

пыли / Л.В. Трибушевский, Б.М. Немененок, Г.А. Румянцева // Литье и металлургия. – 2018. – № 3. – С. 118–124.

3. Повышение стойкости футеровки агрегатов внепечной обработки стали / А.А. Метелкин [и др.]. – Нижний Тагил: НТИ УрФУ, 2015. – 144 с.

4. Новый продукт из отходов алюминия для внепечной обработки стали / Л.В. Трибушевский [и др.] // Металлургия: Республ. межведом. сб. научн. тр. – Минск: БНТУ, 2017. – Вып. 38. – С. 3–9.

УДК 621.74.01, 69.715, 669.74

И.В. РАФАЛЬСКИЙ, канд. техн. наук (БНТУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ АЛЮМИНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОТДАЧИ

Введение. Моделирование процессов затвердевания литейных сплавов, претерпевающих фазовый переход из жидкого в твердое состояние, невозможно без предварительного определения функции тепловыделения, обусловленной образованием и ростом твердой фазы в расплаве. При производстве отливок широко применяют различные способы обработки расплавов (легирование, модифицирование, рафинирование и др.), которые изменяют характер кристаллизации и теплофизические свойства литейных сплавов. В свою очередь, эти изменения оказывают существенное влияние на результаты моделирования процессов формирования отливок, зачастую оказываясь причиной неадекватных расчетов в случае использования неточных или приближенных данных о кинетике затвердевания сплавов.

Эффективным способом определения функциональных зависимостей образования и роста твердой фазы в расплаве от температуры и времени (кинетических кривых кристаллизации сплавов) является применение методов однотермопарного компьютерного термического анализа (СА-ССА-методов) [1–7]. Моделирование кинетики затвердевания и расчет содержания выделяющейся в рас-

плаве твердой фазы от времени в этих методах реализуется на основе уравнения теплового баланса затвердевающей пробы расплава с учетом основного уравнения теплоотдачи (закона Ньютона-Рихмана) [1]:

$$\frac{dQ_L}{dt} - V\rho c_p \left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} = \alpha F (T_{cc} - T_0), \quad (1)$$

где Q_L – количество теплоты кристаллизации, выделившейся при затвердевании, Дж; V – объем пробы расплава, м³; T_{cc} – температура, измеряемая термопарой, К (индекс « cc » обозначает кривую охлаждения); c_p – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ – плотность, кг/м³; t – время, с; α – эффективный коэффициент теплоотдачи, который описывает потери тепла при ньютоновском охлаждении металла через форму в окружающую среду, Вт/(м²·К); F – площадь поверхности технологической пробы, м²; T_0 – температура окружающей среды, К.

В случае отсутствия фазовых превращений уравнение баланса тепловых потоков пробы расплава (1) может быть записано в следующей форме:

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} = \frac{-\alpha F (T_{cc} - T_0)}{m c_p}, \quad (2)$$

где m – масса пробы расплава, кг.

Решением уравнения (2) с учетом обозначения $k = \alpha F / (m c_p)$ при начальном условии $T(t = 0) = T_H$ является зависимость Ньютона-Рихмана экспоненциального вида:

$$T_{cc} = T_0 + (T_H - T_0) \cdot e^{-kt}. \quad (3)$$

Анализ уравнения (2) показывает, что значения коэффициента k (коэффициента Ньютона-Рихмана) для однофазных участков кривой охлаждения сплава могут быть найдены экспериментально для любого момента времени до начала и после затвердевания пробы расплава из выражения:

$$k = - \left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} / (T_{cc} - T_0), \quad (4)$$

применяя численную схему вычисления производной температуры по времени:

$$k(t_i) \approx - \frac{T(t_{i+1}) - T(t_{i-1}))}{(t_{i+1} - t_{i-1})(T(t_i) - T_0)}. \quad (5)$$

Содержание твердой фазы в затвердевающих расплавах как функцию от времени f_s рассчитывают, используя значения первой производной температуры по времени и задаваясь приближенным значением «базовой» (или «нулевой») функции $\left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc}$, которая представляет собой модельную функцию первой производной температуры по времени в предположении, что фазовые превращения при охлаждении отсутствуют (метод Ньютона) [1–7]:

$$f_s(t) = \frac{\int_0^t \left(\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right) dt}{\int_0^{t_s} \left(\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right) dt}, \quad (6)$$

где t_s – время окончания затвердевания пробы расплава, с.

Экспериментальные значения f_s могут быть определены не только в виде функции от времени t , но также и виде функции от температуры, что позволяет исследовать кинетику затвердевания сплавов и эволюцию выделения твердой фазы в различных режимах. Однако необходимость определения «базовой» (ньютоновской) функции $\left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc}$, от вида которой зависит точность вычислений содержания твердой фазы в расплаве, является существенным недостатком метода.

За последние десятилетия опубликовано большое число работ, посвященных вопросам вычисления «базовой» ньютоновской функции. Некоторые исследователи предлагают ее вычислять, предполагая экспоненциальный закон эволюции температурно-временной зависимости в соответствии с уравнением Ньютона-Рихмана (3) для тел с малыми значениями числа Био [1, 7]. Теоретически, в этом случае задача сводится только к определению достоверного значения коэффициента Ньютона-Рихмана k с последующим расчетом «базовой» функции на основе данных термического анализа:

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} = -k(T_{cc} - T_0), \quad (7)$$

Другие способы решения этой задачи сводятся либо к необходимости определения экспериментальным путем значений теплофизических параметров в интервале кристаллизации сплавов (например, удельной теплоемкости, а также коэффициента теплоотдачи), либо к измерению температурных полей с использованием нескольких термопар и использования при моделировании тепловых потоков уравнения нестационарной теплопроводности (метод Фурье). Однако в первом случае требуется дополнительное лабораторное оборудование для измерения теплофизических свойств, при этом существенно возрастают время и трудоемкость проведения экспериментов. Во втором случае существенно усложняется схема проведения эксперимента: при наличии нескольких (как минимум двух) термопар требуется их точное позиционирование в отливке, а необходимость получения надежно регистрируемых значений разности температур – использования технологической пробы со значительно большими размерами и массой по сравнению с теми, что применяются в однотермопарных методах и для которых значение критерия Био намного меньше значения 0,1. Например, как указывают авторы [8], для сферических отливок из алюминия диаметром 10 см перепад температур «центр – граница» не превышает 1–2 °С. В связи с этим методы однотермопарных температурных измерений с использованием небольших технологических проб (для алюминия и его сплавов, как правило, до 0,1 кг) и последующей их математической обработкой остаются наиболее широко используемыми на

практике, однако из-за проблемы моделирования «базовой» функции в уравнении (6) точность моделирования кинетики затвердевания реальных сплавов при использовании модели Ньютона остается предметом дискуссии.

Цель исследования. Установить зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана для расплавов алюминия и сплавов на его основе при их охлаждении и затвердевании от времени и температуры, используя данные однотермопарного термического анализа, и на основе полученных данных разработать математическую модель для оценки содержания твердой фазы, выделяющейся в интервале кристаллизации сплава.

Методика проведения экспериментов

В качестве объекта исследований были использованы: алюминий первичный марки А97; модельные двойные сплавы системы Al–Si с содержанием кремния 1 %, 7,6 %, 11,5 % и 15 % (мас.), полученные сплавлением алюминия первичного марки А97 с кремнием кристаллическим марки Кр1; литейный сплав системы алюминий–кремний–магний АК9; литейные сплавы системы алюминий–кремний–медь АК12М2МгН и АК5М4; деформируемый сплав АД31. Плавка сплавов проводилась в печи сопротивления типа СНОЛ в графито-шамотных, графитных и алундовых тиглях.

Термический анализ проводился с использованием хромель-алюмелевых термопар диаметром сечения 0,5 мм первого класса точности в соответствии со стандартами МЭК 60584 и СТБ ГОСТ Р 8.585-2004 (чувствительность термоэлектрического преобразователя 40–41 мкВ/°С), устанавливаемых в центр пробы расплава. Измерения проводили в условиях естественного охлаждения тигля с расплавом массой от 30 до 150 г на воздухе при комнатной температуре. Скорость охлаждения сплава в предкристаллизационный период составляла 0,5–4,5 град/с, интервалы времени между ближайшими измерениями температуры 0,4–0,8 с в зависимости от массы расплава. Для защиты термопары от контакта с алюминиевым расплавом использовались цилиндрические кварцевые трубки длиной 35±5 мм с наружным диаметром не более 4,5 мм и внутренним – не менее 3,0 мм.

Регистрация данных производилась с использованием информационно-измерительного блока с разрешающей способностью 2 мкВ на базе микроконвертора серии ADuC834/6,

предназначенного для работы в качестве вторичного преобразователя аналоговых сигналов (значений термо-ЭДС) термопары в значения температуры в цифровом виде. Компенсация температуры холодного спая осуществлялась в автоматическом режиме за счет использования встроенного прецизионного электронного термометра. Передача данных в персональный компьютер производилась с использованием стандартной электронной шины RS-232 [9].

Полученные результаты и их обсуждение

Анализ результатов термического анализа всех без исключения исследованных сплавов показал, что согласующийся с экспериментальными данными расчет «базовой» функции с использованием уравнения Ньютона-Рихмана для охлаждающегося сплава (7) не может быть выполнен при любых значениях коэффициента k в предположении, что коэффициент Ньютона-Рихмана является величиной постоянной.

На рисунке 1 представлены графики зависимостей первой производной температуры по времени для расплава алюминия массой 50 ± 2 г (значения критерия Био при охлаждении на воздухе находятся в интервале $0,001-0,01$), а также модельные зависимости «базовых» функций, полученные по уравнению (7) при подстановке различных значений коэффициента Ньютона-Рихмана, не изменяющихся от времени. При использовании значений коэффициента k , соответствующих времени начала затвердевания расплава, «базовая» функция удовлетворительно описывает участок жидкофазного состояния металла (на рисунке 1 участок АВ для зависимости 3), однако располагается значительно ниже графика производной температуры по времени на участке твердофазного состояния (на рисунке 1 участок СД для зависимости 3). Уменьшение значений коэффициента Ньютона-Рихмана и приближение «базовой» функции к графику производной температуры по времени на этом участке (зависимость 2 на рисунке 1) приводит к заметной ошибке моделирования производной как на участке жидкофазного, так и на участке твердофазного состояния металла.

Расхождение теоретических ньютоновских функций $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{zc}$ с реальными кривыми производной температуры по времени,

полученными при численной обработке экспериментальных данных, объясняются тем, что для реальных условий затвердевания пробы расплава параметр k не является величиной постоянной.

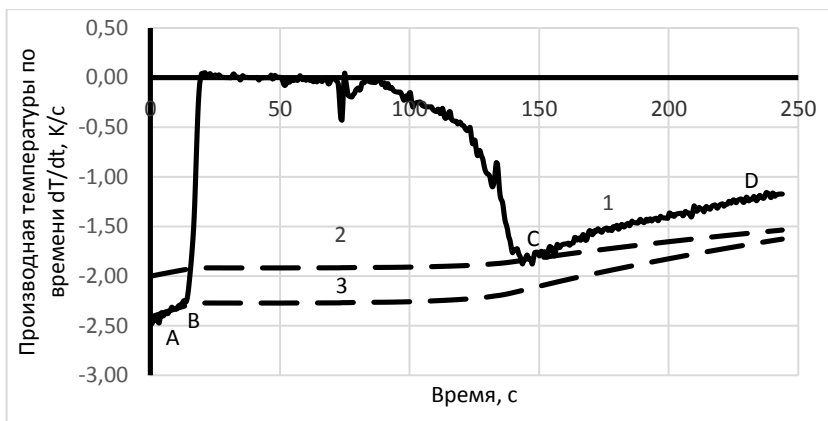


Рисунок 1 – Зависимости первой производной температуры по времени (1) для алюминия А97 (АВ – участок жидкофазного состояния, CD – участок жидко-твердофазного состояния, CD – участок твердофазного состояния), а также модельные зависимости «базовых» функций, полученные по уравнению (7) при подстановке различных значений коэффициента Ньютона-Рихмана, не изменяющихся от времени: $2 - k = 2,1 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$; $3 - k = 3,5 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$

На рисунках 2, 3 представлены температурные и временные зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана, полученные при обработке экспериментальных данных термического анализа расплава алюминия с использованием численной схемы расчета (5) для однофазных участков кривой охлаждения. При рассмотрении полученных экспериментальных данных необходимо обратить внимание, что при снижении температуры расплава алюминия с 970 К до 750 К значения коэффициента Ньютона-Рихмана также уменьшаются, указанное изменение составляет около 30 %.

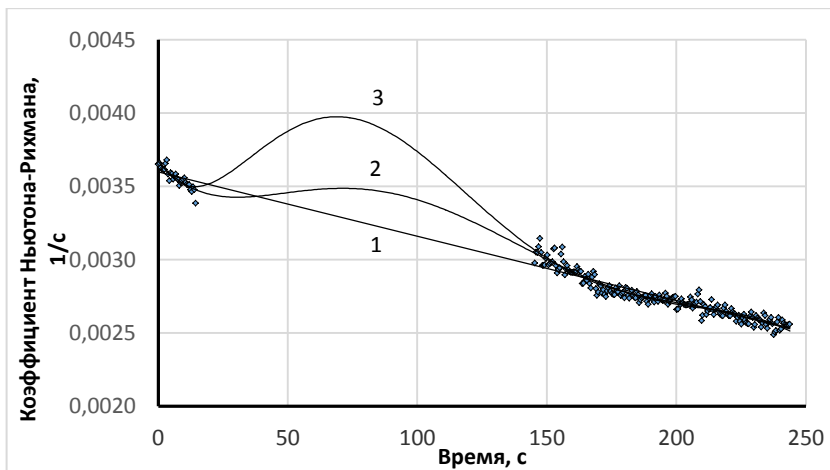


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента Ньютона-Рихмана от времени, полученная при обработке экспериментальных данных термического анализа расплава алюминия А97 с использованием численной схемы расчета, и модельные (1 – линейная, 2 и 3 – полиномиальные 5-й и 6-й степени) зависимости, построенные с использованием метода наименьших квадратов для однофазных участков кривой охлаждения

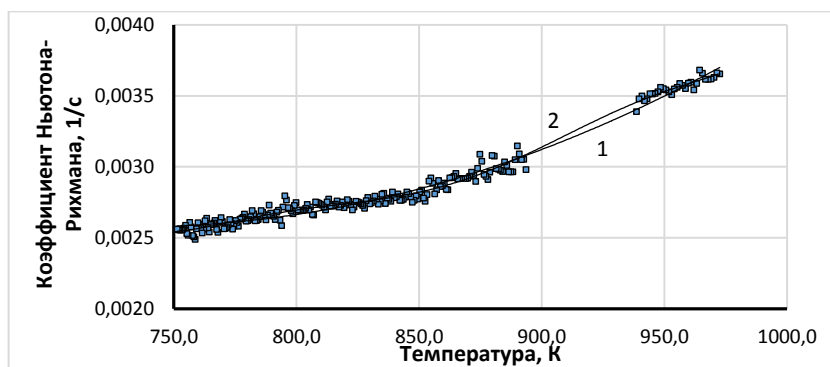


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры, полученная при обработке экспериментальных данных термического анализа расплава алюминия А97 с использованием численной схемы расчета, и модельные полиномиальные (1 – 2-й степени, 2 – 6-й степени) зависимости, построенные с использованием метода наименьших квадратов для однофазных участков кривой охлаждения

Анализ полученных данных позволил установить, что временные зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана, установленные для однофазных участков кривой охлаждения (до начала затвердевания и после его окончания) с использованием численной схемы обработки экспериментальных данных (5), сложно описать модельными (приближающими) функциями на основе полиномов n -й степени с использованием метода наименьших квадратов (рисунок 2). Однако температурные зависимости этого параметра хорошо описываются полиномами даже невысоких порядков, и при увеличении степени полинома колебательный характер модельных функций не проявляется (рисунок 3).

Учитывая полученные данные об изменении коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры и времени для однофазных состояний алюминия, была рассмотрена возможность моделирования ньютоновской функции $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{zc}$ на основе уравнения (7) с использованием расчетной зависимости для коэффициента k , изменяющегося во времени в соответствии с уравнением (3). Из уравнения (3) следует, что:

$$e^{-kt} = \frac{T_{cc} - T_0}{T_H - T_0}, \quad (8)$$

из которого можно найти выражение для вычисления коэффициента k в уравнении Ньютона-Рихмана, исключив из расчета производную температуры по времени:

$$k = -\frac{1}{t} \ln \left(\frac{T_{cc} - T_0}{T_H - T_0} \right). \quad (9)$$

На рисунке 4 представлены полученные результаты, из которых видно, что расхождение «базовой» ньютоновской функции $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{zc}$ с экспериментальной зависимостью производной температуры по

времени в данном случае является еще более существенным, чем при использовании в уравнении (7) в качестве параметра k постоянных величин.

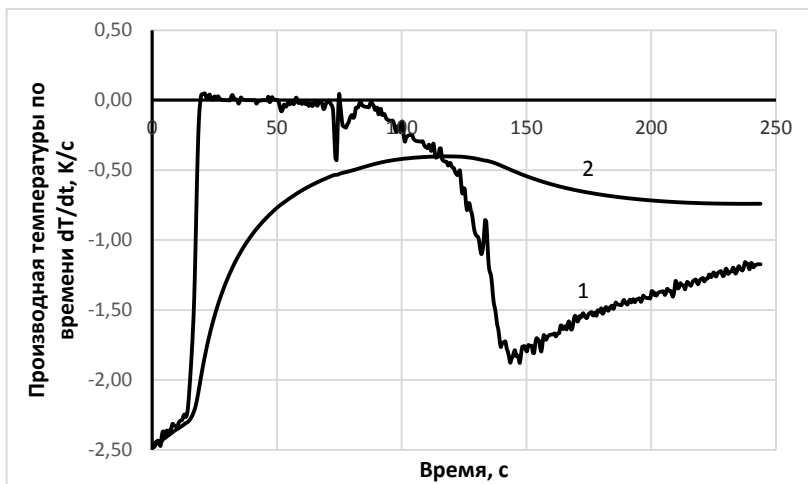


Рисунок 4 – Зависимость первой производной температуры по времени (1) для алюминия А97 и график зависимости «базовой» ньютоновской функции (2), полученной при использовании значений коэффициента Ньютона-Рихмана, изменяющихся от времени в соответствии с уравнениями (7) и (9)

Таким образом, следует сделать вывод, что «базовые» ньютоновские функции не могут быть вычислены

$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc}$ в предположении

экспоненциального закона эволюции температурно-временной зависимости расплава алюминия в соответствии с уравнениями Ньютона-Рихмана (3) и (7) при охлаждении и затвердевании тел с малыми значениями числа Био.

Однако решение рассматриваемой задачи определения «базовой» функции с использованием уравнения (7) можно получить, если, численно установив значения коэффициента Ньютона-Рихмана для однофазных участков кривой охлаждения, определить для всего расчетного интервала не временную, а температурную зависимость коэффициента k в виде полинома n -й степени ($n < 3$), используя метод наименьших квадратов [10]:

$$k(T_i) = \sum_{j=0}^n a_j \cdot T_i^j. \quad (10)$$

На рисунке 5 представлены зависимости первой производной температуры по времени для алюминия и график модельной «базовой» функции, полученной из уравнения (7) при подстановке значений коэффициента $k(T)$, которые были вычислены с использованием квадратичного уравнения (10). Как видно из рисунка 5, полученная модельная функция хорошо согласуется с участками однофазного состояния и может использоваться в качестве «базовой» линии в дальнейших расчетах содержания твердой фазы в расплаве.

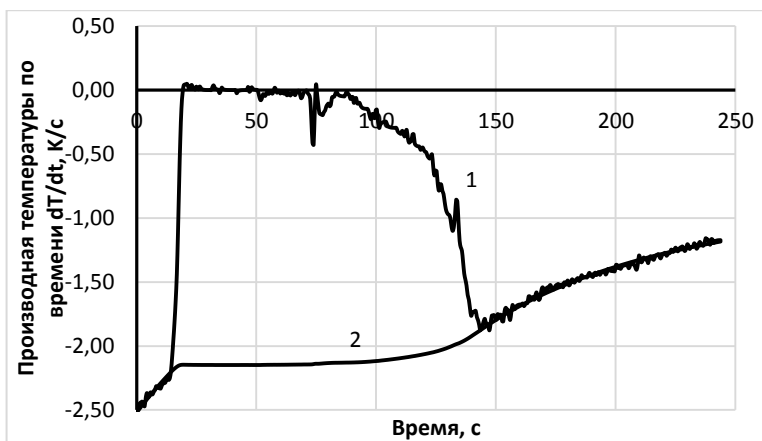


Рисунок 5 – Зависимость первой производной температуры по времени (1) для алюминия A97 и график модельной зависимости «базовой» функции (2), полученной при подстановке значений коэффициента Ньютона-Рихмана, вычисленных с использованием квадратичного уравнения (10)

На рисунке 6 представлены экспериментальные зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры, установленные для двойных сплавов системы Al–Si с содержанием кремния 1 %, 7,6 % и 15 % (мас.) при начальной скорости охлаждения пробы расплава $3 \pm 0,2$ К/с, а также их приближающие квадратичные функции.

Анализ полученных данных показал, что для всех исследованных Al–Si сплавов при снижении температуры от 950–960 К до

750–770 К наблюдается непрерывное уменьшение значений коэффициента Ньютона-Рихмана на 20–30 % по квадратичному закону, очень близкого к линейному (коэффициенты параболичности приближающих функций от $0,9 \times 10^{-8}$ до 2×10^{-8}). При этом чем больше начальная скорость охлаждения пробы расплава, тем выше расположен график зависимости $k(T)$ относительно оси абсцисс.

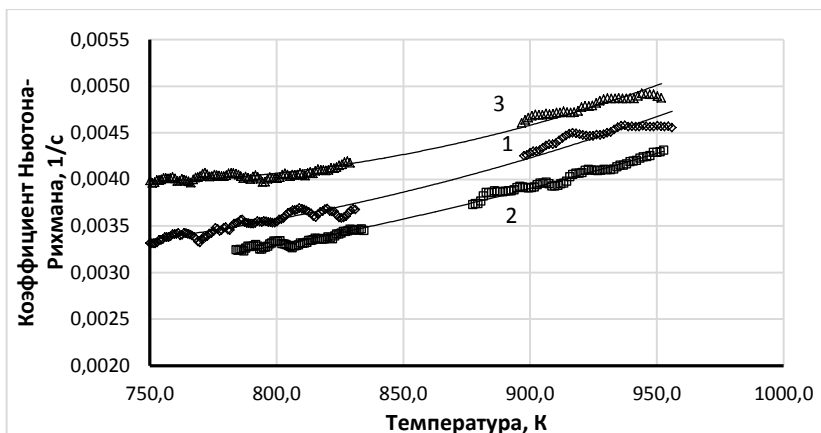


Рисунок 6 – Экспериментальные зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры и их приближающие квадратичные функции, установленные для сплавов системы Al-Si с различным содержанием кремния (1 – 7,6 %; 2 – 11,5 %; 3 – 15 % (мас.)) с начальной скоростью охлаждения пробы расплава: 1 – 3 К/с; 2 – 2,8 К/с; 3 – 3,2 К/с

На рисунке 7 представлены экспериментальные зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры, установленные для литейных сплавов АК12М2МгН и АК9 при начальной скорости охлаждения пробы расплава от 1 до 1,4 К/с. Установлено, что при снижении температуры от 950 К до 720 К наблюдается непрерывное уменьшение значений коэффициента Ньютона-Рихмана на 20–30 % по закону, близкому к линейному, при этом, чем больше начальная скорость охлаждения пробы расплава, тем больше значения коэффициента Ньютона-Рихмана при заданной температуре.

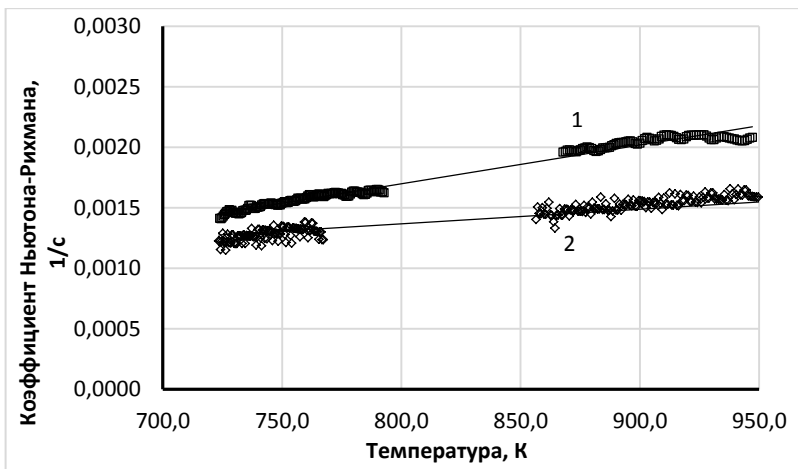


Рисунок 7 – Экспериментальные зависимости коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры и приближающие линейные функции для сплавов АК9 (1) и АК12М2МгН (2), полученные при скорости охлаждения пробы расплава: 1 – 1,3 К/с; 2 – 1 К/с

В связи с тем, что при снижении температуры для всех исследованных сплавов на основе алюминия наблюдалось уменьшение значений коэффициента Ньютона-Рихмана на 20–30 % по закону, близкому к линейному, представляло интерес выполнить анализ функции $k/(T_{cc} - T_0)$, представляющей собой отношение коэффициента Ньютона-Рихмана к разности температур расплава и окружающей среды (температурному напору). Полученные результаты для алюминия, двойных сплавов системы Al–Si с содержанием кремния 7,6 и 11,5 % (мас.), а также литейных сплавов АК9, АК12М2МгН представлены на рисунках 8 и 9.

Анализ зависимостей, представленных на рисунках 8 и 9, показал, что параметр $k/(T_{cc} - T_0)$ является практически постоянной величиной на участке жидкофазного состояния алюминия и сплавов на его основе (двойных сплавов системы Al–Si, литейных АК9, АК12М2МгН) и при уменьшении температуры от 960–970 К до 750 К имеет тенденцию к незначительному увеличению на 2–3 %.

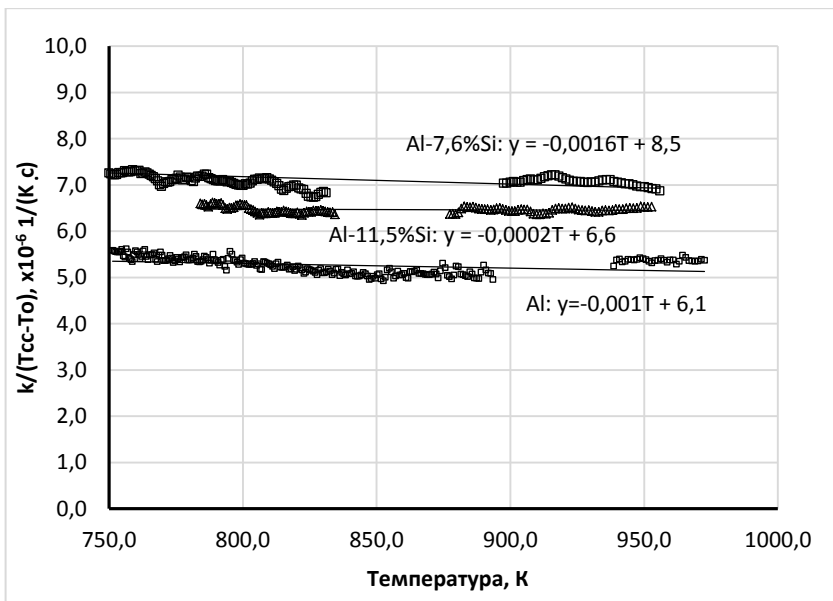


Рисунок 8 – Зависимости параметра $k/(T_{cc} - T_o)$ от температуры для алюминия А97 и двойных сплавов системы Al-Si с содержанием кремния 7,6 % и 11,5 % (мас.)

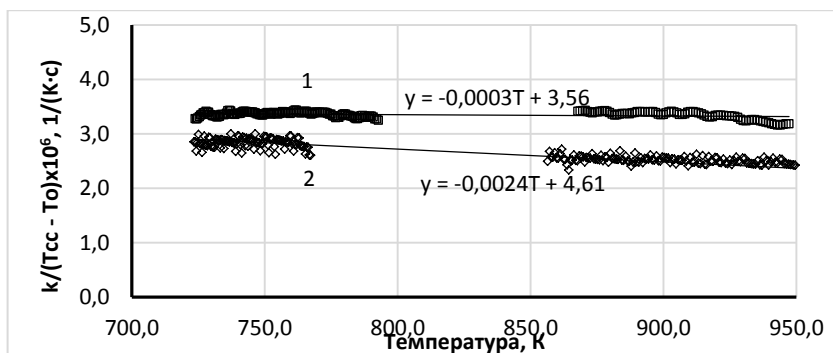


Рисунок 9 – Зависимости параметра $k/(T_{cc} - T_o)$ от температуры для литейных сплавов АК9 (1) и АК12М2МгН (2)

Полученные данные позволили сформулировать следующую гипотезу: если ввести обозначение $R = k/(T_{cc} - T_o)$ и принять, что R – коэффициент, имеющий размерность $1/(K \cdot c)$, который можно счи-

тать постоянной величиной, то уравнение баланса тепловых потоков расплава (2) при условии, что выделение теплоты кристаллизации отсутствует, может быть записано в следующей форме:

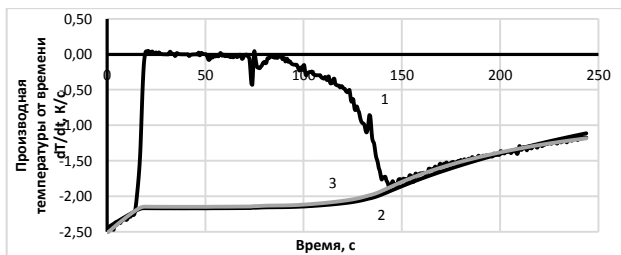
$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} = -R(T_{cc} - T_0)^2. \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что, если из экспериментальных данных термического анализа найти значение постоянной R для однофазных участков кривой охлаждения, то можно сравнительно просто определить «базовую» функцию, не прибегая к расчетам коэффициента Ньютона-Рихмана и не вычисляя приближающие квадратичные функции для зависимостей $k(T)$ с использованием метода наименьших квадратов.

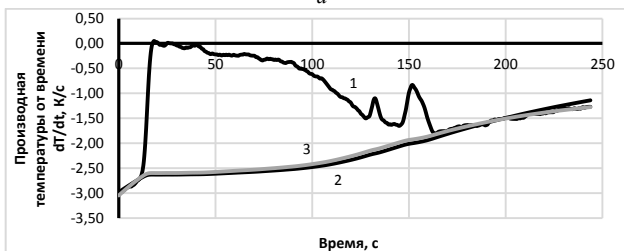
Результаты экспериментальной проверки, подтверждающей рассматриваемую гипотезу, представлены на рисунках 10 и 11.

На рисунке 10 показаны: 1) экспериментальные зависимости первой производной температуры по времени для алюминия и двойных Al–Si сплавов с содержанием кремния 1 %, 7,6 % и 15 % (мас.); 2) зависимости «базовой» функции, полученные на основе уравнения (11) с использованием постоянных величин R ; 3) зависимости «базовой» функции, рассчитанные на основе уравнения (7) с использованием приближающих квадратичных зависимостей коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры (10), полученных с помощью метода наименьших квадратов.

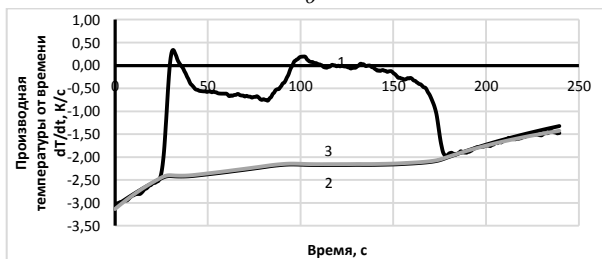
Анализ полученных результатов показал, что установленные на основе уравнения (11) с использованием постоянных величин R «базовые» линии хорошо согласуются с однофазными участками графиков экспериментальных зависимостей первой производной температуры по времени исследованных сплавов и практически совпадают с модельными зависимостями «базовых» функций, построенными на основе уравнения (7) с использованием приближающих квадратичных зависимостей коэффициента Ньютона-Рихмана от температуры.



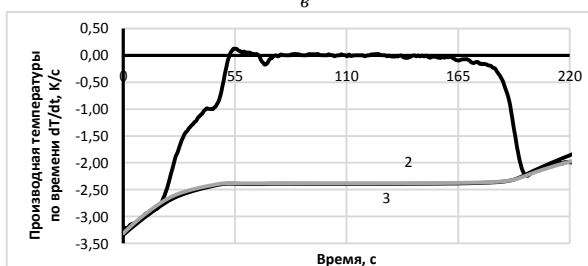
a



б



в



г

a – алюминий А97 ($R = 5,3 \cdot 10^{-6}$); *б* – сплав Al-1 % Si ($R = 6,5 \cdot 10^{-6}$);
в – сплав Al-7,6 % Si ($R = 7,0 \cdot 10^{-6}$); *г* – сплав Al-15 % Si ($R = 7,7 \cdot 10^{-6}$)

Рисунок 10 – Зависимости первой производной температуры по времени (*1*) и модельные зависимости «базовой» функции (2, 3). Расчетные зависимости, обозначенные цифрой 2, получены на основе уравнения (11). Расчетные зависимости, обозначенные цифрой 3, получены с использованием уравнений (7) и (10)

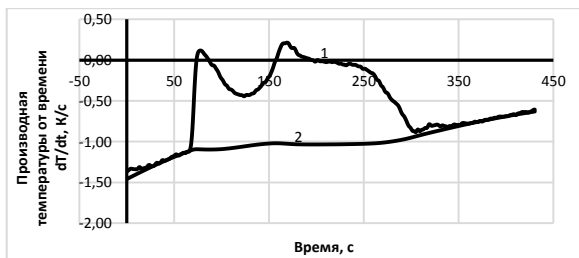
На рисунке 11 представлены экспериментальные зависимости первой производной температуры по времени и зависимости «базовой» функции, полученные на основе уравнения (11), для литейных сплавов АК9, АК12М2МгН, АК5М4 и деформируемого сплава АД31.

Результаты моделирования «базовых» функций с использованием уравнения (11), выполненные для многокомпонентных литейных сплавов на основе системы алюминий–кремний–магний (АК9) и алюминий–кремний–медь (АК12М2МгН, АК5М4), а также деформируемого алюминиевого сплава АД31, также показали хорошее согласование расчетных и экспериментальных зависимостей первой производной температуры по времени, соответствующих участкам однофазного состояния сплавов.

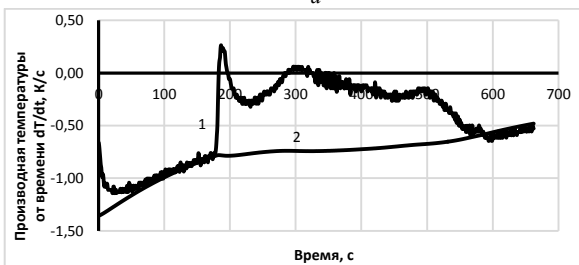
Интегрируя уравнение (11) методом разделения переменных и принимая для начального момента времени $t_0 = 0$ и $T(t_0) = T_{\text{нач}}$, можно получить выражение для расчета температуры охлаждающегося сплава, не претерпевающего фазовых превращений:

$$T = T_0 + \frac{T_{\text{нач}} - T_0}{1 + Rt(T_{\text{нач}} - T_0)}. \quad (12)$$

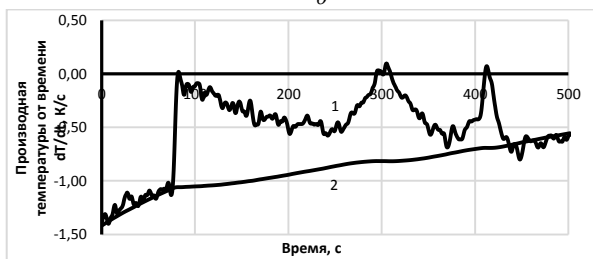
На рисунке 12 представлены экспериментальные и расчетные зависимости температуры от времени (кривые охлаждения) пробы расплава алюминия А97 на участках жидкофазного и твердофазного состояния. При этом расчетные зависимости получены как с использованием классического уравнения Ньютона-Рихмана (3), предполагающего экспоненциальный вид температурно-временной зависимости, так и уравнения (12). Анализ полученных данных показал, что точность математического описания кривых охлаждения на участках однофазного состояния с использованием уравнения (12) выше, чем при использовании уравнения Ньютона-Рихмана.



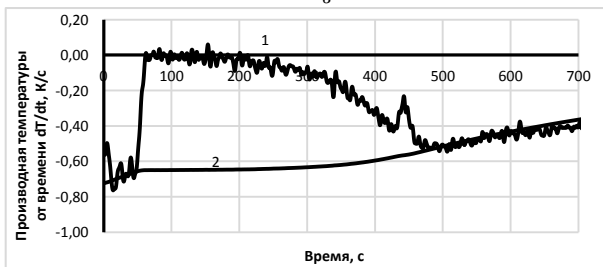
a



б



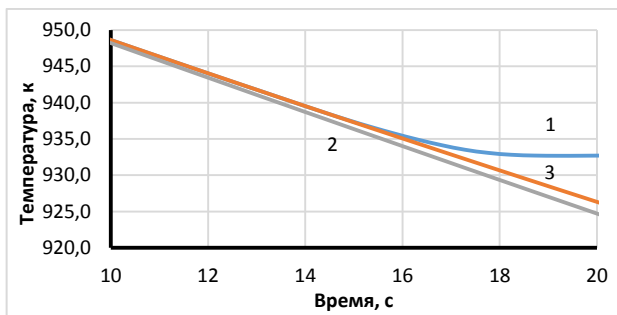
в



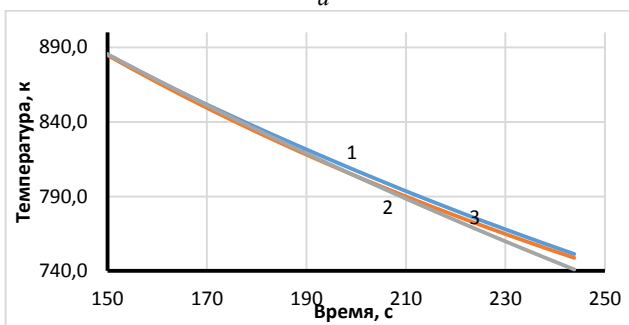
г

a – АК9 ($R = 3,4 \cdot 10^{-6}$); *б* – АК12М2МgН ($R = 2,6 \cdot 10^{-6}$); *в* – АК5М4 ($R = 3,0 \cdot 10^{-6}$);
г – АД31 ($R = 1,6 \cdot 10^{-6}$)

Рисунок 11 – Зависимости первой производной температуры по времени (1) и модельные зависимости «базовой» функции (2), установленные на основе уравнения (11) для сплавов на основе алюминия



a



б

a – участок жидкофазного состояния и начала затвердевания во временном интервале от 10 до 20 с; *б* – участок твердофазного состояния

Рисунок 12 – Экспериментальные (1) и расчетные (2, 3) зависимости температуры от времени (кривые охлаждения) пробы расплава алюминия А97.

Расчетные зависимости, обозначенные цифрой 2, получены на основе уравнения Ньютона-Рихмана (3). Расчетные зависимости, обозначенные цифрой 3, получены на основе уравнения (12)

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что уравнения (11) и (12) более точно описывают процесс теплоотдачи расплава алюминия и его сплавов при охлаждении на воздухе, чем уравнения Ньютона-Рихмана (1)–(3). В связи с этим моделирование кинетики затвердевания и расчет содержания выделяющейся в расплаве твердой фазы от времени предлагается проводить на основе уравнения теплового баланса затвердевающей пробы расплава с учетом неньютоновского закона теплоотдачи, для которого при-

нимается, что количество теплоты, отданное от охлаждаемой поверхности пробы расплава площадью F за время dt , должно быть пропорционально не температурному напору, а его квадрату:

$$\frac{dQ_L}{dt} - mc_p \left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} = \zeta_R F (T_{cc} - T_0)^2, \quad (13)$$

где ζ_R – эффективный коэффициент теплоотдачи, который описывает потери тепла при неньютоновском охлаждении металла через форму в окружающую среду и имеющий размерность Вт/(м²·К²).

В случае отсутствия фазовых превращений уравнение баланса тепловых потоков пробы расплава (13) записывается в следующей форме:

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} = \frac{-\zeta_R F (T_{cc} - T_0)^2}{mc_p} \quad (14)$$

или с учетом обозначения $R = \frac{-\zeta_R F}{mc_p}$ в виде уравнения (11).

Таким образом, содержание твердой фазы в затвердевающих расплавах как функцию от времени следует рассчитывать, используя уравнение:

$$f_S(t) = \frac{\int_0^t \left(\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} + R(T_{cc} - T_0)^2 \right) dt}{\int_0^{t_S} \left(\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} + R(T_{cc} - T_0)^2 \right) dt}. \quad (15)$$

Заключение. Эффективным способом исследования кинетики затвердевания алюминия и сплавов на его основе является метод однотермопарного компьютерного термического анализа. Однако при расчете содержания выделяющейся при затвердевании расплава твердой фазы методом Ньютона точность вычислений существенно зависит от вида «базовой» функции, являющейся расчетной зависимостью первой производной температуры по времени в предполо-

жении, что на расчетном интервале времени отсутствует выделение теплоты кристаллизации.

В работе показано, что «базовые» функции для расчета содержания твердой фазы в затвердевающих расплавах алюминия и его сплавов не могут быть установлены на основе классического уравнения Ньютона-Рихмана, предполагающего экспоненциальный вид температурно-временной зависимости охлаждающегося сплава до и после затвердевания.

Решение задачи определения «базовой» функции и расчета содержания выделяющейся из расплава твердой фазы может быть получено на основе новой модели теплового баланса затвердевающей пробы расплава, в которой принимается, что количество теплоты, отданное от охлаждаемой поверхности пробы расплава площадью F за время dt , должно быть пропорционально квадрату температурного напора.

Список литературы

1. Stefanescu, D.M. Heat Transfer-Solidification Kinetics Modeling of Solidification of Castings / D.M. Stefanescu, G. Upadhyay, D. Bandyopadhyay // Metallurgical Transactions A. – 1990. – Vol. 21 A. – PP. 997–1005.

2. Tzimas, E. Evaluation of volume fraction of solid in alloys formed by semisolid processing / E. Tzimas, Antonios Zavaliangos // Journal of Materials Science. – 2000. – Vol. 35, No 21. – PP. 5319–5330.

3. Gibbs, J.W. Solid fraction measurement using equation-based cooling curve analysis / J.W. Gibbs, P.F. Mendez // Scripta Materialia. – 2008. – Vol.58. – PP. 699–702.

4. Marchwica, P. Fraction solid evolution characteristics of AlSiCu alloys - dynamic baseline approach / P. Marchwica, J.H. Sokolowski, W.T. Kierkus // Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering. – 2011. – Vol. 47, No 2. – PP. 115–136.

5. Cooling Curve Analysis as an Alternative to Dilatometry in Continuous Cooling Transformations / J. W. Gibbs [et al.] // Metallurgical and Materials Transactions A. – 2015. – Vol. 46, No 1. – PP. 148–155.

6. Djurdjevic, M.B. Characterization of the Solidification Path of AlSi5Cu (1–4 wt.%) Alloys Using Cooling Curve Analysis /

M.B. Djurdjevic, Z. Odanovic, N. Talijan // The Journal of the Minerals, Metals & Materials Society. – 2011. – Vol. 63, No. 11. – PP. 51–57.

7. **Quantification** of the microconstituents formed during solidification by the Newton thermal analysis method / H. Cruz [et al.] // Journal of Materials Processing Technology. – 2006. – Vol. 178. – PP. 128–134.

8. **Бялик, О.М.** Вопросы динамической теории затвердевания металлических отливок / О.М. Бялик, Ю.Л. Ментковский. – Киев: Вища школа. – 1983. – 111 с.

9. **Рафальский, И.В.** Ресурсосберегающий синтез сплавов на основе алюминия с использованием дисперсных неметаллических материалов и интеллектуальные методы контроля металлургических процессов их получения / И.В. Рафальский. – Минск: БНТУ, 2016. – 308 с.

10. **Рафальский, И.В.** Расчет содержания твердой фазы, выделяющейся при затвердевании расплава / И.В. Рафальский, П.Е. Луцкий // «Металлургия: технологии, инновации, качество»: тр. XX Междунар. науч.-практ. конф., Ч. 2. 15–16 ноября 2017 г. / Под ред. Е.В. Протопопова; Сиб. гос. индустр. ун-т. – Новокузнецк, 2017. – С. 196–200.

УДК 621.74.01, 69.715, 669.74

И.В. РАФАЛЬСКИЙ, канд. техн. наук (БНТУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОХЛАЖДЕНИЯ И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ РАСПЛАВОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ ТЕРМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ БИО

Введение. Моделирование процессов охлаждения и затвердевания металлических расплавов с использованием данных термического анализа при малых числах Био ($Bi < 0,1$) реализуется на основе уравнения теплового баланса пробы расплава с учетом основного уравнения теплоотдачи (закона Ньютона-Рихмана) [1]: