УДК 621.316.35

РАСЧЕТ СТАТИКИ ГИБКИХ ПРОВОДОВ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ СИЛАМИ

Абраменко М.В., магистрант

Научный руководитель – к.т.н., доцент Бладыко Ю.В.

Задачей механического расчета гибких проводов распределительных устройств (РУ) и воздушных линий (ВЛ) является определение стрел провеса и тяжений в различных режимах климатических воздействий. В механическом расчете гибких проводов сосредоточенные нагрузки от распорок, заградительных шаров, гирлянд изоляторов, шлейфов, отпаек к электрическим аппаратам и других элементов заменяются распределенной по пролету [1].

В существующих методах провод с равномерно распределенной нагрузкой обычно рассматривается как однородная гибкая нить, имеющая очертание параболы. Расчет такой нити производится по уравнению состояния, вывод которого основан на сравнении длин нити при разных климатических условиях и разном нагружении.

Провод с несколькими различными видами нагрузок должен рассматриваться как комбинированная, т. е. неоднородная гибкая нить, не имеющая плавного очертания параболы по всей длине пролета. Плавность очертания нарушается как в местах примыкания равномерно распределенных нагрузок разной интенсивности, так и в местах приложения сосредоточенных сил. Еще более сложное очертание кривой провисания провода получается при одновременном действии различных нагрузок в двух взаимно перпендикулярных направлениях — вертикальном и поперечном горизонтальном. Во всех таких случаях длина неоднородной нити должна определяться как сумма длин отдельных участков, на которых сохраняется очертание параболы (или условно сохраняется, например, при нагрузке от действия ветра).

Уравнение состояния провода не отличается по структуре от обычного уравнения состояния, по которому рассчитываются провода ВЛ с равномерно распределенными нагрузками. Но для того, чтобы уравнение было применимо для неоднородной нити, ее заменяют приведенной (эквивалентной) однородной нитью, что достигается путем введения приведенной (эквивалентной) равномерно распределенной по длине пролета нагрузки. Приведенная нагрузка определяется из условия равенства длины однородной нити с равномерно распределенной приведенной нагрузкой длине комбинированной нити с распределенными нагрузками разной интенсивности и в общем случае также длине нити с сосредоточенными нагрузками разной величины, приложенными в разных местах пролета.

Длина неоднородной (комбинированной) нити определяется путем интегрирования дифференциального уравнения нити по участкам. Для перехода от неоднородной нити к эквивалентной однородной при любой схеме загружения пролета определяется переходный коэффициент K, называемый коэффициентом нагрузки. Приведенная нагрузка вычисляется как произведение величины равномерно распределенной нагрузки для данного провода на коэффициент нагрузки.

Вместо, в большинстве случаев, трудоемкого непосредственного интегрирования по участкам можно воспользоваться приемом перемножения эпюр «балочных» поперечных сил – приемом Верещагина.

В статье на примере пролета без натяжных гирлянд изоляторов рассматривается действие на провод сосредоточенных нагрузок, определяется погрешность при замене сосредоточенных сил равномерно распределенной вдоль пролета нагрузкой.

Гибкая однородная нерастяжимая тяжёлая нить с закреплёнными концами в однородном гравитационном поле принимает форму цепной линии.

По уравнению цепной линии стрела провеса в середине пролета

$$f_0 = a \cdot \left[\operatorname{ch}\left(\frac{l}{2 \cdot a}\right) - 1 \right],$$

где $a = H/q$;
l – длина пролета;
H – тяжение в проводе (горизонтальная составляющая);
q – погонный вес провода.
Длина провода

$$L = 2 \cdot a \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{l}{2 \cdot a}\right).$$

Практически тот же результат дает сумма разложения гиперболической функции в степенной ряд (ряд Маклорена)

$$f_0 = \frac{l^2}{2^2 \cdot 2! \cdot a} + \frac{l^4}{2^4 \cdot 4! \cdot a^3} + \ldots = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot H} + \frac{q^3 \cdot l^4}{384 \cdot H^3} + \ldots$$

при длине провода

$$L = l + \frac{l^3}{2^2 \cdot 3! \cdot a^2} + \frac{l^5}{2^4 \cdot 5! \cdot a^4} + \ldots = l + \frac{q^2 \cdot l^3}{24 \cdot H^2} + \frac{q^4 \cdot l^5}{1920 \cdot H^4} + \ldots$$

Учитывая, что для встречающихся на практике случаях $2a >> l$, то пользуются только первым слагаемым, соответствующим представлению провода параболой:

$$f_0 = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot H},$$

что дает погрешность порядка 0,2%.
Длина провода определяется при этом как

$$L = l + \frac{q^2 \cdot l^3}{24 \cdot H^2}.$$

Стрела провеса для эквивалентного провода

$$f_0 = \frac{q \cdot l^2 \cdot K_f}{8 \cdot H},$$

где K_f – коэффициент увеличения стрелы провеса, обусловленный наличием сосредоточенных сил, гирлянд изоляторов, распорок, заградительных шаров, отпаек.
Длина эквивалентного провода определяется при этом как

$$L = l + \frac{q^2 \cdot l^3 \cdot K^2}{24 \cdot H^2}.$$

Расчетная модель пролета показана на рис.1,а.

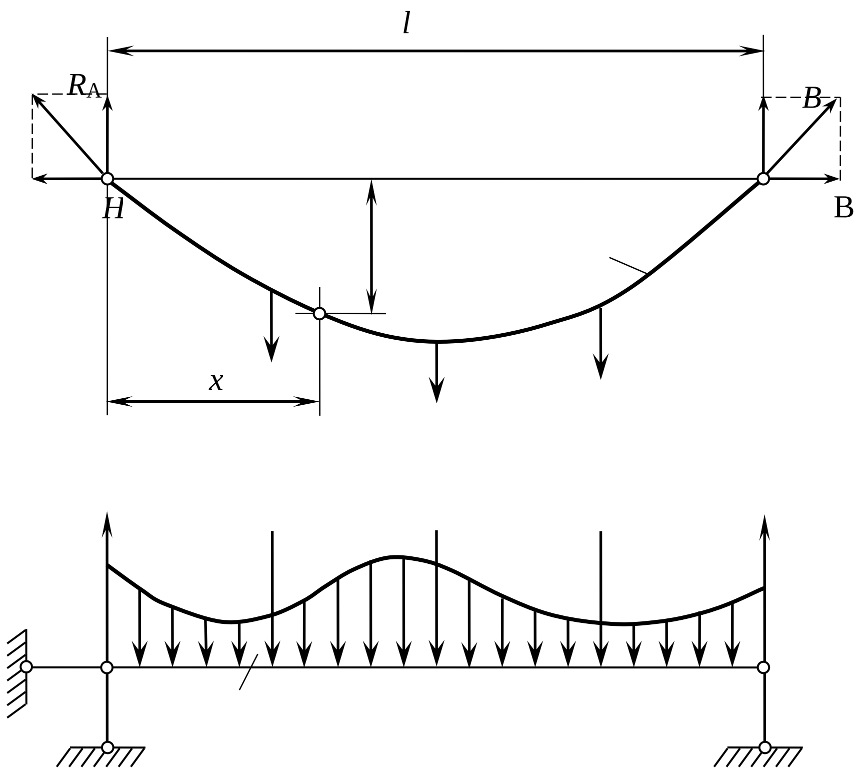

Рисунок 1. Расчетная схема пролета:
а) провод с вертикальными нагрузками, распределенными $q(x)$ и сосредоточенными P_i;
б) провод в виде простой разрезной балки с шарнирными опорами, загруженной так же, как и провод

Вертикальные реакции A и B (рис. 1, б) можно назвать балочными реакциями, как это принято, например, при определении вертикальных реакций трехшарнирной арки или вантовых систем [5].

Составим уравнение моментов относительно какого-нибудь произвольно выбранного сечения провода с координатами x и y от всех внешних сил, расположенных слева от этого сечения. Учитывая, что изгибающий момент в любом сечении провода (как гибкой нити) равен нулю, получим:

$$\sum M = Ax - \sum M_q - \sum M_P - Hy = 0,$$

где A – опорная балочная реакция;

x, y – координаты провода;

$\sum M_q$ – сумма моментов распределенных нагрузок;

$\sum M_P$ – сумма моментов сосредоточенных сил.

Алгебраическая сумма моментов вертикальных сил, входящих в это равенство, численно равна изгибающему моменту, который возник бы в простой однопролетной балке с шарнирными опорами, загруженной так же, как провод. Обозначая этот балочный изгибающий момент через $M(x)$, получим

$$y = \frac{M(x)}{H}. \tag{1}$$

Так как $M(x)$ есть переменная величина балочного изгибающего момента в зависимости от абсциссы x, то по формуле (1) может быть определена стрела провеса в любом месте пролета.

В середине пролета $x = l / 2$ и максимальная стрела провеса $f_0 = y = M(l / 2) / H$.

Приведенная (эквивалентная) нагрузка $\hat{q} = qK$.

Напряжение в проводе $\sigma = H / F$,

где F – площадь сечения провода.

Определив для всех режимов эквивалентные погонные нагрузки $\hat{q}$ и удельные $\hat{\gamma} = \hat{q}/F$, составляется уравнение состояния. При этом следует учитывать упругое и температурное удлинения провода на длине l_1. Тогда получим разность длин провода в двух режимах, из которых один исходный (с индексом 0):

$$\Delta L = \frac{\hat{\gamma}^2 l^2 l_1}{24\sigma^2} - \frac{\hat{\gamma}_0^2 l^2 l_1}{24\sigma_0^2} = \frac{l_1}{E}(\sigma - \sigma_0) + \alpha l_1 (t - t_0),$$

Откуда

$$\sigma - \frac{\hat{\gamma}^2 E l^2}{24\sigma^2} = \sigma_0 - \frac{\hat{\gamma}_0^2 E l^2}{24\sigma_0^2} - \alpha E (t - t_0), \qquad (2)$$

где $\hat{\gamma} = \gamma K$, $\hat{\gamma}_0 = \gamma_0 K_0$;

E– модуль упругости провода;

α– коэффициент температурного удлинения провода;

t – температура провода.

Уравнение состояния позволяет определить тяжение после изменения числа сосредоточенных нагрузок, например, после установки распорок, подвешивания заградительных шаров, крепления отпаек.

Коэффициент нагрузки при отсутствии натяжных гирлянд изоляторов и одинаковых высотах подвеса проводов на опорах:

$$K^2 = 1 + 12\left\{\frac{1}{Ql^2}\sum_1^n P_i a_i b_i + \frac{1}{Q^2 l^2}\left[\sum_1^n P_i^2 a_i b_i + 2\left(P_1 a_1 \sum_2^n P_i b_i + P_2 a_2 \sum_3^n P_i b_i + \ldots + P_{n-2} a_{n-2} \sum_{n-1}^n P_i b_i + P_{n-1} a_{n-1} P_n b_n\right)\right]\right\},$$

где $Q = ql$ – вес провода в пролете без учета провиса;

$a_i = li / (n + 1)$ – расстояние до опоры А i-ой сосредоточенной силы при их равномерной расстановке вдоль пролета;

$b_i = l - a_i = l(n + 1 - i) / (n + 1)$ – расстояние до опоры В i-ой сосредоточенной силы;

$P_i = P / n$ – вес i-ой сосредоточенной нагрузки;

P – суммарный вес всех сосредоточенных нагрузок;

n – число сосредоточенных сил в пролете.

После подстановки получим

$$K^2(n) = 1 + 12\left\{K_p \cdot \frac{(n+2)}{6\cdot(n+1)} + K_p^2\left[\frac{(n+2)}{6\cdot n\cdot(n+1)} + \frac{\left[(n-1)\cdot n + 2\cdot(n-1)\cdot(n-2) + \ldots + 6\cdot(n-2) + 2\cdot(n-1)\right]}{n^2\cdot(n+1)^2}\right]\right\},$$

после упрощения

$$K^2(n) = 1 + 2\cdot\frac{n+2}{n+1}\cdot K_P + \frac{n+2}{n}\cdot K_P^2,$$

где $K_P = P / Q$ – коэффициент сосредоточенных сил.
При большом числе сосредоточенных сил коэффициент нагрузки

$$K = \lim_{n\to\infty} K(n) = 1 + K_P. \quad (3)$$

После расчета опорных балочных реакций

$$A = B = (Q + P) / 2 = Q(1 + K_P) / 2$$

можно определить по формуле (1) максимальную стрелу провеса

$$f_0(n) = \frac{1}{H}\left[\frac{q\cdot l^2}{8} + \frac{P\cdot l}{4} - \frac{P\cdot l}{n}\cdot\sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{1}{2} - \frac{i}{n+1}\right)\right].$$

После упрощения получим

$$f_0(n) = \frac{q\cdot l^2\cdot K_f(n)}{8\cdot H},$$

где

$$K_f(n) = 1 + K_P\cdot\left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

При $n\to\infty$ провод можно считать загруженным распределенной нагрузкой $q + P / l = q(1 + K_P)$, т.е. коэффициент нагрузки равен $K = K_f(\infty) = 1 + K_P$, что подтверждает ранее полученное выражение (3).

Литература

1. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов при замене сосредоточенных сил распределенной нагрузкой / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 2. С. 97-107.