

УДК 621.391.8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА В ПРИСУТСТВИИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОМЕХИ

Левко И.А.

Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь

Оценка параметров одночастотных синусоидальных сигналов широко применяется на практике для тестирования как отдельных аналого-цифровых преобразователей, так и для проверки работоспособности систем автоматизации в целом либо для решения ряда измерительных задач в различных технических областях. Методы оценки можно разделить на два класса:

- Аппроксимационные, использующие подбор функции вида $A \sin(\omega t + \varphi) + d$ к исследуемому сигналу [1];

- Спектральные, в которых применяется анализ сигнала в частотной области [2].

Спектральные методы оценки параметров синусоидального сигнала подвержены влиянию эффекта «просачивания» спектра, который приводит к появлению амплитудных ошибок [2, с. 173] и снижает точность оценки частоты и фазы сигнала. Этот эффект проявляется при нецелом числе периодов входного сигнала, записанном в обрабатываемой последовательности отсчетов. Хотя данный эффект может быть устранен при когерентной записи отсчетов входного сигнала, когда частота источника сигнала полностью синхронизирована с приемником сигнала, но на практике это можно осуществить только для узкого набора частот. При использовании произвольного набора частот для уменьшения эффекта «просачивания» спектра возникает необходимость в использовании оконных функций [2, с. 174–180].

Основным преимуществом аппроксимационных методов оценки параметров является то, что при их использовании эффект «просачивания» спектра не наблюдается. Различают трех- и четырехпараметрические аппроксимационные методы, в которых частота сигнала может быть соответственно заранее известна или нет.

В общем виде подбираемая математическая синусоидальная функция s_ξ имеет вид:

$$s_\xi(t) = A_\xi \sin(\omega_\xi t + \varphi_\xi) + d_\xi, \quad (1)$$

где A_ξ – амплитуда; ω_ξ – круговая частота; φ_ξ – начальная фаза; d_ξ – постоянное смещение. Аргумент t представляет непрерывное время. Отсчеты входного сигнала $s(kT_S)$ описываются дискретным временем, имеющим постоянный интервал, равный периоду дискретизации T_S . Число анализируемых отсчетов конечно, то есть $k = 0..M$. С учетом этого выражение (1) для дискретного времени переписывается как:

$$s_\xi(k) = A_\xi \sin(\omega'_\xi k + \varphi_\xi) + d_\xi, \quad (2)$$

где $\omega'_\xi = 2\pi f_\xi / f_s$; f_ξ – частота входного сигнала; $f_s = 1/T_S$ – частота дискретизации. Приведенные выше параметры подбираются так, чтобы функция (2) в наибольшей степени соответствовала входному синусоидальному сигналу.

В случае, когда частота входного сигнала f_ξ известна, с помощью тригонометрических соотношения, выражение (3) можно представить в виде:

$$s_\xi(k) = B \sin \omega'_\xi k + C \cos \omega'_\xi k + d_\xi, \quad (3)$$

где B , C и d_ξ являются подгоночными параметрами (трехпараметрический метод), причем $B = A_\xi \cos \varphi_\xi$, $C = A_\xi \sin \varphi_\xi$. Применяя методы линейного регрессионного анализа, можно однозначно аппроксимировать входной сигнал синусоидальной функцией [1].

При использовании цепей питания измерительной аппаратуры, входящих в состав систем автоматизации, от сети переменного тока возникает необходимость соблюдения стандартов системы безопасности труда. В первую очередь это касается защиты персонала от поражения электричеством. Достаточно сказать, что по нормативам техники безопасности помещения, в которых установлены металлические трубы и радиаторы отопительной системы, считаются помещениями повышенной опасности и требуют заземления всех типов электронного оборудования даже в условиях научной или учебной лаборатории. Это приводит к возникновению проблемы, связанной с появлением помех, имеющих в своем спектре основную гармонику промышленной частоты $f_H = 50$ Гц и более высокие гармоники этой частоты. Присутствие данных помех объясняется рядом факторов, к которым можно отнести соединение нейтрали (нулевого провода) понижающего трансформатора электрической подстанции с землей, наличие паразитных емкостей и электромагнитных наводок, приводящих к появлению паразитных токов. Кроме того, спектр помех, связанных с заземлением, может быть более широким за счет формирования электростатического заряда во время грозы в районе заземления.

Поэтому определенный интерес представляет исследование устойчивости аппроксимационных методов оценки синусоидального к помехам сети переменного тока.

Несомненным достоинством трехпараметрических методов аппроксимации является возможность использования узкополосной фильтрации, позволяющей свести к минимуму влияние помех сети переменного тока.

Однако на практике ряд задач требует оценки параметров синусоидального сигнала с неизвест-

ной амплитудой, частотой, фазой и постоянным смещением, т. е. применения четырехпараметрических методов аппроксимации. Как видно из формулы (2), данные методы являются нелинейными и, следовательно, не позволяют получить однозначного решения.

В связи с этим необходимо определять подгоночные параметры на основании критериев, используемых для оценки случайных сигналов. Среди них традиционно применяется метод наименьших квадратов [3, с. 684], который предполагает минимизацию среднеквадратической ошибки вида:

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^M [F(x_k) - f(x_k)]^2, \quad (4)$$

где $f(x_k)$ – функция, заданная на дискретном множестве точек x_0, x_1, \dots, x_M ; $F(x_k)$ – функция, которую нужно построить так, чтобы обеспечить минимизацию (4).

В отличие от традиционного метода наименьших квадратов в четырехпараметрическом методе аппроксимации синусоидальной функции вместо построения функции $F(x_k)$ для формулы (4) можно использовать детерминированную функцию (2) с четырьмя подгоночными параметрами: A_ξ , ω_ξ , φ_ξ и d_ξ . Тогда с учетом (3) выражение (4) можно переписать в виде:

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^M [A_\xi \sin(2\pi f_\xi / f_S k + \varphi_\xi) + d_\xi - s_\xi(k)]^2 \quad (5)$$

Следует отметить, что поиск минимума выражения (5) носит итерационный характер, причем число итераций зависит от скорости сходимости полученных результатов.

Еще одной особенностью применения метода нелинейной аппроксимации является зависимость погрешности определения параметров от начальных условий, т. е. от выбора начальных значений амплитуды, частоты, фазы и постоянного смещения, которые можно обозначить соответственно $A_{\xi 0}$, $\omega_{\xi 0}$, $\varphi_{\xi 0}$ и $d_{\xi 0}$.

Также к факторам, влияющим на погрешность и скорость сходимости метода нелинейной аппроксимации, можно отнести количество периодов исходного сигнала, используемых при подборе функции (2).

Как правило, исходный сигнал содержит несколько периодов синусоидальной функции. Поэтому для оценки начального значения амплитуды целесообразно использовать глобальные минимум и максимум сигнала для уменьшения влияния постоянного смещения, то есть

$$A_{\xi 0} = \frac{\max\{s_\xi(k)\} - \min\{s_\xi(k)\}}{2}. \quad (6)$$

Оценка начального значения частоты осуществляется при использовании вспомогательного параметра: число отсчетов на период

$$N_\xi = f_S / f_\xi, \quad (7)$$

причем N_ξ может быть целым числом только в случае, когда частота сигнала кратна частоте дискретизации. Поэтому число отсчетов на период содержит целое число отсчетов между двумя переходами через нулевую линию от отрицательных значений к положительным и интерполяционную часть, определяемую по двум отсчетам в области перехода.

Этот же подход позволяет оценить начальное значение фазы, если четырехпараметрическая аппроксимация производится только на части сигнала между переходами через нулевую линию. После подбора синусоидальной функции появляется возможность однозначно определить фазу всего исходного сигнала. Начальное значение постоянного смещения также вычисляется при тех же условиях, что и частота.

Зависимости, приведенные на рисунке 1, имеют характерные колебания погрешности оценки с одинаковой периодичностью, причем наибольший разброс наблюдается в окрестности промышленной частоты 50 Гц и ее гармоник.

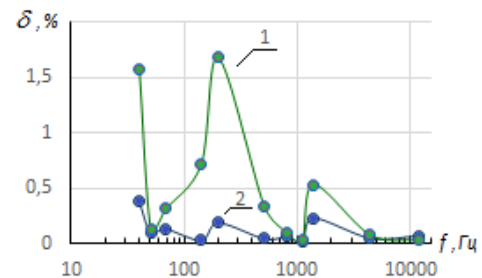


Рисунок 1 – Частотная зависимость погрешности оценки амплитуды (1) и частоты (2) по одному периоду при 2-х итерациях и отношении сигнал/шум 31 дБ.

Эту особенность следует учитывать при применении метода четырехпараметрической аппроксимации.

Литература

1. Левко И.А. и др. Устройство для автоматизированного измерения динамической погрешности аналого-цифровых преобразователей // ПТЭ. – 1989. – № 3 – С. 86–89.
2. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. / Пер. с англ. – М. : Мир, 1990. – 547 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. : Наука, 1973. – 832 с.