

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА БУКСОВАНИЯ КОЛЕСНО-ШАГАЮЩЕГО ДВИЖИТЕЛЯ И КОЛЕСА

¹Скойбеда А.Т., ¹Жуковец В.Н.

¹ УО «Белорусский национальный технический университет», Минск

Современный колесный транспорт предназначен в основном для передвижения по ровной твердой дороге. Уступ высотой в радиус колеса непреодолим для большинства колесных машин [1]. Неэффективен колесный транспорт и при движении по слабым грунтам. Необходимость создания транспортных средств высокой проходимости потребовала разработки машин, перемещающихся с помощью нетрадиционных движителей, к которым относятся и шагающие системы. Известно, что животные и люди могут передвигаться по большинству поверхностей, непроходимых для колесного и гусеничного транспорта. При этом передвижение по принципу колеса в живой природе практически не используется [1].

Проведем сравнительный теоретический анализ буксования ходовой системы на основе колесно-шагающего движителя, образец которого создан в БНТУ [2], и классической колесной ходовой системы. Будем рассматривать тихходный режим движения, поэтому сопротивлением воздуха следует пренебречь. Режим движения установившийся, у колесной системы полностью отсутствуют ускорения. В ходовой системе на основе колесно-шагающего движителя из-за конструктивных особенностей действуют периодически повторяющиеся ускорения, итоговое влияние которых по окончании каждого цикла движения равно нулю.

Выдвинем теоретическое предположение, которое должно быть подтверждено экспериментально, что при одинаковых массово-габаритных параметрах транспортных средств, на одинаковой естественной опорной поверхности, коэффициент буксования классического колеса равен коэффициенту буксования опорного башмака колесно-шагающего движителя с таким же рисунком протектора.

Исходя из работ [2, 3], горизонтальное перемещение оси ступицы колесно-шагающего движителя выражается формулой:

$$X_{01} = (a + Y_1) \cdot \sin \varphi + b \cdot \sin 2\varphi + \int_0^{\varphi} \left(Y_2 - \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi \right) \cdot d\varphi. \quad (1)$$

Вертикальное положение оси ступицы:

$$Y_{01} = (a + Y_1) \cdot \cos \varphi - b \cdot \cos 2\varphi + Y_2. \quad (2)$$

Учитывая выражение $\frac{dY_2}{d\varphi} = -\frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \cos \varphi$ [3], проведем дифференцирование.

Аналог скорости центральной оси ступицы по горизонтали:

$$\frac{dX_{01}}{d\varphi} = (a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi + Y_2. \quad (3)$$

Аналог ускорения центральной оси ступицы по горизонтали:

$$\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2} = -(a + Y_1) \cdot \sin \varphi - 4 \cdot b \cdot \sin 2\varphi. \quad (4)$$

Аналог скорости центральной оси ступицы по вертикали:

$$\frac{dY_{01}}{d\varphi} = -(a + Y_1) \cdot \sin \varphi + 2 \cdot b \cdot \sin 2\varphi. \quad (5)$$

Аналог ускорения центральной оси ступицы по вертикали:

$$\frac{d^2Y_{01}}{d\varphi^2} = -\frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi - (a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 4 \cdot b \cdot \cos 2\varphi. \quad (6)$$

Толкающая реакция почвы по горизонтальной оси:

$$X_K = \frac{j}{i} \cdot G_{KK} \cdot \psi + \frac{m_{TC}}{i} \cdot \omega^2 \cdot \frac{d^2X_{01}}{d\varphi^2}. \quad (7)$$

Вертикальная реакция почвы:

$$Y_K = m_{KШД} \cdot \left(g + \omega^2 \cdot \frac{d^2Y_{01}}{d\varphi^2} \right). \quad (8)$$

Масса транспортного средства: $m_{TC} = i \cdot m_{KШД} + j \cdot m_{KK}$.

Учитывая, что: $G_{TC} = m_{TC} \cdot g$; $G = m_{KШД} \cdot g$; $G_{KK} = m_{KK} \cdot g$; вес транспортного средства будет равен:

$$G_{TC} = i \cdot G + j \cdot G_{KK}. \quad (9)$$

Здесь m_{TC} – общая масса транспортного средства, кг; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; i – число ведущих колесно-шагающих движителей; $m_{KШД}$ – приведенная масса транспортного средства на один ведущий колесно-шагающий движитель, кг; j – число ведомых колес; m_{KK} – приведенная масса транспортного средства на одно ведомое круглое колесо, кг.

Ведущий момент обеспечивает вращение ступицы колесно-шагающего движителя, которое обеспечивает движение транспортного средства [2, 4]:

$$M_{BED} = M_{ПП} + M_K + X_K \cdot \frac{dX_{01}}{d\varphi} + Y_K \cdot \frac{dY_{01}}{d\varphi}.$$

Момент на преодоление внутренних потерь в редукторе движителя:

$$M_{ПП} = \frac{1 - \eta_p}{\eta_p} \cdot \left(M_K + X_K \cdot \frac{dX_{01}}{d\varphi} + Y_K \cdot \frac{dY_{01}}{d\varphi} \right).$$

Здесь η_p – механический КПД редуктора движителя.

Момент сопротивления качению

$$M_K = Y_K \cdot \psi \cdot R_K. \quad (10)$$

Радиус кривизны профиля опорного башмака находится как [3, 5]:

$$R_K = Y_2 - \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi. \quad (11)$$

Здесь ψ – безразмерный коэффициент трения качения.

Тогда ведущий момент будет равен:

$$M_{BED} = \frac{1}{\eta_p} \cdot \left(M_K + X_K \cdot \frac{dX_{01}}{d\varphi} + Y_K \cdot \frac{dY_{01}}{d\varphi} \right). \quad (12)$$

Касательная сила тяги, действующая на опорную поверхность:

$$P_K = M_{BED} / \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right). \quad (13)$$

Максимальная величина касательной силы тяги P_K , возможная по условиям сцепления с опорной поверхностью, выражается уравнением [4]:

$$P_K \leq P_\phi = \phi \cdot Y_K; \quad (14)$$

где ϕ – коэффициент сцепления с опорной поверхностью.

Определим общий КПД движителя с учетом потерь в редукторе, на трение качения, на буксование. Поскольку в течение цикла происходит изменение ряда параметров, будем использовать средние значения за цикл.

$$\eta_{КШД} = \frac{\eta_p \cdot \left(X_{K\text{факт}} \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}} \right)_{\text{ср}}}{\left(M_K + X_K \cdot \frac{dX_{01}}{d\varphi} + Y_K \cdot \frac{dY_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{ср}}}; \quad (15)$$

где $X_{K\text{факт}}$ – фактическая толкающая реакция почвы по горизонтальной оси с учетом буксования; $\left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}}$ – аналог скорости с учетом буксования.

Эффективный момент, совершающий полезную работу:

$$M_{\text{ЭФФ}} = X_{K\text{факт}} \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}}. \quad (16)$$

Особенность колесно-шагающего движителя заключается в том, что горизонтальное перемещение оси ступицы обеспечивается двумя составляющими [3]:

1) Перемещение за счет поворота ноги и кривошипов, равно:

$$X_I = (a + Y_1) \cdot \sin \varphi + b \cdot \sin 2\varphi. \quad (17)$$

2) Перемещение за счет прокатывания башмака по поверхности, равно длине линии профиля башмака, которая определяется интегралом [6]:

$$X_{II} = \int_0^\varphi \sqrt{X'^2 + Y'^2} \cdot d\varphi = \int_0^\varphi \left(Y_2 - \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi \right) \cdot d\varphi. \quad (18)$$

Полное горизонтальное перемещение составит:

$$X_{01} = X_I + X_{II} = (a + Y_1) \cdot \sin \varphi + b \cdot \sin 2\varphi + \int_0^\varphi \left(Y_2 - \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi \right) \cdot d\varphi. \quad (19)$$

Таким образом, аналог скорости за счет поворота ноги и кривошипов:

$$\frac{dX_I}{d\varphi} = \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi + (a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi. \quad (20)$$

Аналог скорости за счет прокатывания башмака:

$$\frac{dX_{II}}{d\varphi} = Y_2 - \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi. \quad (21)$$

Коэффициент буксования δ – безразмерный коэффициент, определяемый как отношение суммарного проскальзывания движителя на пройденном пути к теоретически возможному перемещению на том же участке [4]:

$$\delta = (L_{\text{ТЕОР}} - L) / L_{\text{ТЕОР}}. \quad (22)$$

Здесь L и $L_{\text{ТЕОР}}$ – соответственно фактический путь, пройденный транспортным средством, и теоретически возможный путь при отсутствии проскальзывания движителя. При отсутствии буксования $\delta = 0$, а при полном буксовании $\delta = 1$.

У колесно-шагающего движителя процесс буксования должен затрагивать только составляющую скорости за счет прокатывания башмака. Потери скорости на буксование классического колеса учитываются кинематическим коэффициентом полезного действия η_{δ} , вычисляемым как отношение фактической скорости, на которую оказало влияние буксование, к теоретически возможной скорости. В свою очередь, коэффициент буксования будет равен $\delta = 1 - \eta_{\delta}$.

В дальнейшем, общий коэффициент буксования колесно-шагающего движителя будет обозначаться как $\delta_{КШД}$. Кинематический коэффициент полезного действия для колесно-шагающего движителя:

$$\eta_{\delta_{КШД}} = 1 - \delta_{КШД}. \quad (23)$$

При этом коэффициенты δ и η_{δ} для колесно-шагающего движителя будут учитывать лишь составляющую скорости за счет прокатывания башмака, который в своем движении аналогичен классическому колесу. Тогда:

$$\eta_{\delta_{КШД}} = (X_I + \eta_{\delta} \cdot X_{II}) / (X_I + X_{II}). \quad (24)$$

Фактический аналог скорости движителя с учетом буксования башмака:

$$\left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}} = \left(\frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi + (a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi \right) + \left(Y_2 - \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \sin \varphi \right) \cdot \eta_{\delta}. \quad (25)$$

Фактический аналог ускорения движителя с учетом буксования:

$$\left(\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2} \right)_{\text{факт}} = \left(\frac{d^2 Y_1}{d\varphi^2} \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \cos \varphi - (a + Y_1) \cdot \sin \varphi - 4 \cdot b \cdot \sin 2\varphi \right) + \left(-\frac{d^2 Y_1}{d\varphi^2} \cdot \sin \varphi - 2 \cdot \frac{dY_1}{d\varphi} \cdot \cos \varphi \right) \cdot \eta_{\delta}. \quad (26)$$

Существующие башмаки круглого профиля имеют постоянные параметры, равные $Y_1 = 0,073$ м; $Y_2 = 0,192$ м.

Аналоги скорости и ускорения с учетом буксования башмаков равны:

$$\left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}} = ((a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi) + Y_2 \cdot \eta_{\delta}; \quad (27)$$

$$\left(\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2} \right)_{\text{факт}} = -(a + Y_1) \cdot \sin \varphi - 4 \cdot b \cdot \sin 2\varphi. \quad (28)$$

Фактическая толкающая реакция почвы:

$$X_{К\text{факт}} = \frac{j}{i} \cdot G_{КК} \cdot \psi + \frac{m_{ТС}}{i} \cdot \omega^2 \cdot (-(a + Y_1) \cdot \sin \varphi - 4 \cdot b \cdot \sin 2\varphi). \quad (29)$$

Момент трения качения при радиусе кривизны $R_K = Y_2 = 0,192$ м:

$$M_K = Y_K \cdot \psi \cdot R_K. \quad (30)$$

Рассмотрим колесно-шагающий движитель с опорными башмаками рационального профиля, который описывается системой уравнений [3, 5]:

$$\begin{cases} X = Y_2 \cdot \sin \varphi; \\ Y = Y_1 + Y_2 \cdot \cos \varphi. \end{cases} \quad (31)$$

Радиус-вектора профиля описываются уравнениями:

$$Y_1 = 4 \cdot b \cdot \cos \varphi - a; \quad (32)$$

$$Y_2 = a - 2 \cdot b \cdot (1 + \cos^2 \varphi) + c. \quad (33)$$

Длина стойки ноги c вычисляется по формуле:

$$c = \left(\frac{10}{\pi} + 1 \right) \cdot b - a. \quad (34)$$

При соблюдении данного требования, 75 % перемещения движителя будет осуществляться за счет поворота ноги и кривошипов, а 25 % перемещения – за счет прокатывания башмака. Таким образом, в четыре раза сокращаются затраты энергии на смятие грунта. Также при опоре на башмаки рационального профиля исчезают вертикальные колебания центральной оси ступицы.

Учитывая формулу (26), запишем выражение для фактической толкающей реакции почвы с учетом влияния буксования:

$$X_{K\text{факт}} = \frac{j}{i} \cdot G_{KK} \cdot \psi + \frac{m_{TC}}{i} \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2} \right)_{\text{факт}}. \quad (35)$$

Аналоги скорости и ускорения с учетом буксования башмаков равны:

$$\left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}} = (a - b + c - 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi) \cdot \eta_{\delta} + 6 \cdot b \cdot \cos 2\varphi; \quad (36)$$

$$\left(\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2} \right)_{\text{факт}} = 6 \cdot b \cdot \sin 2\varphi \cdot \eta_{\delta} - 12 \cdot b \cdot \sin 2\varphi. \quad (37)$$

Фактическая толкающая реакция почвы:

$$X_{K\text{факт}} = \frac{j}{i} \cdot G_{KK} \cdot \psi + \frac{m_{TC}}{i} \cdot \omega^2 \cdot (6 \cdot b \cdot \sin 2\varphi \cdot \eta_{\delta} - 12 \cdot b \cdot \sin 2\varphi). \quad (38)$$

Радиус кривизны рационального профиля опорного башмака:

$$R_K = a - b + c - 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi. \quad (39)$$

Момент трения качения:

$$M_K = Y_K \cdot \psi \cdot (a - b + c - 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi). \quad (40)$$

Общий КПД движителя с рациональным профилем опорного башмака:

$$\eta_{KШД} = \frac{\eta_p \cdot \left(X_{K\text{факт}} \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}} \right)_{\text{ср}}}{\left(M_K + X_K \cdot \frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{ср}}}. \quad (41)$$

Далее опишем параметры колесного движителя для классической ходовой системы. Динамический радиус ведущего колеса $R = 0,315$ м. Движение является установившимся без ускорений и торможений. Вертикальная координата центральной оси ступицы постоянна и равна $Y_{01} = R$.

Аналог скорости по горизонтали с учетом буксования равен:

$$\left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}} = R \cdot \eta_{\delta}. \quad (42)$$

Момент трения качения при радиусе кривизны $R_K = R = 0,315$ м:

$$M_K = Y_K \cdot \psi \cdot R. \quad (43)$$

Толкающая реакция почвы по горизонтальной оси:

$$X_K = \frac{j}{i} \cdot m_{KK} \cdot g \cdot \psi. \quad (44)$$

Вертикальная реакция почвы:

$$Y_K = m_{KD} \cdot g. \quad (45)$$

Здесь $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; i – число ведущих колесных движителей; m_{KD} – приведенная масса транспортного средства на один ведущий колесный движитель, кг; j – число ведомых колес; m_{KK} – приведенная масса транспортного средства на одно ведомое круглое колесо, кг.

Общий КПД колесного движителя:

$$\eta_{KD} = \frac{X_K \cdot \left(\frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)_{\text{факт}}}{M_K + X_K \cdot \frac{dX_{01}}{d\varphi}}.$$

С учетом формул (42-45), после преобразований получаем выражение:

$$\eta_{KD} = \frac{j \cdot m_{KK} \cdot \eta_{\delta}}{i \cdot m_{KD} + j \cdot m_{KK}}. \quad (46)$$

Тогда ведущий момент будет равен:

$$M_{BED} = M_K + X_K \cdot R. \quad (47)$$

Касательная сила тяги, воздействующая на опорную поверхность:

$$P_K = \frac{M_{BED}}{R}. \quad (48)$$

Рассмотрим движение по плотно слежавшемуся гравию, коэффициент буксования для классического колеса и опорных башмаков $\delta = 0,1$. Вычислим значения основных тягово-сцепных характеристик ходовой системы на основе колесно-шагающего движителя для величин угла поворота ступицы $-45^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$. Выполним расчеты по формулам (3-16, 27-30) для движителя с круглым профилем башмака при значениях основных параметров: межосевое расстояние $a = 0,1 \text{ м}$; длина кривошипа $b = 0,05 \text{ м}$; длина стойки башмака $c = 0,265 \text{ м}$. Расчет характеристик ходовой системы колесно-шагающего движителя с опорными башмаками рационального профиля выполняется по формулам (3-16, 25-26, 32-41) при тех же значениях параметров, кроме длины кривошипа и длины стойки башмака, которые будут соответственно равны $b = 0,1 \text{ м}$; $c = 0,315 \text{ м}$.

Сосредоточенная масса на один ведущий движитель $m_{KШД} = 125 \text{ кг}$; сосредоточенная масса на одно ведомое колесо $m_{KK} = 350 \text{ кг}$; общая масса транспортного средства $m_{ТС} = i \cdot m_{KШД} + j \cdot m_{KK} = 2 \cdot 125 \text{ кг} + 2 \cdot 350 \text{ кг} = 950 \text{ кг}$; коэффициент трения качения $\psi = 0,05$; КПД редуктора движителя $\eta_p = 0,95$; коэффициент буксования башмака $\delta = 0,1$; частота вращения ступицы колесно-шагающего движителя $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 10 \text{ об/мин}}{30} = 1,047 \text{ рад/с}$.

Затем определим средние значения основных тягово-сцепных характеристик колесно-шагающего движителя для двух типов опорных башмаков.

Для башмаков круглого профиля:

$$M_{ВЕД.ср} = 86,56 \text{ Н}\cdot\text{м}; P_{К.ср} = 210,9 \text{ Н}; M_{ЭФФ.ср} = 67,22 \text{ Н}\cdot\text{м}; \eta_{КШД} = 0,777.$$

Для башмаков рационального профиля:

$$M_{ВЕД.ср} = 99,28 \text{ Н}\cdot\text{м}; P_{К.ср} = 199,7 \text{ Н}; M_{ЭФФ.ср} = 84,56 \text{ Н}\cdot\text{м}; \eta_{КШД} = 0,852.$$

Расчет характеристик классической ходовой системы с обычными колесными движителями выполняется по формулам (42-48). Данные к расчету: $i = 2$ – число ведущих колес; $m_{КД} = 125$ кг – приведенная масса транспортного средства на один ведущий колесный движитель; $j = 2$ – число ведомых колес; $m_{КК} = 350$ кг – приведенная масса транспортного средства на одно ведомое колесо; $\psi = 0,05$ – коэффициент трения качения; $\delta = 0,1$ – коэффициент буксования; $\eta_{\delta} = 1 - \delta = 0,9$ – кинематический КПД. Результаты вычислений заносятся в таблицу 1.

Таблица 1– Характеристики колесного движителя при движении по гравию

$\frac{dX_{01}}{d\varphi}$, м	$\left(\frac{dX_{01}}{d\varphi}\right)_{\text{факт}}$, м	$M_{ВЕД}$, Н·м	$P_{К}$, Н	$M_{ЭФФ}$, Н·м	$\eta_{КД}$
0,3150	0,2835	73,32	232,8	48,62	0,663

Можно сделать вывод, что при одинаковых массово-габаритных характеристиках ходовой системы и полезной нагрузки, применение колесно-шагающего движителя позволяет приложить к ведущим полуосям транспортного средства больший крутящий момент, чем у классической колесной ходовой системы. При этом среднее значение касательной силы тяги $P_{К.ср}$, воздействующей на почву, у колесно-шагающего движителя оказывается меньше, чем у обычного колеса. Процесс буксования оказывает меньшее влияние на скорость колесно-шагающего движителя, чем для обычного колеса. Эти факторы обеспечивают большее значение общего КПД для исследуемого нетрадиционного движителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беккер М.Г. Введение в теорию систем местность–машина. – М., «Машиностроение», 1973. – 520 с.
2. Скойбеда А.Т., Комяк И.М., Жуковец В.Н. Колесно-шагающий движитель и его динамические преимущества по сравнению с колесом / Механика-2011: сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теорет. и прикладной механике, Минск, 26 – 28 окт. 2011 г.: в 2 т. – Минск, 2011. – Том 1. – Стр. 138-144.
3. Скойбеда А.Т., Жуковец В.Н. Рациональный профиль опорных башмаков колесно-шагающего движителя // Наука и техника. Международный научно-технический журнал. 2013. № 6. – С. 38–42.
4. Чудаков Д.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля. – М.: Колос, 1972. – 384 с.
5. Жуковец В.Н. Профиль плоского кулачка в виде замкнутой кривой, описанной системой уравнений в параметрическом виде. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2006. № 1. – С. 76–86.
6. Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Основные математические формулы: Справочник. Под ред. Богданова Ю.С. – Мн.: Выш. шк., 1995. – 380 с.