

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЯ В ПРЕПРЕГЕ ПРИ ХИМИЧЕСКОЙ УСАДКЕ СВЯЗУЮЩЕГО, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ТВЕРДОМ СОСТОЯНИИ

<sup>1</sup>Василевич Ю.В., <sup>2</sup>Сахоненко В.М., <sup>1</sup>Неумержицкая Е.Ю., <sup>2</sup>Скворцов К.Г.

<sup>1</sup> УО Белорусский национальный технический университет, Минск

<sup>2</sup> ОАО «Авангард», Сафоново

Выполнен расчет напряжений в цилиндрической оболочке, возникающих в процессе ее изготовления по причине усадки связующего во время полимеризации. Показано, что процесс усадки связующего влияет на величину жесткостных характеристик композита, найдены их величины.

Усадка связующего является следствием образования трехмерной структуры полимера в процессе его отверждения, когда при химическом взаимодействии изменяются расстояния между молекулами мономера и других компонентов связующего. Усадка оценивается относительным изменением размеров изделия после намотки и после его отверждения на технологической оправке. Наличие армирующего наполнителя в композиции препятствует свободной усадке связующего, приводит к образованию внутренних напряжений, наиболее существенных на границе раздела фаз [1]. Усадка связующего при полимеризации на стадиях жидкого и твердого состояния примерно одинакова [2].

Рассмотрим изменение напряженного состояния в цилиндрической оболочке в результате химической усадки связующего, находящегося в твердом состоянии при максимальной температуре на стадии полимеризации.

Поставленную задачу будем решать с помощью уравнений, которые можно получить из условий равновесия и совместности деформаций наполнителя (нитей) и связующего, находящегося в твердом состоянии [3, 4]

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta} &= \varepsilon_{\theta H} = \varepsilon_{\theta c} + \varepsilon_c; \\ \sigma_r &= \sigma_{rH} = \sigma_{rc}; \\ \varepsilon_r &= m(\varepsilon_{rc} + \varepsilon_c) + (1 - m)\varepsilon_{rH}; \\ \sigma_{\theta} &= m\sigma_{\theta c} + (1 - m)\sigma_{\theta H}.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $m$  – относительное содержание связующего в единице объема полимерной композиции;  $\theta$  – индекс, означающий кольцевое направление;  $r$  – радиальное направление;  $\sigma_{\theta}, \sigma_r, \varepsilon_{\theta}, \varepsilon_r$  – «осредненные» напряжения и деформации;  $\sigma_{rH}, \sigma_{rc}, \sigma_{\theta H}, \sigma_{\theta c}, \varepsilon_{\theta H}, \varepsilon_{\theta c}, \varepsilon_{rH}, \varepsilon_{rc}$  – напряжения и деформации в связующем и наполнителе;  $\varepsilon_c$  – усадка связующего, находящегося в твердом состоянии.

Полагаем, что связующее и наполнитель являются изотропными и подчиняются закону Гука [4]

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rH} &= \frac{1}{E_H}(\sigma_{rH} - \nu_H \sigma_{\theta H}); \\ \varepsilon_{\theta H} &= \frac{1}{E_H}(\sigma_{\theta H} - \nu_H \sigma_{rH});\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rc} &= \frac{1}{E_c}(\sigma_{rc} - \nu_c \sigma_{\theta c}); \\ \varepsilon_{\theta c} &= \frac{1}{E_c}(\sigma_{\theta c} - \nu_c \sigma_{rc}),\end{aligned}\tag{3}$$

где  $E_H$ ,  $E_c$ ,  $\nu_H$  и  $\nu_c$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона связующего и наполнителя; индекс «H» относится к наполнителю, а индекс «c» к связующему.

С учётом (1) соотношения (2) и (3) можно представить в виде

$$\varepsilon_{rH} = \frac{1}{E_H}(\sigma_r - \nu_H \sigma_{\theta H});\tag{4}$$

$$\varepsilon_{\theta H} = \frac{1}{E_H}(\sigma_{\theta H} - \nu_H \sigma_r);$$

$$\varepsilon_{rc} = \frac{1}{E_c}(\sigma_r - \nu_c \sigma_{\theta c});\tag{5}$$

$$\varepsilon_{\theta c} = \frac{1}{E_c}(\sigma_{\theta c} - \nu_c \sigma_r).$$

Для осредненных напряжений и деформаций связь между ними запишем в виде ([4], стр. 216)

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{\sigma_{\theta}}{E_{\theta}} - \nu_{\theta r} \frac{\sigma_r}{E_r};\tag{6}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_r} - \nu_{r\theta} \frac{\sigma_{\theta}}{E_{\theta}}.$$

Здесь  $E_{\theta}, E_r, \nu_{\theta r}$  и  $\nu_{r\theta}$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона, характеризующие полимерный композиционный материал.

С учетом (1) из (4) и (6) найдем полезные в дальнейшем соотношения

$$\sigma_{\theta H} = E_H \varepsilon_{\theta} + \nu_H \sigma_r;\tag{7}$$

$$\sigma_{\theta c} = E_c (\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_c) + \nu_c \sigma_r$$

К полученным уравнениям необходимо добавить еще уравнение равновесия [4]

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_{\theta}) = 0.\tag{8}$$

Путем последовательной подстановки в четвертое уравнение из (1) выражения из (2) – (7) получим следующее уравнение

$$a_{11} \sigma_r + a_{12} \sigma_{\theta} = a_1,\tag{9}$$

где

$$a_{11} = (1 - m)\nu_H + m\nu_c - (1 - m)\nu_{\theta r} \frac{E_H}{E_r} - m\nu_{\theta r} \frac{E_c}{E_r};$$

$$a_{12} = [-E_{\theta} + (1 - m)E_H + mE_c] \frac{1}{E_{\theta}};$$

$$a_1 = mE_c \varepsilon_c.$$

Вторую зависимость между  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  получим путем подстановки в третье уравнение (1) необходимые зависимости из (2)-(7). В результате путем преобразований получим

$$a_{21}\sigma_r + a_{22}\sigma_\theta = a_2, \quad (10)$$

где

$$a_{21} = \frac{1}{E_r} - \frac{m(1-\nu_c^2)}{E_c} - \frac{(1-m)(1-\nu_H^2)}{E_H} - \frac{m\nu_c + (1-m)\nu_H}{E_r} \nu_{\theta r};$$

$$a_{22} = \frac{-\nu_{r\theta} + m\nu_c + (1-m)\nu_H}{E_\theta};$$

$$a_2 = m(\nu_c + 1)\varepsilon_c.$$

Полученная система уравнений (9) и (10) является линейной относительно напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$ . Коэффициенты  $a_{11}, \dots, a_{22}$  этой системы – постоянные числа. Эти коэффициенты определяются неизвестными пока  $E_\theta, E_r, \nu_{\theta r}$  и  $\nu_{r\theta}$  числами, с помощью которых при химической усадке связующего устанавливается закон Гука между осредненными напряжениями и деформациями композиционного материала и известными параметрами  $E_H, E_c, \nu_H, \nu_c$  и  $m$ . Проведем анализ этой системы.

Для этого вначале положим, что  $\varepsilon_c = 0$ . Решение системы возможно в двух случаях. Первый, когда при ненулевых коэффициентах  $a_{11}, \dots, a_{22}$  определитель системы равен нулю. И второй определяется тем, что все эти коэффициенты равны нулю.

Первый случай приводит к зависимости

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}}.$$

В таком случае из (9) найдём

$$\sigma_\theta = \frac{a_{11}}{a_{12}} \sigma_r.$$

Подставим это выражение в уравнение равновесия (8). Тогда

$$\sigma_r' + \frac{\beta}{r} \sigma_r = 0,$$

где

$$\beta = 1 + \frac{a_{11}}{a_{12}}.$$

Решение полученного дифференциального уравнения имеет вид

$$\sigma_r = cr^{-\beta};$$

$$\sigma_\theta = -c \frac{a_{11}}{a_{12}} r^{-\beta}.$$

Здесь  $c$  – некоторая постоянная.

В условиях симметричной деформации зависимости между радиальными перемещениями  $u$  и компонентами деформации  $\varepsilon_\theta$  и  $\varepsilon_r$  имеют вид [4]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{du}{dr}; \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r}.\end{aligned}\tag{11}$$

Тогда из (11) найдём

$$u = r\varepsilon_\theta = r\left(\frac{\sigma_\theta}{E_\theta} - \nu_{\theta r}\frac{\sigma_r}{E_r}\right) = c\left(\frac{1}{E_\theta} + \frac{\nu_{\theta r}}{E_r}\frac{a_{11}}{a_{12}}\right)r^{-\beta+1}.$$

Из того, что

$$u|_{r=a} = 0.$$

следует равенство нулю либо  $c$ , либо

$$\frac{1}{E_\theta} + \frac{\nu_{\theta r}}{E_r}\frac{a_{11}}{a_{12}} = 0.$$

Оба эти случая приводят к нулю перемещению  $u$  при любом значении  $r$ . Отсутствие деформации в любой точке цилиндрической оболочки означает, что должны быть равными нулю и напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$ . Приходим к противоречию, т.к. должно существовать ненулевое решение. Это означает, что решение поставленной задачи может быть получено только при условии равенства нулю всех коэффициентов системы (9), (10). Для нахождения решения воспользуемся зависимостями (6) и (11). После подстановки их в уравнение равновесия (8) получим

$$u'' + \frac{u}{r} - k^2 \frac{u}{r^2} = 0,$$

где  $k^2 = \frac{E_\theta}{E_r}$ .

Решение этого дифференциального уравнения можно представить в виде

$$u = c_1 e^{-kr} + c_2 e^{kr},$$

где  $c_1$  и  $c_2$  - произвольные постоянные коэффициенты, подлежащие определению из граничных условий.

Приравняв нулю коэффициенты системы, мы получим 4 уравнения для определения  $E_\theta$ ,  $E_r$ ,  $\nu_{\theta r}$  и  $\nu_{r\theta}$ . Решив эту систему, получим

$$E_\theta = (1 - m)E_H + mE_c;$$

$$\nu_{r\theta} = (1 - m)\nu_H + m\nu_c;$$

$$\nu_{\theta r} = \frac{E_r}{E_\theta}\nu_{r\theta};\tag{12}$$

$$E_r = \frac{E_H E_c (1 - \nu_{\theta r} \nu_{r\theta})}{m(1 - \nu_c^2)E_H + (1 - m)(1 - \nu_H^2)E_c}.$$

Такие же результаты получены в работах Лехницкого С.Г. [3, 4, 5].

Соотношения (12) получены для случая, когда коэффициенты  $a_{ij}$  равны нулю. Однако усадка связующего приводит к тому, что коэффициенты жесткости должны измениться, так как коэффициенты  $a_{ij}$ , при отличной от нуля правой части системы, не равны нулю. Это может привести к путанице в обозначениях. Чтобы избежать такого введём параметры  $E_\theta^0$ ,  $E_r^0$ ,  $\nu_{r\theta}^0$  и  $\nu_{\theta r}^0$ , которые обозначают параметры  $E_\theta$ ,  $E_r$ ,  $\nu_{r\theta}$ ,  $\nu_{\theta r}$  в случае, если  $a_{ij} = 0$ . Тогда коэффициенты  $a_{ij}$  при  $\varepsilon_c \neq 0$  можно представить в виде

$$\begin{aligned}
a_{11} &= E_{\theta}^0 \left( \frac{v_{\theta r}^0}{E_r^0} - \frac{v_{\theta r}}{E_r} \right); \\
a_{12} &= \frac{E_{\theta}^0 - E_{\theta}}{E_{\theta}}; \\
a_{21} &= \frac{1 - v_{r\theta}^0 v_{\theta r}}{E_r} - \frac{1 - v_{r\theta}^0 v_{\theta r}^0}{E_r^0}; \\
a_{22} &= \frac{v_{r\theta}^0 - v_{r\theta}}{E_{\theta}}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Пусть теперь  $\varepsilon_c \neq 0$ . В таком случае система (9), (10) при ненулевом определителе имеет единственное решение, которое выражается равенствами

$$\begin{aligned}
\sigma_{\theta} &= \frac{m\varepsilon_c [a_{11}(v_c + 1) - a_{21}E_c]}{\Delta}, \\
\sigma_r &= \frac{m\varepsilon_c [a_{21}E_c - a_{12}(v_c + 1)]}{\Delta},
\end{aligned}$$

где

$$\Delta = a_{22}a_{11} - a_{21}a_{12}.$$

Напряжения  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_r$  получены в виде постоянных чисел, поэтому они удовлетворяют уравнению равновесия (8), если  $\sigma_r = \sigma_{\theta}$ . Это возможно, если

$$(a_{11} + a_{12})(v_c + 1) = 2a_{21}E_c.$$

В таком случае на основании (6)  $\varepsilon_{\theta}$  и  $\varepsilon_r$  тоже постоянны.

В условиях симметричной деформации зависимости между радиальными перемещениями  $u$  и компонентами деформации  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_{\theta}$  имеют вид (11).

Так как  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_{\theta}$  постоянные величины, то из (11) найдём

$$u = \varepsilon_r r + c. \tag{14}$$

Из того, что

$$u|_{r=a} = 0$$

следует

$$c = -\varepsilon_r a.$$

С другой стороны, из (11) следует, что

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_r + \frac{c}{r}.$$

В таком случае  $c = 0$  ( $\varepsilon_{\theta} = \text{const}$ ). Таким образом,  $\varepsilon_r = 0$ ,  $\varepsilon_{\theta} = 0$ ,  $u = 0$ .

Равенство нулю перемещения  $u$  означает, что в любой рассматриваемой точке цилиндрической оболочки отсутствуют деформации. Это означает, что должны быть равны нулю и напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\theta}$ . По предположению  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\theta}$  не должны быть равными нулю тождественно. Таким образом, определитель рассматриваемой системы должен быть равным нулю. В таком случае система (9), (10) будет иметь решение в двух случаях, если

$$a_{11} = a_{21} = 0$$

или

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{E_c}{1 + v_c} = E_c^0. \tag{15}$$

В первом случае система имеет решение, если

$$\frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{E_c}{1 + \nu_c}.$$

При этом уравнение равновесия (8) принимает вид

$$\sigma_r' + \frac{1}{r} \sigma_r = \frac{mE_c \varepsilon_c}{a_{12} r}.$$

Решение этого уравнения можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{c}{r} + \frac{mE_c \varepsilon_c}{a_{12}}; \\ \sigma_\theta &= \frac{mE_c \varepsilon_c}{a_{12}}. \end{aligned} \tag{16}$$

Зависимости (16) будут представлять решение поставленной задачи, если согласовать между собой выражения (11). Такая согласованность выражается равенством

$$\varepsilon_r = (\varepsilon_\theta r)'. \tag{17}$$

Путём подстановки в (17)  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_\theta$ , получаемые из (6) и (16) найдём, что постоянная равняется нулю. Здесь предполагалось, что (17) должно быть тождеством для любого  $r$ . В результате получаем, что (16) является решением для  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  в виде постоянных чисел. Это решение было рассмотрено выше и, как показано, оно ведёт к противоречию.

Рассмотрим теперь второй случай из (15). Из (9) найдём  $\sigma_\theta$  и подставим полученное значение в уравнение равновесия (8). В результате получим

$$\sigma_r' + \frac{\beta}{r} \sigma_r = \frac{b_2}{r}, \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= 1 + \frac{a_{11}}{a_{12}}; \\ b_2 &= \frac{mE_c \varepsilon_c}{a_{12}}. \end{aligned}$$

Решение уравнения (18) даёт следующие результаты

$$\begin{aligned} \sigma_r &= c \left( \frac{a}{r} \right)^\beta + \frac{b_2}{\beta}; \\ \sigma_\theta &= b_2 - \frac{a_{11}}{a_{12}} \left[ c \left( \frac{a}{r} \right)^\beta + \frac{b_2}{\beta} \right]. \end{aligned} \tag{19}$$

Зависимости (6), (11) и (19) позволяют предположить, что

$$\varepsilon_r = u'; \quad \varepsilon_\theta r = u; \quad u = Ar^{-\beta+1} + Br, \tag{20}$$

где  $A$  и  $B$  – некоторые постоянные, которые можно определить путем подстановки в первые два уравнения из (2), соответствующие выражениям (19), (20) для  $u$ ,  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$ .

$$A(1-\beta)r^{-\beta} + B = \frac{cr^{-\beta} + \frac{b_2}{\beta}}{E_r} = \frac{\nu_{\theta r}}{E_0} \left[ b_2 - \frac{a_{11}}{a_{12}} \left( cr^{-\beta} + \frac{b_2}{\beta} \right) \right];$$

$$Ar^{-\beta} + B = \frac{1}{E_0} \left[ b_2 - \frac{a_{11}}{a_{12}} \left( cr^{-\beta} + \frac{b_2}{\beta} \right) \right] - \frac{\nu_{\theta r}}{E_r} \left( cr^{-\beta} + \frac{b_2}{\beta} \right).$$

Предыдущие зависимости должны выполняться для любого  $r$ . На этом основании получим, что

$$A(1-\beta) = \frac{c}{E_r} + \frac{\nu_{r\theta}}{E_0} \frac{a_{11}}{a_{12}} c;$$

$$A = -\frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{c}{E_0} - \frac{\nu_{\theta r}}{E_r} c;$$

$$B = \frac{b_2}{\beta E_r} - \frac{\nu_{r\theta} b_2}{E_0} \left( 1 - \frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{1}{\beta} \right);$$

$$B = \frac{b_2}{E_0} \left( 1 - \frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{1}{\beta} \right) - \frac{\nu_{\theta r} b_2}{E_r \beta}.$$
(21)

Из (21) вытекают два равенства, устанавливающие зависимости для нахождения жесткостных характеристик  $E_0$ ,  $E_r, \nu_{r\theta}$  и  $\nu_{\theta r}$ .

$$\frac{E_0}{E_r} \left( 1 - \nu_{\theta r} \frac{a_{11}}{a_{12}} \right) = \frac{a_{11}}{a_{12}} \left( \frac{a_{11}}{a_{12}} - \nu_{r\theta} \right);$$

$$\frac{E_0}{E_r} = \frac{1 + \nu_{r\theta}}{1 + \nu_{\theta r}}.$$
(22)

Рассматриваются композиционные материалы, у которых  $E_r^0 \ll E_0^0$ .

Предположим, что

$$\nu_{\theta r} \ll 1.$$
(23)

В этом случае из (22) следует:

$$\left( \frac{a_{11}}{a_{12}} \right)^2 - \nu_{r\theta} \frac{a_{11}}{a_{12}} = 1 + \nu_{r\theta}.$$

Решение этого уравнения получим в виде

$$\left( \frac{a_{11}}{a_{12}} \right)_1 = \nu_{r\theta} + 1; \left( \frac{a_{11}}{a_{12}} \right)_2 = -1.$$

Второй корень приводит к  $\beta = 0$ , а  $\sigma_r = \sigma_0 = \text{const}$ .

Этот случай рассмотрен ранее, и он не дал решения поставленной задачи. В результате из (22) получим зависимости

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = \nu_{r\theta} + 1 = \frac{E_0}{E_r}.$$
(24)

Для нахождения жесткостных параметров  $E_0$ ,  $E_r, \nu_{r\theta}$  и  $\nu_{\theta r}$  два других уравнения получим, если воспользуемся условиями (15) и выражениями (13). В результате найдём

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{E_{\theta}^0 (E_r' v_{\theta r}^0 - v_{\theta r}' E_r^0)}{v_{r\theta}^0 (v_{\theta r}' E_r^0 - v_{\theta r} E_r') - E_r'} = E_c^0; \\ a_{21} &= \frac{E_{\theta}'}{v_{r\theta}'} = E_c^0, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} E_{\theta}' &= E_{\theta} - E_{\theta}^0; E_r' = E_r - E_r^0; \\ v_{r\theta}' &= v_{r\theta} - v_{r\theta}^0; v_{\theta r}' = v_{\theta r} - v_{\theta r}^0. \end{aligned}$$

Так как из (13) следует, что

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = -\frac{E_{\theta}^0 E_{\theta}'}{E_r^0 E_{\theta}' E_r'} (E_r' v_{\theta r}^0 - v_{\theta r}' E_r^0)$$

зависимости (24) можно переписать в виде

$$E_r' v_{\theta r}^0 - v_{\theta r}' E_r^0 = -\frac{E_r^0 E_{\theta}'}{E_{\theta}^0}; \frac{E_{\theta}^0 + E_{\theta}'}{E_r^0 + E_r'} = v_{r\theta}^0 + v_{r\theta}' + 1. \quad (26)$$

Соотношения (25) и (26) позволяют найти искомые величины  $E_{\theta}$ ,  $E_r$ ,  $v_{r\theta}$  и  $v_{\theta r}$ . Для этого проведём следующие преобразования. Из первого уравнения (25) найдём

$$E_r' v_{\theta r}^0 - v_{\theta r}' E_r^0 = -\frac{E_r' E_c^0}{E_{\theta}^0 - v_{r\theta}^0 E_c^0}.$$

Приравнявая правые части полученного уравнения и первого из (26) получим

$$E_r' = E_{\theta}' \left( \frac{E_r^0}{E_c^0} - v_{r\theta}^0 \frac{E_r^0}{E_{\theta}^0} \right) = D E_{\theta}'.$$

Вторые уравнения из (25) и (26) приводят к

$$\frac{E_{\theta}'}{E_c^0} = \frac{E_{\theta}^0 + E_{\theta}'}{E_r^0 + D E_{\theta}'} - (1 + v_{r\theta}^0).$$

Это соотношение эквивалентно следующей зависимости

$$\frac{D}{E_c^0} (E_{\theta}')^2 + \left[ \frac{E_r^0}{E_c^0} - 1 - D(1 + v_{r\theta}^0) \right] E_{\theta}' = E_{\theta}^0 - (1 + v_{r\theta}^0) E_r^0.$$

Из того, что  $E_r^0 \ll E_{\theta}^0$  можно упростить предыдущее уравнение. В результате получим

$$(E_{\theta}')^2 = \frac{E_{\theta}^0 (E_c^0)^2}{E_r^0}.$$

Решение этого уравнения найдём в виде

$$E_{\theta}' = E_c^0 \sqrt{\frac{E_{\theta}^0}{E_r^0}}; E_{\theta} = E_{\theta}^0 + E_c^0 \sqrt{\frac{E_{\theta}^0}{E_r^0}}. \quad (27)$$

Последовательно, в обратном порядке найдём остальные постоянные параметры



$$\begin{aligned}
E_r' &= \sqrt{E_r^0 E_\theta^0}; E_r = E_r^0 + \sqrt{E_r^0 E_\theta^0}; \\
\nu_{r\theta}' &= \sqrt{\frac{E_\theta^0}{E_r^0}}; \nu_{r\theta} = \nu_{r\theta}^0 + \sqrt{\frac{E_\theta^0}{E_r^0}}; \\
\nu_{\theta r}' &= \frac{E_c^0}{\sqrt{E_r^0 E_\theta^0}} + \nu_{r\theta}^0 \sqrt{\frac{E_r^0}{E_\theta^0}}; \nu_{\theta r} = \nu_{r\theta}^0 \frac{E_r^0}{E_\theta^0} + \frac{E_c^0}{\sqrt{E_r^0 E_\theta^0}} + \nu_{r\theta}^0 \sqrt{\frac{E_r^0}{E_\theta^0}}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Отметим далее, что гипотеза (23) о малости коэффициента Пуассона  $\nu_{\theta r}$  имеет право на существование. Это видно из аналитического выражения для  $\nu_{\theta r}$ , представленного в (28). Здесь по-прежнему считаем, что

$$E_r^0 \ll E_\theta^0.$$

Процесс усадки связующего влияет на величину жесткостных характеристик композита. Они подчиняются законам, установленным зависимостями (27) и (28). Такое поведение обусловлено некоторыми свойствами нелинейности, происходящими в процессе формирования материала конструкции.

В формулах (27) и (28) все параметры, входящие в правые части равенств, известные величины, определяемые жесткостными характеристиками нитей и связующего. При этом следует иметь в виду, что

$$0 < \nu_{r\theta}^0 < 1;$$

Таковы основные результаты по работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ван фо Фы, Г.А. Конструкции из армированных пластмасс / Г.А. Ван фо Фы – Киев: Техника, 1971. 220 с.
2. Чернин, И.З. Эпоксидные полимеры и композиции / И.З. Чернин, Ф.М. Смехов, Ю.В. Жердяев // М.: Химия, 1982. 232 с.
3. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий – М., 1976.
4. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Том 2. Под ред. И.А. Биргера. М.: Изд-во «Машиностроение», 1968. С.215-225.
5. Лехницкий С.Г. Обобщение задачи о плоской деформации на случай упругого тела с произвольной анизотропией // Уч. зап. Саратовск. гос. ун-та. Сер. физ.-мат. наук, т.1, в.2, 1938. С. 154-157.