

## АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ МЕХАТРОННОЙ СИСТЕМЫ НА ШЕСТИКООРДИНАТНОМ ГИБРИДНОМ ПРИВОДЕ ПРЯМОГО ДЕЙСТВИЯ

маг. <sup>1</sup>Кузнецов В.В.

<sup>1</sup>УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», Минск

**Введение.** В настоящее время особенно остро ставится задача дальнейшей интенсификации производства, повышения его эффективности и обеспечения выпуска конкурентоспособной продукции. Достижение этих целей возможно лишь при осуществлении существенного роста производительности технологического оборудования и наиболее полной его автоматизации. Для приборостроения и микроэлектроники также остро ставится проблема повышения точности, связанная с развитием мехатроники, микромеханики и особенно с высокими темпами уменьшения топологической нормы при производстве изделий электронной техники [1]. Эффективным средством реализации этих целей является широкое внедрение и применение гибкого автоматизированного оборудования, построенного на системах перемещений параллельной кинематики с гибридным приводом прямого действия.

В настоящей работе в развитие предложенной нами концепции реализации управляемого движения в трехмерном пространстве на базе многокоординатного привода прямого действия и реконфигурируемых механизмов параллельной кинематики [1] представлена алгоритмизация прямой задачи кинематики мехатронной системы на шестикоординатном гибридном приводе прямого действия.

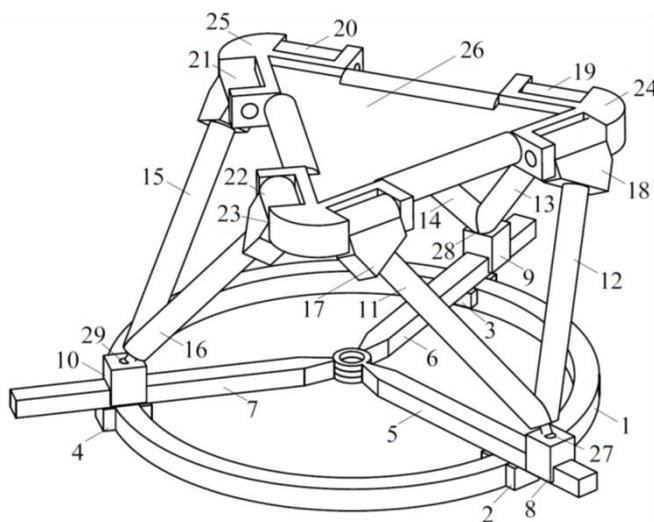


Рис. 1. Структурно-кинематическая схема мехатронной системы

**Мехатронная система параллельной кинематики на шестикоординатном гибридном приводе.** Мехатронная система параллельной кинематики, рассматриваемая в настоящей статье, состоит из механизма параллельной кинематики с шестью степенями свободы, предложенного нами (заявка на изобретение № и 20180183 от 2018 г.) и разработанного нами для этой мехатронной системы гибридного шестикоординатного привода прямого действия, который состоит из трёхкоординатного кольцевого шагового двигателя и трёх независимых линейных

двигателей, линейные направляющие которых установлены на подвижных сегментных модулях кольцевого двигателя. Структурно-кинематическая схема этой мехатронной системы представлена на рисунке 1.

Механизм параллельной кинематики, входящий в мехатронную систему (рисунок 1), состоит из трех параллельных кинематических цепей, содержащих три подвижных треугольных шатуна в виде двойных элементов 11–12, 13–14, 15–16, связанных с одной стороны вращательными шарнирами 17–23, 18–24, 19–24, 20–25, 21–25, 22–23 с подвижной треугольной платформой 26, а с другой стороны связанных сферическими шарнирами 27, 28, 29 с тремя автономно управляемыми линейными шаговыми двигателями 8, 9, 10, линейные направляющие которых 5, 6, 7 с одной стороны, шарнирно соединены между собой, а с другой стороны жёстко закреплены на соответствующих подвижных сегментных модулях 2, 3, 4 кольцевого шагового двигателя, неподвижная направляющая которых представляет основание замкнутого кольцевого статора 1. Он работает следующим образом. При секторных перемещениях трёх сегментных модулей 2, 3, 4 в соответствии с заданными на входе системой управления законами их движения по неподвижной направляющей замкнутого кольцевого статора 1 кольцевого шагового двигателя и одновременно при линейных перемещениях, реализуемых тремя линейными шаговыми двигателями 8, 9, 10 в соответствии с заданными системой управления законами их движения по подвижным линейным направляющим 5, 6, 7 через сферические шарниры 27, 28, 29, шатуны 11–12, 13–14, 15–16 и соответствующие вращательные шарниры 17–23, 18–24, 19–24, 20–25, 21–25, 22–23 приводится в пространственное движение исполнительная платформа 26. В зависимости от конкретно задаваемого секторного положения относительно статора 1 сегментных модулей 2, 3, 4 и конкретных положений линейных подвижных модулей 8, 9, 10 рабочая платформа 26 принимает однозначное и соответствующие им положение и ориентацию в трёхмерном пространстве. Таким образом с помощью предложенного механизма параллельной кинематики могут быть реализованы прецизионные движения с шестью степенями свободы по шести независимым координатам в трёхмерном пространстве, включая три линейные и три угловые, обеспечивая в то же время высокие кинематические и динамические характеристики перемещений при высокой точности их реализации. При этом обеспечивается реализация дополнительного управляемого разворота вокруг вертикальной оси в диапазоне  $\pm 360$  градусов, что расширяет область управляемого движения с перспективой построения на его основе современного прецизионного, фрезерного, сверлильного оборудования, прецизионных промышленных роботов и платформ, например, для телескопов, лазеров, телекоммуникационных антенн.

**Расчётная схема алгоритмизации.** Решение прямой задачи кинематики [2] для рассматриваемого в работе механизма параллельной кинематики с шестью степенями свободы (рисунок 2) состоит в нахождении координат точек  $A, B, C$  платформы 4 в зависимости от координат точек  $D, E$  и  $F$  подвижных модулей используемого гибридного шестикоординатного привода прямого действия может быть выполнено различными способами по условию кинематической замкнутости входящего в мехатронную систему исполнительного механизма параллельной кинематики, оптимальным из которых будет тот, который приводит к минимальному объёму вычислений в итерационном алгоритме моделирования.

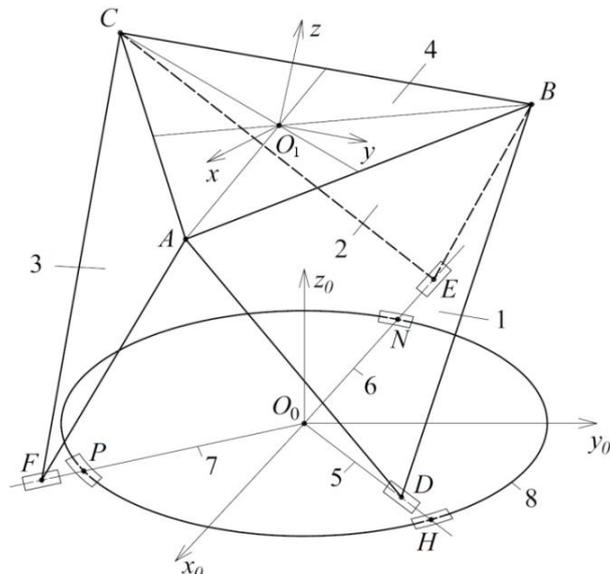


Рис. 2. Расчётная схема механизма параллельной кинематики

Так, если формировать расчётные уравнения непосредственно по условиям замкнутости контура из подвижных звеньев исполнительного раскрывающегося тетраэдра, то, очевидно, их число будет равно девяти [2, 3] по числу рёбер тетраэдра, и число независимых перемещений, подлежащих нахождению при решении прямой задачи будет тоже девять. Это координаты точек  $A(x_A, y_A, z_A), B(x_B, y_B, z_B), C(x_C, y_C, z_C)$ , и учитывая, что координаты точек  $D(x_D, y_D, z_D), E(x_E, y_E, z_E)$  и  $F(x_F, y_F, z_F)$  известны, так как определяются реализуемыми управлениями многокоординатного привода.

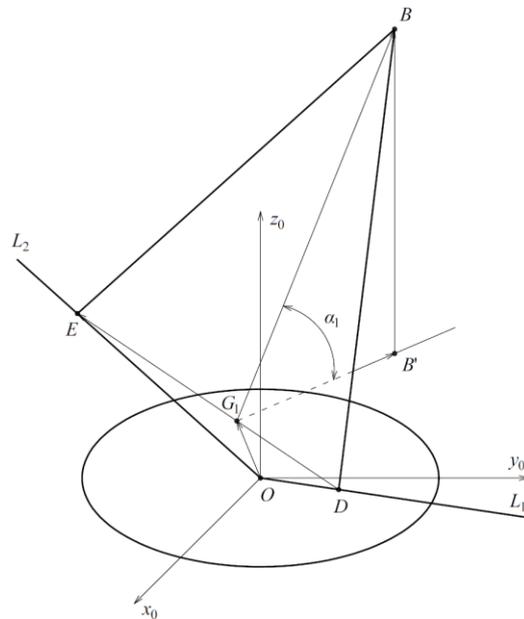


Рис. 3. Расчётная схема для углового параметра  $\alpha_1$

Проведенный в работе анализ возможных расчётных моделей и алгоритмов решения прямой задачи кинематики предложенного механизма показал, что возможно сокращение уравнений в системе кинематической замкнутости до трёх той же аналитической структуры. Для этого нами предложен подход алгоритмизации, основанный на рассмотрении фрагмента расчётной схемы, представленной на рисунке 3, позволяющий заменить координатные представления решения прямой задачи, в частности для точки  $B(x_B, y_B, z_B)$  на параметрическое с введением

позиционного углового параметра  $\alpha_1$ , зависящего от координат текущего положения точек  $D$  и  $E$  на линейных направляющих, соответственно  $L_1$  и  $L_2$ , принадлежащих подвижным элементам линейных шаговых двигателей.

В результате реализации предложенного подхода удалось многопараметрическую задачу о положениях точек  $A, B$  и  $C$ , свести к однопараметрической задаче нахождения угловых параметров  $\alpha_i (i=1, 2, 3)$  соответственно для каждого из трёх подвижных контуров  $DBE, ECF$  и  $FAD$ . Так, для контура  $DBE$ , определяющего положение точки  $B$ , вводится угловой параметр  $\alpha_1$  в виде угла образованного треугольником  $DBE$  с плоскостью кольцевого двигателя совпадающей с плоскостью  $x_0Oy_0$ . Здесь  $DB$  и  $EB$  стороны соседних треугольных звеньев  $ADB$  и  $BEC$  (рисунок 2). Необходимо отметить, что алгоритм решения задачи о положениях является главной вычислительной составляющей алгоритмизации решения прямой задачи кинематики.

**Алгоритмизация математической модели.** Из расчётной схемы (рисунок 3), видно, что при изменении положения точек  $D$  и  $E$  на направляющих  $L_1$  и  $L_2$  меняется положение и ориентация контура  $DBE$ , при этом положение определяется задаваемыми координатами точек  $D$  и  $E$ , а ориентация определяется угловым параметром  $\alpha_1$ , связывающим искомые координаты точки  $B(x_B, y_B, z_B)$  и задаваемые координаты точек  $D(x_D, y_D, 0)$  и  $E(x_E, y_E, 0)$  гибридного привода. Для нахождения уравнений этой кинематической связи необходимо рассмотреть векторные контуры  $OG_1B$  и  $OG_1B'$  (рисунок 3) согласно которым получим

$$\overline{OG_1} + \overline{G_1B} = \overline{OG_1} + \overline{G_1B'} + \overline{B'B}. \quad (1)$$

Так как треугольник  $DBE$  равнобедренный с переменным по длине основанием  $DE$ , то угловой параметр  $\alpha_1$  будет определяться углом между векторами  $\overline{G_1B'}$  и  $\overline{G_1B}$ , где  $\overline{G_1B'} \perp \overline{DE}$  и  $G_1B \perp BE$ . В этом случае точка  $G_1$  делит отрезок  $DE$  пополам, а это значит, что вектор  $\overline{OG_1} = \left( \frac{x_E + x_D}{2}, \frac{y_E + y_D}{2} \right)$  или  $G_1 \left( \frac{x_E + x_D}{2}, \frac{y_E + y_D}{2} \right)$ .

Угол, образованный вектором  $\overline{DE}$  с осью  $x_0$ , обозначим  $\theta_1$ , согласно рисунку 3 его можно определить по координатам двух точек  $D$  и  $E$  в виде

$$\theta_1 = \arctg \left( \frac{y_D - y_E}{x_D - x_E} \right). \quad (2)$$

При этом однозначное определение угла  $\theta_1$ , связанное с выбором четверти решения, выполняется по результатам вычисления  $\sin \theta_1$  и  $\cos \theta_1$  по сопоставлению их знаков.

Угол между вектором  $\overline{G_1B'}$  и осью  $x_0$ , обозначенный  $\theta_1'$ , согласно рисунку 3 равен

$$\theta_1' = \theta_1 - 90^\circ. \quad (3)$$

В свою очередь  $G_1B' = G_1B \cos \alpha_1$ , а  $B'B = z_B = G_1B \sin \alpha_1$ .

Для нахождения уравнений связей координат точки  $B$  и углового параметра  $\alpha_1$  спроецируем векторное уравнение (1) на оси  $x_0, y_0$  и  $z_0$ . В результате окончательно получим:

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_E + x_D}{2} + G_1 B \cos \alpha_1 \cos \theta_1 \\ y_B = \frac{y_E + y_D}{2} + G_1 B \cos \alpha_1 \sin \theta_1 \\ z_B = G_1 B \sin \alpha_1, \end{cases} \quad (4)$$

где  $G_1 B = \sqrt{a^2 - \frac{(x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2}{4}}$ .

Координаты точек *A* и *C* находим, используя тот же подход, что и для нахождения координат точки *B*. Окончательно получим следующие расчётные системы уравнения.

Для точки *A* получим:

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_D + x_F}{2} + G_2 A \cos \alpha_2 \cos \theta_2' \\ y_A = \frac{y_D + y_F}{2} + G_2 A \cos \alpha_2 \sin \theta_2' \\ z_A = G_2 A \sin \alpha_2, \end{cases} \quad (5)$$

где  $G_2 A = \sqrt{a^2 - \frac{(x_F - x_D)^2 + (y_F - y_D)^2}{4}}$ .

Для точки *C* получим:

$$\begin{cases} x_C = \frac{x_E + x_F}{2} + G_3 C \cos \alpha_3 \cos \theta_3' \\ y_C = \frac{y_E + y_F}{2} + G_3 C \cos \alpha_3 \sin \theta_3' \\ z_C = G_3 C \sin \alpha_3, \end{cases} \quad (6)$$

где  $G_3 C = \sqrt{a^2 - \frac{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}{4}}$ .

Положение точек *A*, *B* и *C*, реализуемые тремя параллельными кинематическими цепями кинематически связаны с рабочей платформой 4 (рисунок 2), которая представляет собой равносторонний треугольник *ABC* со сторонами равными *a*. С учётом этого конечная математическая модель кинематики всей системы будет выражаться следующей системой из трёх уравнений

$$\begin{cases} (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 = a^2 \\ (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2 = a^2 \\ (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2 = a^2, \end{cases} \quad (7)$$

где все координаты точек *A*, *B* и *C* определяются по ранее полученным выражениям (4), (5) и (6), сводя решение прямой задачи кинематики к решению системы из трёх нелинейных уравнений относительно трёх неизвестных в виде угловых параметров  $\alpha_1, \alpha_2$  и  $\alpha_3$ . Нахождение последних выполняется одним из численных методов реализованных в программном обеспечении MATLAB. Обратной подстановкой  $\alpha_1, \alpha_2$  и  $\alpha_3$  в соответствующие уравнения систем (4), (5) и (6) даёт искомые координаты точек *A*, *B* и *C* в зависимости от управляемых положения точек *D*, *E* и *F* шестикоординатного гибридного привода прямого действия.

Предложенная нами математическая модель при последовательном формировании аналитических выражений представляет собой алгоритмизацию, на

основании разработанного программного модуля компьютерного исследования было выполнено верификационное имитационное моделирование прямой кинематики, которое показало полную адекватность разработанной модели и алгоритмов в решении.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Карпович, С.Е. Системы многокоординатных перемещений на механизмах параллельной кинематики : монография / С.Е. Карпович [и др.]; под ред. проф. С.Е. Карповича. – Минск : Бестпринт, 2017. – 254 с.
2. Kuzniatsou V.U. Computer modeling of kinematics and dynamics of parallel manipulator with six degrees of freedom / V.U. Kuzniatsou // *Present Day Trends of Innovations 7*. – Zilina, Slovakia : Printing House of Zilina University, 2017. – P. 65–73.
3. Huang, Z. *Theory of parallel Mechanisms* / Z. Huang, Q. Li, H. Ding – Springer, 2012 – 419 p.