УДК 537.312.6:624.042.5

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕСУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ПРИ СОПРЯЖЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ ФИЗИЧЕСКИХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И МЕХАНИЧЕСКИХ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ И РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВНЕШНИХ СИЛОВЫХ НАГРУЗОК

[1] Агаев В.Н., [1] Мартыненко Т.М., [2] Скляр О.Н., [2] Мартыненко И.М.

[1] Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, Минск
[2]УО «Белорусский национальный технический университет», Минск

Пластины и оболочки являются наиболее распространенными составными элементами инженерных конструкций. Повышенные требования к прочности и надежности при уменьшении материалоемкости создают сложные проблемы анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкостенных тел в условиях взаимодействия с переменными физическими полями. В связи с этим одной из задач механики тонкостенных конструкций является совершенствование методов расчета и проектирования пластин и оболочек сложной формы с различными законами изменения толщины, отверстиями, включениями, накладками при сопряженных воздействиях физических температурных полей и механических локализованных и распределенных внешних силовых нагрузок. Среди различных видов воздействий на элементы конструкций можно выделить класс термосиловых воздействий, когда неоднородность в термических условиях является сильным концентратором напряжений [1]. Термическое воздействие, играющее роль концентратора напряжений, – это неидеальный тепловой контакт. Возможная неоднородность или дефект межслоевого соединения приводят к неидеальному тепловому контакту. Эта неоднородность, локализованная в какой-либо области, являясь концентратором напряжений, может сильно влиять на распределение напряжений в конструкции [2-4]. Исследованию влияния такого вида локальных эффектов на НДС пластин и оболочек и посвящена данная работа.

Рассмотрим устойчивость тонкой подкрепленной оболочечной конструкции, квадратной и прямоугольной в плане, при действии физических температурных полей на несущие элементы конструкции. Устойчивость несущих элементов конструкции, или их поведение в условиях продольно – поперечного изгиба, зависит от формы поперечного сечения; так, стрингер с поперечным сечением, не имеющим осей симметрии, может потерять устойчивость, только одновременно скручиваясь и изгибаясь, в то время как в других случаях возможны также некоторые несвязанные формы потери устойчивости. Как и в задачах об изотермической устойчивости стержней [5], указанные вопросы возникают и тогда, когда на тело воздействует поле температур. В данной работе обсуждаются общая формулировка и решение задачи, причем для простоты анализ ограничивается важным частным случаем стержня бисимметричного сечения с минимальным главным моментом инерции I_z при этом в плоскости xy действует распределенная нагрузка $q = q(x)$, а распределение температуры, таково, что $M_{Ty} = 0$. Тогда стрингерная система, не закручиваясь, изгибается в плоскости xy, а перемещение $w = 0$.

Приложим силу P, которая считается положительной при сжатии. При этом предполагается что главная ось, соответствующая минимальному моменту инерции поперечного сечения, перпендикулярна к плоскости xy. Так как $P = EA\frac{\partial w}{dx}$. Волны сжатия, вызываемые перемещениями концов, распространяются вдоль стрингеров со значительно большей скоростью, чем скорость, с которой происходит поперечное перемещение. Следовательно, можно считать сжимающую осевую силу P постоянной вдоль оси. Это означает, что выражение для сжимающей силы может быть заменено интегральным выражением, которое связывает сжимающую силу с перемещением ct за время t и с изменением расстояния между концевыми точками стрингера. Если поперечное сечение стрингера постоянно, то это выражение имеет вид $P = \frac{EA}{L}\left(ct - \frac{1}{2}\int_0^L\left(\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial y_0}{\partial x}\right)^2\right)dx\right)$. [6]. Стрингерная система в конечном состоянии получит прогиб w, а кривизна K изменится на величину

$$\delta K = \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{M_z + M_{Tz}}{EI_z}, \tag{1}$$

связанную с действием дополнительного момента Pw. Исходя из обычного допущения о пропорциональности между кривизной и изгибающим моментом, получим, что

$$\delta K = -\frac{Pw}{EI_z}, \tag{2}$$

или

$$EI_z\frac{d^2w}{dx^2} + Pw = M_z + M_{Tz}, \tag{3}$$

или

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI_z\frac{d^2w}{dx^2}\right) + P\frac{d^2w}{dx^2} = q - \frac{d^2M_{Tz}}{dx^2}. \tag{4}$$

В качестве основного уравнения для расчета нагретой стрингерной системы можно взять любое из последних двух уравнений. Их надо решить при следующих граничных условиях;

защемленный конец: $w = 0$, $\frac{dw}{dx} = 0$; (5)

свободно опертый конец $w = 0$, $EI_z\frac{d^2w}{dx^2} = -M_{Tz}$; (6)

свободный конец $EI_z\frac{d^2w}{dx^2} = -M_{Tz}$, $\frac{d}{dx}\left(EI_z\frac{d^2w}{dx^2}\right) + P\frac{dw}{dx} = -\frac{dM_{Tz}}{dx}$. (7)

В указанных уравнениях члены, содержащие температуру M_{Tz}, входят только в правые части и поэтому оказывают такое же влияние, как и добавочная нагрузка P. Решения этой задачи, можно получить теми же методами, что и для оболочек с постоянной температурой [7]. Чтобы разделить влияние температуры и поперечных нагрузок решение сформулированной выше задачи удобно представить в виде двух частей. С этой целью определим компоненты прогибов w_T и w_q следующий образом. Величина w_T – это прогиб, который имела бы конструкция, если бы она была подвержен действию только температуры и продольной силы P, а поперечные нагрузки отсутствовали. Поэтому w_T удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI_z\frac{d^2w_T}{dx^2}\right)+P\frac{d^2w_T}{dx^2}=-\frac{d^2M_{Tz}}{dx^2}, \tag{8}$$

и граничным условиям (5) – (7). Величина w_q – это прогиб, который имела бы стрингерная система, если бы на нее действовали только поперечные нагрузки и продольная сила P, а влияние температуры не учитывалось [8]. Поэтому w_q удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI_z\frac{d^2w_q}{dx^2}\right)+P\frac{d^2w_q}{dx^2}=q, \tag{9}$$

и следующим граничным условиям

защемленный конец $w_q=0$, $\dfrac{dw_q}{dx}=0$; (10)

свободно опертый конец $w_q=0$, $\dfrac{d^2w_q}{dx^2}=0$; (11)

свободный конец $EI_z\dfrac{d^2w_q}{dx^2}=0$, $\dfrac{d}{dx}\left(EI_z\dfrac{d^2w}{dx^2}\right)+P\dfrac{dw}{dx}=0$. (12)

Решение полной задачи, когда действуют все нагрузки, можно представить в виде $w=w_T+w_q$. Основное преимущество указанного способа заключается в том, что составляющая прогиба w_q представляет собой решение задачи о продольно-поперечном изгибе. Что касается w_T, то ее в общем приходится определять для каждой конкретной задачи заново.

Рассмотрим случай, когда распределение температуры по длине представляется многочленом степени не выше третьей[9]

$$M_{Tz}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3. \tag{13}$$

В этом случае для стрингерной системы постоянного сечения уравнение (12) можно записать в виде

$$\frac{d^4V}{dx^4}+k^2\frac{d^2V}{dx^2}=0, \tag{14}$$

где

$$V=w_T+\frac{M_{Tz}}{P}, \tag{15}$$

и введено обозначение $k=\sqrt{\dfrac{P}{EI_z}}$. (16)

В этом случае непосредственно находим

$$w_T=\frac{M_{Tz}}{P}+b_0+b_1x+b_2\sin kx+b_3\cos kx \tag{17}$$

и затем, определяя из граничных условий (9) – (11) постоянные b_i, получаем окончательное решение.

Вычислим в явном виде значения прогиба w_T по формуле (17) для трех важных частных примеров, причем ограничимся случаем $a_2=a_3=0$, так что

$$M_{Tz}=a_0+a_1x. \tag{18}$$

Предположим, что стрингерная система имеет постоянное сечение, а его длина ограничена координатами $x=0$ и $x=L$.

1. Оба конца защемлены. В этом случае продольная сила не влияет на прогиб w_T и поэтому (при нагрузке меньше критической) решение имеет вид

$$w_T = 0 \text{ при } P < P_{кр.} = \frac{4\pi^2 EI_z}{L^2}, \tag{19}$$

Однако, если бы постоянные a_2 и a_3 не равнялись нулю, то прогиб также отличался бы от нуля; он зависел бы от усилия P и бесконечно возрос бы при критическом значении усилия, соответствующем условию $kL = 2\pi$, т. е. при значении $P_{кр.} = \frac{4\pi^2 EI_z}{L^2}$, что равно критическому усилию для стрингерной системы с двумя защемленными концами.

2. Оба конца свободно оперты. В этом случае решение имеет вид

$$w_T = -\frac{a_0}{P}\left(\frac{\cos kL - 1}{\sin kL}\sin kx + 1 - \cos kx\right) - \frac{a_1}{P}\left(x - L\frac{\sin kx}{\sin kL}\right), \tag{20}$$

и w_T стремится к бесконечности при $kL = \pi$, когда величина усилия P становится равной критическому значению для стрингерной системы данного типа, т.е. когда $P_{кр.} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}$.

3. Консоль конец $x = 0$ заделан, конец $x = L$ свободен. При указанных условиях на концах прогиб равен

$$w_T = -\frac{a_0}{P}\frac{1 - \cos kx}{\cos kL} - \frac{a_1}{P_k}\left(\left(\frac{kL - \sin kL}{\cos kL}\right)(1 - \cos kx) + kx - \sin kx\right), \tag{21}$$

Прогиб становится бесконечным при $kL = \frac{\pi}{2}$, когда усилие P принимает значение $P_{кр.} = \frac{\pi^2 EI_z}{4L^2}$ что соответствует критическому усилию для консольного операния.

Напомним, что с точки зрения точной теории термоупругости указанные формулировки являются приближенными. Подытоживая результаты расчетов для пластин и оболочек, можно сделать вывод о характере напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек, подвергаемых локальному нагреву. При локальном нагреве тонкостенного элемента возникает температурное поле, характеризуемое локализацией в области пятна нагрева. При решении задачи в стационарной постановке максимум интенсивности приходится на центр пятна нагрева. При решении нестационарной задачи максимум интенсивности нестационарных напряжений приходится в начальное время на область края пятна нагрева, и по мере прогрева максимум переходит в центр пятна нагрева.

Заключение. Повышение работоспособности зависит от частоты расположения и жесткости подкрепляющих элементов, которые весьма сложным образом влияют на процесс динамического деформирования и в частности на то, какая форма потери устойчивости (общая или местная) будет доминирующей. Результаты решения позволяют более детально назначать прочностные критерии для оболочек работающих под действием контактных термодинамических нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольмир, А.С. Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.*

2. *Власов, В.З. Общая теория оболочек / В.З. Власов. – М. : Физматгиз, 1949. – 784 с.*
3. *Блейх, Ф. Устойчивость металлических конструкций / Ф. Блейх. – М. : Физматгиз, 1959. – 544 с.*
4. *Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки / С.П.Тимошенко, С.В. Войковский-Кригер. – М. : Физматгиз, 1963.*
5. *Белов, Н.Н. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки / Н.Н. Белов, Д.Г. Компаница, О.Г. Кумпяк, Н.Т. Югов. – Томск : STT, 2004. – 465 с.*
6. *Bangash, M.Y.H. Explosion-Resistant Building Structures / M.Y.H. Bangash, T. Bangash; Design, Analysis, and Case Studies. – Berlin : Springer, 2006. – 450 с.*
7. *Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962.– 432 с.*
8. *Abaqus. Analysis User's Manual. Introduction, Spatial Modeling, and Execution. Publisher Simulia, 2008. 711 p.*
9. *Matsagar Vasant A. Computing stress and displacement response of composite plates under blast. Disaster Advances. 2014. Vol. 7, No 1. P. 23−38.*