В случае двойника, находящегося вдали от поверхности имеем [6]

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x-\xi)[(x-\xi)^2 - (y-f_1(\xi))^2]}{[(x-\xi)^2 + (y-f_1(\xi))^2]^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x-\xi)[(x-\xi)^2 - (y-f_2(\xi))^2]}{[(x-\xi)^2 + (y-f_2(\xi))^2]^2}, \quad (11)$$

где  $\mu$  – модуль сдвига;  
 $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Тогда

$$F_{11x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta; \quad (12)$$

$$F_{21x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta; \quad (13)$$

$$F_{22x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta; \quad (14)$$

$$F_{12x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta, \quad (15)$$

где  $\zeta$  – параметр интегрирования.

В формулах (12) – (15) необходимо выполнение условия  $\zeta \neq \xi$ . Компоненты тензора сдвиговых напряжений в (12) – (15) расписываются соотношениями:

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_1(\zeta) - f_1(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_1(\zeta) - f_1(\xi))^2]^2}; \quad (16)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_1(\zeta) - f_2(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_1(\zeta) - f_2(\xi))^2]^2}; \quad (17)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_2(\zeta) - f_2(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_2(\zeta) - f_2(\xi))^2]^2}; \quad (18)$$

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_2(\zeta) - f_1(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_2(\zeta) - f_1(\xi))^2]^2}. \quad (19)$$

### **Результаты и их обсуждение**

В этой работе рассмотрим случай, когда

$$\vec{F}_1^e = 0, \vec{S}_1 = 0; \quad (20)$$

$$\vec{F}_2^e = 0, \vec{S}_2 = 0. \quad (21)$$

Это означает, что нагрузка на кристалл снята, а силы сопротивления движению двойникующих дислокаций пренебрежимо малы, или отсутствуют. Тогда (3) и (4), с учетом (5) и (6), (20) и (21), примут вид

$$F_{11x} + F_{21x} = 0, \quad (22)$$

$$F_{22x} + F_{12x} = 0. \quad (23)$$

Подставляя в эти формулы (12) – (19), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta + \\ & + \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta = 0; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta + \\ & + \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Данные уравнения дополняются соотношениями

$$\rho_1(\xi) = \frac{1}{c} \frac{df_1(\xi)}{d\xi}, \quad (26)$$

$$\rho_2(\xi) = \frac{1}{c} \frac{df_2(\xi)}{d\xi}, \quad (27)$$

где  $c$  – межплоскостное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования.

Соотношения (26) и (27) означают, что система (24) и (25) из двух уравнений имеет не четыре, а две неизвестных функции –  $f_1(\xi)$  и  $f_2(\xi)$ . Представим эти функции в виде многочленов

$$f_1(\xi) = a_0 \xi^0 + a_1 \xi^1 + \dots + a_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + a_n \xi^n, \quad (28)$$

$$f_1(\zeta) = a_0 \zeta^0 + a_1 \zeta^1 + \dots + a_{n-1} \zeta^{n-1} + \dots + a_n \zeta^n, \quad (29)$$

$$f_2(\xi) = b_0 \xi^0 + b_1 \xi^1 + \dots + b_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + b_n \xi^n, \quad (30)$$

$$f_2(\zeta) = b_0 \zeta^0 + b_1 \zeta^1 + \dots + b_{n-1} \zeta^{n-1} + \dots + b_n \zeta^n, \quad (31)$$

где  $a_i$  и  $b_j$  – константы ( $i = 0, 1, \dots, n; j = 0, 1, \dots, m$ ).

В данной работе рассмотрим случай, когда  $n = 1$  и  $m = 1$ . Тогда (28) – (31) примут вид

$$f_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \quad f_1(\zeta) = a_0 + a_1\zeta, \quad (32)$$

$$f_2(\xi) = b_0 + b_1\xi, \quad f_2(\zeta) = b_0 + b_1\zeta. \quad (33)$$

Это случай прямолинейных границ клиновидного двойника. Тогда очевидно, что

$$f_1'(\xi) = a_0, \quad f_1'(\zeta) = b_0;$$

$$\rho_1(\xi) = \frac{a_0}{c}; \quad (34)$$

$$\rho_2(\xi) = \frac{b_0}{c}.$$

Подставляя (32) и (33) в (16) – (19), получим

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{1-a_1^2}{(1+a_1^2)^2} \frac{1}{\zeta-\xi}, \quad (35)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{1-b_1^2}{(1+b_1^2)^2} \frac{1}{\zeta-\xi}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \\ & = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((a_0-b_0) + (a_1\zeta - b_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((a_0-b_0) + (a_1\zeta - b_1\xi))^2]^2}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \\ & = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]^2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Подстановка (34) – (38) в (24) и (25) дает

$$\begin{aligned} & \frac{a_0\sqrt{1+a_0^2}}{c} \frac{1-a_1^2}{(1+a_1^2)^2} \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta-\xi} d\xi d\zeta + \\ & = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]^2}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \frac{b_0\sqrt{1+b_0^2}}{c} \frac{1-b_1^2}{(1+b_1^2)^2} \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta-\xi} d\xi d\zeta + \\ & + \frac{a_0\sqrt{1+a_0^2}}{c} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Данные уравнения могут быть приведены к виду

$$\int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta + \quad (41)$$

$$+ \frac{b_0 \sqrt{1+b_0^2}}{a_0 \sqrt{1+a_0^2}} \frac{(1+a_1^2)^2}{1-a_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0,$$

$$\int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta + \quad (42)$$

$$+ \frac{a_0 \sqrt{1+a_0^2}}{b_0 \sqrt{1+b_0^2}} \frac{(1+b_1^2)^2}{1-b_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0.$$

Вычитая из (41) (42), получим

$$\frac{b_0 \sqrt{1+b_0^2}}{a_0 \sqrt{1+a_0^2}} \frac{(1+a_1^2)^2}{1-a_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta - \quad (43)$$

$$- \frac{a_0 \sqrt{1+a_0^2}}{b_0 \sqrt{1+b_0^2}} \frac{(1+b_1^2)^2}{1-b_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0.$$

Решение данного уравнения, например, с использованием метода интегрирования рациональных функций [13, 14] весьма громоздко. Поэтому рассмотрим некоторые частные случаи. Примем

$$a_0 = \frac{H}{2}, \quad a_1 = -\frac{H}{2L}, \quad b_0 = -\frac{H}{2}, \quad b_1 = \frac{H}{2L}, \quad (44)$$

где  $H$  – ширина двойника у устья (см. рис. 1). Тогда (32) и (33) можно переписать в виде

$$f_1(\xi) = \frac{H}{2} \left(1 - \frac{\xi}{L}\right), \quad f_1(\zeta) = \frac{H}{2} \left(1 - \frac{\zeta}{L}\right), \quad (45)$$

$$f_2(\xi) = -\frac{H}{2} \left(1 - \frac{\xi}{L}\right), \quad f_2(\zeta) = -\frac{H}{2} \left(1 - \frac{\zeta}{L}\right). \quad (46)$$

Уравнения (41) и (42) с учетом (45) и (46) примут вид

$$\frac{H}{2} \frac{\sqrt{1 + \frac{H^2}{4} \left(1 - \frac{H^2}{4L^2}\right)}}{\left(1 + \frac{H^2}{4L^2}\right)^2} \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta -$$

$$-\frac{H}{2} \sqrt{1 + \frac{H^2}{4}} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[ (\zeta - \xi)^2 - H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]}{\left[ (\zeta - \xi)^2 + H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta = 0, \quad (47)$$

$$-\frac{H}{2} \sqrt{1 + \frac{H^2}{4}} \left( 1 - \frac{H^2}{4L^2} \right) \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta + \frac{H}{2} \sqrt{1 + \frac{H^2}{4}} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[ (\zeta - \xi)^2 - H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]}{\left[ (\zeta - \xi)^2 + H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta = 0. \quad (48)$$

А уравнение (43) –

$$\int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[ (\zeta - \xi)^2 - H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]}{\left[ (\zeta - \xi)^2 + H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta - \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[ (\zeta - \xi)^2 - H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]}{\left[ (\zeta - \xi)^2 + H^2 \left( \frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta = 0. \quad (49)$$

Одно из решений этого уравнения – это  $H = 0$ . В этом случае двойник тонкий.

### **Заключение.**

Таким образом, на основании баланса сил, действующих на двойниковых границах со стороны двойникующих дислокаций, в приближении малости величин сил внутреннего трения в недеформируемом твердом теле выведено условие равновесия клиновидного двойника. Показано, что в линейном приближении одним из решений условия равновесия является равенство нулю ширины двойника у устья.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Классен-Неклюдова, М.В. Механическое двойникование кристаллов / М.В. Классен-Неклюдова. – М.: АН СССР, 1960. – 262 с.
2. Финкель, В.М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В.М. Финкель, В.А. Федоров, А.П. Королев. – Ростов-на-Дону. – 1990. – 172 с.
3. Косевич, А.М. Дислокации в теории упругости / А.М. Косевич. – Киев: Наук. Думка, 1978. – 220 с.
4. Косевич, А.М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А.М. Косевич, В.С. Бойко // Успехи физических наук. – 1971. – Т. 104, № 2. – С. 101–255.
5. Косевич, А.М. О дислокационной модели двойникования / А.М. Косевич, Л.А. Пастур // Физика твердого тела. – 1961. – Т.3, №4. – С. 1291–1297.
6. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел : монография / О.М. Остриков. – Гомель : Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
7. Лифшиц, И.М. О макроскопическом описании явления двойникования кристаллов / И.М. Лифшиц // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1948. – Т. 18, № 12. – С. 1134–1143.
8. Финкель, В.М. Влияние двойников на зарождение трещин в Fe+3,25%Si при интенсивном сопутствующем скольжении / В.М. Финкель, А.П. Королев, А.М. Савельев, В.А. Федоров // Физика металлов и металловедение. – 1979. – Т. 48, № 2. – С. 415–423.
9. Якутович, М.В. Форма механического двойника и причины, ее обуславливающие / М.В. Якутович, Э.С. Яковлева // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1939. – Т. 9, № 7. – С. 882–888.
10. Остриков, О.М. Закономерности слияния двойников в монокристаллах висмута / О.М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2012. – Т. 113, № 8. – С. 846–852.
11. Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степанова. – Самара: Издательство «Самарский университет», 2001. – 562 с.
12. Миркин, Л.И. Физические основы пластической деформации / Л.И. Миркин. – М.: МГУ, 1968. – 538 с.
13. Воднев, В.Т. Основные математические формулы: Справочник / В.Т. Воднев, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.
14. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

УДК 539.4:621.6

**Голубева Е.А., Аль-Абси Р.А.**

### **РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИЙ В ТРУБЕ ИЗ КОМПОЗИТОВ С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ**

*УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»*

*Гомель, Беларусь*

*Рассматривается труба из композиционных материалов под действием внутреннего давления с учетом явлений ползучести и релаксации. Необходимо определить напряженно-деформированное состояние в трубе из композитов. Создается алгоритм и строится математическая модель реализации расчета напряжений и деформаций в трубе, затем строится вычислительная программа, по которой определяется напряжение и деформации в трубе из функционально-градиентных материалов с учетом явлений ползучести и релаксации.*

**Введение.** В настоящее время широкое применение композиты получили в производстве труб и трубопроводов, в связи с этим задача расчета напряженно-

деформированного состояния труб из композитов является актуальной. Новые композиционные материалы для труб нашли широкое применение в машиностроении, строительстве, теплоэнергетике и других отраслях. При длительном действии постоянной нагрузки в элементах конструкций наблюдается развитие деформаций во времени.

**Постановка задачи.** В данной работе рассматривается труба из неоднородного материала под действием внутреннего давления с внутренним радиусом  $a$  и внешним радиусом  $R$ ;  $P$  – давление, оказанное на внутреннюю поверхность (рисунок 1):

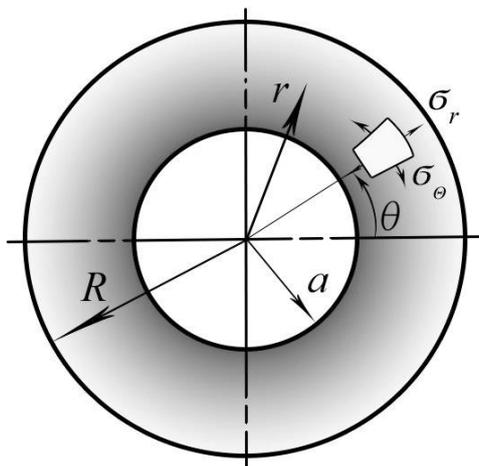


Рис. 1. Труба из неоднородного материала

Аналитические и численные решения задач. При исследовании напряженно-деформированного состояния на основании решения упругой задачи трубы из функционально-градиентного материала используем методы расчета, представленные в работе [1], в которой подробно показаны основные формулы для нахождения напряжения в зависимости от свойств материалов. При написании компьютерной программы для расчета деформаций в трубе во времени использовали [1], получили формулы для нахождения деформаций. При постановке и решения краевой задачи использовали теорию линейной вязкоупругости, дифференциальные уравнения в частных производных, численные решения краевой задачи. Функции, описывающие явления ползучести и релаксации, основанные на свойствах функции Миттаг-Леффлера, строятся по результатам экспериментов на ползучесть при постоянных напряжениях или соответственно на релаксацию при фиксированных деформациях. Для реализации расчета напряженно-деформированного состояния трубы использовали параметры различных ядер ползучести и релаксации, входящие в интегральные уравнения теории вязкоупругости с применением принципа Вольтерра. Так, деформации и перемещение в вязкоупругой задаче при действии внутреннего давления  $p(t)$  по принципу Вольтерра выражаются следующим образом:

$$\varepsilon_{\theta}(r, t) = - \frac{\left(\frac{a}{R}\right)^{1-\beta} (1+\nu)(1-2\nu)(r^{m_1-1} + r^{m_2-1})}{\left[\left(\frac{a}{R}\right)^{m_1} - \left(\frac{a}{R}\right)^{m_2}\right] \omega_1 \omega_2} \tilde{E}_0^{-1} \cdot p,$$

$$\varepsilon_r(r, t) = - \frac{\left(\frac{a}{R}\right)^{1-\beta} (1+\nu)(1-2\nu)(m_1 r^{m_1-1} \omega_2 + m_2 r^{m_2-1} \omega_1)}{\left(\left(\frac{a}{R}\right)^{m_1} - \left(\frac{a}{R}\right)^{m_2}\right) \omega_1 \omega_2} \tilde{E}_0^{-1} \cdot p,$$

$$u(r, t) = - \frac{\left(\frac{a}{R}\right)^{1-\beta} (1+\nu)(1-2\nu)(r^{m_1} \omega_2 + r^{m_2} \omega_1)}{\left(\left(\frac{a}{R}\right)^{m_1} - \left(\frac{a}{R}\right)^{m_2}\right) \omega_1 \omega_2} \tilde{E}_0^{-1} \cdot p,$$

здесь оператор  $\hat{E}_0^{-1} \cdot 1 = \frac{1}{E_0} \left[ 1 + \int_0^t K(t-\tau) d\tau \right]$  действует на функцию давления  $p(t)$ . Здесь введены обозначения  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_r$  и  $u$  – деформации и перемещение,  $K(t-\tau)$ ,  $R(t-\tau)$  – функция влияния (ядро ползучести, ядро релаксации),  $E$  – модуль упругости,  $t$  – время наблюдения.

Ядра ползучести и релаксации связаны между собой интегральным соотношением, характеризуют основные механические свойства вязкоупругих материалов и входят в определяющие уравнения, устанавливающие зависимость между напряжениями, деформациями и временем.

В данной работе использовали обобщенные ядра вида [2]

$$R(\tau) = A^* \tau^{\alpha-1} e^{-\lambda\tau} E_{\frac{1}{\alpha}}(\beta^* \tau^\alpha; \alpha);$$

$$K(\tau) = A^* \tau^{\alpha-1} e^{-\lambda\tau} E_{\frac{1}{\alpha}}(\beta \tau^\alpha; \alpha),$$

в которые входит функция типа Миттаг-Леффлера  $E_p(x, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{\Gamma(\mu + k\rho^{-1})}$ , где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция;  $\mu$  – произвольный параметр  $A^*$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$  – реологические параметры.

Приведем основные аналитические зависимости, которые необходимы для дальнейших расчетов. Входящие в физические зависимости интегралы вычисляются через сумму гамма функций для случая,  $\sigma(t)$ ,  $\varepsilon(t) - const$ .

$$\tilde{R}(\tau) = \int_0^\tau R(s) ds = \frac{A^*}{\beta^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta^*}{\lambda^\alpha}\right) \frac{\gamma(\alpha n, \lambda\tau)}{\Gamma(\alpha n)},$$

$$\tilde{K}(\tau) = \int_0^\tau K(s) ds = \frac{A^*}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta}{\lambda^\alpha}\right) \frac{\gamma(\alpha n, \lambda\tau)}{\Gamma(\alpha n)}.$$

При вычислении интегралов можно пользоваться конечной суммой до  $k$ -го члена. Из выше приведенных формул, учитывая  $(\beta^* = \beta - A^*)$  при  $\tau \rightarrow \infty$  имеем

$$\int_0^{\infty} R(s) ds = \frac{A^*}{\beta^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\beta^*}{\lambda^*} \right)^n = \frac{A^*}{\lambda^\alpha - \beta^*} = \frac{A^*}{\lambda^\alpha - (\beta - A^*)},$$

$$\int_0^{\infty} K(s) ds = \frac{A^*}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\beta}{\lambda^\alpha} \right)^n = \frac{A^*}{\lambda^\alpha - \beta}.$$

Используя источник [2], рассмотрим различные случаи загрузки материала:

– нагрузка постоянная  $\sigma(t) = \sigma_0 = const$ , в этом случае закон деформирования можно выразить следующим образом:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[ 1 + \int_0^t k(t-\tau) d\tau \right].$$

Используя значение интеграла  $\int_0^t k(\tau) d\tau$ , получаем

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[ 1 + \frac{A^*}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\beta}{\lambda^\alpha} \right)^n \frac{\gamma(\alpha n, \lambda t)}{\Gamma(\alpha n)} \right].$$

– при времени  $t \rightarrow \infty$  деформация асимптотически приближается к значению

$$\varepsilon_\infty = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[ 1 + \int_0^t k(\tau) d\tau \right] = \frac{P_0}{E_0} \left[ 1 + \frac{A^*}{\lambda^\alpha - \beta} \right],$$

где  $A^* = A\Gamma(\alpha)$ ,  $\Gamma(x)$  – гамма-функция Эйлера,  $\alpha, \beta$  – параметры ядра.

**Результаты.** Были рассмотрены различные примеры расчета напряжения, а также был разработан алгоритм и создана программа в среде Delphi, которая реализовывает расчет напряженно-деформированного состояния в трубе из композитов для упругой задачи. На рисунке 2 изображено окно ввода исходных данных. После нажатия клавиши вычислить, программа, по заранее определенному алгоритму, считает коэффициенты А и В и строит графики распределения напряжения и перемещения в цилиндрической трубе (рисунок 3). Тестирование программы осуществлялось в сравнении с результатами других исследователей, полученных при расчете напряжения и деформации в трубе из композиционных материалов.

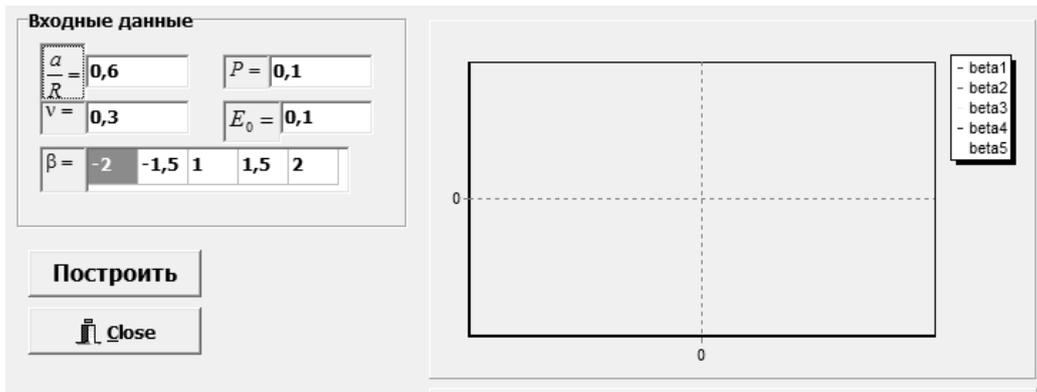


Рис. 2. Главное окно программы

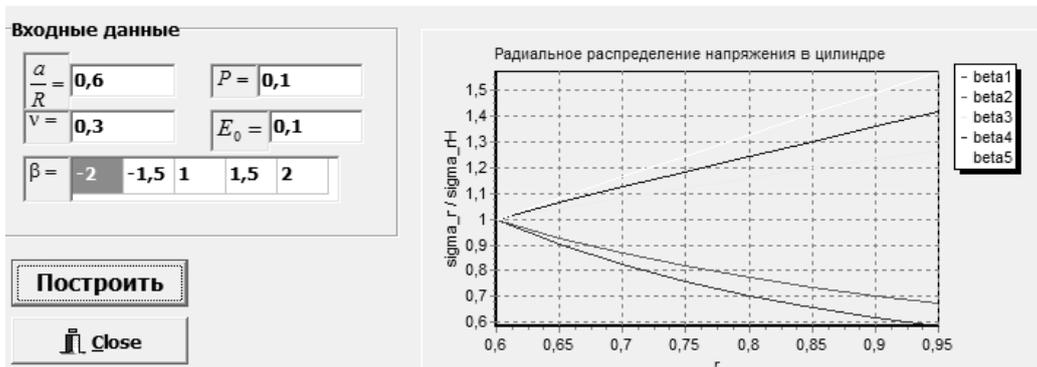


Рис. 3. Результаты расчетов и графики распределения напряжения и перемещения в трубе

На основании решения упругой задачи для неоднородной трубы было построено решение для вязкоупругого случая, в котором характеристики трубы изменяются во времени. Результаты для вязкоупругой задачи представлены на рисунке 4 и созданы в среде Mathcad с использованием слабосингулярного ядра Ржаницына-Колтунова при  $\delta^* = 0$  в виде графиков, берем  $R(t) = Ae^{-\lambda t} t^{\alpha-1}$  и резольвенту  $K(t) = At^{-1} e^{-\lambda t} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A\Gamma(\alpha)t^{\alpha}}{\Gamma(i\alpha)} \right]$ , где  $\Gamma(\alpha)$  – гамма-функция,  $A = 0,015$ ,  $\lambda = 0,05$ ,  $\alpha = 0,075$  определялись с помощью обработки результатов эксперимента по методу наименьших квадратов.

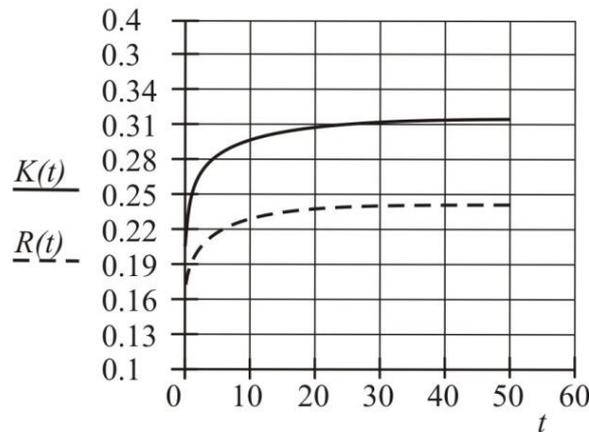


Рис. 4. Результаты расчета и графики параметров ядра Ржаницына-Колтунова и его резольвент

**Выводы.** Предложены математические модели расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб с учетом явлений ползучести и релаксации. Экспериментальные исследования подтверждают достоверность предложенных теоретических зависимостей для определения параметров ядра Ржаницына-Колтунова и его резольвент. Разработанная методика позволяет исследовать и создавать методы для реализации расчета напряженно-деформированного состояния труб из композиционных материалов, а также определять их физико-механические свойства. Предлагаемые подходы могут быть использованы в теплоэнергетике, а также машиностроении и других конструкциях из композитов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Tutuncu, N Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels / N. Tutuncu, M. Ozturk Composites: Part B 32, 2001. – P. 683-686.
2. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский – Мн., 1988. – 271 с.

УДК 539.3/8

**Хмелев А.А., Реут Л.Е., Кардович Н.Б., Богинская Т.Ф.**

### **АНАЛИЗ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛОЩАДКИ ТЕКУЧЕСТИ НА ДИАГРАММЕ РАСТЯЖЕНИЯ МЯГКОЙ СТАЛИ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Рассмотрен вопрос растяжения элементов из низкоуглеродистой стали и исследовано энергетическое состояние материала на момент возникновения пластических деформаций, соответствующий образованию площадки текучести на диаграмме растяжения. Установлено, что энергетическим источником, вызывающим сдвиг и пластическое течение металла, является потенциальная энергия деформации, накопленная материалом на стадии упругого деформирования, которая частично или полностью расходуется на процесс пластического формоизменения. На основании закона сохранения и принципа минимума потенциальной энергии получены расчетные значения для касательных напряжений, соответствующих предельному состоянию материала при сдвиге.*

При испытании материалов на растяжение в момент, когда в металле возникает текучесть и пластические деформации охватывают весь объем образца, на диаграмме растяжения появляется участок, параллельный оси абсцисс, называемый площадкой текучести. Этот участок показывает, что при возникновении текучести пластическое удлинение образца происходит практически при неизменной нагрузке, т.е. процесс происходит самопроизвольно и не требует каких-либо дополнительных усилий. Согласно металлографическим исследованиям, механизм возникновения и развития пластических деформаций одинаков для всех материалов, однако диаграммы растяжения с явно выраженной площадкой текучести свойственны далеко не всем, даже высокопластичным металлам. Она проявляется только при растяжении железа, мягких углеродистых сталей марок Ст2 и Ст3, латуней, отдельных видов отожженных марганцовистых и алюминиевых бронз, а также некоторых других материалов.

Возникновение площадки текучести, соответствующей удлинению растягиваемого образца без увеличения растягивающей силы, противоречит основным законам механики, поскольку для увеличения размеров любого элемента должна быть затрачена работа, которую способна выполнить только внешняя сила.

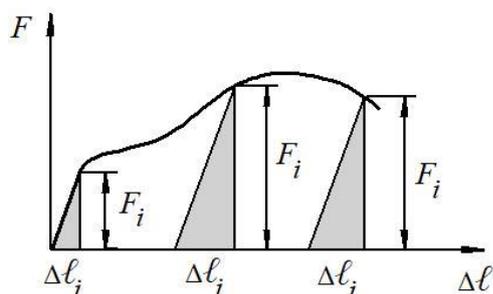


Рис. 1. Классическая диаграмма растяжения пластичного материала

При деформировании за предел текучести полную работу внешних сил можно рассматривать как сумму работ, затраченных на упругую и пластическую деформации, так как пластические деформации всегда сопровождаются упругими, которые по мере нагружения продолжают расти и накапливаться в материале. Это так называемый закон наличия упругой деформации при пластическом деформировании [1]. Однако накопление энергии, способной после разгрузки совершить работу, происходит только на упругих деформациях, так как они являются обратимыми и энергия после их исчезновения может быть возвращена. Работа же внешних сил, затраченная на пластическую деформацию необратима, она идет на увеличение внутренней энергии пластически деформированного тела, что проявляется, например, в повышении его температуры, но эта энергия не накапливается и не способна совершить работу при разгрузке. Поэтому величина накопленной потенциальной энергии ( $U$ ), даже при наличии в материале пластически деформированных зон, определяться только работой сил, затраченной на упругие деформации ( $A_{уп}$ ), и в каждый момент нагружения согласно закону разгрузки вычисляется как площадь треугольника на диаграмме растяжения (рис. 1):

$$A_{уп} = U = \frac{F_i \cdot \Delta l_i}{2}. \quad (1)$$

При этом, с возрастанием силового воздействия приращение возможной работы деформирования, а значит, и накапливаемой в образце потенциальной энергии оценивается уравнением:

$$dU = dF \cdot d\Delta, \quad (2)$$

где  $dU$  – приращение поглощенной энергии;

$dF$  – приращение растягивающей силы;

$d\Delta$  – приращение упругой деформации.

Формула (1) справедлива для любой точки диаграммы, однако на участке текучести, приращение силы  $dF = 0$ , и как следует из выражения (2),  $dU$  также равно нулю. Это означает, что на площадке текучести накопление энергии и упругое удлинение образца отсутствуют, однако происходит увеличение его длины за счет пластического течения, что требует наличия некоего источника энергии, выполняющего эту работу.

В существующей литературе по механике твердых деформируемых тел вопрос возникновения площадки текучести на диаграмме растяжения некоторых пластичных материалов, механизме образования и закономерности протекающих здесь процессов изучен недостаточно полно и математически не описан.

Цель настоящей работы – теоретически объяснить сущность данного явления.

Согласно атомическому строению материалов атомы в твердых телах удерживаются друг относительно друга на расстоянии, определяемом электростатическим силовым взаимодействием между ними, т.е. равенством сил притяжения и сил отталкивания, что соответствует минимуму потенциальной энергии. При приложении внешней

нагрузки межатомные расстояния изменяются и нарушается соотношение между силами взаимодействия: при удалении частиц друг от друга (при растяжении) сила притяжения превышает силу отталкивания, при сближении (сжатии) наоборот, что для сохранения равновесия требует приложения внешних сил соответствующего направления. Этот процесс, происходящий между двумя атомами, является намного более сложным в поликристаллических материалах (металлах), где взаимодействие происходит в трехмерном пространстве, но в любом материале и при любых условиях нагружения внешние силы уравниваются силами межатомного взаимодействия, стремящимися вернуть структуру в состояние минимума потенциальной энергии. Вследствие этих смещений, если они не превышают межатомных расстояний, возникает упругая деформация и потенциальная энергия тела возрастает. Однако достигнув определенной величины, эта энергия позволяет атомам получать большие смещения и занимать новые положения устойчивого равновесия, уменьшая тем самым внутреннюю энергию тела. Эти смещения, происходящие как внутри зерен, так и по их границам, необратимы, после разгрузки они не исчезают и создают в материале пластическую или остаточную деформацию, приводящую к необратимым изменениям геометрии деформируемого элемента. Таким образом, энергетическим источником возникновения пластических деформаций является накопленная потенциальная энергия упругих деформаций, частично или полностью расходуемая на создание необратимых изменений в материале, возникающих как вследствие внутрикристаллических (скольжение и двойникование, перемещение дислокаций и т.д.), так и межкристаллических деформационных процессов, обуславливающие пластическое течение металла [2-4]. Однако пластическая деформация происходит не сразу по всему объему, а начинается в наиболее благоприятно ориентированных («слабых») зернах, в кристаллографических плоскостях которых возникают наибольшие касательные напряжения, способные преодолеть сопротивление металлических связей и вызвать скольжение или сдвиг по данным плоскостям. Остальные зерна («сильные»), имеющие менее благоприятную ориентацию плоскостей скольжения, остаются упруго деформированными, но по мере увеличения нагрузки поворачиваются и как только касательные напряжения достигают здесь необходимой величины, в них также начинается сдвиг и пластическое течение. Таким образом формируется новая направленная структура с зернами, вытянутыми в направлении наиболее интенсивного течения металла. Анализ текстурообразования различных металлов при различных видах нагружения показывает, что текстура формируется согласно принципа самоорганизации: в ходе легкого скольжения сначала сдвиг происходит по слабым плоскостям и протекает до момента, пока их движение не становится затрудненным, а затем сдвиг активизируется в новых (неупорядоченных) плоскостях скольжения, что соответствует наименьшим энергетическим затратам, т.е. принципу наименьшей работы. Таким образом, плоскости легкого скольжения всегда стремятся повернуться в направлении действия наибольших касательных напряжений, что обеспечивает минимум энергии при пластическом формоизменении [5, 6]. При этом, вследствие различной ориентировки плоскостей скольжения, не одновременности протекания пластической деформации по объему тела и ее неоднородности, влияния дефектов структуры граничных слоев и затрудненной межкристаллитной деформации, а также вследствие упругих смещений атомов из новых положений равновесия, занятых ими при первоначальном перемещении, часть структуры материала всегда остается упруго деформированной, что объясняет закон наличия упругих деформаций при пластическом деформировании тела вплоть до его разрушения [1, 2]. А это означает, что до момента разрыва образца в нем постоянно присутствует и продолжает накапливаться потенциальная энергия деформации, величина которой по диаграмме растяжения (рис. 1) может быть вычислена по формуле (1).

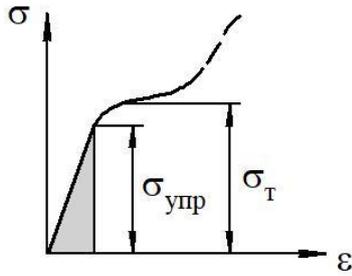


Рис 2. Стадия упругого деформирования

Рассмотрим растяжение образца из мягкой стали и механизм его разрушения как процесс, развивающийся во времени, когда на первой стадии – стадии упругого деформирования – происходит накопление (запасание) энергии деформации, а на последующих стадиях – упруго-пластическое деформирование и разрушение.

Количество энергии упругой деформации, запасенной образцом на стадии упругого деформирования, т.е. до момента наступления текучести (рис. 2), на основании формулы (1), принимая здесь  $F = \sigma A$  и  $\Delta \ell = \sigma \ell / E$ , может быть представлено в виде:

$$U = u \cdot V = \frac{\sigma_{\text{упр}}^2}{2E} \cdot V, \quad (3)$$

где  $u = \frac{\sigma_{\text{упр}}^2}{2E}$  – удельная (накопленная в единице объема) потенциальная энергия  $H \cdot \text{мм} / \text{мм}^3$ ;

$V = \ell A$  – объем образца,  $\text{мм}^3$ ;

$\sigma_{\text{упр}}$  и  $E$  – соответственно предел упругости и модуль Юнга материала, МПа.

При этом, учитывая, что значение предела упругости  $\sigma_{\text{упр}}$  мало отличается от значения предела текучести  $\sigma_{\text{T}}$  (рис. 2), при выполнении практических расчетов часто принимают  $\sigma_{\text{упр}} \approx \sigma_{\text{T}}$  [2, 5].

Известно, что при деформировании элемента происходит изменение его размеров и формы, а значит, условно можно считать, что часть работы внешних сил затрачивается на изменения объема, а часть – на изменение формы. Тогда на основании закона сохранения энергии полную удельную потенциальную энергию деформации  $u_{\text{полн}}$  можно также условно представить в виде двух составляющих – энергии, накопленной за счет изменения объема  $u_{\text{об}}$ , и энергии, накопленной за счет изменения формы  $u_{\text{ф}}$  (энергии формоизменения) [7]:

$$u_{\text{полн}} = u_{\text{об}} + u_{\text{ф}}, \quad (4)$$

которые при объемном напряженном состоянии вычисляются через главные нормальные напряжения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  по формулам –

$$\begin{aligned} u_{\text{полн}} &= \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]; \\ u_{\text{об}} &= \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2; \\ u_{\text{ф}} &= \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \end{aligned} \quad (5)$$

а для случая растяжения, при котором  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , принимают вид

$$u_{\text{полн}} = \frac{\sigma_1^2}{2E}; \quad u_{\text{об}} = \frac{1-2\mu}{6E} \sigma_1^2; \quad u_{\text{ф}} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_1^2, \quad (6)$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона материала.

При этом, как показывают расчеты (6), если принять для стали  $\mu = 0,3$ ,

$$u_{об} = \frac{1-2\mu}{6E} \sigma_1^2 = 0,07 \frac{\sigma_1^2}{E}; \quad u_{\phi} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_1^2 = 0,43 \frac{\sigma_1^2}{E}, \quad (7)$$

т.е. энергия формоизменения при растяжении значительно превышает энергию изменения объема и составляет около 90% всей потенциальной энергии, накопленной образцом.

Рассмотрим другой вид напряженного состояния – чистый сдвиг, при котором объем элемента не изменяется, а происходит только искажение его формы, поэтому согласно теории напряженного состояния, принимая для данного случая  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_1 = -\sigma_3 = \pm\tau$ , на основании формул (5) получаем:

$$u_{об} = 0; \quad u_{полн} = u_{\phi} = \frac{1+\mu}{6E} \cdot 6\tau^2 = \frac{\tau^2}{2G}, \quad (8)$$

где  $G$  – модуль сдвига материала, МПа

Пластическая деформация является предельным состоянием материала, приводящим к необратимым изменениям детали, поэтому ее рассматривают как потерю прочности или как стадию разрушения. Согласно исследованиям, пластическая деформация происходит по механизму сдвига, при этом сопутствующая ей объемная деформация в процессе текучести металла столь незначительна, что ею можно пренебречь и считать, что при пластической деформации объем тела не изменяется, т.е. действует принятый в теории пластичности закон постоянства объема [1-3]. Вследствие этого, учитывая схожесть физических эффектов, возникающих при чистом сдвиге и текучести металла, наступление и протекание пластической деформации в некотором приближении можно рассматривать как процесс, соответствующий чистому сдвигу металла в предельном состоянии, когда максимальные касательные напряжения в плоскостях скольжения достигают некоторого критического значения, т.е.

$$\tau_{max} = \tau_B, \quad (9)$$

где  $\tau_B$  – предел прочности материала на сдвиг.

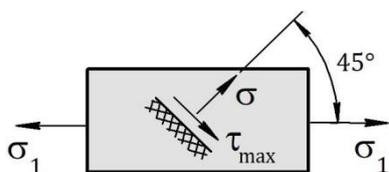


Рис. 3. Линейное напряженное состояние

При растяжении, согласно теории линейного напряженного состояния, максимальные касательные напряжения возникают в площадках, расположенных под углом  $45^\circ$  к продольной оси, т.е. к направлению действия главных напряжений  $\sigma_1$  (рис. 3), что подтверждается методами дифракционной электронной микроскопии и наблюдением линий скольжения Чернова-Людерса на поверхности образца [1].

Эти напряжения в указанных площадках согласно расчетным формулам равны  $\tau_{max} = 0,5\sigma_1$ , а в момент наступления текучести на основании III-ей теории прочности принимают значение  $\tau_{max} = 0,5\sigma_T$ .

Однако используемые здесь формулы, как и вся теория напряженного состояния, разработаны на основании классической теории упругости и, значит, справедливы только для упругого состояния материала, т.е. только в пределах упругих деформаций. Но в момент возникновения текучести физическое-механическое состояние материала

радикально изменяется, и возникающие процессы пластической деформации уже не могут быть описаны с позиции его упругих свойств и требуют принципиально других теоретических подходов.

Закономерности пластической деформации в рамках классического подхода изучены достаточно хорошо и представлены в многочисленных работах [1-5]. Принято считать, что пластические деформации при растяжении образца начинаются тогда, когда осевые растягивающие напряжения достигают предела текучести  $\sigma_T$ , при этом согласно формулам, в площадках легкого скольжения  $\tau_{\max} = 0,5\sigma_T$ . Но это соотношение весьма условно и в силу сложности реального процесса не является точным и определяющим. Однозначно верным является только то, что сдвиг как разрушение произойдет только тогда, когда в указанных (а затем и других) площадках  $\tau_{\max} = \tau_B$  (9), однако вопрос, насколько точно это соответствует полученному выше расчетному значению, остается открытым. Верным также является то, что пластическое течение всегда будет происходить по пути наименьшего сопротивления, т.е. подчиняться принципу наименьшей работы или закону минимума потенциальной энергии.

Согласно теории Губера-Мизеса, переход металлического тела из упругого состояния в пластическое начинается тогда, когда интенсивность напряжений  $\sigma_i$  достигает величины, равной напряжению текучести  $\sigma_T$  [1] –

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_T, \quad (10)$$

что при растяжении соответствует  $\sigma_i = \sigma_1 = \sigma_T$  и удельной энергии формоизменения, накопленной на момент начала пластической деформации, на основании (6) равной:

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_T^2. \quad (11)$$

Выражение (10) соответствует случаю идеальной пластичности, описываемому диаграммой Прандтля. Оно является общим условием пластичности, которое наиболее полно соответствует объемному напряженному состоянию и наилучшим образом подтверждается экспериментально. Это условие вытекает из энергетической теории наступления текучести [1,2,7], выдвинутой в 1904 г. Губером-Генке-Мизесом, согласно которой пластическая деформация начинается тогда, когда в упругом теле накопится удельная потенциальная энергия, связанная именно с изменением формы, а не объема.

Рассматривая в качестве энергетического источника возникновения пластического течения накопленную энергию упругих деформаций, причем накопленную только за счет формоизменения, и условно принимая пластическую деформацию как состояние, соответствующее чистому сдвигу металла в условиях потери прочности, приравниваем выражения (8) и (11)

$$\frac{1+\mu}{3E} \sigma_T^2 = \frac{\tau_{\max}^2}{2G} \quad (12)$$

и, учитывая связь между тремя постоянными упругости  $G = E/2(1+\mu)$ , определяем величину максимальных касательных напряжений, соответствующих началу сдвига:

$$\tau_{\max} = \sigma_T \sqrt{\frac{2(1+\mu)}{3E}} \cdot G = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \approx 0,58\sigma_T. \quad (13)$$

Если предположить, что на процесс пластической деформации расходуется полная удельная энергия упругой деформации, накопленная на момент наступления текучести, и принимая для этого момента  $\sigma_1 \approx \sigma_T$ , то на основании выражений (6) и (8) получаем:

$$\frac{\sigma_T^2}{2E} = \frac{\tau_{\max}^2}{2G}, \quad (14)$$

откуда, учитывая, что  $G = E/2(1 + \mu)$ , максимальные касательные напряжения, равны:

$$\tau_{\max} = \sigma_T \sqrt{\frac{G}{E}} = \sigma_T \sqrt{\frac{1}{2(1 + \mu)}}. \quad (15)$$

Как было сказано выше, в состоянии текучести пластические деформации металла значительно превышают объемную упругую деформацию, поэтому на данной стадии деформирования изменением объема пренебрегают и, следовательно, материал можно рассматривать как несжимаемый, принимая для него  $\mu = 0,5$ . Это подтверждается лабораторными исследованиями, согласно которым в пределах упругих деформаций до предела упругости коэффициент Пуассона является величиной постоянной, а далее, с момента начала текучести, он приближается к значению 0,5 [3]. Подставив  $\mu = 0,5$  в выражение (15), мы получаем:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \approx 0,58\sigma_T, \quad (16)$$

что полностью соответствует формуле (13), представленной выше.

Таким образом, максимальные касательные напряжения, полученные по формулам (13) и (14) и рассчитанные в теории упругости для линейного напряженного состояния, мало отличаются друг от друга и находятся в пределах:  $0,5\sigma_T \leq \tau_{\max} \leq 0,58\sigma_T$ . Однако, как показывают экспериментальные исследования, касательные напряжения, соответствующие началу пластического сдвига, составляют  $\tau_{\max} = (0,5...0,6)\sigma_T$  [2, 5]. Соответствие результатов эксперимента и теоретических расчетов, основанных на энергетических характеристиках процесса пластической деформации, возникающей и протекающей в области площадки текучести, подтверждает справедливость закона сохранения энергии и минимума потенциальной энергии при разрушении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением/ М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. Рыбин, В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов./ В.В. Рыбин. – М.: Металлургиздат, 1986. – 224 с.
3. Хоникомб, Р. Пластическая деформация металлов/ Р. Хоникомб. – М.: Мир, 1972. – 408 с.
4. Хирт, Дж. Теория дислокаций. Пер. с англ./Дж. Хирт, И. Лоте. – М.: Атомиздат, 1972. – 600с.

5. Колбасников, Н.Г. Теория обработки металлов давлением. Физические основы прочности и пластичности металлов / Н.Г. Колбасников. – Санкт-Петербург: изд. СПбГПУ, 2004. – 268 с.

6. Гутман, Э.М. Механохимия металлов и защита от коррозии / Э.М. Гутман. – М.: Металлургия, 1981. – 270 с.

7. Дарков, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – М.: Высшая школа, 1969. – 734 с.

## REFERATS

### MECHANICAL ENGINEERING TECHNOLOGY

UDC 621.941

Adamenko V.M., Mrochek J.A., Kruchok S.L.

#### TECHNOLOGICAL PRINCIPLES OF USING RESIDUAL HEAT IN PRODUCING INTERMEDIATE PRODUCTS IN MACHINE-ENGINEERING

A methodical approach to the use of residual heat in the manufacture of workpieces of parts is considered, the device design for implementing the proposed method is proposed.

UDC 621.9.047.7

Alekseev Yu.G., Korolyov A.Yu., Minchenya V.T., Niss V.S.

#### TECHNOLOGY OF THE CONICAL SURFACES ON SMALL DIAMETER PRODUCTS BY DIMENSIONAL ELECTROLYTE-PLASMA TREATMENT

New method based on the dimensional electrolyte-plasma treatment (EPT) has developed to solve the problem of forming conical surfaces of small diameter. The method consists in the gradual uninterrupted extraction of the initial cylindrical workpiece from the electrolyte at a variable velocity. The characteristics of metal removal velocity during the formation of conical surfaces by the dimensional EPT were investigated. The technique for calculating the regularity of extension the cylindrical workpiece from an electrolyte was developed to manufacture a conical surface with the required parameters which take into account the diameter of the workpiece and the technological parameters of EPT. The processes of forming conical surfaces of dental handpieces with a diameter of 0,2 – 1,0 mm and the length of the working part of 14 – 21 mm, used for ultrasonic sealing the filling material when filling tooth root canals was developed on the base of results of the research.

UDC 6.21.81: 658

Belyaev H.Ya., Shkin N.V., Krutev R.I.

#### DIMENSIONAL ANALYSIS OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS FLANGE PROCESSING FOR EXCENTRICITIES

The main geometric parameter of a cylindrical surface is its diameter. However, if you have multiple cylindrical surfaces, it cannot fully describe the geometry of the part. It is necessary to know the mutual arrangement of surfaces. Geometrically, this can be expressed through eccentricities. Determining the calculated values of eccentric cylindrical surfaces is a complex task. In this paper, the basic features of the calculation of the eccentricities of the surfaces of the flange type graph-analytical method.

UDC 621.923.74-233-025.13

Belyaeva H.I.

#### DETERMINATION OF FORCES ON THE SPINDLE OF THE MACHINE IN THE FINISHING OF PLANES

The work deals with the features of calculating the force acting on the spindle of the machine when fine-tuning flat surfaces, depending on the maximum allowable specific pressure on the lapping of the contact area of the grit with the surface being treated and the processing conditions.

UDC 674.023

Dechko E.M., Gustjov P.V.

#### THE CONSTRUCTION OF THE SAWS THIFS

Various constructions of saws and the band saws machines open the possibility implement different technologies into to concrete production conditions.

UDC 621.923.4

Zhigalov A.N., Sheleg V.K.

#### STUDY OF THE INFLUENCE OF AERODYNAMIC RESISTANCE HARDENING CARBIDE TOOLS IN INTERRUPTED CUTS

Features of influence and the big importance of a shock load are considered at faltering cutting (face milling) on stability of the hard tool. Efficiency of increase of stability in 2 ... 3,5 times of the hard tool working with shock loads, processed by a method aerodynamic hardening is shown (AEDH). The effect from the AEDH is reached due to influence of sound waves on structure of firm alloys therefore there is a crushing carbide phases and their redistribution, reduction of dispositions of internal structure, due to self-organizing at a level of a crystal bar transition from chaotic movement of fluctuations and their chaotic condition to the new order is provided, allowing to improve parameters of structure for the set operating conditions. It is experimentally established, that hard plates T5K10, T15K6, strengthened by a method to the AEDH, at faltering cutting steel 45 provide increase of wear resistance in comparison with not strengthened on 30–51 %, and at 2 impacts in a bookmark on 38 – 51 %, and at 10-ти impacts – on 30–31 %. Influence of a method to the AEDH for more "viscous" alloys is revealed, that, capable to maintain a greater shock load, greater, than for alloys with lower characteristics on impact strength. So, for alloy BK8 capable well to hold shock loads, the effect of increase of stability from hardening to the AEDH makes 285 %. As the method to the AEDH significantly expands technological possibilities hard plates it is recommended to conduct processing hard the plates strengthened to the AEDH, at faltering cutting at heavier, with availability of a plenty of impacts, conditions at which the manufacturer of plates does not recommend their application.

UDC 621.88

Kalinichenko M.L., Slutskii A.G., Kalinichenko U.A.

#### THE INFLUENCE OF SHOT PEENING AND WATER ON THE ADHESION STRENGTH OF VARIOUS COMPOUNDS OF THE METALS

Currently being developed by a growing number of fundamentally new, including composite materials and compositions on their basis. The method of attachment of these materials with each other more often occurs with adhesives, because it's easier, more efficient and allow to combine different composition and elastic modulus of materials. The paper presents experimental data on the evaluation of the properties of various types of steel in normal conditions and under artificial aging.

UDC 621.002

Kane M.M.

#### CHARACTERISTICS OF THE PROCESSES OF GEAR CUTTING OF CYLINDRICAL GEARS AS RANDOM

In the article requirements to characteristics of random processes shown by statistical methods of modeling these processes are given. With respect to the processes of gear cutting of cylindrical gears, a classification of these characteristics is given. The results of studying such characteristics of processes as the distribution laws, stationarity and ergodicity of the accuracy parameters of the teeth of cylindrical gears during their gear milling by a worm cutter and gearing in various conditions are presented.

UDC 6.21.81:658

Kosolapov I.Yu., Belyaeva H.I.

#### DIMENSIONAL ANALYSIS OF THE PROCESS OF PROCESSING THE SHAFT IN LINEAR DIMENSIONS

Correct and reasonable determination of middle and final batches and tolerances for his for security production it's the main task batch analysis technical process. Very important this for liners dimensions. Linear dimension this is linear which connects non single security's opposing sides.

UDC 6.21.81:658.512

Kryzhchenko A.P., Belyaev H.Ya.

#### THE DIMENSIONAL ANALYSIS OF TECHNOLOGICAL PROCESSING OF THE PINION-SHAFT IN THE LINEAR DIMENSIONS

A dimensional analysis of technological processes allows at the stage of technological designing to solve to most important problems leading to significant savings in material expenses for manufacture with the improvement of quality of designed technological processes and the product in general.

This article reflects the dimensional analysis of the pinion-shaft using graph theory. The most typical problem dimensional analysis of the technological process in linear dimensions and the example of its solutions. During the analysis inter-operational sizes, sizes of allowances and blanks, tolerances, and deviations of all the above-listed sizes are determined.

UDC 621.793

Miranovich A.V., Mrochek Zh.A., Kaliev B.K.

#### PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF DEFINITION OF RESIDUAL PRESSURE IN SYSTEM A MULTILAYER COVERING-BASIS

In article physical and mathematical model of definition of residual pressure in system a multilayer covering-basis at electromagnetic welding of special pastes on the surface of cylindrical parts and results of numerical researches of influence of thermal stress of process and a chemical compound of composite powders on size of residual pressure are presented. Numerical studies have been verified experimentally by X-ray diffraction analysis.

UDC 621.789-977

Sakovich N.A.

#### RESEARCH OF INFLUENCE OF THERMOMECHANICAL TREATMENT ON MICROSTRUCTURE OF METAL-COVERINGS

The work presents the results of experimental studies on the effect of surface high-temperature thermomechanical treatment (SHTMT) on microstructure of metal-coverings. It is demonstrated that after the SHTMT the wear of metal coatings is reduced by a factor of two as compared with hardening.

UDC 621.923.04

Sinkevitch U.V.

#### MECHANICAL METHODS OF FINISHING AND CLEANING PROCESSING

The analysis of mechanical methods of finishing and cleaning of the surface of metal blanks is given. It is shown that when choosing a method, it is necessary to take into account numerous factors such as the configuration of the part, the requirements for quality and accuracy of the surface, the processing capacity, the physico-mechanical properties of the surface layer, the size of the allowance, the possible negative the effect of processing on the formation of a defective layer and other, in particular, the type of production and its technological capabilities.

UDC 621.794

Sinkevitch U.V.

#### CHEMICAL POLISHING OF METALS AND ALLOYS

The advantages and disadvantages of the process of chemical polishing of metals and alloys are given. Based on the analysis of literature sources, it is shown that the mechanism of chemical polishing is of an electrochemical nature, based on corrosion processes. The metal is removed by anodic dissolution of metals and alloy components by the mechanism of complex formation under conditions of diffusion limitations.

UDC 621.793

Frolov I.S., Mrochek Zh.A., Frolov Y.I.

#### MATHEMATICAL MODELING OF THE THERMOPHYSICAL INTERACTION OF THE COATING PARTICLE WITH THE SUBSTRATE UNDER VACUUM-PLASMA FORMATION OF COATINGS

A mathematical formulation of the problem of the thermophysical interaction of a vacuum-plasma coating particle with a substrate is presented. The solution of this problem was made using Goodman's integral method with the assumption of one-sided crystallization of the coating particle due to heat transfer to the substrate. Dependences of the temperature distribution in the substrate-coating system under vacuum-plasma spraying are obtained.

UDC 621.791.72

Sheleg V.K., Kardapolova M.A., Lucko N.I., Lapkovsky A.S.

#### ESPECIALLY WEAR MULTIMODAL COATINGS RECEIVED BY LASER CLADDING AND COMBINED METHODS

The possibility multimodal coatings forming from dissimilar materials are shown by the methods of laser cladding and plasma spraying. The wear resistance of multimodal coatings are investigated in comparison with the wear resistance of self-fluxing nickel-base alloy. The advantages of multimodal coatings are established.

UDC 621.791.052

Sheleg V.K., Latypova E.Yu, Tsumarev Y.A., Sinitsa A.N., Tsyrukunov V.A.

#### NEW CHEAP DESIGN OF CARBON AND UNILATERAL CONNECTIONS

The analysis of the stress state of unilateral T-type compounds of the type T6 and T7 is carried out. It has been established that, to ensure maximum load-bearing capacity, a T6 joint should not have a protruding part at the weld that connects the wall to the belt. The design of a two-seam T-joint with a composite belt is proposed. This will allow welding with good access to the top of the seam at small bevel angles. A condition is provided in which a weld metal volume is provided that is smaller than a standard T6 type connection. The recommendations for limiting the horizontal leg of the joint are outlined. Its value should be equal to the horizontal leg of the protruding part of the main seam.

## SCIENCE OF MACHINES

UDC 60.001.11:531.8

Ausiyevich A.M, Kudin V.V., Dounar S.S., Kachanau I.V., Samoila I.R.

### THE DETERMINING OF STIFFNESS AND DISSIPATIVE PARAMETRES OF UNITS IN COMPLICATED TECHNICAL SYSTEMS

The paper presents approaches to the determining of the stiffness and dissipative properties of mechanical systems, which combine the elements with different properties and characteristics. It is shown that the solution of such problems for complicated systems can be based on the totality of the traditional theoretical approaches, usage the modern experimental techniques and operational method using dynamic transfer functions.

UDC 621.833

Vasilenok V. D., Birich V.V.

### DULLING OF THE LONGITUDINAL EDGES OF THE TEETH

The problem of geometric calculation is solved. Dulling of the longitudinal edges of the teeth of another circle.

UDC 629.113.073

Hurvich Y.A.

### THE CHOICE OF TRANSPORT VEHICLES PARAMETERS OPTIMIZATION BY MEANS OF THE NET-POINT METHOD

The article shows that the task of criteria choice, the development of methodology and complex of programs of transport vehicles parameters multiple criteria optimization in the whole speed range must be solved with the random search methods. By means of the Monte-Carlo and LP<sub>r</sub>-sequence methods a minimal number of computational procedures are carried out as a result of all parameters values variation in comparison to the net-point method.

The results of the given research should be introduced into the courses of lectures and practical training for students and cadets of the technical higher educational establishments.

UDC 629.113.073:515.18(075.8)

Hurvich Y.A., Karytka L.S.

### MULTICRITERIA CONSTRUCTION OF AXONOMETRIC PROJECTIONS

This article describes the Multicriteria construction of axonometric of various bodies.

UDC 629.113.073

Hurvich Y.A.

### THE JUSTIFICATION OF METHODOLOGY AND SOFTWARE TOOL OF DIFFERENT CONSTRUCTIONS' PARAMETERS MULTICRITERIA OPTIMIZATION OF FREIGHT VEHICLES SERIES STEERING TRAPEZIUM

This article deals with the justification of each vehicle's part used by the methodology and software tool of different constructions' parameters multicriteria optimization of freight vehicles series steering trapezium. It is necessary to use the justification, methodology, and software tool in the educational process of high educational institutions.

UDC 621.91.04

Danilov V.A.

### METHODICAL ASPECTS OF FUNCTIONAL DESIGN FORMING SYSTEMS OF MACHINE EQUIPMENT FOR PROCESSING OF COMPLEX SURFACES

Universal ways of rational construction of the kinematics of the forming systems of machine tools for processing complex surfaces are considered. The ways of intensification of processing methods, realized at functional designing of the machine tool are reflected. The importance of different levels of functional design in the development of the forming system is shown. A justified sequence of synthesis of its kinematics is presented.

UDC 621.9.011:517.962.1

Dounar S.S.

#### FEA EVALUATION OF OUTER STEEL-CONCRETE REINFORCEMENT CONCEPT FOR COLUMNS OF LARGE MACHINE TOOLS

Outer steel-concrete reinforcement concept (OSCR) is proposed for machine tool columns and stands. Concept consist of ribs transposition from column inner surface to outer one, then filling newly created caissons with concrete (polymer concrete). It is workable for welded steel columns. Concept evaluated by FEA simulation for large milling-drilling-boring machine of «Travelling column» type.

Static, modal and harmonic modeling is provided. Variants with single and double column are tested. As for statics, outer caissons concreting (OCC) technique is bringing rigidity growth in 1.83 times for steel column. Torsional column resonance (32 – 56 Hz) is most dangerous for dynamics area. Proposed OCC technique alleviates resonance peak, but only at 1.53 times. It is insufficient for stable cutting at near resonance frequencies.

“All resonances allowance” approach is discussed as goal for machining frequencies interval (from 0 to ~100 Hz). Double column composition and OCC are necessary to comply it. It gains dynamical rigidity higher than 28.5 N/μm. Self-oscillations and cutting instability are prevented. OSCR concept is recommended as inexpensive way to ensure machine tool tranquil and precise cutting. Outer caissons concreting, implied inside OSCR concept, is appropriate as for welded steel so for cast iron columns.

UDC 621.9.011:517.962.1

Dounar S.S., Yakimovitch A.M., Azhar A.U., Kuchynskaya N.A.

#### FEA ANALYSIS OF HEAVY LATHE SUPPORT RIGIDITY FOR STATIC AND DYNAMICS

FEA-simulation is provided for huge lathe support. Support possesses five degrees of freedom and is massive towering structural part. Support modelling was provided due to lathe renovation expected with centerline rising. Carriage and slider position inside support (inner coordinates) were varied so as materials applied. Testing loading was exerted along all projections of cutting force. Static, modal and harmonic FEA analyses were proceeded. Single resonance of support was stated as dangerous. It is swaying in the transversal direction. In ner coordinates affect seigen mode frequency (from 60 to 90 Hz) so support rigidity. This one changes from 344 N/μm in static to only 20 N/μmin dynamics.

Support design possesses rigidity potential. Tool rising is allowable. Small crossing between different axis is positive feature. Maximal rigidity is reached near center positions of carriage and slider. Conjunction of big longitudinal and transversal tool booms is not appropriate for self-oscillation reason. Change from cast iron to steel is permissible. At the same time polymer concrete filling is desirable for basement underneath of support.

UDC 60.001.11:531.8

Kudin V.V., Ausiyevich A.M, Kachanau I.V., Pronkevich S.A., Samoilau I.R., Kruhlikau A.A.

#### METHODS OF STUDY OF VIBRATION ACTIVITY ON THE BASIS OF MATHEMATICAL MODEL OF TECHNOLOGICAL COMPLEX SYSTEM AND EXAMPLE OF ITS IMPLEMENTATION

The paper presents approaches to the determining of the stiffness and dissipative properties of mechanical systems, which combine the elements with different properties and characteristics. It is shown that the solution of such problems for complicated systems can be based

UDC 621.91.04

Panteleyenko F.I., Danilov A.A.

#### ANALYSIS AND IMPLEMENTATION OF SCHEMES FOR THE FORMATION OF THE SURFACE PROFILE IN THE FORM OF A RELO TRIANGLE BY THE METHOD OF CONTINUOUS TRACK

The schemes of non-circular, circular, and polygon forming a surface profile in the form of a Relo triangle are considered. The ways of implementation of these schemes when machining non-circular surfaces by cutting and surface plastic deformation are installed. The efficiency of the circular turning of parts multiblade cutting tool in the propulsion to it the main movement is shown. Geometric and kinematic conditions of formation of the profile in the form of a Relotriangle with the polygon method are defined, and proved the possibility of this. Patterns and the range of change of work tool angles are set, the rational application field of this method of profiling is defined.

UDC 658.56.012:621(075.8)51-7

Romanchak V.M., Vasilenok V.D.

#### MODEL OF RATING OF NON PHYSICAL QUANTITY

Physical quantities are distinguished from non-physical quantities the method of measurement. In addition, when measuring physical quantities, the concept of identical objects is considered. For example, is equally likely outcomes in classical probability theory or equality of scale interval of a measuring scale. For nonphysical size we will take measurements by subjective estimation in an order scale, but also to use an undefined notion of the sequence of equally different objects. This approach has been used successfully in some researches for subjective characteristics of the objects. For example, the sequence of stars in the sky of various brightness or levels of difficulty of the test. The numbers of members of such a sequence are called ratings. Having defined rating, it is possible to find values of size if to consider that to equally different objects there corresponds the identical result of paired comparison. As the expert compares objects, without determining the sizes of objects, it is natural to assume that the way of comparison is not known to him. It means that as mathematical model we defined an indirect way of finding of values of nonphysical size at an unknown way of comparison. Having chosen a way of comparison, each object can put number which we will call the subjective size of an object in compliance. In a metrology of ways of numerical comparison of physical quantities only two is a difference and the relation. Therefore at assessment of subjective sizes we will be limited in two ways – a difference and the relation of the sizes of sizes.

As an example of application of the theory the functional communication, between physical quantity and nonphysical size, established by empirical laws is analyzed. It is noted that Fekhner and Stephens's empirical laws use a difference or the relation of subjective sizes. But the difference or the relations of sizes can be expressed through the difference of ratings. Therefore there is an opportunity for each law to receive a ratio between the difference of ratings and physical quantity. Coincidence of two laws of Fekhner and Stephens, after transition to rating, confirms reliability of our model.

Keywords: Fekhner, Stephens's laws; utility function; fuzzy sets.

## MECHANICS OF DEFORMABLE SOLIDS

UDC 539.3

Vasilevich Yu.V., Ostrikov O.M.

### THE ROLE OF ROTATING MOMENTS IN EQUILIBRIUM RESIDUAL CLINUDID NANOTWIN

A dislocation model of a nanotwin of a wedge-shaped shape has been developed, which makes it possible to take into account the effect on the equilibrium position of the twinning dislocations of their torque. It is shown that the equilibrium conditions of the nanotwin, obtained with allowance for the torque of the twinning dislocations, do not have solutions having a physical meaning.

UDC 539.3

Vasilevich Yu.V., Ostrikov O.M.

### CONDITION OF THE EQUILIBRIUM OF THE EDGE OF A RAPID CLINUDID DOUBLE LEFT AWAY FROM THE SURFACE OF A POST-FORMATED SOLID BODY IN THE APPROXIMATION OF INFINITELY SMALL FORCES OF THE INTERNAL FRICTION

In the approximation of the smallness of the forces of internal resistance to the motion of twinning dislocations, the equilibrium condition of the twin of the wedge shape in an undeformed solid is derived. A special case of linearity of twin boundaries is considered. It is shown that one of the solutions of the equilibrium equation in this case is the vanishing of the width of the twin at the mouth.

UDC 539.4:621.6

Golubeva E.A., Al-Absi R.A.

### REALIZATION OF CALCULATION OF TENSION AND DEFORMATIONS IN THE PIPE FROM COMPOSITES TAKING INTO ACCOUNT THE PHENOMENA OF CREEP AND THE RELAXATION

The pipe from composite materials under the influence of internal pressure on account of the phenomena of creep and relaxation is considered. It is necessary to define the intense deformed state in the pipe from composites. The algorithm is created and the mathematical model of realization of calculation of tension and deformations in the pipe is built, then the computing program is created according to which tension and deformations in the pipe from functional gradient materials on account of the phenomena of creep and relaxation is considered.

UDC 539.3/8

BBK 30.121

Hmelev A.A., Reut L.E., Kardovich N.B.

### THE ANALYSIS OF FORMATION OF THE PLATFORM OF FLUIDITY ON THE DIAGRAM OF STRETCHING OF SOFT STEEL

The question of stretching of elements from low-carbon steel is considered and the power condition of material at the time of emergence of plastic deformations, corresponding to formation of the platform of fluidity on the diagram of stretching is investigated. It is established that the power source causing shift and a plastic current of metal is the potential energy of deformation which is saved up by material for stages of elastic deformation which are partially or completely spent for process of plastic forming. On the basis of conservation law and the principle of a minimum of potential energy calculated values for the tangent tension corresponding to a limit condition of material at shift are received. – Illustr. 3. Bibliogr. 7.

Научное издание

**МАШИНОСТРОЕНИЕ**

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ  
СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

**MASHINOSTROENIE**

THE REPUBLICAN INTERDEPARTMENTAL  
COLLECTION OF THE SCIENTIFIC WORKS PROCEEDINGS

Выпуск 31

Подписано в печать 22.12.2018. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 29,30. Уч.-изд. л. 11,45. Тираж 100. Заказ 681.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.