

УДК 621.3.022

**Математические модели однофазных трансформаторов**

Позняк Д. А.

Научный руководитель – к.т.н., доцент НОВАШ И. В.

Согласно теории Роговского, магнитное поле трансформатора содержит только три независимых друг от друга замкнутых магнитных потока. Первый поток  $\Phi_\mu$  – общий для обеих обмоток. Он сцеплен с каждой из них называется основным. Основной поток замыкается по магнитопроводу под действием силы магнитодвижущих сил (МДС) первичной  $i_1 w_1$  и вторичной  $i_2 w_2$  обмоток. Второй поток  $\Phi_{1s}$  – поток рассеяния первичной обмотки. Он сцеплен только с ее витками, замыкается только по немагнитной среде (воздуху, маслу и т. п.) под действием МДС только этой обмотки. Третий поток  $\Phi_{2s}$  – поток рассеяния вторичной обмотки. Он сцеплен только с ее витками, также замыкается по немагнитной среде под действием ее МДС. Каждый из потоков проходит только по своему пути, нигде не накладываясь друг на друга и не имея общих участков с другими потоками. Каждый из потоков сцеплен с соответствующим полным числом витков, что обеспечивает однозначность в переходе от магнитных потоков к потокосцеплениям, т. е. магнитных величин к электрическим.

Уравнение магнитной цепи трансформатора с учетом допущения одинаковости и равномерности магнитного потока по сечению магнитопровода ( $H_\mu = \text{const}$ ) можно записать в соответствии с законом полного тока:

$$H_\mu l_\mu = i_1 w_1 + i_2 w_2,$$

где  $H_\mu$  – напряженность магнитного поля в магнитопровод;  $l_\mu$  – длина средней линии магнитопровода;  $w_1$  и  $w_2$  – числа витков первичной и вторичной обмоток соответственно.

Основной поток  $\Phi_\mu$  образует с первичной обмоткой потокосцепление  $\Psi_{\mu 1} = w_1 \Phi_\mu$ , а со вторичной обмоткой потокосцепление  $\Psi_{\mu 2} = w_2 \Phi_\mu$ .

Ошибки, возникающие при моделировании электромагнитных процессов трансформатора, при использовании классической теории электромагнитного рассеяния, возникают из-за того, что у широко распространенных трансформаторов с концентрическими обмотками происходит почти полное наложение всех потоков друг на друга. Потоки рассеяния накладываются друг на друга в межобмоточном канале, а на основной поток – в ярме и стержне.

Низкая практическая ценность теории Роговского вызвала у специалистов потребность в разработке второй теории рассеяния, которая могла бы дать более точные результаты моделирования процессов двухобмоточного трансформатора на базе картины магнитного поля второй теории рассеяния.

В трансформаторе с концентрическими обмотками поток второй (внутренней) обмотки  $\Phi_{\bar{n}}$  занимает область стержня, поток первой (внешней) обмотки  $\Phi_{\bar{y}}$  – область ярма, а поток рассеяния  $\Phi_{\bar{e}}$  – межобмоточный канал. Наложение потоков нигде не происходит. Потоки сцеплены с полными числами витков  $w_1$  и  $w_2$  первичной и вторичной обмоток.

Уравнения магнитной цепи трансформатора записываются на основе закона полного тока и второго закона Кирхгофа для магнитной цепи:

$$\begin{aligned} -w_2 i_2 &= l_{\bar{n}} H_{\bar{n}} + R_{\bar{e}} \Phi_{\bar{e}}, \\ w_1 i_1 - w_2 i_2 &= l_{\bar{n}} H_{\bar{n}} + l_{\bar{y}} H_{\bar{y}}, \\ \Phi_{\bar{e}} - \Phi_{\bar{n}} + \Phi_{\bar{y}} &= 0, \end{aligned}$$

где  $l_{\bar{n}}$ ,  $l_{\bar{y}}$  – длины стержня и ярма магнитопровода;  $H_{\bar{n}}$ ,  $H_{\bar{y}}$  – напряженность магнитного поля в стержне и в ярме;  $R_{1\hat{e}}$  – магнитное сопротивление межобмоточного канала.

Представив магнитные потоки в стержне и ярме магнитопровода через соответствующие индукции  $\Phi_{\bar{n}} = s_{\bar{n}}B_{\bar{n}}$  и  $\Phi_{\bar{y}} = s_{\bar{y}}B_{\bar{y}}$ , уравнения могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} -w_2i_2 &= l_{\bar{n}}s_{\bar{n}}B_{\bar{n}} + R_{1\hat{e}}(s_{\bar{n}}B_{\bar{n}} - s_{\bar{y}}B_{\bar{y}}), \\ w_1i_1 - w_2i_2 &= l_{\bar{n}}s_{\bar{n}}B_{\bar{n}} + l_{\bar{y}}s_{\bar{y}}B_{\bar{y}}, \end{aligned}$$

где  $s_{\bar{n}}$  и  $s_{\bar{y}}$  – площади сечения стержня и ярма магнитопровода.

Индукция стержня и ярма определяются по характеристикам намагничивания  $B_{\bar{n}} = f(H_{\bar{n}})$  и  $B_{\bar{y}} = f(H_{\bar{y}})$  соответственно.

Уравнения электрических контуров обмоток трансформатора записываются на основе второго закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} u_1 &= e_1 + R_1i_1 = -w_1 \frac{d}{dt}(\Phi_{\bar{n}} - \Phi_{\bar{y}}) + R_1i_1, \\ u_2 &= e_2 - R_2i_2 = -w_2 \frac{d}{dt}(-\Phi_{\bar{n}}) - R_2i_2, \end{aligned}$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – активные сопротивления первичной и вторичной обмоток.

После замены потоков выражениями через индукции уравнения записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_1 &= -w_1s_{\bar{n}} \frac{d}{dt}(B_{\bar{n}}) + w_1 \frac{d}{dt}(\Phi_{\hat{e}}) + R_1i_1 = -w_1s_{\bar{y}} \frac{d}{dt}(B_{\bar{y}}) + R_1i_1, \\ u_2 &= w_2s_{\bar{n}} \frac{d}{dt}(B_{\bar{n}}) - R_2i_2. \end{aligned}$$

Уравнения и совместно с характеристиками намагничивания  $B_{\bar{n}} = f(H_{\bar{n}})$  и  $B_{\bar{y}} = f(H_{\bar{y}})$  представляют собой математическую модель трансформатора на основе картины магнитного поля второй теории рассеяния.

Полученная математическая модель позволяет учесть неодинаковость магнитных потоков в элементах магнитопровода (стержне и ярме), а при их одинаковости вырождается в уравнения модели на базе классической теории электромагнитного рассеяния без учета потоков рассеяния двух обмоток.

Учитывая, что магнитный поток  $\Phi_{\hat{e}}$  замыкается по немагнитному пространству, уравнение первичной обмотки можно записать в виде:

$$u_1 = e_1 + R_1i_1 = -w_1s_{\bar{n}} \frac{d}{dt}(B_{\bar{n}}) + L_{\hat{e}} \frac{di_1}{dt} + R_1i_1,$$

где  $L_{\hat{e}}$  – индуктивность рассеяния двух обмоток, которая может быть определена экспериментально по результатам измерений опыта короткого замыкания трансформатора.

В компьютерном моделировании коммутационных режимов трехфазных электроустановок с силовыми трансформаторами математические модели однофазных двухобмоточных трансформаторов используется для представления измерительных трансформаторов тока и напряжения.