

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАДИАЛЬНОГО МОДУЛЯ УПРУГОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ ИЗ ПРЕПРЕГА

<sup>1</sup>Василевич Ю.В., <sup>2</sup>Сахоненко В.М., <sup>1</sup>Неумержицкая Е.Ю., <sup>2</sup>Федотов Д.А.

<sup>1</sup> УО Белорусский национальный технический университет, Минск

<sup>2</sup> ОАО «Авангард», Сафоново

Теоретические исследования по определению радиальных перемещений в анизотропном кольце из препрега позволили разработать методику проведения испытаний, которые отслеживают его усадку при нагружении по наружной поверхности равномерно распределенным давлением. Полученные уравнения позволяют путем сравнения с результатами испытаний, найти радиальный модуль упругости. Результаты таких исследований представлены для различных толщин оболочки из препрега.

В процессе тканой намотки многослойных, предварительно напряженных конструкций витки композиционного материала последовательно накладываются друг на друга. Под действием усилия натяжения каждый последующий виток деформирует нижеследующие слои в радиальном направлении. Это приводит к изменению первоначального закона натяжения витков  $T_0(r)$ .

Для решения вопроса о распределении усилий натяжения в сечении кольца необходимо рассмотреть задачу об определении радиальных перемещений в анизотропном кольце, надетом без зазора и натяга на жесткую оправку и нагруженным по наружной поверхности равномерно распределенным давлением  $T_0/b$ , где  $b$  – наружный радиус кольца. Решение этой задачи получено в [1 – 3]. Выражение для радиальных перемещений имеет вид

$$u = -\frac{T_0 h}{E_r^0 \beta} \cdot \frac{\rho^\beta - \rho^{-\beta}}{\rho_0^\beta + \rho_0^{-\beta}}, \quad (1)$$

где  $T_0 = T_0 \cdot h$  – натяжение при намотке ткани единичной ширины;  $h$  – толщина ткани;

$$\beta^2 = \frac{E_\theta^0}{E_r^0}; \rho = \frac{r}{a}; \rho_0 = \frac{b}{a},$$

где  $E_\theta^0$  и  $E_r^0$  – кольцевой и радиальный модули упругости материала кольца;  $b$  и  $a$  – наружный и внутренний радиусы кольца;  $r$  – текущий радиус кольца.

Ориентированные стеклопластики в виде ткани используются для намотки и являются существенно анизотропными материалами, свойства которых зависят от параметров формования в процессе намотки и последующей полимеризации.

В таком случае, разработке технологии намотки должен предшествовать обоснованный выбор основных параметров намотки, влияющих на прочностные свойства конструкции. Такой выбор сопровождается проведением расчетов этих параметров с использованием, например, некоторых характеристик препрега (неотвержденного композита). В частности, требуются данные величины модуля упругости препрега в радиальном направлении [4]. Этот параметр невозможно рассчитать путем теоретических исследований. Однако, экспериментальные исследования позволяют провести такую работу. Разработанная методика проведения

испытаний и некоторые результаты испытаний описывают последовательность действий для установления величины модуля упругости кольцевого препрега в радиальном направлении.

Методика проведения таких исследований может быть представлена следующим образом. Воспользуемся зависимостью для радиальных перемещений.

Полагая в (1)  $r = b, u = \Delta u_R$  представим это соотношение в виде

$$\beta = -\frac{E_{\theta}^0 \Delta u_R}{T_0} \cdot \frac{\rho_0^{2\beta} + 1}{\rho_0^{2\beta} - 1}. \quad (2)$$

Здесь  $\Delta u_R < 0$ .

Уравнение (2) следует использовать для нахождения параметра  $\beta$ , если путем экспериментальных исследований будут определены величины  $E_{\theta}^0, T_0^0$  и  $\Delta u_R$ .

Решение удобно проводить итерационным методом Зейделя. Для этого (2) представим в виде:

$$\beta_{i+1} = -\frac{E_{\theta}^0 \Delta u_R}{T_0} \cdot \frac{\rho_0^{2\beta} + 1}{\rho_0^{2\beta} - 1}. \quad (3)$$

Начальная точка такого процесса вычисляется по формуле:

$$\beta_0 = -\frac{E_{\theta}^0 \Delta u_R}{T_0}.$$

Вычисления по формуле (3) заканчиваются, если

$$|\beta_{i+1} - \beta_i| < \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  - заданная точность проведения расчётов.

Если  $A = \frac{\rho_0^{2\beta} + 1}{\rho_0^{2\beta} - 1} < 1 + \varepsilon_0,$

где  $\varepsilon_0$  - требуемая точность вычисления, то величину  $A$  можно положить равной единице. В таком случае параметр  $\beta$  будет равен  $\beta_0$ , а из (3) найдём

$$2\beta_0 > \frac{\ln\left(1 + \frac{2}{\varepsilon_0}\right)}{\ln \rho_0}.$$

Выполнение последнего неравенства позволяет положить  $\beta = \beta_0$ .

После нахождения  $\beta$  модуль упругости  $E_r^0$  определяется путём вычисления по формуле

$$E_{\theta}^0 = \beta^2 E_r^0. \quad (4)$$

Здесь модуль упругости  $E_{\theta}^0$  определяется по формуле  $E_{\theta}^0 = (1 - m)E_H$ , где  $E_H$  - модуль упругости,  $m$  - относительное содержание связующего в композите.

Для проведения испытаний была выбрана наиболее употребляемая в производстве ткань Т-ВП, пропитанная связующим ЭП-5122. При намотке на оправку диаметром 200мм натяжение ткани составляло  $T=1\text{Н/мм}$ . Испытания проводились при разной температуре окружающей среды на приспособлении, показанном на рис.1.



Рис.1. Приспособление для проведения испытаний для определения

*трансверсального модуля упругости*

Для снижения возможных погрешностей измерения деформации на начальной стадии нагружения результаты измерений записывались в виде

$$\Delta u_i = \frac{|\vartheta_i - \vartheta_1|}{2\pi}; \Delta T_i = T_i - T_1,$$

где  $\vartheta_1$  – перемещение концов банджа при нагрузке  $T_1 = 10$  Н. Такой приём не противоречит условиям поставленной задачи. Результаты испытания в зависимости от температуры  $t^{\circ}\text{C}$  для некоторых толщин намотанного пакета ткани представлены в табл.(1-5).

Таблица 1 - Результаты измерения кольцевого перемещения  $\vartheta_i$ , мм в зависимости от нагрузки  $T_i$  (толщина намотанного препрега  $H=10\text{мм}$ )

T, Н t, °C	10	20	30	40	50	60	70	80	90
20	1,3	2,87	3,84	4,73	5,7	6,68	7,57	8,63	9,25
40	1,23	2,35	3,17	4,73	5,47	6,64	7,83	8,37	9,37
60	2,6	4,2	5,2	6,53	7,37	8,5	10,02	10,57	11,9
80	2,9	4,57	5,93	7,3	8,55	9,53	10,56	11,39	12,9
100	1,1	1,9	3,1	4,4	6,05	7,17	8,24	8,74	10,2
130	1,09	2,4	3,86	4,62	5,95	7,44	8,43	8,84	10,1
160	1,18	2,57	4,23	4,9	6,6	7,58	9,12	9,65	11,1

Таблица 2 - Результаты измерения кольцевого перемещения  $\vartheta_i$ , мм в зависимости от нагрузки  $T_i$  (толщина намотанного препрега  $H=12\text{мм}$ )

T, Н t, °C	10	20	30	40	50	60	70	80	90
20	2,1	3,2	4,4	5,3	6,7	8,1	9,1	10	11,1
40	1,1	1,9	2,8	3,2	3,7	5	5,6	6,1	6,4
60	1,2	2,2	3,1	4,2	5,1	6,2	6,7	7	8
80	2,75	4,4	5,05	6,1	7,1	7,9	8,83	9,67	10,47
100	0,9	1,84	2,2	3,4	4,1	5,03	5,34	5,97	6,34
130	0,94	2,05	2,7	3,64	4,42	4,84	5,45	5,96	6,62
160	1,8	2,43	2,8	3,35	3,68	3,92	4,2	4,4	4,58

Таблица 3 - Результаты измерения кольцевого перемещения  $\vartheta_i$ , мм в зависимости от нагрузки  $T_i$  (толщина намотанного препрега  $H=16$ мм)

$T, H$ $t, ^\circ C$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
20	1,33	2,7	4,1	5,3	6,54	7,47	9,05	9,87	10,27
40	0,85	1,98	2,77	4,38	5,3	6,6	7,75	8,37	9,07
60	3,2	4,08	5,37	6,5	7,55	8,45	9,8	10,28	11,15
80	2,4	3,7	5,47	6,97	8,35	9,74	11,15	11,94	12,37
100	3,2	4,97	6,69	7,8	9,2	10,8	12,3	13,34	15,1
130	3,8	5,06	6,14	7,3	8,4	10,08	10,98	12,1	13,5
160	1,1	2,05	3,5	4,2	5,1	6,42	6,94	8,06	9,2

Таблица 4 - Результаты измерения кольцевого перемещения  $\vartheta_i$ , мм в зависимости от нагрузки  $T_i$  (толщина намотанного препрега  $H=18$ мм)

$T, H$ $t, ^\circ C$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
20	2,3	4,2	5,9	6,9	8,3	9,5	11	12,5	14
40	2,5	4	5,1	5,5	6,3	8	8,95	9,6	10,4
60	1,9	3,3	4,55	5,55	6,9	7,5	8,35	9,9	10,7
$T, H$ $t, ^\circ C$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
80	2,1	3,5	4,9	6	7,2	8,15	9,2	10,3	11,5
100	3,4	5,2	7,2	9,4	11,1	12,4	14	15	16,1
130	-	-	-	-	-	-	-	-	-
160	2,4	4,4	6,3	8,2	10,1	11,3	-	-	-

Таблица 5 - Результаты измерения кольцевого перемещения  $\vartheta_i$ , мм в зависимости от нагрузки  $T_i$  (толщина намотанного препрега  $H=30$  мм)

$T, \text{H}$ $t, ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
20	0,81	1,4	2,08	3,16	3,93	4,42	4,95	5,68	6,14
40	2,6	3,18	3,8	4,82	5,24	5,72	6,08	6,6	7,06
60	0,67	1,87	2,53	3,43	4,06	5,08	5,55	6,35	6,84
80	1,27	2,43	3,84	4,55	5,4	6,28	6,97	8,2	8,82
100	2,12	3,68	4,9	6,57	7,39	8,74	10,1	10,85	11,9
130	1,7	2,73	4,49	6,28	6,75	8,8	10,2	11,5	12,95
160	1,22	2,03	2,52	2,98	3,46	4,07	4,56	4,88	5,15

Анализ таблиц показывает, что в них значения всех строк можно аппроксимировать линейной функцией, которая выражает зависимость между перемещением  $u_{ij}$  и нагрузкой  $T_i$ , причём

$$\Delta u_{ij} = \Delta u_j^0 + \Delta u_j^1 \Delta T_i. \quad (5)$$

Здесь  $\Delta u_j^0$  измеряется в мм и представляет собой неупругую составляющую перемещения;  $\Delta u_j^1$  измеряется в мм/Н и описывает упругую составляющую перемещения.

Природа образования неупругой составляющей  $\Delta u_j^0$  имеет множество причин. Одной из главных является то, что оболочка не отверждена и поэтому состояние связующего в жидкой фазе позволяет быть ей недоуплотненной. В этой связи при постановке эксперимента, так как намотка оболочки осуществлялась без прикатного вала, материал оболочки может быть недоуплотнён. Можно предположить, что в случае присутствия прикатного вала неупругая составляющая деформации сжатия может существенно уменьшиться. Отметим, что неупругая составляющая имеет место только при сжатии.

Название упругая составляющая – весьма условно. Она представляется величиной  $\Delta u_j^1 \Delta T_i$  (см. формулу (5)) и является линейной относительно нагрузки  $\Delta T_i$ . Такая же зависимость имеет место для упругих твёрдых тел. Однако, имеются и отличия. Для твёрдых упругих тел после снятия нагрузки тела восстанавливают свою форму. Для препрегов восстановление формы может быть только частичным.

Судя по результатам проведённых испытаний, неупругая составляющая деформации сжатия реализуется при достаточно малой нагрузке. На этом основании будем предполагать, что такая деформация происходит мгновенно. Сделанное предположение не отразится сильно на результатах исследований, однако позволит намного упростить их проведение.

Так как неупругая составляющая деформации не влияет на модуль упругости оболочки в радиальном направлении, то при вычислении последнего с использованием формулы (2) следует положить

$$\Delta u_R = \Delta u_j^1 \Delta T_i.$$

Влияние неупругой деформации на изменение напряжённого состояния в оболочке препрега можно отождествить с усадкой связующего при полимеризации на стадии, когда оно ещё жидкое.

Таким образом, процесс намотки сопровождается появлением напряжений, вызванных неупругими деформациями  $\Delta u_j^0$  и упругими  $\Delta u_j^1 \Delta T_i$ , рассчитываемыми по формуле (5).

Коэффициенты  $\Delta u_j^0$  и  $\Delta u_j^1$  из (5), будем определять методом наименьших квадратов. В таком случае

$$\Delta u_j^0 = \frac{D_1}{D}; \Delta u_j^1 = \frac{D_2}{D},$$

где

$$D = m \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k^2 \right) - \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k \right)^2;$$

$$D_1 = \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k^2 \right) \left( \sum_{k=1}^m u_{kj} \right) - \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k \right) \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k \Delta u_{kj} \right);$$

$$D_2 = m \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k \Delta u_{kj} \right) - \left( \sum_{k=1}^m \Delta T_k \right) \left( \sum_{k=1}^m u_{kj} \right),$$

где  $m$  – количество точек, в которых производился замер результатов испытания (в нашем случае  $m=9$ ).

На (рис. 2а, 3а, 4а, 5а, 6а) показаны графики экспериментальных исследований результатов, представленных в (табл. 1-5) (рис. 2б, 3б, 4б, 5б, 6б) выражают соответствующие теоретические зависимости. Коэффициенты  $\Delta u_j^0$  и  $\Delta u_j^1$  с учётом толщины намотки и температуры окружающей среды представлены в (табл. 6). Здесь же в таблице приведены результаты расчётов модуля упругости  $(E_r)_j$ .

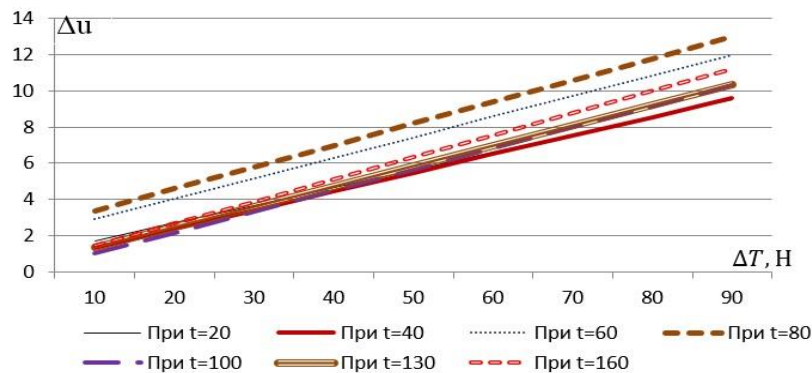


Рис.2. Графики зависимости перемещения  $\Delta u$  от нагрузки  $\Delta T$  для разных температур окружающей среды ( $H=10$ мм)

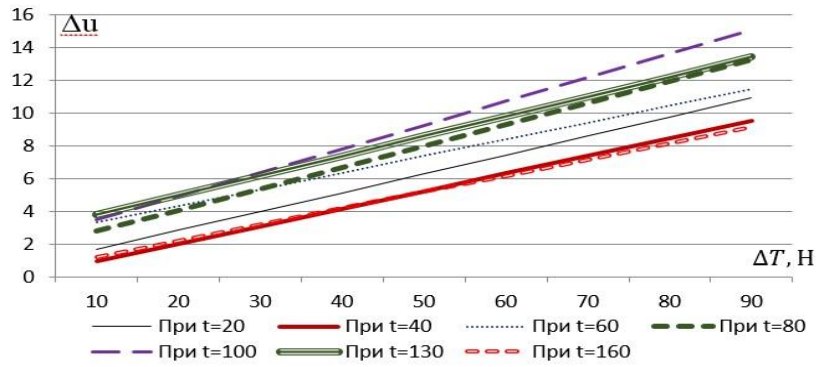


Рис.3. Графики зависимости перемещения  $\Delta u$  от нагрузки  $\Delta T$  для разных температур окружающей среды ( $H=16\text{мм}$ )

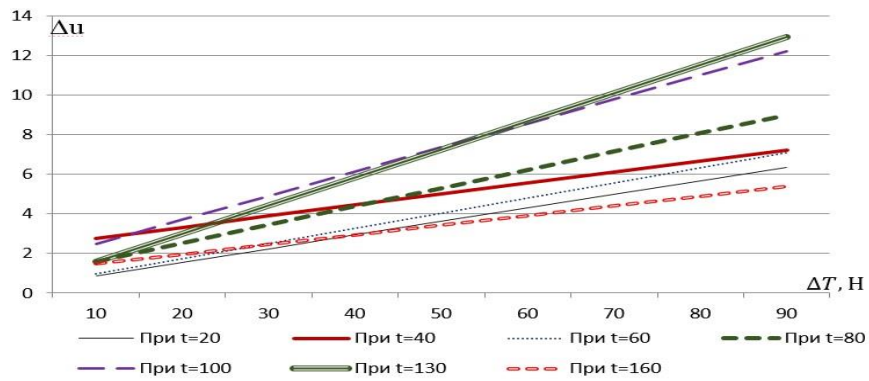


Рис.4. Графики зависимости перемещения  $\Delta u$  от нагрузки  $\Delta T$  для разных температур окружающей среды ( $H=30\text{мм}$ )

Таблица 6 - Значения  $\Delta u_j^0$ ,  $\Delta u_j^1$  и  $(E_r)_j$

$H, \text{М}$ $\text{М}$	$H = 10$			$H = 12$			$H = 16$			$H = 18$			$H = 30$		
	$\Delta u_j^0$ мм	$\Delta u_j^1$ мм/Н	$(E_r)_j$ МПа	$\Delta u_j^0$ мм	$\Delta u_j^1$ мм/Н	$(E_r)_j$ МПа	$\Delta u_j^0$ мм	$\Delta u_j^1$ мм/Н	$(E_r)_j$ МПа	$\Delta u_j^0$ мм	$\Delta u_j^1$ мм/Н	$(E_r)_j$ МПа	$\Delta u_j^0$ мм	$\Delta u_j^1$ мм/Н	$(E_r)_j$ МПа
$t, \text{°C}$															
20	0,1	0,74	0,52	0,11	0,45	0,58	0,12	0,51	0,37	0,14	1,25	0,65	0,07	0,19	0,49
40	0,1	0,31	0,46	0,07	0,54	0,72	0,11	0,62	0,43	0,10	0,82	0,52	0,06	0,21	0,58
60	0,11	0,77	0,39	0,08	0,62	0,69	0,1	1,27	0,47	0,11	1,14	0,43	0,08	0,22	0,65
80	0,12	0,31	0,34	0,1	0,83	0,81	0,13	1,45	0,29	0,11	1,25	0,38	0,09	0,68	0,58
100	0,12	0,32	0,36	0,07	0,40	1,0	0,14	1,02	0,23	0,16	1,36	0,19	0,52	0,52	0,33
130	0,11	0,25	0,39	0,07	0,64	1,05	0,12	1,56	0,34	---	---	---	0,14	0,16	0,24
160	0,12	0,21	0,33	0,03	0,68	0,94	0,1	1,21	0,5	0,18	0,77	0,15	0,05	0,54	0,23

Анализируя графики на рисунках и данные табл. 6 можно сделать следующие выводы.

1. Радиальные перемещения и вызывающая их нагрузка находятся в линейной зависимости. Таким образом, гипотеза, выраженная формулой (5), является справедливой для любых толщин намотанного препрега.

2. Можно считать, что модуль упругости препрега в радиальном направлении не зависит от температуры препрега.

3. Неупругая составляющая радиального перемещения оболочки не зависит от температурного градиента и от толщины намоточного препрега.

4. Предложенный метод экспериментальных исследований по определению модуля упругости цилиндрической оболочки из препрега может быть использован для практических исследований деформационных характеристик в процессе изготовления изделий из композитов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С.Г. Обобщение задачи о плоской деформации на случай упругого тела с произвольной анизотропией // Уч.зап. Саратовск. гос. ун-та. Сер.физ.-мат. наук, т.1, вып.2, 1938. С. 154-157.
2. Комков М.А. Формование отверстий в композитных конструкциях методом прокалывания неотвержденного материала / М.А.Комков, А.В. Колганов // Ракетно-космическая техника: фундаментальные и прикладные проблемы: материалы 2-й международной научной конференции. Москва, 2003, МГТУ, 18-21 ноября 2003 г.
3. Болотин В.В., Болотина К.С. Механика полимеров. 1967, №1. С. 136-141.
4. Устранение начальных термических напряжений в намоточных изделиях из композитов изменением угла намотки по толщине /Бейль А.И. [и др.] // Механика композитных материалов. 1980, № 6. С. 1068-1075.