

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Гидропневмоавтоматика и гидропневмопривод»

И.А. Веренич

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
(ГИДРОДИНАМИКА)

Учебно-методическое пособие к практическим занятиям
для студентов специальности 1-36 01 07
«Гидропневмосистемы мобильных
и технологических машин»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением высших учебных
заведений Республики Беларусь по образованию в области транспорта
и транспортной деятельности*

Минск
БНТУ
2010

УДК 533.6 (075.8)

ББК 22.253

В 31

Рецензенты:

Г.П. Грибко, В.К. Недбальский

Веренич, И.А.

В 31 **Механика жидкости и газа (гидродинамика): учебно-методическое пособие к практическим занятиям по дисциплине 1-36 01 07 «Гидропневмосистемы мобильных и технологических машин» / И.А. Веренич. – Минск: БНТУ, 2010. – 77 с.**

ISBN 978-985-525-163-8.

Пособие содержит задачи и примеры их решения из разделов гидромеханики: свойства жидкостей; гидростатика; основные законы движения идеальных и вязких жидкостей и газов; уравнение Бернулли и его применение; гидравлический расчет трубопроводов; подобие гидродинамических процессов; расчет параметров пограничного слоя; струйные течения; расчет сопротивления трению при обтекании жидкостью тел различной формы. В начале разделов даются краткие сведения из теории по данному вопросу и общие методические рекомендации по решению задач. Предназначено для практических занятий, может быть использовано при выполнении курсовых работ и при подготовке к экзамену по дисциплине.

УДК 533.6 (075.8)

ББК 22.253

ISBN 978-985-525-163-8

© Веренич И.А., 2010

© БНТУ, 2010

Предисловие

Предлагаемое учебно-методическое пособие является продолжением работы [1] «Механика жидкости и газа» (Кинематика жидкости. Одномерное течение газа) и предназначено для студентов специальности 1-36 01 07 «Гидропневмосистемы транспортных и технологических машин», подготовленное в соответствии с типовой программой АТФ–19/29 тип по дисциплине «Механика жидкости и газа», утвержденной УМО вузов Республики Беларусь.

Содержание издания изложено по разделам классической гидромеханики: свойства жидкостей и газов; гидростатика; основные уравнения динамики жидкости и газа; уравнение Бернулли и его применение; гидравлический расчет трубопроводов; подобие гидродинамических процессов; струйные течения; гидродинамический пограничный слой; обтекание жидкостью тел различной формы. В начале раздела приводятся краткие теоретические сведения, затем методические рекомендации по решению задач, примеры решения задач, необходимые справочные материалы и условия задач с ответами для самостоятельной подготовки. Задачи подобраны с учетом последующего изучения студентами специальных дисциплин, а также исходя из объема учебно-методического пособия.

В основу изложения материала положен конспект лекций автора по дисциплине «Механика жидкости и газа», учебник «Техническая гидромеханика» Б.Т. Емцева, учебник «Гидромеханика» под ред. Д.Н. Попова, а также другие учебники и сборники задач, приведенные в списке использованных источников.

Пособие можно использовать на практических занятиях, при выполнении курсовой работы и при подготовке к экзамену по дисциплине.

Автор выражает благодарность коллегам по кафедре за ценные критические замечания, способствующие улучшению издания.

Введение

Механика жидкости и газа – это наука о законах равновесия и движения жидкостей, о способах применения этих законов к решению задач.

Предметом механики жидкости и газа является модель сплошной текучей среды. На жидкость могут действовать силы массовые и поверхностные. К первым относятся силы тяжести и инерции, ко вторым – силы давления и трения. Задание пяти величин: трех компонент скорости u , давления p и плотности ρ , полностью определяет состояние движущейся жидкости.

В гидродинамике различают внешние и внутренние задачи. Внешней задачей являются расчет силового взаимодействия жидкости с окружающими ее твердыми телами и определение распределения по обтекаемой поверхности касательных и нормальных напряжений. Внутренней задачей является определение взаимодействия при течении жидкости в каналах и трубопроводах. Расчет параметров потока обеих задач состоит в решении соответствующих гидродинамических уравнений или систем этих уравнений. При составлении систем уравнений гидродинамики необходимо представлять физический смысл отдельных членов уравнений и уравнений в целом, что позволит обоснованно выбрать вид уравнений и модель течения (несжимаемая или сжимаемая жидкость, невязкая или вязкая, установившееся или неустановившееся течение). Решение большого класса задач установившихся течений несжимаемой и сжимаемой жидкости основано на использовании уравнения Бернулли. Однако задачи расчета параметров неустановившегося течения жидкости, гидродинамической теории смазки, расчета пограничного слоя и другие требуют более полных математических описаний процессов, например, уравнений Навье-Стокса, Рейнольдса, Громеки-Ламба, полуэмпирической теории турбулентности или теории струй. В этом случае принимаются начальные и граничные условия, например, исходя из гипотез о касательных напряжениях и др.

1. СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Плотность ρ однородной жидкости определяется отношением

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Зависимость плотности капельной жидкости от температуры и давления определяют по формулам

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t (T - T_0)}; \quad \rho = \frac{\rho_0}{1 - \beta_p (p - p_0)}. \quad (1.1)$$

Зависимость плотности газов от температуры и давления имеет вид

$$\rho = \rho_0 \frac{p T_0}{p_0 T}. \quad (1.2)$$

Сжимаемость жидкости характеризуется модулем объемной упругости K (Па), входящим в обобщенный закон Гука:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K}, \quad (1.3)$$

где ΔV – приращение (уменьшение) объема жидкости V , обусловленное увеличением давления на Δp .

Температурное расширение определяется коэффициентом β_t , равным относительному изменению объема, при изменении температуры на 1° :

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \Delta T}. \quad (1.4)$$

Вязкость – это способность жидкости сопротивляться сдвигу. Различают динамическую μ (Па·с) и кинематическую ν ($\text{м}^2/\text{с}$) вязкости. Закон жидкостного трения Ньютона выражает зависимость касательного напряжения τ и силы вязкого трения $F_{\text{тр}}$ на площади S от динамической вязкости μ и поперечного градиента скорости du/dy :

$$\tau = \pm \mu \cdot \frac{du}{dy}; \quad F_{\text{тр}} = \tau \cdot S. \quad (1.5)$$

Кинематическая вязкость связана с динамической соотношением

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Зависимость динамической вязкости жидкости μ от температуры и давления можно оценивать по формулам:

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{-\beta_t \cdot (T - T_0)}; \quad \mu = \mu_0 \cdot e^{\beta_p \cdot (p - p_0)}, \quad (1.6)$$

где μ_0 – динамическая вязкость жидкости при температуре T_0 и давлении p_0 ; β_t – температурный коэффициент вязкости, для масел $\beta_t = (0,025 \dots 0,035) T^{-1}$; β_p – пьезокоэффициент вязкости, для минеральных масел $\beta_p = (2 \dots 3) 10^{-8} \text{ Па}^{-1}$.

Динамическая вязкость газов до 6 МПа почти не зависит от давления, а температурная зависимость динамической вязкости газов при атмосферном давлении описывается формулой Сатерленда:

$$\mu = \mu_0 \cdot \frac{273 + C}{T + C} \cdot \left(\frac{T}{273} \right)^{3/2}, \quad (1.7)$$

где μ и μ_0 – динамическая вязкость газа при температурах T и T_0 ; C – константа для конкретного газа, например, для воздуха $C = 124$; азота $C = 110$.

Для воздуха зависимость динамической вязкости μ от температуры t ($^{\circ}\text{C}$) может быть определена и по формуле

$$\mu = (1 + 0,00329 \cdot t + 0,0000017 \cdot t^2) \cdot 17,02 \cdot 10^{-6}. \quad (1.8)$$

Давлением насыщенных паров можно считать то абсолютное давление, при котором жидкость закипает при данной температуре. Минимальное абсолютное давление, при котором вещество находится в жидком состоянии, равно давлению насыщенных паров $p_{\text{н.п.}}$. *Испаряемость жидкостей* характеризуется давлением насыщенных паров в функции температуры.

Основные параметры некоторых жидкостей и газов, используемые при решении задач в данном пособии, приведены в таблицах 1.1 и 1.2.

Таблица 1.1 – Свойства некоторых жидкостей

Жидкость	Температура, $^{\circ}\text{C}$	Плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$	Вязкость кинематическая, $\text{мм}^2/\text{с}$	Изотермический объемный модуль упругости K , МПа
Бензин	20	690–780	0,4–0,5	1350
Дизельное топливо	20	830–860	2–6	1400
Керосин	20	790–860	2,5–3,0	1275
Вода дисциплированная	4	1000	1,57–1,60	2060
Спирт этиловый безводный	20	790	1,51–1,52	1275
Глицерин (безводный)	20	1260	870	4464
Масло гидравлическое МГ-15В	40	870	14–17	1360
Масло АМГ-10	50	850	10–13	1305
Масло промышленное:				
И-8А	50	900	6–8	1310
И-20А	50	890	18–22	1362
И-50А	50	900	47–55	1473
Масло турбинное ТП-22	50	900	20–24	1717

Таблица 1.2 – Свойства некоторых газов при 0 °С и давлении 0,1 МПа

Газ	Химическая формула	Плотность, кг/м ³	Показатель адиабаты $k = c_p/c_v$	Газовая постоянная R , Дж/(кг·К)	Вязкость кинематическая, мм ² /с
Азот	N ₂	1,25	1,66	208	13
Метан	CH ₄	0,72	1,3	518	114
Ацетилен	C ₂ H ₂	1,17	1,23	315	8,2
Водород	H ₂	0,09	1,4	4160	93–94
Воздух		1,29	1,4	287	13
Кислород	O ₂	1,43	1,4	261	13
Углекислый газ	CO ₂	1,98	1,29	190	7
Окись углерода	CO	1,25	1,4	248	13–14

Примеры решения задач

1.1. На рисунке 1.1 показана схема чисто сдвигового течения. Определить силу трения $F_{тр}$, действующую на площади $S = 1 \text{ м}^2$, если скорость для слоя жидкости с вязкостью $\mu = 0,4 \cdot 10^{-2} \text{ Па}\cdot\text{с}$ на высоте $h = 0,5 \text{ м}$ равна $u_1 = 50 \text{ м/с}$.

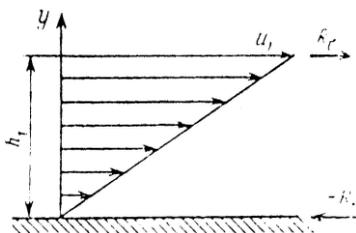


Рисунок 1.1

Решение. Используем закон жидкостного трения Ньютона $\tau = \pm \mu \cdot du/dy$. При чистом сдвиге имеет место линейный закон распределения скорости потока по сечению $u = u_1 \cdot y/h$. Сила трения

$$F_{тр} = \tau S = \mu \cdot u_1 \cdot S/h = 0,4 \cdot 10^{-2} \cdot 50/0,5 = 0,4 \text{ Н}.$$

1.2. В гидротормозе (рисунок 1.2) вращается диск с размерами $D = 200$ мм, $d = 50$ мм. Частота вращения диска $n_0 = 3000$ об/мин. Зазор между диском и корпусом гидротормоза $\delta = 0,75$ мм заполнен маслом с вязкостью $\mu = 0,15$ Па·с. Пренебрегая трением торцевой цилиндрической поверхности диска, найти момент сопротивления вращению сил трения.

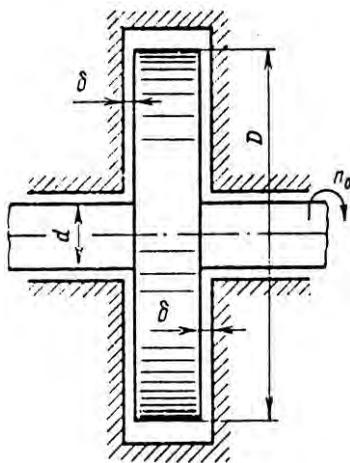


Рисунок 1.2

Решение.

$$M = \mu \cdot \frac{\pi^2}{480} \cdot \frac{n_0}{\delta} \cdot (D^4 - d^4) =$$

$$= 0,15 \frac{\pi^2}{480} \frac{3000}{0,75 \cdot 10^{-3}} (0,2^4 - 0,05^4) = 462,2 \text{ Н.}$$

Задачи

1.3. Формула для определения момента сопротивления вращению в соосном подшипнике (рисунок 1.3) имеет вид

$$M = \mu \cdot u_0 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot L / (2 \cdot \delta).$$

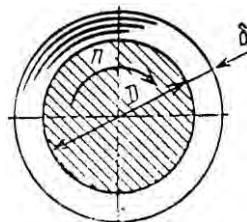


Рисунок 1.3

Известны частота вращения вала $n = 50 \text{ с}^{-1}$, радиус вала $R = 0,15$ м, ширина зазора $\delta = 1$ мм и длина подшипника $L = 0,4$ м. Как изменится момент сопротивления, если произвести замену в подшипнике масла с динамической вязкостью $\mu_1 = 0,1$ Па·с на масло с вязкостью $\mu_2 = 0,468$ Па·с?

Ответ. Момент сопротивления увеличится с $M_1 = 0,266 \cdot 10^{-3}$ Н·м до $M_2 = 1,245 \cdot 10^{-3}$ Н·м.

1.4. Канистра, заполненная бензином, нагрелась на солнце от 20 до 50 °С. Насколько повысилось бы давление бензина внутри канистры, если бы она была абсолютно жесткой и не содержала воздуха? Модуль объемной упругости бензина принять равным $K = 1350$ МПа, коэффициент температурного расширения $\beta_t = 0,0008$ 1/градус.

Ответ. На 29,4 МПа.

1.5. Определить избыточное давление на дне океана глубиной $H = 10$ км, если морскую воду плотностью $\rho = 1030$ кг/м³ считать несжимаемой. Определить плотность воды на той же глубине с учетом сжимаемости при модуле объемной упругости $K = 2000$ МПа.

Ответ. $p = 101$ МПа; $\rho = 1088$ кг/м³.

1.6. Определить кинематическую вязкость воздуха при температуре 85 °С. Плотность воздуха при 0 °С принять равной 1,293 кг/м³.

Ответ. $\nu = 22,309 \cdot 10^{-6}$ м²/с = 22,309 мм²/с.

1.7. Определить суммарную силу трения, возникающую при протягивании пластины толщиной $\delta = 1$ мм со скоростью $u = 1,2$ м/с через зазор между двумя пластинами, расположенными на расстоянии $h = 4$ мм друг от друга. Движущаяся пластина имеет площадь $S = 6$ м² и расположена на расстоянии $h_1 = 0,5$ мм от одной из неподвижных пластин. Зазор заполнен глицерином. Принять динамическую вязкость глицерина $\mu = 0,85$ Па·с.

Ответ. $F = 14690$ Н.

2. ГИДРОСТАТИКА

Гидростатика – это раздел гидромеханики, в котором изучается жидкость, находящаяся в равновесии (покое). Жидкость может находиться в механическом равновесии, не находясь при этом в тепловом равновесии. Разность температур по объему жидкости приводит к появлению в жидкости *конвекции*, т.е.

беспорядочным течениям, стремящимся перемешать жидкость, чтобы в ней установилась постоянная температура. Будем рассматривать только устойчивое механическое равновесие.

Давлением p (Па) называется отношение силы F , нормальной к поверхности площадью S . При равномерном распределении давления

$$p = F / S.$$

Если давление p отсчитывают от абсолютного нуля, то его называют *абсолютным* $p_{\text{абс}}$, а если сравнивают с атмосферным p_a , то *избыточным* $p_{\text{изб}}$:

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{изб}} + p_a.$$

Если $p_{\text{абс}} < p_a$, то имеет место *вакуум*, величина которого

$$p_{\text{вак}} = p_a - p_{\text{абс}}.$$

Давление в неподвижной жидкости называется *гидростатическим* и обладает следующими свойствами: оно всегда направлено по внутренней нормали и не зависит от ориентации площадки в пространстве.

Уравнение, выражающее гидростатическое давление p в любой точке неподвижной жидкости, когда из числа массовых сил на нее действует лишь сила тяжести, называется основным уравнением гидростатики:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h, \quad (2.1)$$

где p_0 – давление на какой-либо поверхности уровня жидкости, например, на свободной поверхности; h – глубина погружения рассматриваемой точки, отсчитанная от поверхности с давлением p_0 .

Согласно закону Паскаля, внешнее давление, приложенное к поверхности жидкости, находящейся в равновесии, переда-

ется всем точкам этой жидкости без изменения.

Сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению гидростатического давления p_c в центре тяжести стенки на площадь стенки S :

$$F = p_c \cdot S. \quad (2.2)$$

Центр давления (точка приложения силы F) расположен ниже центра тяжести стенки или совпадает с последним в случае горизонтальной стенки.

Расстояние между центром тяжести и центром давления в направлении нормали к линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью жидкости равно

$$\Delta y = \frac{J_0}{y_c \cdot S}, \quad (2.3)$$

где J_0 – момент инерции стенки относительно оси, проходящей через центр тяжести площади и параллельной линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью; y_c – координата центра тяжести площади.

Сила давления жидкости на криволинейную стенку, симметричную относительно вертикальной плоскости, складывается из горизонтальной F_{Γ} и вертикальной $F_{\text{В}}$ составляющих:

$$F = \sqrt{F_{\Gamma}^2 + F_{\text{В}}^2}. \quad (2.4)$$

Горизонтальная составляющая F_{Γ} равна силе давления жидкости на вертикальную проекцию данной стенки:

$$F_{\Gamma} = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_{\text{В}}. \quad (2.5)$$

Вертикальная составляющая $F_{\text{В}}$ равна весу жидкости в объ-

еме V , заключенном между данной стенкой, свободной поверхностью жидкости и вертикальной проецирующей поверхностью, проведенной по контуру стенки:

$$F_{\text{в}} = \rho \cdot g \cdot V . \quad (2.6)$$

Если избыточное давление p_0 на свободной поверхности жидкости отлично от нуля, то при расчете эту поверхность поднимают на высоту $\frac{p_0}{\rho g}$.

На тело, погруженное в жидкость, действует *архимедова сила*, направленная вертикально вверх и равная силе тяжести жидкости в объеме погруженной части тела (закон Архимеда).

Относительный покой жидкости – это состояние, когда жидкость находится в покое относительно стенок сосуда, движущегося поступательно с постоянным ускорением a , или в сосуде, равномерно вращающемся вокруг оси с угловой скоростью ω . В этих случаях помимо силы тяжести на жидкость действует вторая массовая сила – сила инерции переносного движения.

В сосуде, равномерно вращающемся вокруг вертикальной оси, поверхности уровня представляют собой параболоиды вращения, ось которых совпадает с осью вращения сосуда. Уравнение поверхности уровня в цилиндрических координатах имеет вид

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g} , \quad (2.7)$$

где z_0 – вертикальная координата вершины параболоида; r , z – координаты любой точки поверхности уровня.

Закон распределения давления по объему жидкости, вращающейся вместе с сосудом, выражается уравнением

$$p = p_0 + \left[(z_0 - z) + \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g} \right] \cdot \rho \cdot g, \quad (2.8)$$

где p_0 – давление в точке с координатами $r = 0, z = z_0$.

Таким образом, повышение давления в жидкости, возникающее вследствие ее вращения, равно

$$\Delta p = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} \cdot \rho. \quad (2.9)$$

Положение свободной поверхности в сосуде при заданной угловой скорости вращения определяется объемом находящейся в нем жидкости. Объем параболоида вращения и его высота равны

$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H; \quad H = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}, \quad (2.10)$$

где R – радиус основания параболоида; H – высота параболоида вращения.

Если угловая скорость вращения большая, то силой тяжести жидкости можно пренебречь и повышение давления определять по формуле (2.9).

При решении задач на определение давления в точке неподвижной жидкости следует пользоваться основным уравнением гидростатики (2.1).

При решении задач, в которых дан поршень, следует писать уравнение равновесия, т.е. равенство нулю суммы всех сил, действующих на него.

В задачах на относительный покой жидкости следует учитывать действие двух массовых сил: силы тяжести и силы инерции переносного движения, и использовать основное свойство поверхностей уровня о равенстве давлений во всех точках, в том числе свободной поверхности жидкости.

Примеры решения задач

2.1. В сливных камерах двухступенчатого эжектора находится конденсат, плотность которого $\rho = 970 \text{ кг/м}^3$ (рисунок 2.1). В камере I уровень жидкости $h_1 = 0,75 \text{ м}$ и давление среды над ней $p_{01} = 1 \text{ МПа}$. В камере II уровень $h_2 = 0,5 \text{ м}$ и давление среды над ней $p_{02} = 0,7 \text{ МПа}$. Высота камер $H = 1 \text{ м}$, ширина $B = 1 \text{ м}$. Найти результирующую силу давления на вертикальную перегородку, разделяющую камеры. Получить суммарную эпюру нагрузки.

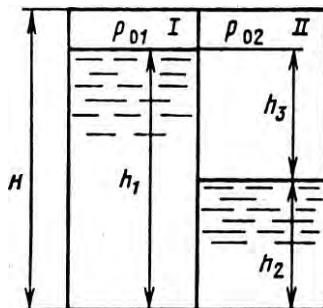


Рисунок 2.1

Решение. Сила давления воды на перегородку в камере (одностороннее давление)

$$R_1 = 0,5 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1^2 \cdot B = 0,5 \cdot 970 \cdot 9,81 \cdot 0,25^2 \cdot 1 = 297,37 \text{ Н.}$$

Сила на участке двустороннего давления

$$R_2 = \rho g h_2 h_3 B = 970 \cdot 9,81 \cdot 0,25 \cdot 0,5 \cdot 1 = 1189,46 \text{ Н.}$$

Суммарная сила давления жидкости на перегородку

$$R = R_1 + R_2 = 297,37 + 1189,46 = 1486,8 \text{ Н.}$$

Сила двустороннего давления газовой среды в камере

$$R_3 = (p_{01} - p_{02}) B H = 0,3 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Результирующая сила давления

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 301487 \text{ Н.}$$

Суммарная эпюра нагрузки приведена на рисунке. 2.1а.

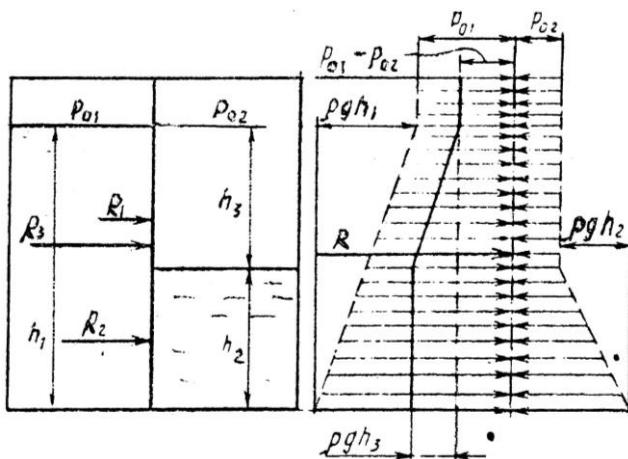


Рисунок 2.1а

2.2. На рисунке 2.2 показан элемент криволинейной стенки сосуда, заполненного водой, плотность которой $\rho = 985 \text{ кг/м}^3$. Известны размеры: $r = 0,5 \text{ м}$; $h = 0,5 \text{ м}$. Длина сосуда $L = 3 \text{ м}$. Найти составляющие сил давления жидкости на полусферическую стенку. Определить координату приложения результирующей силы давления.

Решение. Вертикальная составляющая силы давления на полусферу

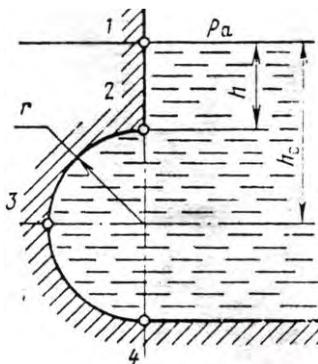


Рисунок 2.2

$$R_B = \rho g V_{2-3-4-2} = 985 \cdot 9,81 \cdot 0,5 \cdot \pi \cdot 0,5^2 \cdot 3 = 11378 \text{ Н.}$$

Координата ее приложения расположена на горизонтальной оси с расстоянием от центра

$$S = \frac{4}{3} \frac{r}{\pi} = \frac{4}{3} \frac{0,5}{\pi} = 0,212 \text{ м.}$$

Горизонтальная составляющая силы давления

$$R_{\Gamma} = \rho g h_c F_{2-3-4-2} = 985 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot 0,3925 = 2844,5 \text{ Н.}$$

$$h_c = h + r/2 = 0,5 + 0,5/2 = 0,75 \text{ м.}$$

$$F_{2-3-4-2} = \pi r^2/2 = \pi \cdot 0,5^2/2 = 0,3925 \text{ м}^2.$$

Координата точки ее приложения

$$h_d = h_c + J_c / (h_c F_{2-3-4-2}) = 0,75 + \frac{0,1094 \cdot 0,5^4}{0,75 \cdot 0,3925} = 0,773 \text{ м.}$$

Результирующая сила

$$R = \sqrt{R_B^2 + R_{\Gamma}^2} = \sqrt{11378^2 + 2844,5^2} = 14500 \text{ Н.}$$

Задачи

2.3. Гидравлический пресс, изображенный на рисунке 2.3, используется для испытания задвижек на плотность с максимальным рабочим давлением среды $p_{\max} = 0,2$ МПа. Определить усилие, необходимое для создания давления испытания $p = 1,5p_{\max}$. Основные размеры элементов пресса $D = 0,25$ м; $d = 0,08$ м; $l = 1$ м; $b = 0,3$ м.

Ответ. $R = 347,8$ Н.

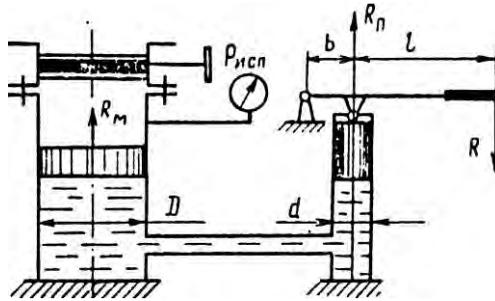


Рисунок 2.3

2.4. В гидравлической системе регулирования гидротурбины используется схема сервомотора, представленная на рисунке 2.4. Определить значение внешних сил R_B и сил трения R_T при давлении управляющей среды $p_c = 0,4$ МПа и положении поршня сервомотора $x = 71$ мм. Жесткость пружины $C = 10$ Н/мм. Диаметр цилиндра $d_c = 0,15$ м.

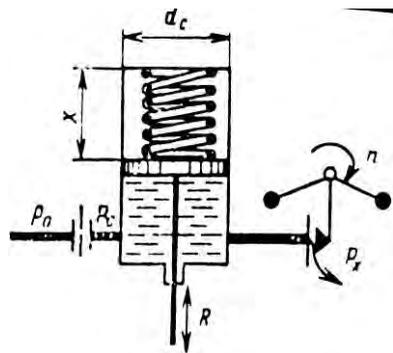


Рисунок 2.4

Ответ. Условие равновесия поршня сервомотора

$$p_c F - Cx = (R_B \pm R_{Tp}) = R; \quad R = 6355 \text{ Н.}$$

2.5. Рассчитать жесткость пружины золотника автомата безопасности стопорного клапана (рисунок 2.5), если его срабатывание осуществляется при давлении масла в системе $p = 0,03$ МПа и предварительном поджатии пружины на 5 мм. Диаметры камер золотника $D = 50$ мм и $d = 30$ мм.

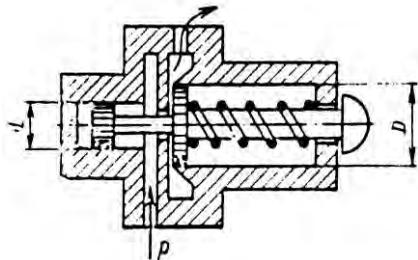


Рисунок 2.5

Ответ. $C = 7,536$ Н/мм.

2.6. Определить силу F , действующую на шток гибкой диафрагмы (рисунок 2.6), если ее диаметр $D = 200$ мм, показание вакуумметра $p_{\text{вак}} = 0,05$ МПа, высота $h = 1$ м.

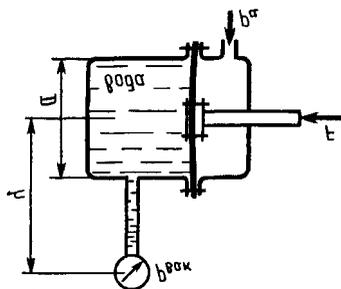


Рисунок 2.6

Площадь штока пренебречь. Найти абсолютное давление в левой полости, если $h_a = 740$ мм рт. ст.

Ответ. $F = -1,26$ кН;
 $p_{\text{абс}} = 58,5$ кПа.

2.7. Определить давление p_1 , необходимое для удержания цилиндром Ц (рисунок 2.7) нагрузки $F = 70$ кН. Противодействие в полости 2 равно $p_2 = 0,3$ МПа, давление в полости 3 равно атмосферному. Размеры: $D_{\text{Ц}} = 80$ мм; $D_{\text{Ш}} = 70$ мм; $d_1 = 50$ мм.

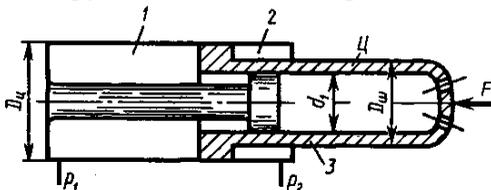


Рисунок 2.7

2.8. Определить величину предварительного поджатия пружины дифференциального предохранительного клапана (мм), обеспечивающую начало открытия клапана при $p_n = 0,8$ МПа. Диаметры клапана: $D = 24$ мм, $d = 18$ мм; жесткость пружины $c = 6$ Н/мм. Давление справа от большого и слева от малого поршней – атмосферное.

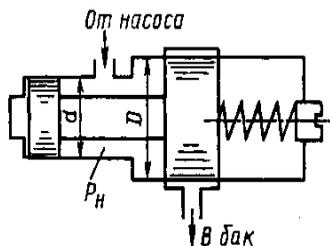


Рисунок 2.8

Ответ. $x = 26,4$ мм.

2.9. В сосуд высотой $H = 0,3$ м залита жидкость до уровня $h = 0,2$ м. Определить, до какой угловой скорости ω

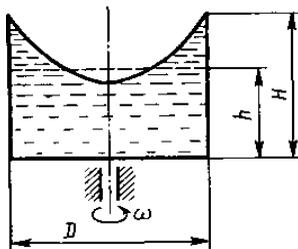


Рисунок 2.9

рости ω можно раскрутить сосуд, чтобы жидкость не выплеснулась из него, если диаметр $D = 100$ мм.

Ответ. $\omega = 39,6 \text{ с}^{-1}$.

2.10. Определить значение силы F , приложенной к штоку, под действием которой начнется движение поршня диаметром $D = 80$ мм и диаметром штока $d_2 = 40$ мм, если сила пружины, прижимающая клапан к седлу диаметром $d_1 = 10$ мм, равна $F_0 = 100$ Н.

Ответ. $F = 3,64$ кН.

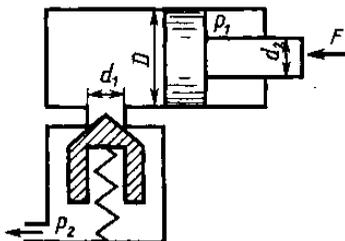


Рисунок 2.10

3. ГИДРОДИНАМИКА

3.1. Основные уравнения механики жидкости

Уравнения динамики жидкости основаны на универсальных законах сохранения: сохранения массы, сохранения количества движения и сохранения энергии. Уравнения, описывающие движение жидкой среды, отличаются от уравнений, описывающих движение твердых тел, тем, что жидкость является сплошной и неразрывной средой и в ней действуют только распределенные силы, а на твердые тела действуют сосредоточенные силы. Применяя закон сохранения массы к потоку жидкости получают уравнение неразрывности. Закон сохранения количества движения – это второй закон Ньютона и его применение к потоку жидкости дает уравнение количества движения или уравнение импульса. Закон сохранения энергии тождественен первому закону термодинамики и в динамике жидкости его выражение называется уравнением энергии. К уравнениям сохранения для замыкания системы добавляют соотношения между свойствами жидкости и уравнения состояния, связывающие параметры: давление p , плотность ρ и

температуру T .

Уравнение неразрывности. В переменных Эйлера с учетом скорости притока массы жидкой среды q_m , отнесенной к единице объема, уравнение неразрывности представляется в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = q_m. \quad (3.1)$$

Для несжимаемой жидкости при $q_m = 0$ это уравнение имеет вид

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0 \quad (3.2)$$

или в проекциях на декартовы оси координат

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (3.3)$$

Уравнение неразрывности в цилиндрических координатах θ, r, z

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(\rho r u_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho r u_\theta)}{r \partial \theta} + \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} \right] = 0. \quad (3.4)$$

Для потока конечных размеров уравнение неразрывности несжимаемой жидкости называют уравнением расхода

$$Q = v S = \text{const}, \quad (3.5)$$

где v – средняя скорость; S – площадь поперечного (живого) сечения.

Для сжимаемой жидкости уравнение массового расхода G имеет вид

$$G = \rho \vartheta S. \quad (3.6)$$

Уравнение количества движения. Применение второго закона Ньютона к жидкости приводит к уравнению количества движения

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla \cdot \rho U U = \rho F + \nabla \cdot P_{ij}. \quad (3.7)$$

Первый член левой части этого уравнения дает отнесенное к единичному объему изменение количества движения в контрольном объеме за единицу времени, второй – изменение количества движения за счет конвекции. Первый член в правой части уравнения (3.7) есть отнесенная к единице объема массовая сила, а второй – отнесенные к единице объема поверхностные силы, задаваемые тензором напряжений P_{ij} . Для ньютоновских жидкостей напряжение в некоторой точке линейно зависит от скорости деформации жидкости. При этом допущении связь тензора напряжений с давлением и компонентами скорости имеет вид

$$P_{ij} = -\rho \delta_{ij} + \tau_{ij} = -\rho \delta_{ij} + \mu \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad (3.8)$$

$$i, j, k = 1, 2, 3,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$, если $i = j$, и $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$); u_1, u_2, u_3 – компоненты вектора скорости U ; x_1, x_2, x_3 – координаты радиус-вектора точки; μ – динамическая вязкость; τ_{ij} – тензор вязких напряжений:

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (3.9)$$

Подставляя (3.8) в (3.7), получаем векторное уравнение Навье–Стокса:

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho F - \rho \nabla + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad (3.10)$$

$i, j, k = 1, 2, 3.$

Три скалярные уравнения Навье–Стокса в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_x}{dt} = \rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right]; \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_y}{dt} = \rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right]; \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_z}{dt} = \rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.13)$$

В дивергентной форме эти уравнения имеют вид

$$\rho F_x = \frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_x u_y - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_x u_z - \tau_{xz}); \quad (3.14)$$

$$\rho F_y = \frac{\partial \rho u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y^2 + p - \tau_{yy}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x u_y - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_y u_z - \tau_{yz}); \quad (3.15)$$

$$\rho F_z = \frac{\partial \rho u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z^2 + p - \tau_{zz}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x u_z - \tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y u_z - \tau_{yz}), \quad (3.16)$$

где компоненты тензора вязких напряжений задаются выражениями

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = \tau_{yx},$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \quad \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \tau_{zx},$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right), \quad \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = \tau_{zy}.$$

Течение несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью μ описывается упрощенной формой уравнения (3.7):

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} = \rho F - \nabla p + \mu \nabla^2 U. \quad (3.17)$$

Уравнение энергии. Применение первого закона термодинамики к жидкости приводит к уравнению энергии вида (3.18), т.е. изменение энергии системы равно подводимому к системе теплу плюс совершенная над системой работа массовых и поверхностных сил:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla \cdot E_t u = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot q + \rho F \cdot u + \nabla \cdot (P_{ij} \cdot u), \quad (3.18)$$

где полная энергия единицы объема

$$E_t = \rho \left(e + \frac{U^2}{2} + \Pi \right), \quad (3.19)$$

где e – внутренняя энергия единицы массы; Π – потенциальная энергия; U – скорость жидкости.

Первый член в левой части уравнения есть изменение полной энергии единицы объема в единицу времени, второй – изменение полной энергии за счет конвекции через контрольную поверхность. *Первый член* в правой части уравнения (3.18) есть скорость тепловыделения внешних источников, отнесенная к единице объема; *второй* ($\Delta \cdot q$) – тепловые потери за счет теплопроводности. Согласно закону Фурье поток тепла выражается через градиент температуры зависимостью

$$q = -k \nabla T, \quad (3.20)$$

где k – коэффициент теплопроводности среды; T – температура.

Третий член в правой части уравнения (3.18) есть отнесенная к единице объема работа массовых сил; *четвертый* – отнесенная к единичному объему работа поверхностных сил, совершаемая над контрольным объемом. Часто используется другая форма уравнения энергии

$$\rho \frac{de}{dt} + p(\nabla \cdot u) = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot q + \mu D, \quad (3.21)$$

где μ – динамическая вязкость; D – диссипативная функция, которая всегда положительна и по физической природе связана со скоростями деформации.

Если жидкость несжимаемая и коэффициент теплопроводности постоянный, то (3.21) сводится к уравнению

$$\rho \frac{de}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + k \nabla^2 T + \mu D. \quad (3.22)$$

Для описания движения идеальной жидкости используют уравнения Навье–Стокса (3.11)–(3.13), полагая в них $\mu = 0$, т.е. уравнения Эйлера:

$$\frac{du_x}{dt} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad \frac{du_y}{dt} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad \frac{du_z}{dt} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

В практике используются уравнения Эйлера в форме Громеки–Ламба:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \text{grad} \frac{u^2}{2} + [\bar{\Omega} \cdot \bar{u}] = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} \cdot p, \quad (\bar{\Omega} = 2\omega = \text{rot} \cdot \bar{u}).$$

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости в форме Громеки–Ламба будут иметь вид

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \text{grad} \frac{u^2}{2} + [\bar{\Omega} \cdot \bar{u}] = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} \cdot p + \nu \nabla^2 \bar{u}.$$

Если из числа массовых сил действует только сила тяжести, то для несжимаемой жидкости интегрируя уравнения Эйлера получают уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

При решении простых задач о движении жидкостей в первом приближении делают допущение о том, что жидкость является *идеальной*. В движущейся идеальной жидкости возможно только напряжение сжатия, т.е. давление p , а касательное напряжение $\tau = 0$. Уравнениями, позволяющими решать задачи о движении идеальной жидкости, являются уравнение расхода и уравнение Бернулли. Уравнение расхода представляет собой условие неразрывности (сплошности) потока несжимаемой жидкости, или, что то же самое, равенство объемных расходов в каких-то двух поперечных сечениях одного и того же потока, например, 1 и 2, т.е. $Q_1 = Q_2$ или $v_1 S_1 = v_2 S_2 = Q$.

Отсюда следует, что $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$, т.е. скорости обратно пропор-

циональны площадям сечений потоков. Предполагается, что средняя скорость во всех точках данного сечения одинакова.

Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости выражает собой закон сохранения удельной энергии жидкости вдоль потока. Под *удельной* понимают энергию, отнесенную к единице веса, объема или массы жидкости. Если энергию потока отнести к единице веса, то уравнение Бернулли, записанное для сечений 1 и 2 потока идеальной жидкости, имеет вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H, \quad (3.23)$$

где z – вертикальные координаты центров тяжести сечений, или удельная энергия положения; $\frac{p}{\rho g}$ – пьезометрическая вы-

сота, или удельная энергия давления; $\frac{v^2}{2g}$ – скоростная высота

(напор), или удельная кинетическая энергия; H – полный напор, или полная удельная энергия потока жидкости.

Если энергию жидкости отнести к единице объема, то члены уравнения Бернулли будут иметь размерность давления, а уравнение (3.23) примет вид

$$\rho g z_1 + p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} = \rho g H. \quad (3.24)$$

Если же энергию жидкости отнести к единице массы, то получим третью формулу записи уравнения (3.23):

$$z_1 g + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = z_2 g + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}. \quad (3.25)$$

Для вязкой жидкости различают два режима течения: ла-

минарный, т.е. слоистый без перемешивания жидкости и без пульсаций скоростей и давлений, турбулентный, т.е. с перемешиванием жидкости и с пульсациями скоростей и давлений. Режим течения определяют по числу Рейнольдса, которое для труб диаметром d выражается формулой

$$Re = \frac{v d}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}. \quad (3.26)$$

Здесь ν – кинематическая вязкость жидкости, выражаемая в m^2/c или mm^2/c .

Для некруглых труб $Re = \frac{v D_e}{\nu}$, где D_e – гидравлический

диаметр, равный отношению площади сечения трубы к $\frac{1}{4}$ периметра сечения. Режим движения будет ламинарным при $Re < Re_{кр}$ (для круглых сечений $Re_{кр} \approx 2300$). При $Re > Re_{кр}$ режим течения турбулентный.

Для потока вязкой жидкости уравнение Бернулли пишут в виде

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_{cp1}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_{cp2}}{2g} + \sum h, \quad (3.27)$$

где v_{cp} – средняя по сечению скорость, равная $v_{cp} = \frac{Q}{S}$; α – коэффициент Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечениям; $\sum h = h_m + h_l$ – суммарная потеря полного напора между сечениями 1-1 и 2-2; коэффициент Кориолиса учитывают лишь при ламинарном режиме течения, когда $\alpha = 2$; для турбулентных потоков принимают $\alpha = 1$; h_m – потери напора на местных сопротивлениях; h_l – потери напора по длине.

3.2. Гидравлические сопротивления

Местные потери происходят в местах изменения формы и размеров сечения, где поток деформируется – расширяется, сужается, искривляется и т.п. Местные потери определяют по формуле Вейсбаха:

$$h_M = \xi_M \frac{v}{2g}, \quad (3.28)$$

где v – средняя скорость потока в сечении перед местным сопротивлением (при расширении) или за ним (при сужении) и в тех случаях, когда рассматривают потери напора в гидроаппаратуре различного назначения; ξ_M – безразмерный коэффициент местного сопротивления.

Числовое значение коэффициента ξ_M определяется формой местного сопротивления, его геометрическими параметрами и режимом течения. Считают, что при турбулентном режиме коэффициенты местных сопротивлений ξ_M не зависят от числа Рейнольдса. При ламинарном режиме

$$\xi = \xi_{\text{кв}} + \frac{A}{\text{Re}}, \quad (3.29)$$

где A – формпараметр, определяемый формой местного сопротивления; $\xi_{\text{кв}}$ – коэффициент местного сопротивления на режиме квадратичного сопротивления, т.е. при $\text{Re} \rightarrow \infty$.

При турбулентном режиме в случае внезапного расширения трубы происходят вихреобразования и потеря напора определяется формулой Борда:

$$h_{\text{расш}} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \xi_{\text{расш}} \frac{v_1^2}{2g}, \quad (3.30)$$

где v_1 и v_2 – скорости до и после расширения трубы; $\xi_{\text{расш}}$ – коэффициент местного сопротивления, равный для данного

случая

$$\xi_{\text{расш}} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2, \quad (3.31)$$

где S_1 и S_2 – площади сечений трубы до и после внезапного расширения.

При внезапном сужении трубы без закругления коэффициент сопротивления определяют по формуле Идельчика:

$$\xi = 0,5 \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right), \quad (3.32)$$

где S_1 и S_2 – площади сечений трубы до и после сужения.

Коэффициенты местных сопротивлений для диффузоров, сопл, поворотов и гидроаппаратов находят в справочной литературе.

Потери напора на трение по длине / определяются формулой Дарси:

$$h_l = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}, \quad (3.33)$$

где безразмерный коэффициент сопротивления трения λ определяется в зависимости от режима течения: при ламинарном режиме – числом Рейнольдса, т.е.

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}; \quad (3.34)$$

при турбулентном режиме λ кроме числа Рейнольдса зависит еще от относительной шероховатости Δ/d , т.е.

$$\lambda = f(\text{Re}, \Delta/d).$$

Распределение скоростей по сечению круглой трубы радиусом r при ламинарном режиме течения выражается параболическим законом

$$v = \frac{\eta_{\text{тр}} g}{4\nu l} (r_0^2 - r^2), \quad (3.35)$$

причем максимальная скорость на оси трубы в два раза больше средней.

При ламинарном течении в зазоре δ между двумя плоскими стенками вместо (3.34) используют

$$\lambda = \frac{96}{\text{Re}}, \quad (\text{Re} = \frac{2\delta v}{\nu}). \quad (3.36)$$

Формула (3.36) справедлива также для зазора, образованного двумя соосными цилиндрическими поверхностями при условии, что зазор δ весьма мал по сравнению с диаметром этих поверхностей. Наличие эксцентриситета этих поверхностей уменьшает потерю напора при том же расходе (или увеличивает расход при том же напоре). При максимальном эксцентриситете потери напора будут в 2,5 раза меньше по сравнению с концентрическим расположением цилиндров. При ламинарном течении в трубке квадратного сечения $\lambda = 57 / \text{Re}$.

3.3. Гидравлический расчет трубопроводов

При гидравлических расчетах трубопроводов различают простые и сложные трубопроводы.

Простые – трубопроводы, которые не содержат разветвлений. Если трубопровод имеет несколько труб, выходящих из одного узла, он называется *разветвленным*. Трубопровод, содержащий как последовательные, так и параллельные соединения труб или разветвлений, называется *сложным*.

В основе расчета трубопроводов лежат формулы Вейсбаха (3.28) и Дарси (3.33). При ламинарном режиме вместо формул (3.33) и (3.34) удобнее воспользоваться зависимостью, называемой законом Пуазейля:

$$h_l = \frac{128\nu l Q}{\pi g d^4} \quad (3.37)$$

или

$$p_l = \frac{128\nu \rho l Q}{\pi d^4}. \quad (3.38)$$

Формулу Дарси (3.33) обычно выражают через расход

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4}. \quad (3.39)$$

Коэффициент сопротивления трения λ при турбулентном режиме зависит от числа Рейнольдса Re и относительной шероховатости Δ/d . Для гидравлически гладких труб коэффициент λ однозначно определяется числом Re и чаще всего определяется по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}}. \quad (3.40)$$

Формула Альтшуля одновременно учитывает оба фактора

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}. \quad (3.41)$$

При малых значениях Re и Δ/d первым слагаемым можно пренебречь и (3.41) обращается в (3.40). Наоборот, при больших значениях Re и Δ/d второе слагаемое делается ничтожно малым и формула (3.41) принимает вид

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (3.42)$$

Суммарная потеря напора в простом трубопроводе складывается из потерь на трение по длине и местных потерь:

$$\sum h = h_l + \sum h_m = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4}. \quad (3.43)$$

Формула (3.43) справедлива для обоих режимов течения, однако при ламинарном режиме чаще используют формулы (3.37) и (3.38) с заменой в них фактической длины трубопровода расчетной, равной $l_{расч} = l + l_{эк}$, где $l_{эк}$ – длина, эквивалентная всем местным гидравлическим сопротивлениям. Если в трубопроводе необходимо обеспечить расход жидкости Q , то потребный для этого напор $H_{потр}$, т.е. пьезометрическая высота в начальном сечении $\frac{p_1}{\rho g}$, определяется по формуле

$$H_{потр} = H_{ст} + kQ^m. \quad (3.44)$$

Для ламинарного режима течения можно принять

$$k = \frac{128\nu l_{расч}}{\pi g d^4}, \quad m=1; \quad (3.45)$$

для турбулентного режима течения

$$k = \left(\lambda_{т} \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{8}{g\pi^2 d^4}, \quad m=2. \quad (3.46)$$

Согласно формулам (3.44) и (3.45) характеристики потребного напора $H_{потр} = f(Q)$ и трубопроводов $\sum h = \varphi(Q)$ при ла-

минарном режиме течения представляют прямые линии, а при турбулентном – параболы 2-й степени.

Если трубопровод состоит из n последовательно соединенных участков, то справедливы равенства

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n; \\ \sum h = \sum h_1 + \sum h_2 + \dots + \sum h_n. \end{cases} \quad (3.47)$$

При параллельном соединении n трубопроводов (n – количество разветвлений)

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n; \\ \sum h_1 = \sum h_2 = \sum h_3 = \dots = \sum h_n. \end{cases} \quad (3.48)$$

На равенствах (3.47) и (3.48) основывается способ построения характеристик сложных трубопроводов, состоящих из последовательных и параллельных соединений простых трубопроводов. Для того чтобы построить характеристику сложного трубопровода, целесообразно представить трубопровод в виде соединения простых участков; рассчитать и построить характеристики каждого простого участка трубопровода; провести графическое сложение характеристик параллельных участков; провести графическое сложение последовательных участков. Если подача жидкости по трубопроводу осуществляется насосом с заданной характеристикой, то принцип расчета такого трубопровода заключается в совместном построении в координатах $H-Q$ ($P-Q$) линии потребного напора (давления) трубопровода и характеристики насоса. Точка пересечения этих линий соответствует рабочему режиму.

Рекомендации к решению задач. При применении уравнения Бернулли важно правильно выбрать те два сечения, для которых оно записывается. В качестве сечений рекомендуется брать: свободную поверхность жидкости в резервуаре (баке), где $v = 0$; выход в атмосферу, где $p_{\text{изб}} = 0$; $p_{\text{абс}} = p_a$; сечение,

где присоединен тот или иной манометр, пьезометр или вакуумметр и т.д.

Уравнение Бернулли рекомендуется сначала записать в общем виде, а затем переписать с заменой его членов заданными буквенными величинами и исключить члены, равные нулю. При этом, вертикальная ордината Z всегда отсчитывается от произвольной плоскости вверх; давление p , входящее в правую и левую части уравнения, должно быть задано в одной системе отсчета (абсолютной или избыточной); суммарная потеря напора $\sum h$ всегда пишется в правой части уравнения Бернулли со знаком «+»; величина $\sum h$ в общем случае складывается из местных потерь, которые можно выражать формулой Вейсбаха (3.28), и потерь на трение по длине, определяемых формулой Дарси (3.33); если в том или ином канале (например, трубе) имеется внезапное расширение, то при турбулентном режиме необходимо учитывать потерю напора по теореме Борда (3.30). В частном случае, когда жидкость подводится к резервуару, баку и т.п., можно считать, что теряется вся кинетическая энергия жидкости. В случае ламинарного режима при этом необходимо учесть коэффициент α .

При подсчете гидравлических потерь по формуле Вейсбаха следует обращать внимание на указания относительно того, к какой скорости (или какой площади) отнесены заданные коэффициенты сопротивления ξ . Значения коэффициентов для гидроагрегатов в задачах приведены с учетом потерь напора на вход и выход.

Задачи на расчет трубопроводов можно разбить на три типа.

1 тип. Даны расход жидкости Q в трубопроводе; все размеры ($l, d, \Delta Z$); шероховатость труб; давление в конечном сечении (для всасывающих трубопроводов – в начальном) и свойства жидкости (ρ, ν). Местные сопротивления либо заданы коэффициентами ξ или эквивалентными длинами $l_{\text{эк}}$, либо оцениваются по справочным данным. Найти потребный напор $H_{\text{потр}}$.

По Q, d и ν находится число Рейнольдса и определяется

режим течения. При ламинарном режиме искомый напор или давление находятся по формулам (3.37) и (3.38). При турбулентном задача решается с помощью формул (3.39) и (3.43) с использованием (3.40), (3.41) или (3.42) в зависимости от шероховатости труб.

II тип. Даны напор $H_{\text{расп}}$, который будем называть располагаемым, и все величины, перечисленные в I типе, кроме расхода Q .

Число Рейнольдса в данной задаче подсчитать нельзя. Вначале задаются режимом течения, основываясь на роде жидкости и ее свойствах (вода, бензин, керосин – как правило, режим турбулентный; масла – ламинарный) – с последующей проверкой режима после решения задачи и определения числа Рейнольдса. Либо по формулам (3.39) и (3.43) выражают расход через критическое число Рейнольдса и определяют $H_{\text{кр}}$, соответствующее смене режима. Сравнив $H_{\text{кр}}$ с $H_{\text{расп}}$, однозначно определяют режим течения. При ламинарном режиме течения задача решается с помощью формул (3.37) и (3.38). При турбулентном в уравнениях (3.39) и (3.43) содержатся две неизвестные Q и λ_t , зависящие от числа Рейнольдса. Поэтому для решения задачи рекомендуется метод последовательных приближений. Для этого в первом приближении задаются коэффициентом λ (например, $\lambda = 0,03$) или, если задана шероховатость Δ , определяют его из (3.42) при $Re = \infty$. Обычно бывает достаточно второго приближения.

III тип. Даны расход Q , располагаемый напор $H_{\text{расп}}$ и все величины, перечисленные ранее. Требуется определить диаметр трубопровода d .

Число Рейнольдса подсчитать нельзя, поэтому режимом течения либо задаются, либо по формулам (3.39) и (3.43) выражают диаметр через критическое число Рейнольдса и определяют $H_{\text{кр}}$, соответствующее смене режима. Сравнивая $H_{\text{кр}}$ и $H_{\text{расп}}$, определяют режим течения. При ламинарном режиме задача

решается на основании формул (3.37) и (3.38). При турбулентном задачу решают графически. Для этого задаются рядом значений диаметра d и по ним подсчитывают $H_{\text{потр}}$. Затем строят график $H_{\text{потр}} = f(d)$ и по нему, зная $H_{\text{расп}}$, определяют d .

Задачи на параллельные трубопроводы решаются с помощью системы уравнений (3.48). Выразив суммарные потери напора через сопротивления трубопроводов k и расходы Q в степени m (где $m = 1$ или $m = 2$ в зависимости от режима), всегда можно составить систему уравнений, число которых равно числу параллельных участков.

Для разветвленного трубопровода число неизвестных в системе уравнений (5.14) на единицу больше числа ветвей потому, что добавляется потребный напор в точке разветвления, но и в этом случае число уравнений соответствует числу неизвестных.

При графоаналитическом расчете сложных трубопроводов следует использовать балансы расходов и давлений.

Примеры решения задач

3.1. Вода из закрытого резервуара, в котором поддерживается постоянный уровень $H = 7$ м, а давление на поверхности $p_m = 18$ кПа, по трубопроводу вытекает в атмосферу (рисунок 3.1). Температура воды $t = 20$ °С.

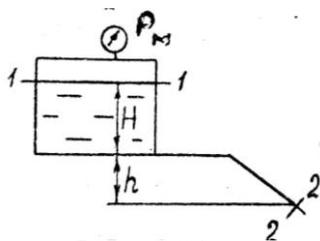


Рисунок 3.1

Диаметр трубопровода $d = 50$ мм, оба участка одинаковой длины $l = 5,8$ м. Конец наклонной части ниже дна на величину $h = 1,3$ м. Трубы чугунные, $\nabla_3 = 0,6$ мм.

Определить расход жидкости.

Решение. Записываем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h.$$

Учитывая, что $\sum h = \lambda \frac{2l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \xi \frac{v^2}{2g}$, $p_2 = p_{ат}$; $v_1 = 0$; $z_2 = 0$,

$z_1 = z_0 + H$, перепишем уравнение Бернулли в виде

$$z_0 + H + \frac{p_M}{\rho g} = \frac{\alpha_2 v^2}{2g} + (\xi_{вс} + \xi_{пов}) \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{2l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

где $\xi_{вс} = 0,5$; $\xi_{пов} = 0,56$; $\alpha_2 = 1$. Задаемся $\lambda = 0,022$, отсюда

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{p_M}{\rho g} + H + z_0 \right)}{1 + \lambda \frac{2l}{d} + \sum \xi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \left(\frac{18 \cdot 10^3}{9,8 \cdot 998} + 7 + 1,3 \right)}{1 + 0,022 + \frac{2 \cdot 5,8}{0,05} + 1,06}} = 5,267 \text{ м/с.}$$

Проверяем, каков режим течения в трубопроводах, для чего определяем число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu_t} = \frac{526,7 \cdot 5}{0,01} = 263000.$$

Течение турбулентное, уточняем величину λ для чугунных труб, где $\frac{\nu_{\text{э}}}{d} = \frac{0,6}{50} = 0,0012$. По графикам находим $\lambda = 0,022$.

Следовательно, первое приближение оказалось верным. Расход будет

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v_2 = \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} \cdot 5,267 = 0,785 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

3.2. Определить расход керосина по трубопроводам (рисунок 3.2), поступающего в пункты C и D, если

38

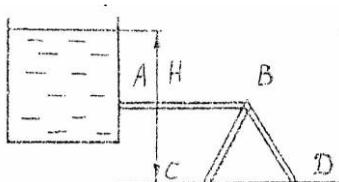


Рисунок 3.2

$H = 9,7$; $l_{AB} = l_{BC} = 8,9$ м, $l_{BD} = 5,8$ м, $d_{AB} = 50$ мм, $d_{CB} = d_{BD} = 40$ мм, местными потерями пренебречь, тем-пература жидкости $t = 20$ °С.

Решение. Характеристику каждого трубопровода представим зависимостью

$$\Delta h_i = \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{Q_i^2}{2gS_i^2} = k_i Q_i^2,$$

где λ_i – коэффициент трения, на первом шаге приближения принимают 0,016; l_i , d_i – длины и диаметры трубопроводов; Q_i – расход жидкости через каждый трубопровод; S_i – площадь сечения трубопровода.

Подставляя значения величин, получим

$$\Delta h_{AB} = 0,016 \cdot \frac{8,9}{0,05} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot 9,8 \cdot (0,785 \cdot 0,05^2)^2 \cdot 10^{-6}} = 0,0378 \cdot 10^5 Q^2;$$

$$\Delta h_{BC} = 0,016 \cdot \frac{8,9}{0,04} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot 9,8 \cdot (0,785 \cdot 0,04^2)^2 \cdot 10^{-6}} = 1,15 \cdot 10^5 Q^2;$$

$$\Delta h_{BD} = 0,016 \cdot \frac{5,8}{0,04} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot 9,8 \cdot (0,785 \cdot 0,04^2)^2 \cdot 10^{-6}} = 0,75 \cdot 10^5 Q^2.$$

Строим характеристики параллельно соединенных трубопроводов BC и BD в координатах $\Delta h = f(Q)$ (рисунок 3.2а) и суммируем их по расходу: $Q_{BC+BD} = Q_{BC} + Q_{BD}$. Характеристику трубопровода AB наносим и суммируем с Δh_{BC+BD} по h , т.е. по ординатам, как последовательно соединенных трубопроводов. Суммарная характеристика $\Delta h_{AB+BC+BD} = f(Q)$ пересечется с линией $H = \text{const}$ ($H = 9,7$ м) в точке, для которой расход $Q = 12,65 \cdot 10^{-3}$ м³/с. Этот расход делится между трубопроводами BC и BD из условия $\Delta h_{BC} = \Delta h_{BD}$, т.е.

$$\frac{Q_{BC}}{Q_{BD}} = \sqrt{\frac{h_{BD}}{h_{BC}}} = \sqrt{\frac{0,75}{1,15}} = 0,8076.$$

$$Q_{BC} = 0,8076 Q_{BD} \text{ и } Q_{BC} + Q_{BD} = 12,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

$$Q_{BC} = 5,652 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}; Q_{BD} = 6,998 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}; Q_{AB} = 12,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

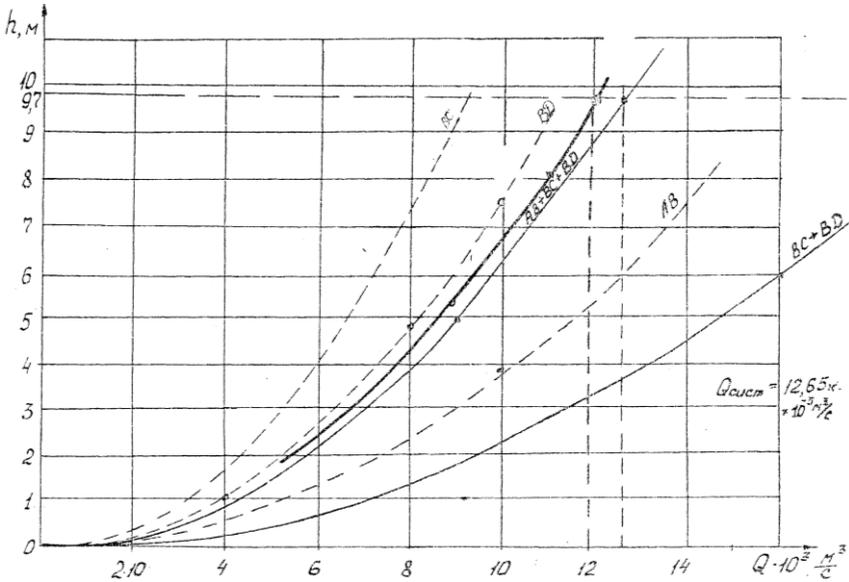


Рисунок 3.2а

Тогда скорости и числа Рейнольдса:

$$V_{BC} = Q_{BC} / S_{BC} = 5,652 \cdot 10^{-3} / 1,256 \cdot 10^{-3} = 4,5 \text{ м/с};$$

$$Re = V_{BC} d_{BC} / \nu_t = 72800;$$

$$V_{BD} = Q_{BD} / S_{BD} = 6,998 \cdot 10^{-3} / 1,256 \cdot 10^{-3} = 5,57 \text{ м/с};$$

$$Re = V_{BD} d_{BD} / \nu_t = 89120;$$

$$V_{AB} = Q_{AB} / S_{AB} = 12,65 \cdot 10^{-3} / 1,96 \cdot 10^{-3} = 6,45 \text{ м/с};$$

$$Re = V_{AB} d_{AB} / \nu_t = 129000.$$

Уточняем λ для каждого трубопровода, учитывая, что трубопроводы гидравлически гладкие. Применим формулу Блазиуса $\lambda = 0,3164 / Re^{0,25}$.

$$\lambda_{AB} = 0,3164 / 129000^{0,25} = 0,0167;$$

$$\lambda_{BC} = 0,3164 / 72800^{0,25} = 0,012;$$

$$\lambda_{BD} = 0,3164 / 89120^{0,25} = 0,0183.$$

Пересчитываем характеристики во втором приближении:

$$\Delta h_{AB} = 0,394 \cdot 10^5 Q^2; \quad \Delta h_{BC} = 1,366 \cdot 10^5 Q^2;$$

$$\Delta h_{BD} = 0,858 \cdot 10^5 Q^2.$$

Наносим на рисунке 3.2а уточненные характеристики и суммируем. Получаем $Q_{BC} = 5,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$; $Q_{BD} = 6,69 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$; $Q_{AB} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$.

3.3. Двухсторонний гидроцилиндр подключен к насосу постоянной подачи $Q = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ с параллельно установленным переливным клапаном, который настроен на давление $p_{кл} = 5,4 \text{ МПа}$ (рисунок 3.3) [11].

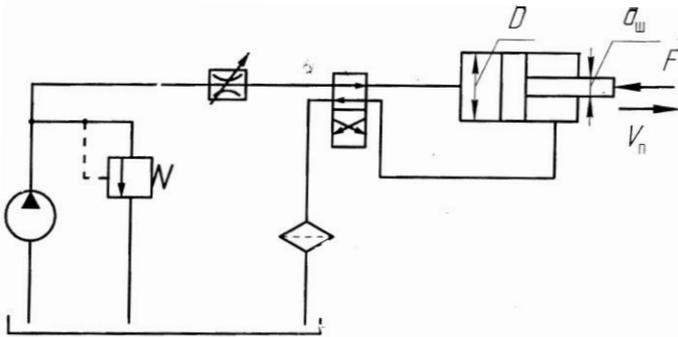


Рисунок 3.3

Диаметр поршня $D = 80$ мм, диаметр штока $d_{\text{ш}} = 50$ мм, диаметр трубопроводов $d_{\text{т}} = 20$ мм. Суммарный коэффициент сопротивления напорной линии $\xi_{\text{н}} = 40$, сливной $\xi_{\text{с}} = 50$, нагрузка на штоке $F = 10$ кН, плотность масла $\rho = 900$ кг/м³. Определить давление, развиваемое насосом, скорость выдвижения штока и мощность насоса.

Решение. Давление, развиваемое насосом, находим из выражения

$$\rho = \xi_{\text{н}} \frac{\rho Q^2}{2 S_{\text{т}}^2} + \frac{F}{A_{\text{п}}} + \xi_{\text{с}} \frac{\rho Q^2 (A_{\text{п}} - A_{\text{ш}})}{2 S_{\text{т}}^2 A_{\text{п}}},$$

где $S_{\text{т}}$ – площадь трубопровода; $S_{\text{т}} = \frac{\pi d^2}{4} = 0,785 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 3,14 \cdot 10^{-4}$

$= 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $A_{\text{п}}, A_{\text{ш}}$ – площади поршня и штока; $A_{\text{п}} = \frac{\pi D^2}{4} = 0,785 \cdot (8 \cdot 10^{-2})^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$.

$$A_{\text{ш}} = \frac{\pi d_{\text{ш}}^2}{4} = 0,785 (5 \cdot 10^{-2})^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$\frac{A_{\text{п}} - A_{\text{ш}}}{A_{\text{п}}} = \frac{(5 - 2) \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{3}{5}.$$

$$\begin{aligned} \rho &= 40 \frac{900 \cdot (1,83 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (3,14 \cdot 10^{-4})^2} + \frac{10 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^{-4}} + 50 \frac{900 \cdot (1,83 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (3,14 \cdot 10^{-4})^2} \cdot \frac{3}{5} = \\ &= (0,611 + 2 + 0,784) \cdot 10^6 = 3,395 \text{ МПа} \end{aligned}$$

Давление, развиваемое насосом, меньше давления настройки переливного клапана, поэтому вся подача насоса поступает в гидроцилиндр. Скорость выдвижения поршня будет

$$V = \frac{Q}{A_{\text{п}}} = \frac{1,83 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = 0,366 \text{ м/с.}$$

Мощность насоса

$$N = P \cdot Q = 3,395 \cdot 10^6 \cdot 1,83 \cdot 10^{-3} = 6,212 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

3.4. Определить скорость движения поршня гидроцилиндра, мощность насоса и коэффициент полезного действия гидропривода (рисунок 3.4) [11], если усилие на штоке $F = 8 \text{ кН}$; диаметр гидроцилиндра $D = 50 \text{ мм}$; диаметр штока $d_{\text{ш}} = 30 \text{ мм}$; длины трубопроводов $l_1 = 3 \text{ м}$; $l_2 = 1,5 \text{ м}$; $l_3 = 4 \text{ м}$; диаметр трубопроводов $d_{\text{т}} = 10 \text{ мм}$; фильтр задан эквивалентной длиной $l_{\text{ф}} = 200d_{\text{т}}$; канал распределителя эквивалентной длиной $l_{\text{р}} = 150d_{\text{т}}$; площадь проходного сечения дросселя $S_{\text{др}} = 5 \text{ мм}^2$; коэффициент расхода дросселя $\mu_{\text{др}} = 0,7$; кинематическая вязкость и плотность рабочей жидкости $\nu = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$; $\rho = 890 \text{ кг/м}^3$; рабочий объем насоса $V_0 = 10 \text{ см}^3$; частота вращения вала насоса $n = 1450 \text{ об/мин}$; объемный КПД насоса $\eta_0 = 0,85$ при давлении $p = 7 \text{ МПа}$; механический КПД насоса $\eta_{\text{мех}} = 0,9$; давление начала открытия переливного клапана $p_{\text{к min}} = 5 \text{ МПа}$ при $Q_{\text{к}} = 0$ и $K_{\text{к}} = 0,004 \text{ МПа} \cdot \text{с/см}^3$.

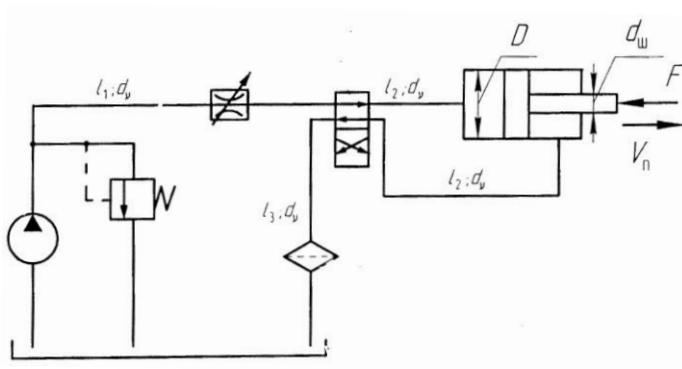


Рисунок 3.4

Решение. Схема гидропривода представляет собой ряд последовательно соединенных гидравлических сопротивлений и при расчете рассматривается как простой трубопровод. Задача решается графоаналитическим методом. Характеристики насоса и переливного клапана строим по двум точкам.

Насос: точка A – при $p = 0$, $Q_T = V_o n_H = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 1450 / 60 = 0,243 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$.

точка B – при $p = 7 \text{ МПа}$, $Q = Q_T \eta_o = 0,243 \cdot 10^{-3} \cdot 0,85 = 0,207 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$.

Клапан: точка E – при $Q_{\text{кл}} = 0$, $p_{\text{к}} = p_{\text{к min}} = 5 \text{ МПа}$;

точка K – при $Q_{\text{кл}} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$, $p_{\text{к}} = p_{\text{к min}} + K_{\text{к}} Q_{\text{кл}} = 5,8 \text{ МПа}$.

Графическим сложением характеристик насоса (линия 1) и клапана (линия 2) получаем характеристику насосной установки (линия ACD) (рисунок 3.4а).

Согласно схемы привода характеристика трубопровода имеет вид

$$\Delta p_{\Sigma} = \Delta p_{\text{тр1}} + \Delta p_{\text{др}} + \Delta p_{\text{р}} + \Delta p_{\text{тр2}} + \Delta p_{\text{п}} + \\ + \Delta p_{\text{тр2с}} + \Delta p_{\text{рс}} + \Delta p_{\text{тр3с}} + \Delta p_{\text{ф}} .$$

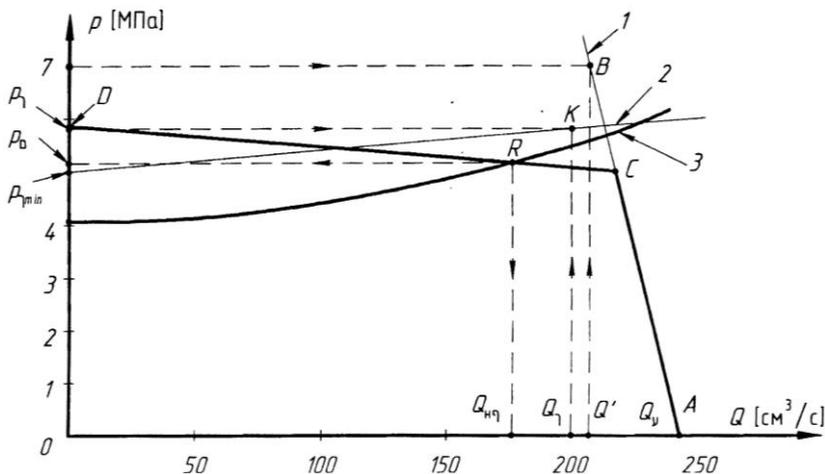


Рисунок 3.4а

Индекс «с» у величин потерь указывает на то, что потери давления в этих гидравлических сопротивлениях следует определять по расходу на выходе из гидроцилиндра.

Вычислим число Рейнольдса по максимальному расходу рабочей жидкости и оценим режим течения жидкости в трубопроводе:

$$Re = \frac{4 \cdot Q_T}{\pi \cdot d_T \cdot v} = \frac{4 \cdot 0,243 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^{-4}} = 1548 \leq Re_{кр}.$$

В трубопроводе будет ламинарный режим течения, поэтому уравнение характеристики трубопровода имеет вид

$$\Delta p_{\Sigma} = \Delta p_{ц} + (K_1 + K_2 n) Q + K_3 \cdot Q^2, \quad (n = \frac{D^2 - d^2}{D^2}),$$

где $\Delta p_{ц} = 4F/(\pi D^2) = 4 \cdot 8 \cdot 10^3 / [3,14(50 \cdot 10^{-3})^2] = 4,07 \text{ МПа};$

$$K_1 = \frac{128 \cdot v \cdot (l_1 + l_2 + l_{зп}) \cdot \rho}{\pi \cdot d_T^4} = \frac{128 \cdot 0,2 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 890}{3,14 \cdot (50 \cdot 10^{-3})^4} = 390 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3;$$

$$K_2 = \frac{128 \cdot \nu \cdot (l_2 + l_{\text{эп}} + l_3 + l_{\text{эф}}) \cdot \rho}{\pi \cdot d^4_{\text{T}}} = \frac{128 \cdot 0,2 \cdot 10^{-4} \cdot 9 \cdot 890}{3,14 \cdot (50 \cdot 10^{-3})^4} = 586 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с} / \text{м}^3;$$

$$K_3 = \frac{\rho}{2 \cdot \mu_{\text{др}}^2 S_{\text{др}}} = \frac{890}{2 \cdot 0,7^2 \cdot (5 \cdot 10^{-6})^2} = 32,7 \cdot 10^{12} \text{ Па} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^6.$$

Так как характеристика трубопровода нелинейна, то для ее построения необходимо не менее трех точек в рабочем диапазоне значений расходов. Возьмем пять точек и результаты расчета сведем в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты расчета характеристики трубопровода

$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0	$0,050 \cdot 10^{-3}$	$0,100 \cdot 10^{-3}$	$0,150 \cdot 10^{-3}$	$0,200 \cdot 10^{-3}$
$\Delta P_{\Sigma}, \text{ МПа}$	4,07	4,13	4,41	4,86	5,47

По данным таблицы строим характеристику трубопровода (кривая 3).

Точка пересечения линии 3 с CD дает рабочую точку гидросистемы (точка R). Ее координаты: $Q_{\text{ну}} = 0,176 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ и $p_{\text{н}} = 5,16 \text{ МПа}$.

Так как вся подача насоса поступает в гидроцилиндр, то скорость движения штока определяется по формуле

$$V_{\text{п}} = \frac{4 \cdot Q_{\text{ну}}}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0,176 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2} = 0,0898 \text{ м/с}.$$

Мощность насоса

$$N_{\text{н}} = \frac{p_{\text{н}} \cdot Q_{\text{T}}}{\eta_{\text{мех}}} = \frac{5,16 \cdot 10^6 \cdot 0,243 \cdot 10^{-3}}{0,9} = 1393 \text{ Вт} = 1,393 \text{ кВт}.$$

КПД гидропривода

$$\eta = \frac{N_{\text{гц}}}{N_{\text{н}}} = \frac{F \cdot V_{\text{п}}}{N_{\text{н}}} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 0,0898}{1393} = 0,515.$$

3.5. Провести гидравлический расчет привода, схема которого приведена на рисунке 3.5 [11], и определить потребляемую насосом мощность, скорости движения грузов и коэффициент полезного действия гидропривода.

Вес грузов $G_1 = 2,2$ кН; $G_2 = 2,1$ кН; максимальный рабочий объем насоса $V_{0н} = 30 \cdot 10^{-6}$ м³; частота вращения вала насоса $n_n = 25$ об/с; объемный КПД насоса $\eta_{0н} = 0,82$ при давлении $p = 6$ МПа; механический КПД насоса $\eta_{мн} = 0,9$; параметры регулятора подачи насоса: давление настройки $p_p = 4,85$ МПа, $K_p = 0,001$ м³/(МПа·с); диаметры трубопроводов: $d_1 = d_2 = 8$ мм, длины трубопроводов: $l_1 = 5$ м, $l_2 = l_3 = 8,5$ м, $l_4 = 3$ м; коэффициент сопротивления фильтра $\xi_{ф} = 5$; площадь проходного сечения дросселя $S_{др} = 14 \cdot 10^{-6}$ м²; коэффициент расхода дросселя $\mu_{др} = 0,7$; рабочий объем гидромоторов $V_{0м} = 32 \cdot 10^{-6}$ м³; объемный КПД гидромоторов $\eta_{0м} = 0,99$; механический КПД гидромоторов $\eta_{мг} = 0,9$; передаточное число механических редукторов $i = 40$; диаметр шкива $D = 0,5$ м; кинематическая вязкость жидкости $\nu = 14 \cdot 10^{-6}$ м²/с; плотность $\rho = 900$ кг/м³. Принять режим течения жидкости в трубах диаметром d_1 турбулентный с коэффициентом гидравлического трения $\lambda = 0,04$, а в трубах с диаметром d_2 – ламинарный [11].

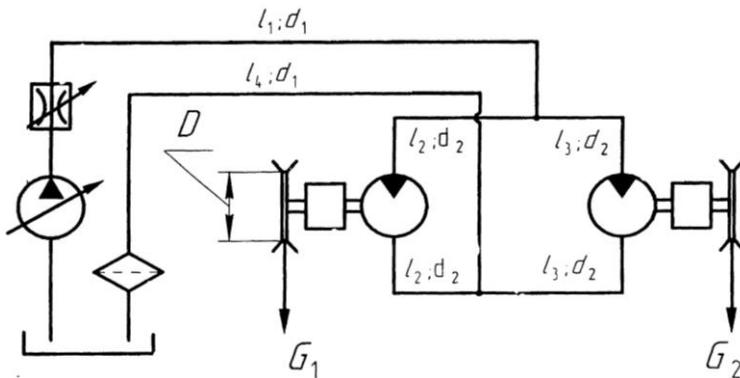


Рисунок 3.5

Решение. Из схемы гидропривода следует, что гидропривод представляет собой сложный трубопровод с последовательно-параллельным соединением четырех простых трубопроводов. Задачу решаем графоаналитическим методом. Вначале строим характеристику насоса с регулятором подачи (рисунок 3.5а).

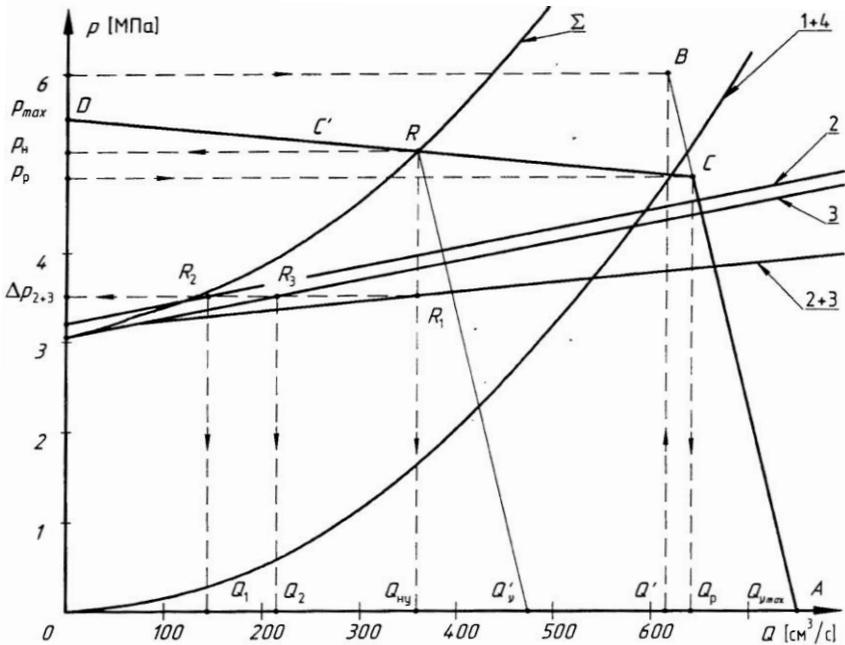


Рисунок 3.5а

Точку A получаем при $p = 0$, $Q_{H \max} = V_{OH} n_H = 30 \cdot 10^{-6} \cdot 25 = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$. Точку B — при $p = 6 \text{ МПа}$, $Q_{д} = Q_{T \max} \eta_{OH} = 0,75 \cdot 10^{-3} \cdot 0,82 = 0,615 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$. Соединяя точки A и B , получаем характеристику насоса. Для насоса с регулятором подачи строим точку C — это точка пересечения горизонтали, соответствующей давлению настройки регулятора $p_p = 4,85 \text{ МПа}$, с характеристикой насоса. При этом давлении подача насоса составляет $Q_{H'} = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$. Вторую точку C' получаем

произвольно задаваясь давлением на выходе насоса, например, $\rho_n'' = 5,25$ МПа, и определяем подачу насоса по формуле

$$Q_n'' = Q_n - K_p (\rho_n'' - \rho_p) = 0,65 \cdot 10^{-3} - 0,001 (5,25 \cdot 10^6 - 4,85 \cdot 10^6) = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проведя прямую через точки C и C' до пересечения с осью ординат в точке D , получаем характеристику насоса совместно с регулятором расхода (линия ACD , рисунок 3.5а).

Затем составляем уравнения характеристик простых трубопроводов, исходя из условия, что на участках 1 и 4 режим течения турбулентный, а на участках 2 и 3 – ламинарный. Тогда

$$\text{для 1: } \Delta\rho_1 = \Delta\rho_{\text{тр1}} + \Delta\rho_{\text{др}} = \lambda \frac{l_1}{d_1} \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d_1^4} + \frac{\rho Q^2}{2\mu_{\text{др}}^2 S_{\text{др}}^2} = K_1 Q^2;$$

$$\text{для 2: } \Delta\rho_2 = 2 \Delta\rho_{\text{тр2}} + \Delta\rho_{\text{Г1}} = 2 \cdot \frac{128 \cdot \nu \cdot l_2 \cdot \rho \cdot Q}{\pi^2 \cdot d_2^4} + \frac{2 \cdot \pi \cdot M_1}{V_{0\text{М}} \cdot \eta_{\text{МГ}}} = K_2 \cdot Q + \Delta\rho_{\text{Г1Г1}};$$

$$\text{для 3: } \Delta\rho_3 = 2 \Delta\rho_{\text{тр3}} + \Delta\rho_{\text{Г2}} = 2 \cdot \frac{128 \cdot \nu \cdot l_3 \cdot \rho \cdot Q}{\pi^2 \cdot d_2^4} + \frac{2 \cdot \pi \cdot M_2}{V_{0\text{М}} \cdot \eta_{\text{МГ}}} = K_3 \cdot Q + \Delta\rho_{\text{Г2}};$$

$$\text{для 4: } \Delta\rho_4 = \Delta\rho_{\text{тр4}} + \Delta\rho_{\text{Ф}} = \lambda \frac{l_1}{d_1} \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d_1^4} + \xi_{\text{Ф}} \cdot \frac{8 \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot d_1^4} = K_4 \cdot Q^2.$$

Значения моментов на валах гидромоторов M_1 и M_2 определяются с учетом передаточных отношений редукторов i

$$M_1 = \frac{G_1 \cdot D}{2 \cdot i} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 40} = 13,75 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$\text{и } M_2 = \frac{G_2 \cdot D}{2 \cdot i} = \frac{2,1 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 40} = 13,125 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Построим суммарную характеристику сложного трубопровода и определим рабочую точку гидросистемы.

Участки 1 и 4 включены последовательно, поэтому уравнение

$$\Delta\rho_{1+4} = \Delta\rho_1 + \Delta\rho_4 = (K_1 + K_4) Q^2 = K_{1+4} Q^2$$

позволяет построить их суммарную характеристику. Подставив данные из условия задачи, получим $\Delta\rho_{r1} = 3,2$ МПа; $\Delta\rho_{r2} = 3,05$ МПа;

$$K_2 = K_3 = 2,13 \cdot 10^9 \text{ кг}/(\text{м}^4 \cdot \text{с}); K_{1+4} = 12,7 \text{ кг}/\text{м}^7.$$

Так как характеристики трубопроводов 2 и 3 линейны, то для их построения достаточно двух точек, а для построения нелинейной характеристики $\Delta\rho_{1+4} = f(Q)$ необходимо минимум три точки (используем шесть точек). Результаты расчетов заносим в таблицу 3.2. По данным таблицы строим характеристики каждого простого трубопровода (линии 1+4; 2 и 3, рисунок 3.5а). Затем по правилам графического сложения характеристик параллельных участков получаем суммарную характеристику участков 2 и 3 (линия 2+3). Проводим графическое сложение полученной характеристики $\Delta\rho_{2+3} = f(Q)$ с характеристикой $\Delta\rho_{1+4} = f(Q)$. Эти характеристики складываются по правилу сложения характеристик последовательно соединенных трубопроводов. В результате получаем суммарную характеристику всего сложного трубопровода (линия Σ , рисунок 3.5а).

Таблица 3.2 – Результаты расчета характеристик трубопроводов

$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0	$0,2 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-3}$
$\Delta\rho_2, \text{ МПа}$	3,2				4,27	
$\Delta\rho_3, \text{ МПа}$	3,05				4,12	
$\Delta\rho_{1+4}, \text{ МПа}$	0	0,51	1,14	2,03	3,18	4,57

Пересечение полученной характеристики сложного трубопровода с характеристикой насосной установки определяет рабочую точку гидросистемы (точка R на рисунке 3.5а). Ее координаты $p_H = 5,14$ МПа и $Q_H = 0,358 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

Потребляемую регулируемым насосом с регулятором подачи мощность определяем следующим образом. Через точку R проводим прямую параллельно AB и определяем $Q_T = 0,474 \cdot 10^{-3}$ м³/с. Тогда

$$N_{\text{вх}} = \frac{p_H \cdot Q_T}{\eta_{\text{МН}}} = \frac{5,14 \cdot 10^6 \cdot 0,358 \cdot 10^{-3}}{0,9} = 2,43 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Чтобы определить скорости подъема грузов и КПД гидропривода, необходимо найти частоту вращения вала каждого гидромотора. Для этого необходимо знать величины расходов Q_2 и Q_3 в параллельных трубопроводах. Для этого опускаем вертикаль из точки R , находим точку R_1 пересечения этой вертикали с кривой 2+3 и, следовательно, потерю давления $\Delta p_{2+3} = \Delta p_2 = \Delta p_3$. Проведя горизонталь через точку R_1 , соответствующую потерям давления $\Delta p_2 = \Delta p_3$, находим точки ее пересечения с характеристиками 2-го и 3-го трубопроводов (точки R_2 и R_3 , соответственно). Опустив вертикали из точек R_2 и R_3 , находим расходы $Q_2 = 0,144 \cdot 10^{-3}$ м³/с и $Q_3 = 0,214 \cdot 10^{-3}$ м³/с. По известным расходам Q_2 и Q_3 с учетом передаточного отношения i механических редукторов и диаметра D шкива определяем скорости v_1 и v_2 подъема грузов по формуле

$$v = \frac{\pi \cdot D}{i} \cdot \omega = \frac{\pi \cdot D}{i} \cdot \frac{Q \cdot \eta_{\text{ог}}}{v_{\text{ом}}}$$

Тогда

$$v_1 = \frac{\pi \cdot D}{i} \cdot \frac{Q_2 \cdot \eta_{\text{ог}}}{v_{\text{ом}}} = \frac{3,14 \cdot 0,5}{40} \cdot \frac{0,144 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9}{32 \cdot 10^{-6}} = 0,161 \text{ м/с.}$$

$$v_2 = \frac{\pi \cdot D}{i} \cdot \frac{Q_3 \cdot \eta_{ог}}{v_{ом}} = \frac{3,14 \cdot 0,5}{40} \cdot \frac{0,214 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9}{32 \cdot 10^{-6}} = 0,240 \text{ м/с.}$$

Выходная мощность привода

$$N_{\text{вых}} = G_1 v_1 + G_2 v_2 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,161 + 2,1 \cdot 10^3 \cdot 0,240 = 858 \text{ Вт.}$$

КПД гидропривода

$$\eta = \frac{N_{\text{вых}}}{N_{\text{вх}}} = \frac{858}{2430} = 0,353.$$

Задачи

3.6. Для определения потерь давления на фильтре установлены манометры, как показано на рисунке 3.6. При пускании через фильтр жидкости, расход которой $Q = 1$ л/с, давления $p_1 = 0,1$ МПа, $p_2 = 0,12$ МПа. Определить, чему равна потеря давления в фильтре, если известно $d_1 = 10$ мм, $d_2 = 20$ мм, $\rho_{\text{ж}} = 900$ кг/м³, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

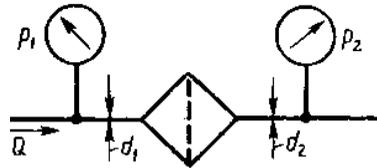
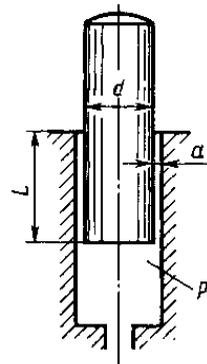


Рисунок 3.6

Ответ. $\Delta p_{\text{ф}} = 0,05$ МПа.

3.7. Определить максимально возможную секундную утечку жидкости через зазор между насосным плунжером и цилиндром, если диаметр плунжера $d = 20$ мм; радиальный зазор при соосном расположении плунжера и цилиндра $a = 0,01$ мм; свойства жидкости

$\nu = 1$ мм²/с; $\rho = 800$ кг/м³. Давление насоса $p = 25$ МПа; длина зазора $l = 30$ мм.



Ответ. С учетом эксцентриситета $Q =$

Рисунок 3.7

= 13,3 см³/с.

3.8. Определить напор, создаваемый насосом системы охлаждения автомобильного двигателя, при следующих данных: подача насоса $Q = 3,9$ л/с; коэффициенты сопротивления: блока цилиндров $\xi_1 = 3,5$; термостата $\xi_2 = 2,5$; радиатора $\xi_3 = 4,0$; трубы (шланга) от радиатора до насоса $\xi_4 = 2,0$. Все коэффициенты отнесены к скорости в трубе диаметром

$d = 40$ мм. Чему равно абсолютное давление перед входом в насос, если в верхней части радиатора возник вакуум $p_{\text{вак}} = 1$ кПа; высота $H = 0,4$ м; атмосферное давление соответствует $h_a = 750$ мм рт. ст., $\rho_{\text{ж}} = 1000$ кг/м³?

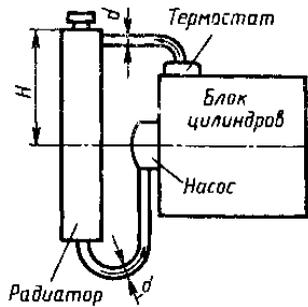


Рисунок 3.8

Ответ. $H_n = 5,9$ м; $p_{\text{абс}} = 0,07$ МПа.

3.9. Воздух засасывается двигателем из атмосферы, проходит через воздухоочиститель и затем по трубе диаметром $d_1 = 50$ мм подается к карбюратору. Плотность воздуха $\rho = 1,28$ кг/м³. Определить разрежение в горловине диффузора диаметром $d_2 = 25$ мм (сечение 2-2) при расходе воздуха $Q = 0,05$ м³/с принять следующие коэффициенты сопротивления: воздухоочистителя $\xi_1 = 5$; колена $\xi_2 = 1$; воздушной заслонки $\xi_3 = 0,5$ (отнесены к скорости в трубе); сопла $\xi_4 = 0,05$ (отнесен к скорости в горловине диффузора).

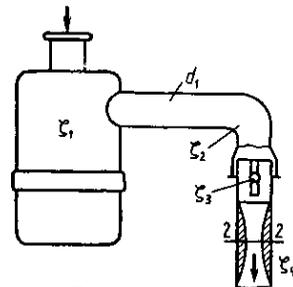


Рисунок 3.9

Ответ. $p_{\text{вак}} = 9,7$ кПа.

3.10. При каком диаметре трубопровода подача насоса составит $Q = 1$ л/с, если на выходе из него располагаемый напор $H_{\text{расп}} = 9,6$ м; длина трубопровода $l = 10$ м; эквивалентная шероховатость

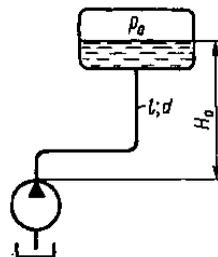


Рисунок 3.10

$\Delta_3 = 0,05$ мм; давление в баке $p_0 = 30$ кПа; высота $H_0 = 4$ м; вязкость жидкости $\nu = 1,5$ мм²/с и ее плотность $\rho = 1000$ кг/м³? Местными гидравлическими потерями в трубопроводе пренебречь. Учесть потери при входе в бак.

Ответ. $d = 24,1$ мм.

3.11. Определить, при каком проходном сечении дросселя расходы в параллельных трубопроводах будут одинаковыми, если длины трубопроводов $l_1 = 5$ м и $l_2 = 10$ м; их диаметры $d_1 = d_2 = 12$ мм; коэффициент расхода дросселя $\mu = 0,7$; вязкость рабочей жидкости $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с; расход жидкости перед разветвлением $Q = 0,2$ л/с. Трубопровод считать гидравлически гладким.

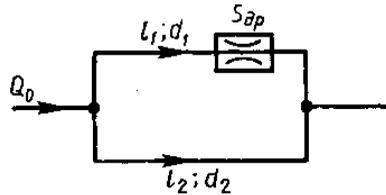


Рисунок 3.11

Ответ. $S_{др} = 45,9$ мм².

3.12. Насос обеспечивает расход воды $Q = 0,6$ л/с по трубопроводу, в котором установлен дроссель с коэффициентом сопротивления $\xi_1 = 3$. В точке M трубопровод разветвляется на два трубопровода, один из которых содержит дроссель с коэффициентом сопротивления $\xi_2 = -10$, а другой — $\xi_3 = 40$. Пренебрегая

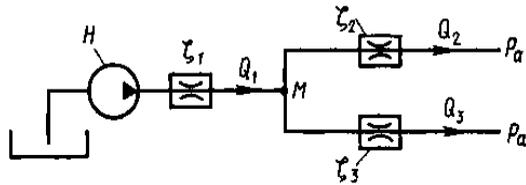


Рисунок 3.12

потерями давления на трение по длине, определить расходы жидкости в ветвях и давление насоса.

Диаметр труб $d = 10$ мм, кинематическая вязкость жидкости $\nu = 1$ мм²/с.

Ответ. $p_H = 0,22$ МПа; $Q_2 = 0,4$ л/с; $Q_3 = 0,2$ л/с.

3.13. По трубопроводу длиной $l = l_1 + l_2 + l_3$ движется жидкость, истекающая по пути следования через дроссели

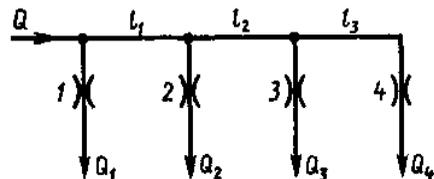


Рисунок 3.13

1...4 в атмосферу. Движение жидкости в трубопроводе на всех участках происходит в области квадратичного сопротивления. Коэффициенты сопротивлений всех дросселей одинаковы и равны ξ . Найти соотношение между участками трубопровода h_1, h_2, h_3 , если $Q_3 = 2Q_4, Q_2 = 2Q_3, Q_1 = 2Q_2$, а диаметр всех труб d .

Ответ. $h_1: h_2: h_3 = (48/49):(12/9):3$.

3.14. Керосин перекачивается по горизонтальной трубе длиной $l = 50$ м и диаметром $d = 50$ мм в количестве $Q = 9,8$ л/с. Определить потребное давление и необходимую мощность насоса, если свойства керосина: $\nu = 0,025$ Ст; $\rho = 800$ кг/м³. Труба гидравлически гладкая. Местными потерями пренебречь.

Ответ. $p = 0,18$ МПа; $N = 1,77$ кВт.

3.15. Жидкость с плотностью $\rho = 900$ кг/м³ и вязкостью $\nu = 1$ мм²/с нагнетается по горизонтальному трубопроводу длиной $l = 4$ м и диаметром $d = 25$ мм. Определить давление в начальном сечении, если в конечном сечении трубопровода давление атмосферное, расход жидкости $Q = 6$ л/с; шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0,06$ мм.

Ответ. $p = 0,268$ МПа.

3.16. Вычислить необходимую мощность насоса (компрессора) для подачи воды (газа) при температуре 10 °С в трубопроводе с эквивалентной шероховатостью $\Delta = 0,2$ мм. Схемы трубопроводов приведены на рисунке 3.14, а исходные данные для расчета – в таблице 3.3. Плотность и кинематическую вязкость воды принять $\rho = 1000$ кг/м³; $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6}$ м²/с. Плотность и кинематическую вязкость газа принять $\rho = 1,25$ кг/м³; $\nu = 14,2 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Расходы: вода – $0,01 \dots 0,055$ м³/с; газ – $0,1 \dots 0,55$ м³/с.

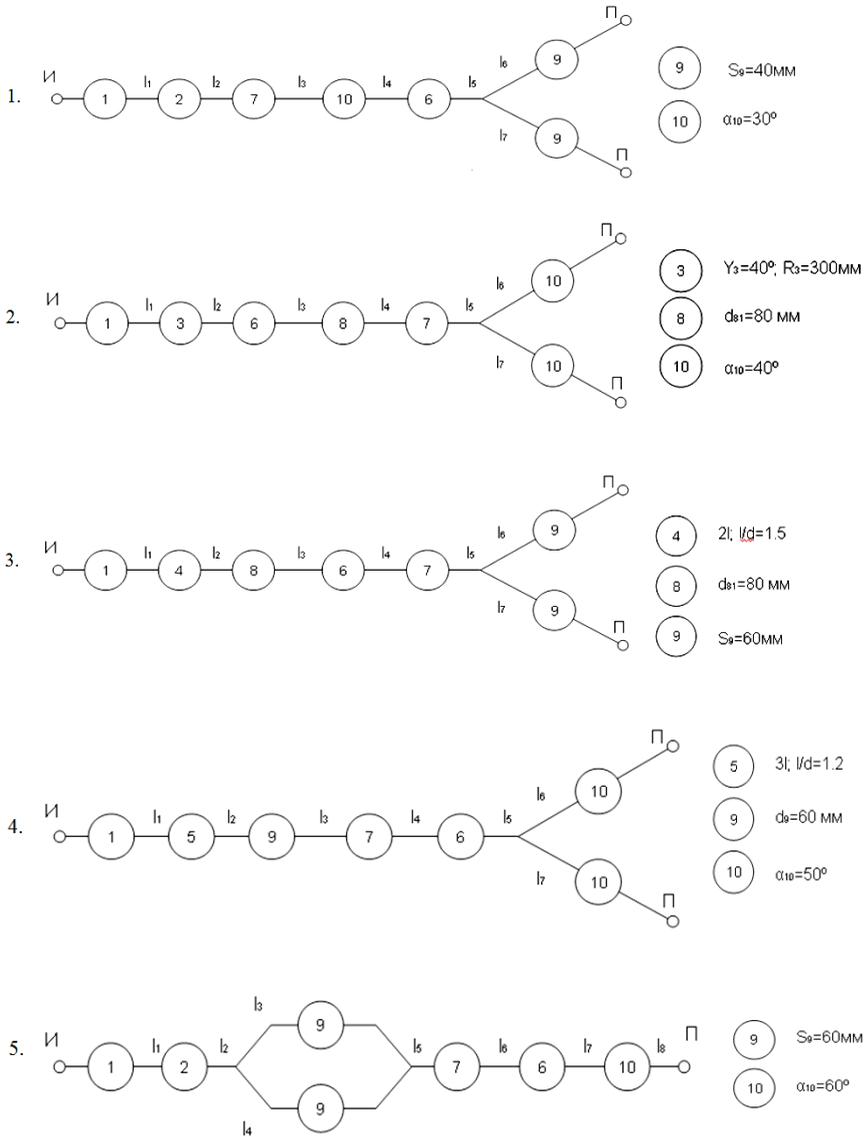


Рисунок 3.14 – Схемы соединения сложных трубопроводов

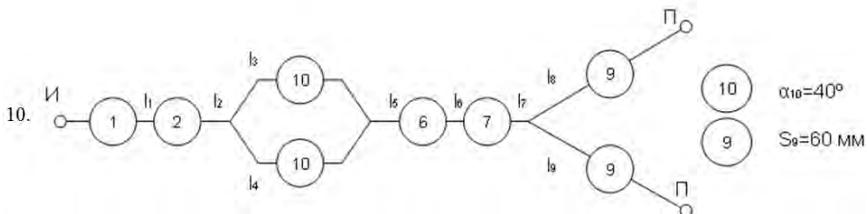
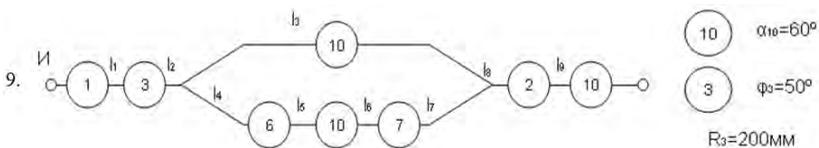
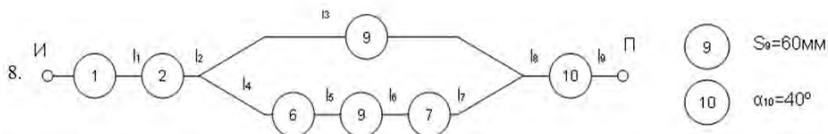
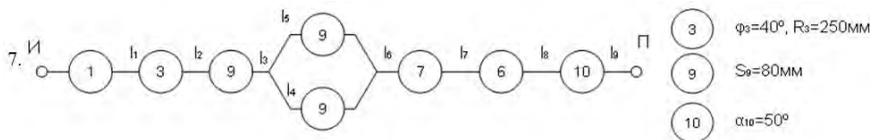
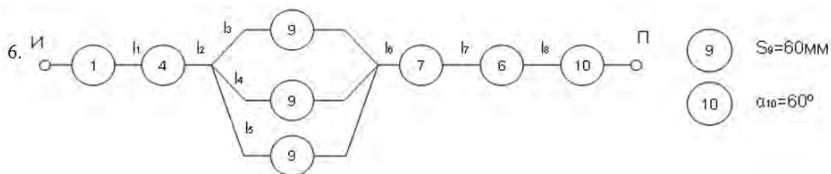


Рисунок 3.14 (окончание)

Таблица 3.3 – Исходные данные для расчета сложного трубопровода

№г	z_1	z_2	l_1	d_1	l_2	l_3	d_3	l_4	d_4	l_5	d_5	l_6	d_6	l_7	d_7	l_8	d_8	l_9	d_9
	M																		
1	-5	5	200	0,20	20	20	0,10	20	0,1	20	0,2	10	0,15	15	0,10	-	-	-	-
2	-5	5	200	0,15	40	40	0,20	40	0,20	40	0,15	11	0,18	20	0,10	-	-	-	-
3	-3	3	100	0,15	40	60	0,15	60	0,20	40	0,10	13	0,18	40	0,12	-	-	-	-
4	-6	5	120	0,15	60	40	0,15	70	0,12	60	0,15	20	0,15	40	0,12	-	-	-	-
5	-5	5	200	0,20	40	40	0,15	30	0,12	60	0,18	25	0,15	40	0,20	30	0,20	-	-
6	-6	4	100	0,20	40	40	0,20	30	0,12	20	0,20	10	0,20	60	0,15	60	0,18	-	-
7	-6	5	150	0,20	40	60	0,15	30	0,12	40	0,10	22	0,15	40	0,12	60	0,15	70	0,15
8	-6	2	150	0,20	60	120	0,15	30	0,15	30	0,20	13	0,20	30	0,15	60	0,20	60	0,20
9	-6	2	100	0,20	40	120	0,15	30	0,15	40	0,20	40	0,20	40	0,15	100	0,20	50	0,20
10	-6	1	200	0,20	60	150	0,15	100	0,12	40	0,10	30	0,15	70	0,12	100	0,12	50	0,10

3.4. Истечение жидкости через отверстия и насадки

В процессе истечения жидкости происходит преобразование потенциальной энергии жидкости в кинетическую. Из уравнения Бернулли получают выражение для скорости истечения:

$$v = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (3.49)$$

где H – расчетный напор, равный сумме геометрического и пьезометрического напоров, т.е.

$$H = \Delta z + \frac{\Delta \rho}{\rho g}, \quad (3.50)$$

где φ – коэффициент скорости, определяемый как

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi}}, \quad (3.51)$$

где α – коэффициент Кориолиса; ξ – коэффициент местного сопротивления.

Расход жидкости при истечении через отверстия, насадки, дроссели и клапаны определяется произведением скорости истечения на площадь сечения струи. Для отверстия вводится коэффициент сжатия струи

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S_0}, \quad (3.52)$$

где S_c и S_0 – площади сечения струи и отверстия.

Расход жидкости через отверстие равен

$$Q = S_c v = \varepsilon S_0 \varphi \sqrt{2gH} = \mu S_0 \sqrt{2gH}. \quad (3.53)$$

Вместо расчетного напора H часто используется расчетный перепад давления $\Delta p = H\rho g$ и вместо (3.53) пишут

$$Q = \mu S_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}. \quad (3.54)$$

Истечение жидкости может происходить либо в газовую среду, например, в атмосферный воздух, либо в среду той же жидкости. В последнем случае вся кинетическая энергия струи теряется на вихреобразования.

Отверстием в тонкой стенке называется отверстие, диаметр которого больше толщины стенки δ . В этом случае коэффициент расхода μ и другие коэффициенты однозначно определяются числом Рейнольдса, а в приближенных расчетах принимают $\varepsilon = 0,64$; $\varphi = 0,97$; $\alpha = 1$; $\xi = 0,065$; $\mu = 0,62$.

При внешнем цилиндрическом насадке, который представляет собой короткую трубу, приставленную к отверстию снаружи, или при отверстии, диаметр которого d_0 в 2–6 раз меньше толщины стенки δ , возможны два режима истечения: безотрывный и отрывный. Коэффициенты при первом режиме в приближенных расчетах обычно принимают $\mu = \varphi = 0,82$; $\xi = 0,5$; $\varepsilon = 1$. При втором режиме коэффициенты истечения равны коэффициентам истечения для отверстия в тонкой стенке.

Внутренний цилиндрический насадок – это короткая трубка, приставленная к отверстию изнутри. Возможны два режима истечения аналогично предыдущему, но с другими значениями коэффициентов: при первом режиме $\mu = 0,71$; $\xi = 1,0$; при втором – $\mu \approx \varepsilon = 0,5$.

Сопло, или коноидальный насадок, обеспечивает плавное, безотрывное сужение потока внутри насадка и параллельно-струйное течение на выходе. Для сопла в расчетах можно принимать $\mu = \varphi = 0,97$; $\xi = 0,06$.

Диффузорный насадок с закругленным входом, применяемый в особых случаях, имеет коэффициент расхода, изменяющийся в широких пределах в зависимости от угла конусности и степени расширения диффузора. Приблизительно коэффициент сопротивления ξ такого насадка может быть определен как сумма коэффициентов сопротивления сопла и диффузора, а коэффициент расхода μ можно определить по ξ , положив $\varepsilon = 1$.

Задачи данного раздела можно решать без записи уравнения Бернулли. Если дана задача на истечение через отверстие, насадок или дроссель (жиклер) и задан коэффициент расхода μ , то следует применить основное выражение (3.53). Расчетный напор в общем случае складывается из разностей геометрических и пьезометрических высот.

Следует знать, что коэффициент расхода μ однозначно определяется коэффициентами сжатия струи ε и скорости φ (или сопротивления ξ).

Указанное выше основное выражение для расхода справедливо при истечении через отверстия, насадки и дроссели.

Последние могут иметь форму отверстия или насадка, но всегда истечение через них происходит в среду, заполненную той же самой жидкостью (истечение под уровень). При этом кинетическая энергия, теряемая на вихреобразование, учитывается коэффициентом расхода.

Если истечение жидкости происходит при переменном напоре (опорожнение резервуаров), то в каждый данный момент движение жидкости можно рассматривать как установившееся.

Формулы для определения значения коэффициентов расхода при истечении через отверстия и насадки приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Формулы для определения значения коэффициента расхода μ

Форма отверстия, насадка	Формула расчета μ	
	Различные F_0/F_1	$F_0/F_1 \rightarrow 0$
Отверстие в тонкой стенке дна сосуда $Re > 10^5$	$\frac{1}{1 + 0,707\sqrt{1 - F_0/F_1}} + \frac{B}{Re}$ $B = 5,5$ – круглое отверстие; $B = 8,9$ – прямоугольное отверстие	$0,59 + \frac{B}{\sqrt{Re}}$
Внешний цилиндрический насадок	$(1,5 - 0,5 F_0/F_1)^{-0,5}$	0,82
Внутренний цилиндрический насадок	$(2 - F_0/F_1)^{-0,5}$	0,71
Конический сходящийся насадок $\alpha = 13^\circ$, $Re > 10^5$	$(1,2 - 0,2 F_0/F_1)^{-0,5}$	0,92
Конический сходящийся насадок с плавным входом $Re > 10^5$	$(1,07 - 0,07 F_0/F_1)^{-0,5}$	0,97
Внешний конический расходящийся насадок $\alpha = 15^\circ$, $F_2/F_1 = 2$	–	0,65–0,70

3.17. Для сопла-заслонки, изображенной на рисунке 3.17, определить силу, с которой жидкость воздействует на заслонку в следующих случаях: 1) когда заслонка плотно прижата к торцу сопла ($x = 0$) и истечение жидкости не происходит; 2) когда расстояние x достаточно велико и истечение происходит так, как показано на схеме. Давление в широкой части сопла (сечение 0-0) $p_0 = 3$ МПа, скорость $u_0 = 0$ в обоих случаях. Диаметр

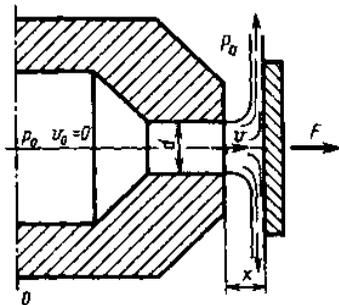


Рисунок 3.17

выходного канала сопла $d = 2$ мм, а коэффициент расхода $\mu = \varphi = 0,85$. Чему было бы равно отношение сил F_2/F_1 в двух случаях при отсутствии потерь напора в сопле? (Во втором случае следует записать уравнение количества движения в направлении струи.)

Ответ. $F_1 = 9,42$ Н; $F_2 = 13,6$ Н $F_2/F_1 = 2$.

3.18. На рисунке 3.18 изображена схема регулируемого игольчатого дросселя. Определить, на какое расстояние l необходимо вдвинуть иглу в дросселирующее отверстие для обеспечения перепада давления $\Delta p = p_1 - p_2 = 3$ МПа, если угол иглы $\alpha = 30^\circ$, диаметр дросселирующего отверстия $D = 6$ мм, коэффициент расхода $\mu = 0,8$, расход жидкости $Q = 1,2$ л/с, плотность рабочей жидкости $\rho = 900$ кг/м³. Площадь дросселирующего кольца определить по приближенной формуле $S = S_0 - S_n$, где S_0 – площадь отверстия, S_n – площадь иглы в сечении 1-1.

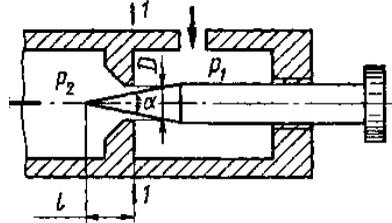


Рисунок 3.18

Ответ. $l = 6,6$ мм.

3.19. Определить значение силы F , преодолеваемой штоком гидrocилиндра при движении его против нагрузки со скоростью $v = 20$ мм/с. Давление на входе в дроссель $p_n = 20$ МПа; давление на сливе $p_c = 0,3$ МПа; коэффициент расхода дросселя $\mu = 0,62$; диаметр отверстия дросселя $d = 1,2$ мм; $D = 70$ мм; $d_{ш} = 30$ мм; $\rho = 900$ кг/м³.

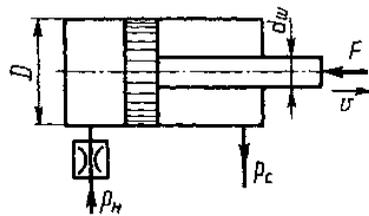


Рисунок 3.19

Ответ. $F = 55$ кН.

3.20. Обратный клапан диаметром $d = 20$ мм служит для пропуска жидкости ($\rho = 900$ кг/м³)

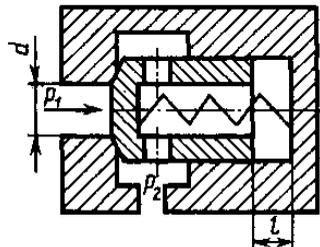


Рисунок 3.20

только в одном направлении. Определить перепад давления $\Delta p = p_1 - p_2$ на клапане, если $p_1 = 1,6$ МПа. Жесткость пружины $c = 13$ Н/мм, ее предварительное поджатие $y_0 = 8$ мм, максимальный ход клапана $l = 3$ мм, коэффициент расхода $\mu = 0,8$, объемный расход $Q = 1$ л/с.

Ответ. $\Delta p = 0,042$ МПа.

3.5. Затопленные струи

Струей называется поток жидкости конечных поперечных размеров, образующийся при истечении через отверстия и сопла. Различают свободные и ограниченные, затопленные и незатопленные струи. Струя называется свободной, если она не стеснена твердыми границами, и затопленной, если она распространяется в среде с теми же физическими свойствами, что и сама струя.

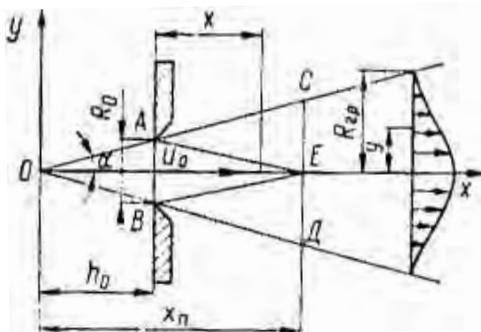


Рисунок 3.21 – Схема свободной турбулентной струи

Турбулентная струя характеризуется интенсивным поперечным перемещением частиц, что приводит к вовлечению в движение слоев окружающей жидкости. В результате создается струйный пограничный слой, который непрерывно утолщается по направлению течения. Границы пограничного слоя

представляют собой расходящиеся поверхности, пересекающиеся в точке O (рисунок 3.21), которая называется полюсом струи. Сечение CD , называемое переходным, делит струю на два участка, существенно отличающихся распределением скоростей; участок между сечениями AB и CD называется начальным, правее CD – основным. Прямые AC и AE являются границами пограничного слоя на начальном участке. Зона ABE

называется ядром постоянных скоростей. Скорость каждой точки ядра равна скорости истечения жидкости. При расчете струй пользуются формулами, приведенными в таблицах 3.4 и 3.5. Относительные величины для плоской струи:

$$\bar{x} = \frac{x}{b_0}, \quad \bar{b}_x = \frac{b_x}{b_0}, \quad \bar{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_0}, \quad \bar{v}_{\max} = \frac{u_{\max}}{u_0},$$

$$\bar{v}_p = \frac{Q_0}{Q_x}, \quad \bar{E}_k = \frac{E_k}{E_0}, \quad E_0 = \frac{1}{2} \rho u_0^2 Q_0, \quad \operatorname{tg} \alpha = 2,4 a.$$

Таблица 3.4 – Расчетные формулы для плоской струи

Параметры	Обозначения	Начальный участок	Переходное сечение	Основной участок
Расстояние от полюса до начального сечения	h_0	$0,41 \frac{b_0}{a}$	–	–
Длина начального участка	x_n	$0,44 \frac{b_0}{a}$	–	–
Полуширина струи	\bar{b}_x	$1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha$	3,53	$1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha$
Расход	\bar{Q}_x	$1 + 0,183 \bar{x} \operatorname{tg} \alpha$	1,46	$0,78 \sqrt{1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha}$
Осевая скорость	\bar{v}_{\max}	1	1	$\frac{1,88}{\sqrt{1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha}}$
Средняя скорость по расходу	\bar{v}_p	$\frac{1}{1 + 0,183 \bar{x} \operatorname{tg} \alpha}$	0,685	$\frac{1,28}{\sqrt{1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha}}$
Кинетическая энергия	\bar{E}_k	$1 - 0,102 \bar{x} \operatorname{tg} \alpha$	0,743	$\frac{1,39}{\sqrt{1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha}}$

Таблица 3.5 – Расчетные формулы для круглой струи

Параметры	Обозначения	Начальный участок	Переходное сечение	Основной участок
Расстояние от полюса до начального сечения	h_0	$0,29 \frac{R_0}{a}$	–	–
Длина начального участка	$x_{п}$	$0,96 \frac{R_0}{a}$	–	–
Радиус струи	$\bar{R}_x b_x$	$1 + \bar{x} \operatorname{tg} \alpha = 1 + n$ $n = \bar{x} \operatorname{tg} \alpha$	3,29	$1 + n$
Расход	\bar{Q}_x	$1 + 0,229n + 0,1145n^2$	2,12	$0,645(1 + n)$
Осевая скорость	\bar{v}_{\max}	1	1	$\frac{3,29}{1 + n}$
Средняя скорость по площади	\bar{v}_A	$\frac{Q}{(1 + n)^2}$	0,1965	$\frac{0,645}{1 + n}$
Средняя скорость по расходу	\bar{v}_p	$\frac{1}{\bar{Q}_x}$	0,471	$\frac{1,55}{1 + n}$
Кинетическая энергия	\bar{E}_k	$1 - 0,102n - 0,0588n^2$	0,426	$\frac{1,4}{1 + n}$

Безразмерный коэффициент структуры a учитывает влияние неравномерности распределения скоростей в начальном сечении и степень турбулентности потока. Приближенные значения этого коэффициента для сопла – 0,07, для цилиндрической трубы – 0,076, для плоской струи – 0,09–0,12.

Относительные величины для круглой струи:

$$\bar{x} = \frac{x}{R_0}, \quad R_x = \frac{R_x}{R_0}, \quad Q_x = \frac{Q_x}{Q_0}, \quad \bar{v}_{\max} = \frac{u_{\max}}{u_0}, \quad \bar{v}_A = \frac{Q_x}{R_x^2},$$

$$\bar{v}_p = \frac{Q_0}{Q_x}, \quad \bar{E}_k = \frac{\alpha_k Q_x^3}{\bar{R}_x^4}, \quad (\alpha - \text{коэффициент Кориолиса}),$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 3,4a.$$

Распределение скоростей в струе можно рассчитать по формуле Шлихтинга:

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(1 - \eta^{3/2}\right)^2,$$

где для круглой струи $\eta = \frac{y}{R_{\text{тр}}}$, для плоской $\eta = \frac{y}{b_{\text{тр}}}$.

Соотношения для круглой и прямоугольной струй даны в таблицах 3.4 и 3.5.

Примеры решения задач

3.21. Струя газа вытекает из сопла диаметром $d_0 = 40$ мм со скоростью $u_0 = 30$ м/с. Определить скорость на оси струи в сечении, отстоящем на расстоянии $x = 0,5$ м от среза сопла.

Решение. Определим, к какому участку относится заданное сечение струи. Для этого вычислим длину начального участка

$$x_{\text{п}} = 0,96 \frac{R_0}{a} = 0,96 \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,07} = 0,274 \text{ м.}$$

Поскольку $x_{\text{п}} < x$, то находить расстояние до полюса не требуется, заданное сечение x находится на основном участке.

Скорость на оси струи

$$\begin{aligned} u_{\max} &= u_0 \frac{3,29}{1 + x \operatorname{tg}\alpha} = \frac{3,29}{1 + 3,4 ax / R_0} = \\ &= \frac{3,29 \cdot 30}{1 + 3,4 \cdot 0,07 \cdot 0,5 / 20 \cdot 10^{-3}} = 14,1 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

3.22. Определить толщину пограничного слоя струи, вытекающей из сопла диаметром $d_0 = 60$ мм, в сечении, отстоящем

на расстоянии $x = 150$ мм от среза сопла.

Решение. Определим положение переходного сечения струи

$$x_{\text{п}} = 0,96 \frac{R_0}{a} = 0,96 \frac{30 \cdot 10^3}{0,07} = 0,412 \text{ м.}$$

Расстояние от полюса струи до начального сечения

$$h_0 = 0,29 \frac{R_0}{a} = 0,29 \frac{0,03}{0,07} = 0,124 \text{ м.}$$

Расстояние от начального сечения до переходного

$$x_0 = (x_{\text{п}} - h_0) = (0,412 - 0,124) = 0,288 \text{ м.}$$

Радиус струи на расстоянии x от среза сопла

$$R_x = R_0 (1 + x \text{ctg} \alpha) = \left(1 + 3,4 \frac{ax}{R_0} \right) = \left(1 + 3,4 \frac{0,07 \cdot 0,15}{0,03} \right) 0,03 = 0,066 \text{ м.}$$

Ординату $R_{\text{я}}$ (радиус ядра постоянных скоростей в сечении x)

найдем из соотношения $\frac{R_0}{x'_{\text{п}}} = \frac{R_{\text{я}}}{x'_{\text{п}} - x}$, откуда

$$R_{\text{я}} = \frac{x'_{\text{п}} - x}{x'_{\text{п}}} R_0 = \frac{0,288 - 0,15}{0,288} \cdot 0,03 = 0,0144 \text{ м.}$$

Толщина пограничного слоя

$$R_{\text{пс}} = R_x - R_{\text{я}} = 0,066 - 0,0144 = 0,0516 \text{ м.}$$

3.23. Струи газа вдуваются из сопел в поток воздуха, движущийся со скоростью $v_{\text{в}} = 30$ м/с под углом $\alpha = 90^\circ$ к направлению потока. Определить расстояние, на котором смыкаются оси струй (рисунок 3.23), если диаметры сопел $d_1 = 20$ мм и $d_2 = 30$ мм, а скорости струй $v_{r1} = 60$ м/с, $v_{r2} = 50$ м/с. Плот-

ность газа $\rho_{\Gamma} = 1,6 \text{ кг/м}^3$, плотность воздуха $\rho_{\text{В}} = 1,3 \text{ кг/м}^3$.

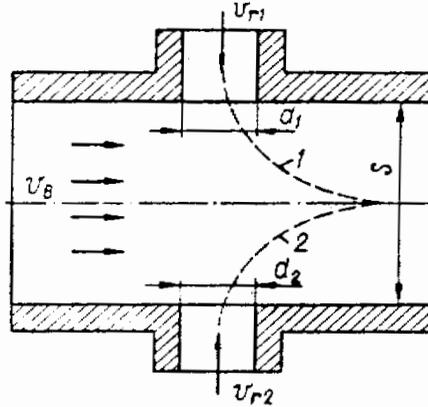


Рисунок 3.23 – Схема для расчета смыкания осей струй (задача 3.23):
1 – ось струи I; 2 – ось струи II

Решение. Глубины проникновения струй в воздушный поток:

$$h_1 = \frac{0,132}{a} \frac{v_{r1}}{v_{r2}} \sqrt{\frac{\rho_{\Gamma}}{\rho_{\text{В}}}} d_1 = \frac{0,132}{0,07} \cdot \frac{60}{30} \sqrt{\frac{1,6}{1,3}} 0,02 = 0,084 \text{ м},$$

$$h_2 = \frac{0,132}{a} \frac{v_{r2}}{v_{\text{В}}} \sqrt{\frac{\rho_{\Gamma}}{\rho_{\text{В}}}} d_2 = \frac{0,132}{0,07} \cdot \frac{50}{30} \sqrt{\frac{1,6}{1,3}} 0,03 = 0,105 \text{ м}.$$

Расстояние, на котором смыкаются оси струй:

$$S = h_1 + h_2 = (0,084 + 0,105) = 0,189 \text{ м}.$$

Задачи

3.24. Струя воздуха вытекает из сопла диаметром $d_0 = 60 \text{ мм}$. В точке A (рисунок 3.24) с координатами $x = 0,4 \text{ м}$ и $y = 0,05 \text{ м}$ установлена трубка Пито, подключенная к манометру с водяным заполнением. Определить величину перепада в манометре

ре, если плотность воздуха $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

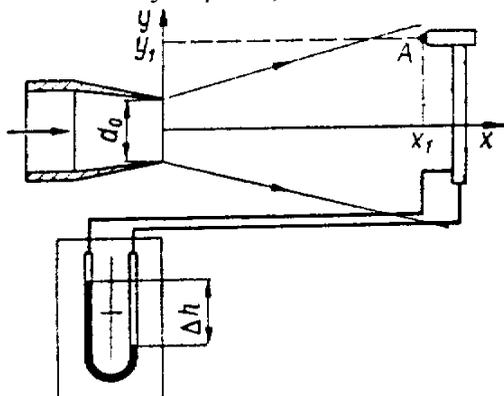


Рисунок 3.24 – Схема к задаче 3.24

3.25. Определить расстояние от среза сопла до переходного сечения, если массовый расход круглой струи $Q_m = 0,0635 \text{ кг/с}$, плотность газа $\rho_r = 1,3 \text{ кг/м}^3$, а скорость истечения равна: а) 25 м/с; б) 30 м/с; в) 35 м/с; г) 40 м/с; д) 45 м/с; е) 50 м/с.

3.6. Расчет пограничного слоя

Движение вязкой жидкости математически описывается уравнениями Навье–Стокса или уравнениями Рейнольдса, интегрирование которых в общем виде затруднительно. Существует ряд задач, которые допускают упрощение уравнений Навье–Стокса. При малых числах Рейнольдса (ползущие течения, $Re \leq 1$) инерционными (конвективными) членами можно пренебречь, а вязкостные члены оставить без изменения, что применимо при решении задач обтекания тел потоком вязкой жидкостью с малыми скоростями. Рейнольдс предложил отбрасывать инерционные члены, а из вязкостных оставлять главнейшие. Этот метод используется при решении задач гидродинамической теории смазки и применим при относительно малых числах Рейнольдса.

Прандлем разработана теория гидродинамического пограничного слоя, которая позволяет проводить приближенный расчет обтекания твердого тела вязкой жидкостью при больших числах Рейнольдса.

Задачей расчета пограничного слоя является определение закона распределения продольной скорости в слое, касательных напряжений на твердой поверхности и силы сопротивления трению на поверхности.

При обтекании твердого тела вязкой жидкостью вблизи поверхности образуется пограничный слой, в пределах которого скорость жидкости изменяется от нуля до скорости, близкой к скорости набегающего потока. За телом образуется гидродинамический след, где наблюдается неравномерное распределение скорости. Внутри пограничного слоя и следа градиенты скорости значительны и силой вязкого трения пренебречь нельзя. Вне пограничного слоя и следа за телом силу вязкого трения можно не учитывать и жидкость считать идеальной, а поток – потенциальным. Течение условно разделяется на две области: 1) пограничный слой; 2) внешний поток. Во внешнем потоке движение можно изучать с помощью уравнений Эйлера, а внутри пограничного слоя – уравнений Навье–Стокса. Течение в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным. Точно определить толщину пограничного слоя δ затруднительно, поэтому пользуются понятиями «толщина вытеснения» δ^* и «толщина потери импульса» δ^{**} , которые косвенно характеризуют δ . Толщина вытеснения δ^* представляет собой величину смещения линий тока внешнего потока относительно линий тока в идеальной жидкости вследствие образования пограничного слоя. Толщина потери импульса δ^{**} характеризует потерю количества движения, необходимого для преодоления сил трения в пограничном слое.

Расчет пограничного слоя удобно проводить по интегральному соотношению Кармана, или уравнению импульсов, ко-

торое справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного течения в пограничном слое:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{dU}{dx} \cdot \frac{1}{U} (2\delta^{**} + \delta^*) = \frac{\tau_c}{\rho U^2},$$

где $\delta^* = \int_0^{\infty} (1 - \frac{u_x}{U}) dy$ и $\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{u_x}{U} (1 - \frac{u_x}{U}) dy$.

Зависимости, необходимые для расчета пограничного слоя приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Характеристики пограничного слоя на пластине

Характеристика	Обозначение	Режим	
		ламинарный	турбулентный
Профиль скорости	u/u_0	$1,5(y/\delta) - 0,5(y/\delta)^3$	$(y/\delta)^{1/7}$
Толщина пограничного слоя	δ	$5x Re_x^{-0,5}$	$0,37x Re_x^{-0,2}$
Толщина потери импульса	δ^{**}	$0,664x Re_x^{-0,5}$	$0,036x Re_x^{-0,2}$
Напряжение трения	τ_w	$0,332\rho u_0^2 Re_x^{-0,5}$	$0,0288\rho u_0^2 Re_x^{-0,2}$
Локальный коэффициент сопротивления	$c_f = \frac{2\tau_w}{\rho u_0^2}$	$0,664 Re_x^{-0,5}$	$0,0576 Re_x^{-0,2}$
Полный коэффициент сопротивления	$c_x = \frac{R_x}{0,5\rho u_0^2 F}$	$1,328 Re_x^{-0,5}$	$0,072 Re_x^{-0,2}$

3.26. Вычислить основные характеристики ламинарного пограничного слоя при заданном $\beta = 0,4$ (варианты 4–10) и $\beta = 0$ (однородный поток, варианты 1–3 и 11–15) и при следующих граничных условиях, приведенных в таблице.

№	Граничные условия на стенке $y = 0$	Граничные условия на границе пограничного слоя $y = \delta$
1	$u_x = 0$	$u_x = u_\infty$
2	$u_x = 0$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$
3	$u_x = 0$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$
4	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$
5	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$
6	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$
7	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$

8	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$
9	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$
10	$u_x = 0$ $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$ $\frac{\partial^4 u_x}{\partial y^4} = 0$	$u_x = u_\infty$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$ $\frac{\partial^3 u_x}{\partial y^3} = 0$
11	$\frac{u_x}{u_\infty} = \sin \frac{\pi}{2} \eta$	
12	$\frac{u_x}{u_\infty} = \left[1 + \lambda \frac{2}{\pi^2} \left(1 - \sin \frac{\pi}{2} \eta \right) \right] \sin \frac{\pi}{2} \eta$	
13	$\frac{u_x}{u_\infty} = 1 - \exp(-\eta)$	
14	$\frac{u}{u_\infty} = t\eta$	
15	$\frac{u_x}{u_\infty} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\eta \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) d\eta$	

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика: учебник для вузов по специальности «Гидравлические машины и средства гидроавтоматики» / Б.Т. Емцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 420 с.
2. Попов, Д.Н. Гидромеханика: учебник для вузов / Д.Н. Попов, С.С. Панайотти, М.В. Рябинин; под ред. Д.Н. Попова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 384 с.
3. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
4. Кудинов, А.А. Техническая гидромеханика: учебное пособие / А.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 2008. – 368 с.
5. Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводу: учебное пособие для вузов / под ред. Б.Б. Некрасова. – М.: Высшая школа, 1989. – 154 с.
6. Аэродинамика в вопросах и задачах: учебное пособие для вузов / Н.Ф. Краснов [и др.]; под ред. Н.Ф. Краснова. – М.: Высшая школа, 1985. – 759 с.
7. Самойлович, Г.С. Сборник задач по гидроаэродинамике: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Турбиностроение» / Г.С. Самойлович, В.В. Нитусов. – М.: Машиностроение, 1986. – 152 с.
8. Зарянкин, А.Е. Сборник задач по гидрогазодинамике / А.Е. Зарянкин, В.Ф. Касилов. – М.: Издательство МЭИ, 1995. – 336 с.
9. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик; под ред. М.О. Штейнберга. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
10. Гидравлика и гидропневмопривод: учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МГИУ, 2003. – Ч. 1: Основы механики жидкости и газа / А.А. Шейпак. – 192 с.
11. Гидравлика и гидропневмопривод: учебник. – М.: МГИУ, 2003. – Ч. 2: Гидравлические машины и гидропневмопривод / А.В. Лепешкин, А.А. Михайлин, А.А. Шейпак; под ред. А.А. Шейпака. – 352 с.

Содержание

Предисловие.	3
Введение.	4
1. Свойства жидкостей и газов.	5
2. Гидростатика.	11
3. Гидродинамика.	20
3.1. Основные уравнения механики жидкости.	20
3.2. Гидравлические сопротивления.	29
3.3. Гидравлический расчет трубопроводов.	31
3.4. Истечение жидкости через отверстия и насадки.	59
3.5. Затопление струи.	64
3.6. Расчет пограничного слоя.	70
Список использованных источников.	75

Учебное издание

ВЕРЕНИЧ Иван Андреевич

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
(ГИДРОДИНАМИКА)

Учебно-методическое пособие к практическим занятиям
для студентов специальности 1-36 01 07
«Гидропневмосистемы мобильных
и технологических машин»

Редактор Л.Н. Шалаева
Компьютерная верстка Н.А. Школьниковой

Подписано в печать 20.05.2010.

Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 4,48. Уч.-изд. л. 3,50. Тираж 100. Заказ 621.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.