

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-2-168-176>

УДК 621.313

## Экспериментальная проверка адекватности математической модели возвратно-поступательного электрического генератора с электромагнитным возбуждением

А. Б. Менжинский<sup>1)</sup>, А. Н. Малашин<sup>1)</sup>, Ю. В. Суходолов<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Военная академия Республики Беларусь (Минск, Республика Беларусь),

<sup>2)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2019  
Belarusian National Technical University, 2019

**Реферат.** В статье представлено математическое моделирование генератора возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением, в результате которого получены эквивалентная электрическая схема, схема магнитной цепи генератора и выражения, описывающие электромагнитные процессы в генераторе возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением. Разработана нелинейная математическая модель генератора возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением. Для экспериментальной проверки адекватности математической модели возвратно-поступательного электрического генератора, а также правомерности принятых допущений был изготовлен макетный образец возвратно-поступательного электрического генератора, состоящий из неподвижной части в виде двух П-образных магнитопроводов и подвижной части, представляющей собой Н-образный магнитопровод. На обоих П-образных магнитопроводах устанавливается сосредоточенная рабочая обмотка. На Н-образный магнитопровод намотана обмотка возбуждения и подключена к источнику постоянного тока. В макетном образце возвратно-поступательного электрического генератора для имитации свободнопоршневого двигателя применяется приводной электродвигатель мощностью 100 Вт с амплитудой возвратно-поступательных колебаний подвижной части, равной 16 мм, и частотой колебаний, регулируемой в диапазоне от 5 до 50 Гц. Экспериментально получены основные характеристики генератора (характеристика холостого хода и внешняя характеристика). Сравнение экспериментальных и расчетных результатов показывает их расхождение не более чем на 4 %, следовательно, нелинейная математическая модель отражает характеристики генератора продольного типа с высокой степенью адекватности.

**Ключевые слова:** математическая модель, возвратно-поступательный электрический генератор, экспериментальная проверка адекватности, характеристика холостого хода, внешняя характеристика

**Для цитирования:** Менжинский, А. Б. Экспериментальная проверка адекватности математической модели возвратно-поступательного электрического генератора с электромагнитным возбуждением / А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин, Ю. В. Суходолов // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2018. Т. 62, № 2. С. 168–176. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-2-168-176>

---

**Адрес для переписки**  
Менжинский Андрей Борисович  
Военная академия Республики Беларусь  
пр-т Независимости, 220,  
220057, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.: +375 17 287-46-52  
varb@mod.mil.by

---

**Address for correspondence**  
Menzhinski Andrey B.  
Military Academy of the Republic of Belarus  
220 Nezavisimosty Ave.,  
220057, Minsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 17 287-46-52  
varb@mod.mil.by

---

## Experimental Verification of the Adequacy of Mathematical Model of the Reciprocating Electric Electromagnetically Excited Generator

A. B. Menzhinski<sup>1)</sup>, A. N. Malashin<sup>1)</sup>, Yu. V. Sukhodolov<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Military Academy of the Republic of Belarus (Minsk, Republic of Belarus),

<sup>2)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

**Abstract.** The article presents a mathematical simulation of the electromagnetically excited generator of reciprocating type, which resulted in an equivalent circuit diagram, a magnetic circuit design of the generator and some expressions describing the electromagnetic processes in the electromagnetically excited generator of reciprocating type. The nonlinear mathematical model of the electromagnetically excited generator of reciprocating type has been developed. In order of the experimental verification of the adequacy of the mathematical model of the reciprocating electric generator, as well as of the validity of the assumptions made, a breadboard sample of the reciprocating electric generator has been made consisting of a fixed part in the form of two U-shaped magnetic cores and a moving part representing an H-shaped magnetic cores. There is focused operating winding on both the U-shaped magnetic cores. The N-shaped magnetic core is coiled with excitation winding which is connected to a DC power source. In a breadboard sample of the reciprocating electric generator a drive motor of 100 W with an amplitude of reciprocating oscillations of the moving part equal to 16 mm, and a frequency of oscillations adjustable in the range from 5 to 50 Hz is used in order to simulate a free-piston engine. The main characteristics of the generator (viz., idle speed and external characteristics) have been experimentally obtained. Comparison of experimental and calculated results demonstrated their discrepancy of no more than 4 %; therefore, the nonlinear mathematical model reflects the characteristics of the generator of longitudinal type with a high degree of adequacy.

**Keywords:** mathematical model, reciprocating electric generator, experimental verification of adequacy, idle speed characteristic, external characteristic

**For citation:** Menzhinski A. B., Malashin A. N., Suhodolov Yu. V. (2019) Experimental Verification of the Adequacy of Mathematical Model of the Reciprocating Electric Electromagnetically Excited Generator. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 62 (2), 168–176. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-2-168-176> (in Russian)

### Введение

Исследования энергоустановок на базе свободнопоршневых двигателей (СПД) показали, что наиболее перспективными электромеханическими преобразователями энергии в них являются линейные электрические генераторы (ЛЭГ), возвратно-поступательные электрические генераторы (ВПЭГ) и их комбинированное использование [1–5].

Основное достоинство такой системы – отсутствие кривошипно-шатунного механизма в конструкции двигателя, что позволяет повысить его КПД до 50–60 %, в 2,5–3 раза увеличить габаритную мощность, уменьшить удельную массу и металлоемкость СПД [2], удельный расход топлива двигателя до 30 % [1], реализовать модульную структуру электромеханического преобразователя энергии. Средний ресурс до капитального ремонта увеличится до 50 тыс. ч в зависимости от типа СПД [5, 6].

Математическому описанию генераторов линейного типа посвящено достаточно работ, чего не скажешь о генераторах возвратно-поступательного типа [7, 8]. Однако в большинстве из них рассматриваются генераторы с постоянными магнитами, в то время как генераторам возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением, обладающим большей надежностью, меньшей стоимостью производства, простотой конструкции и регулировки потока возбуждения, по сравнению с магнито-электрическими генераторами уделяется меньше внимания ввиду их повышенных массогабаритных показателей.

В стационарных системах энергоснабжения, где не столь важны массогабаритные показатели, генераторы возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением могли бы найти широкое практическое применение.

### Постановка задачи

Возникает необходимость в математическом описании генератора возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением с целью его дальнейшего анализа и оценки эффективности применения. Математическая модель (ММ) генератора возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением должна учитывать геометрические параметры магнитной системы генератора, действие реакции якоря, неравномерность распределения магнитного поля в магнитной системе генератора и зависимость коэффициентов рассеяния и выпучивания от координаты перемещения.

В качестве одной из перспективных схем генератора возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением может быть предложена магнитная система, изображенная на рис. 1. Достоинством данной схемы является уменьшение электродвижущей силы (ЭДС) самоиндукции в обмотке возбуждения.

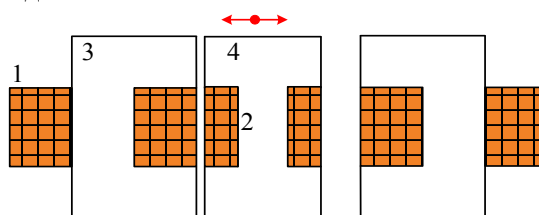


Рис. 1. Генератор возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением:  
1 – рабочая обмотка; 2 – обмотка возбуждения; 3 – неподвижная часть магнитопровода;  
4 – подвижная часть магнитопровода

Fig. 1. The electromagnetically excited generator of reciprocating type:  
1 – working winding; 2 – excitation winding; 3 – fixed part of the magnetic core;  
4 – moving part of the magnetic core

Условия функционирования генераторов:

- 1) однофазное исполнение;
- 2) линейная нагрузка;

- 3) обмотка возбуждения подключается к источнику постоянного тока;
- 4) перемещение подвижной части генератора вдоль оси с синусоидальным законом изменения координаты во времени.

### Математическая модель

В генераторе возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением система уравнений Кирхгофа для напряжений обмоток состоит из  $s$  уравнений, составленных для каждого из контуров. Уравнение для  $k$ -го контура имеет вид [9]

$$U_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt}, \tag{1}$$

где  $R_k$  – активное сопротивление  $k$ -го контура;  $i_k$  – ток  $k$ -го контура;  $\psi_k$  – потокосцепление  $k$ -го контура.

В линейном приближении (при допущении о бесконечно большой проницаемости материала магнитопровода) потокосцепление  $k$ -го контура может быть записано выражением

$$\psi_k = \sum_{n=1}^s \psi_{kn} = \sum_{n=1}^s i_n L_{kn}, \tag{2}$$

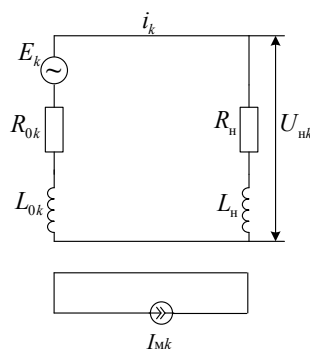
где  $i_n$  – ток в обмотках;  $L_{kk}$  – индуктивность  $k$ -й обмотки;  $L_{kn}$  – взаимная индуктивность  $k$ -й обмотки со всеми прочими обмотками;  $n$  – принимает любые значения от 1 до  $s$  [10].

Следует отметить, что индуктивность и взаимоиндуктивности являются функциями координаты перемещения  $x$ .

В соответствие рассматриваемой конструкции генератора возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением (рис. 1) может быть поставлена эквивалентная электрическая схема, показанная на рис. 2.

Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема для  $k$ -го рабочего контура возвратно-поступательного электрического генератора при работе на активно-индуктивную нагрузку:  
 $L_{0k}, R_{0k}$  – индуктивность и активное сопротивление рабочей обмотки;  $E_k$  – ЭДС движения;  
 $I_{mk}$  – идеальный источник тока

Fig. 2. The equivalent circuit diagram for the  $k^{\text{th}}$  working contour of the reciprocating electric generator operating for active-inductive loading:  
 $L_{0k}, R_{0k}$  – inductance and active resistance of the working winding;  $E_k$  – EMF of motion;  $I_{mk}$  – ideal current source



Анализ картины распределения магнитного поля программным продуктом ELCUT показал, что ВПЭГ может быть поставлена в соответствие эквивалентная схема магнитной цепи, показанная на рис. 3.

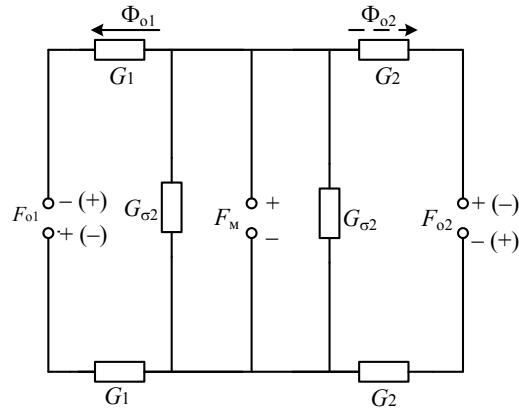


Рис. 3. Эквивалентная схема магнитной цепи  
возвратно-поступательного электрического генератора

Fig. 3. The equivalent design of a magnetic circuit of the reciprocating electric generator

На рис. 3 индексы 1 и 2 относятся к левой и правой обмоткам возбуждения соответственно.  $G_1 = \frac{G_{e1}G_{\delta 1}}{G_{e1} + G_{\delta 1}}$  и  $G_2 = \frac{G_{e2}G_{\delta 2}}{G_{e2} + G_{\delta 2}}$ ,  $G_{\delta 1}$  и  $G_{\delta 2}$  – магнитные проводимости воздушных зазоров;  $G_{e1}$ ,  $G_{e2}$  – магнитные проводимости воздушных промежутков по путям потоков выпучивания;  $G_{\sigma 1}$ ,  $G_{\sigma 2}$  – магнитные проводимости воздушных промежутков по путям потоков рассеяния;  $F_M$  – магнитодвижущая сила (МДС) обмотки возбуждения;  $F_{o1}$ ,  $F_{o2}$  – МДС рабочей обмотки;  $\Phi_{o1}$ ,  $\Phi_{o2}$  – магнитный поток через рабочую обмотку.

На основании законов Кирхгофа [7, 11]: закон равновесия МДС и закон равенства потоков в узле, а также согласно эквивалентным схемам, представленным на рис. 2 и 3, и формулам (1) и (2), уравнение электрического равновесия и выражение для напряжения нагрузки  $k$ -го рабочего контура ВПЭГ с электромагнитным возбуждением запишем через компоненту  $A_z$  векторного магнитного потенциала  $\vec{A}$ :

$$i_k(R_{0k} + R_H) + L_H \frac{di_k}{dt} + \left( w_k i_k^{-1} S^{-1} \oint A_{zk[i_k]} dS \right) \frac{di_k}{dt} + i_k w_k \frac{d}{dt} \left( i_k^{-1} S^{-1} \oint A_{zk[i_k]} dS \right) + w_k \frac{d}{dt} \left( S^{-1} \oint A_{zk[i_1 \dots i_n, n \neq k]} dS \right) = 0; \quad (3)$$

$$U_{nk} = i_k R_H + L_H \frac{di_k}{dt}, \quad (4)$$

где  $R_{0k}$  – активное сопротивление обмотки  $k$ -го контура;  $R_H$  – активное сопротивление нагрузки;  $L_H$  – индуктивность нагрузки;  $w_k$  – количество витков  $k$ -го контура;  $i_k^{-1} S^{-1} \oint A_{zk[i_k]} dS$  – собственная индуктивность на один виток  $k$ -го контура, учитывающая продольное приращение магнитно-

го потока;  $S^{-1} \oint A_{zk[i_1 \dots i_n, n \neq k]} dS$  – потокосцепление на один виток  $k$ -го контура, созданное током  $n$ -го контура, учитывающее продольное приращение магнитного потока.

Нелинейная ММ на основе уравнений Кирхгофа и Пуассона для векторного магнитного потенциала (3) и (4) описывает электромагнитные процессы в генераторе возвратно-поступательного типа с электромагнитным возбуждением и позволяет получить мгновенные значения напряжения, тока и мощности генератора, учитывая особенности конфигурации магнитной системы генератора, нелинейность кривой намагничивания ферромагнитных материалов и неравномерность распределения магнитного потока в воздушном зазоре. Математическую модель на основе уравнений Кирхгофа и Пуассона для векторного магнитного потенциала целесообразно использовать на завершающих этапах электромагнитного расчета генератора в целях уточнения полученных результатов.

### Эксперимент

Для экспериментальной проверки адекватности математической модели ВПЭГ (3) и (4) был изготовлен макетный образец ВПЭГ (рис. 4).

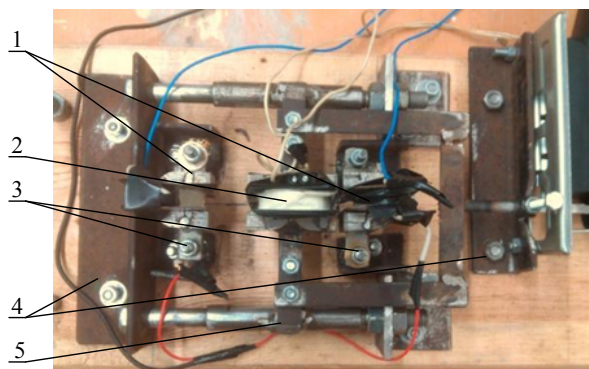


Рис. 4. Внешний вид макетного образца  
возвратно-поступательного электрического генератора

Fig. 4. Exterior of the breadboard sample of the reciprocating electric generator

Макетный образец ВПЭГ состоит из неподвижной части 1 в виде двух П-образных магнитопроводов и подвижной части 2, представляющей собой Н-образный магнитопровод. Магнитопроводы набраны из листов электротехнической стали марки Э-31, толщиной листа 0,5 мм. П-образные магнитопроводы закреплены с помощью металлической скобы 3 на неподвижном основании 4, что позволяет перемещать обе части магнитопровода в горизонтальном направлении, обеспечивая возможность регулировки воздушного зазора. Н-образный магнитопровод установлен на скользящие опоры 5, выполненные в виде полых толстостенных трубок, которые перемещаются вдоль направляющих, жестко закрепленных на неподвижном

основании. На обоих П-образных магнитопроводах устанавливается сосредоточенная обмотка, выполненная из медного изолированного провода сечением  $0,679 \text{ мм}^2$ . Обмотки между собой соединяются последовательно, при этом общее количество витков составляет 570. На Н-образный магнитопровод намотана обмотка возбуждения из медного изолированного провода сечением  $0,113 \text{ мм}^2$  и числом витков 124 и подключена к источнику постоянного тока марки RFT-3712. В макетном образце ВПЭГ для имитации СПД применяется приводной электродвигатель мощностью 100 Вт с амплитудой возвратно-поступательных колебаний подвижной части, равной 16 мм, и частотой колебаний, регулируемой в диапазоне от 5 до 50 Гц. Сопротивление активной нагрузки – керамический проволочный регулируемый реостат с зафиксированным сопротивлением на 36 Ом.

С целью осуществления дальнейших исследований ВПЭГ при разработке макетного образца ВПЭГ по возможности была обеспечена его универсальность, что позволяет анализировать различные варианты конструкций ВПЭГ.

Временная диаграмма тока в рабочей обмотке генератора при линейной нагрузке представлена на рис. 5, характеристика холостого хода ВПЭГ (зависимость ЭДС холостого хода от МДС обмотки возбуждения) – на рис. 6, внешняя характеристика ВПЭГ (зависимость выходного напряжения генератора от тока в цепи нагрузки) – на рис. 7. Пунктирные линии на рисунках – экспериментальные значения, сплошные – расчетные значения, полученные с помощью нелинейной ММ.

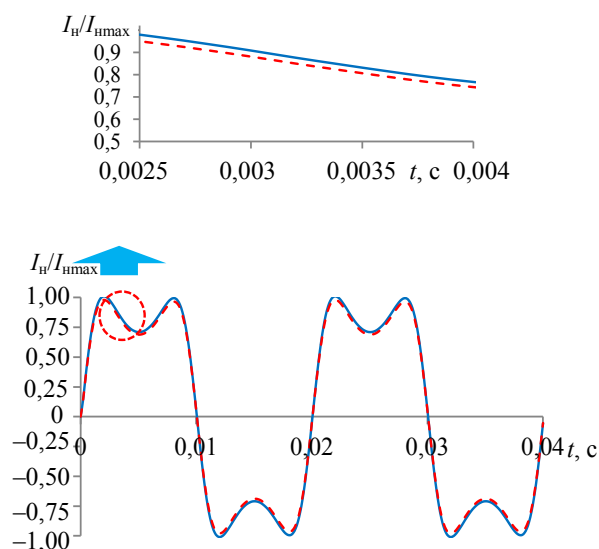


Рис. 5. Временная диаграмма тока в рабочей обмотке возвратно-поступательного электрического генератора при активно-индуктивной нагрузке

Fig. 5. Time diagram of the current in the working winding of the reciprocating electric generator during active-inductive loading

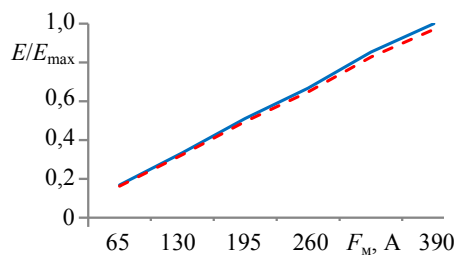


Рис. 6. Характеристика холостого хода возвратно-поступательного электрического генератора

Fig. 6. The characteristic of idle speed of the reciprocating electric generator

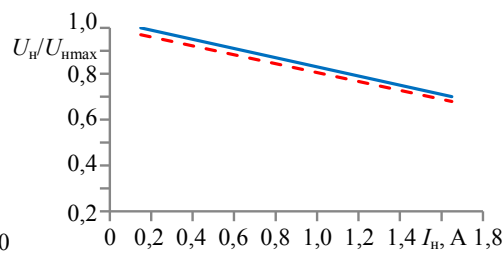


Рис. 7. Внешняя характеристика возвратно-поступательного электрического генератора

Fig. 7. The external characteristic of the reciprocating electric generator

## ВЫВОД

Сравнение экспериментальных и расчетных результатов, представленных на рис. 5–6, показывает их расхождение не более чем на 4 %. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что нелинейная математическая модель на основе уравнений Кирхгофа и Пуассона для векторного магнитного потенциала (3) и (4) отражает характеристики генератора продольного типа с высокой степенью адекватности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пинский, Ф. И. Энергоустановки со свободнопоршневыми двигатель-генераторами / Ф. И. Пинский // Мобильная техника. 2004. № 2. С. 13–17.
2. Design of a Hydraulic Free-Piston Engine / P. A. J. Achten [ et. al] // SAE Off-Highway Engineering. 2001. February. P. 23–28.
3. Cawthorne, W. R. Optimization of a Brushless Permanent Magnet Linear Alternator for Use with a Linear Internal Combustion Engine / W. R. Cawthorne. West Virginia: Morgantown, 1999. 113 p.
4. Разработка математической модели энергоустановки для автономного образца вооружения на базе возвратно-поступательного электрического генератора полной мощностью до 15 кВА: отчет о НИР № 2073/16 / УО «ВА РБ»; рук. А. Н. Малашин. Минск, 2016. 76 с.
5. Темнов, Э. С. Разработка теоретических основ расчета и конструирования малоразмерных двигатель-генераторных установок как единой динамической системы / Э. С. Темнов. Тула, 2005. 134 с.
6. Костиков, В. Г. Источники электропитания электронных средств. Схемотехника и конструирование / В. Г. Костиков, Е. М. Парфенов, Е. М. Шахнов / 2-е изд. М.: Горячая линия – Телеком, 2001. 344 с.
7. Использование возвратно-поступательной схемы электрического генератора для повышения эффективности энергоустановок автономных образцов вооружения / А. Б. Менжинский [и др.] // Вестник Военной академии Республики Беларусь. 2016. Т. 53, № 4. С. 108–114.
8. Сафонов, В. А. Термомеханический двигатель с линейным генератором, работающий по циклу Стирлинга / В. А. Сафонов, И. Л. Белецкий, П. Н. Кузнецов // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 4. С. 60–62.



9. Хитерер, М. Я. Синхронные электрические машины возвратно-поступательного движения / М. Я. Хитерер, И. Е. Овчинников. СПб.: КОРОНА принт, 2013. 368 с.
10. Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины / А. В. Иванов-Смоленский. М.: Энергия, 1980. 928 с.
11. Балагуров, В. А. Электрические машины с постоянными магнитами / В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев, А. Н. Ларионов. М.: Энергия, 1964. 480 с.

Поступила 29.03.2017    Подписана в печать 21.06.2017    Опубликована онлайн 29.03.2019

#### REFERENCES

1. Pinski F. I. (2004) Power Plants with Free Piston Engine Generators. *Mobil'naya Tekhnika* [Mobile Technology], (2), 13–17 (in Russian).
2. Achten P. A. J., Van Den Oever J. P. J., Potma J., Vael G. E. M. (2001, February) *Design of a Hydraulic Free-Piston Engine*. SAE Off-Highway Engineering, 23–28.
3. Cawthorne W. R. (1999) *Optimization of a Brushless Permanent Magnet Linear Alternator for Use with a Linear Internal Combustion Engine*. West Virginia, Morgantown. 113.
4. Malashin A. N. (Supervisor) (2016) *Development of a Mathematical Model of the Power Plant for an Autonomous Sample of Weapons on the Basis of Reciprocating Electric Generator of Full Power up to 15 kVA*: Report on Research Work N 2073/16. Minsk, Military Academy of the Republic of Belarus. 76 (in Russian).
5. Temnov E. S. (2005) *Development of Theoretical Bases of Calculation and Design of Small Engine Generator Sets as a United Dynamic System*. Tula. 134 (in Russian).
6. Kostikov V. G., Parfenov E. M., Shakhnov E. M. (2001) *Power Supplies for Electronic Means. Circuit Design and Construction*. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Goryachaya Liniya – Telekom Publ. 344 (in Russian).
7. Menzhinskii A. B., Malashin A. N., Kaleda A. E., Sidyako O. V. (2016) The Use of the Reciprocating Electrical Generator to Improve the Efficiency of Power Units of Autonomous Specimens of Weapons. *Vestnik Voennoi Akademiï Respubliki Belarus'* [Herald of the Military Academy of the Republic of Belarus], 53 (4), 108–114 (in Russian).
8. Safonov V. A., Beletskii I. L., Kuznetsov P. N. (2014) Thermomechanical Engine with a Linear Generator Operating in Accordance with the Stirling Cycle. *Aviatsionno-Kosmicheskaya Tekhnika i Tekhnologiya = Aerospace Technic and Technology*, (4), 60–62 (in Russian).
9. Khiterer M. Ya., Ovchinnikov I. E. (2013) *Synchronous Electrical Machines of Reciprocating Motion*. Saint Petersburg, KORONA Print Publ. 368 (in Russian).
10. Ivanov-Smolenskii A. V. (1980) *Electrical Machines*. Moscow, Energiya Publ. 928 (in Russian).
11. Balagurov V. A., Galteyev F. F., Larionov A. N. (1964) *Electric Machines with Permanent Magnets*. Moscow, Energiya Publ. 480 (in Russian).

Received: 29 March 2017

Accepted: 21 June 2017

Published online: 29 March 2019