

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНЦЕНТРАТОРОВ НАПРЯЖЕНИЙ В ВИДЕ КРУГЛЫХ ОТВЕРСТИЙ В ПЛАСТИНЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

<sup>1</sup> Капуста П.П., <sup>2</sup> Вихренко Д.В., <sup>2</sup> Воронько Ю.А.

<sup>1</sup> Белорусский национальный технический университет,

<sup>2</sup> Минский автомобильный завод

(г. Минск, Республика Беларусь)

При конструировании сложных деталей машиностроения необходимо учитывать влияние на прочность и долговечность детали концентраторов напряжений. Игнорирование этого влияния приводит к преждевременному выходу деталей из строя. Так, при неудачном расположении отверстий в детали между ними может пойти трещина даже в том случае, если отверстия находятся не в самой напряженной зоне детали.

Так, в лонжеронах клепаных рам грузовых автомобилей расположение отверстий часто диктуется компоновочными условиями, и не всегда можно привести группу отверстий к табличному виду, чтобы правильно определить коэффициент концентрации напряжений. Достаточно действенным методом прогнозирования нагруженности на стадии проектирования является использование численных методов решения, в частности метода конечных элементов (МКЭ) или метода граничных элементов (МГЭ). Некоторые авторы [4] настоятельно рекомендуют использовать МГЭ, а не МКЭ. Однако проведенная нами работа позволяет утверждать, что использование известных пакетов расчета МКЭ, таких, как MSC\Nastran, позволяет с достаточной точностью учитывать концентраторы в виде круглых отверстий в пластине.

Расчетная модель выполнена в виде пластины с круглым отверстием посередине. Размер пластины 400×200 мм (длина намного больше ширины), толщина пластины 10 мм, диаметр отверстия 20 мм. С одной стороны пластина закреплена, с другой стороны прикладывается растягивающая сила. С целью экономии ресурсов выполнена половинная конечноэлементная модель из двумерных четырехузловых пластинчатых элементов первого порядка, по линии «разреза» наложены симметричные граничные условия, с одной стороны все узлы закреплены, с другой – к узлам приложена сила, причем сила в крайних узлах в 2 раза меньше, чем в средних для того, чтобы добиться равномерного распределения растягивающей силы (рисунок 1).

Согласно теории упругости, номинальные напряжения в сечении равны:

$$\sigma_{НОМ} = F/t(H-d),$$

где  $F$  – растягивающая сила;  $F=9000$  Н;  $t$  – толщина пластины;  $t=10$  мм;

$H$  – ширина пластины;  $H=200$  мм;  $d$  – диаметр отверстия;  $d=20$  мм.

Таким образом,  $\sigma_{НОМ}=5$  МПа.

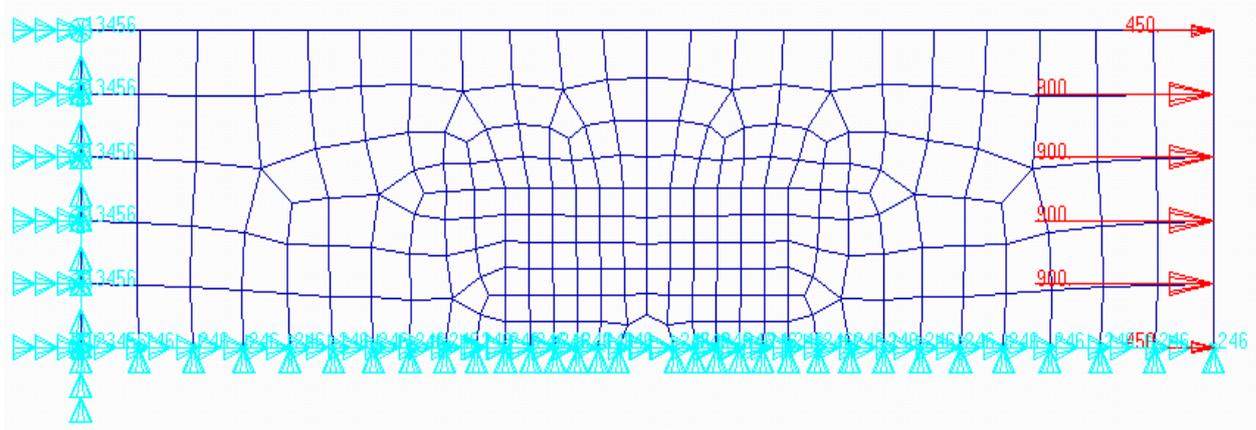


Рис. 1. Расчетная конечноэлементная модель пластины

Максимальные напряжения  $\sigma_{MAX}$  можно определить, зная коэффициент концентрации  $k_{\sigma}$ :

$$\sigma_{MAX} = k_{\sigma} \sigma_{НОМ.}$$

Для данного типа концентратора при соотношении  $d/H=0,1$  коэффициент концентрации равен  $k_{\sigma} = 2,7$  согласно [1, с.59],  $k_{\sigma} = 2,73$  согласно [3, с. 143],  $k_{\sigma} = 2,75$  согласно [2, с. 47, 5, с.29]. Таким образом, получаем  $\sigma_{MAX} = 13,5 \dots 13,75$  МПа.

В общем случае на точность расчета влияет количество точек интегрирования, иначе говоря, количество конечных элементов в интересующей области. Для определения необходимого количества элементов будем последовательно увеличивать их количество до тех пор, пока результаты (напряжения) не станут стабильными. Как видно из графика на рисунке 2, необходимое число элементов составило 11 на четверть отверстия.

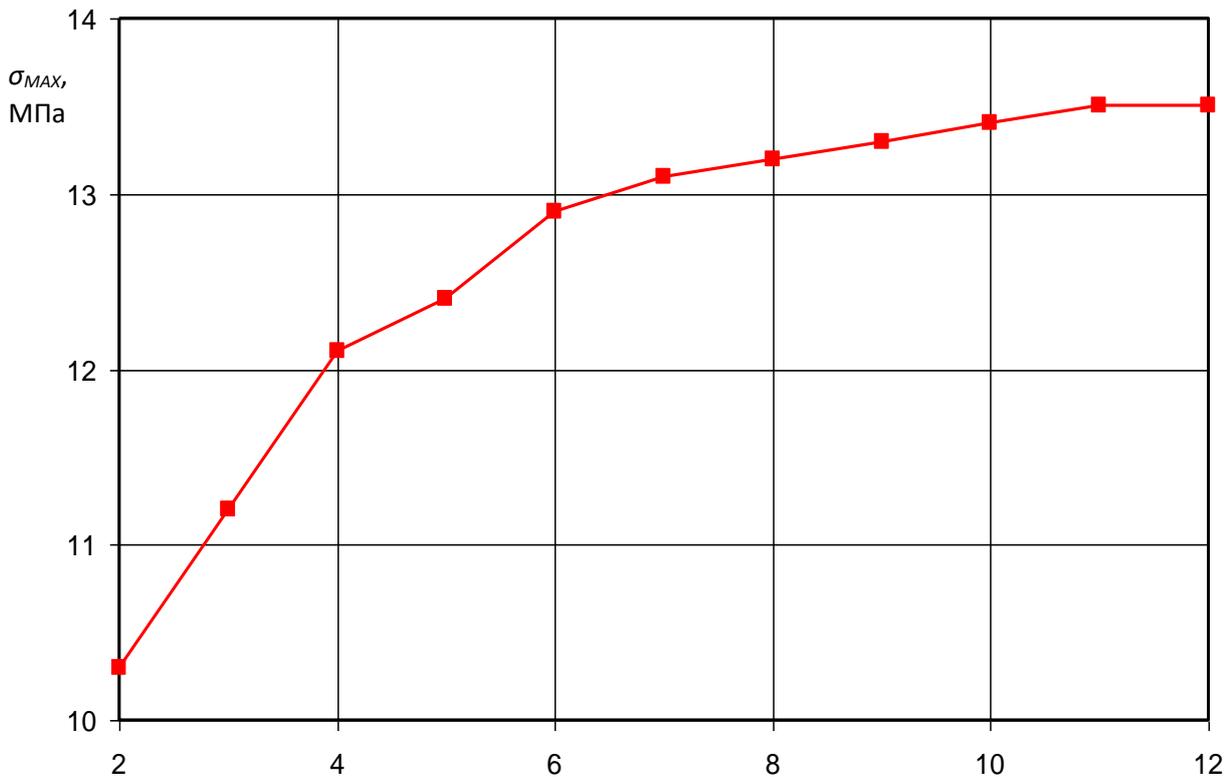


Рис. 2. Зависимость максимальных напряжений от количества элементов на четверти отверстия

На рисунке 3 показано распределение первых главных напряжений  $\sigma_1$ , которые достигают 13,6 МПа ( $k_\sigma = \sigma_{MAX}/\sigma_{НОМ} = 2,72$ ), что попадает в диапазон 13,5...13,75 МПа, определенный ранее.

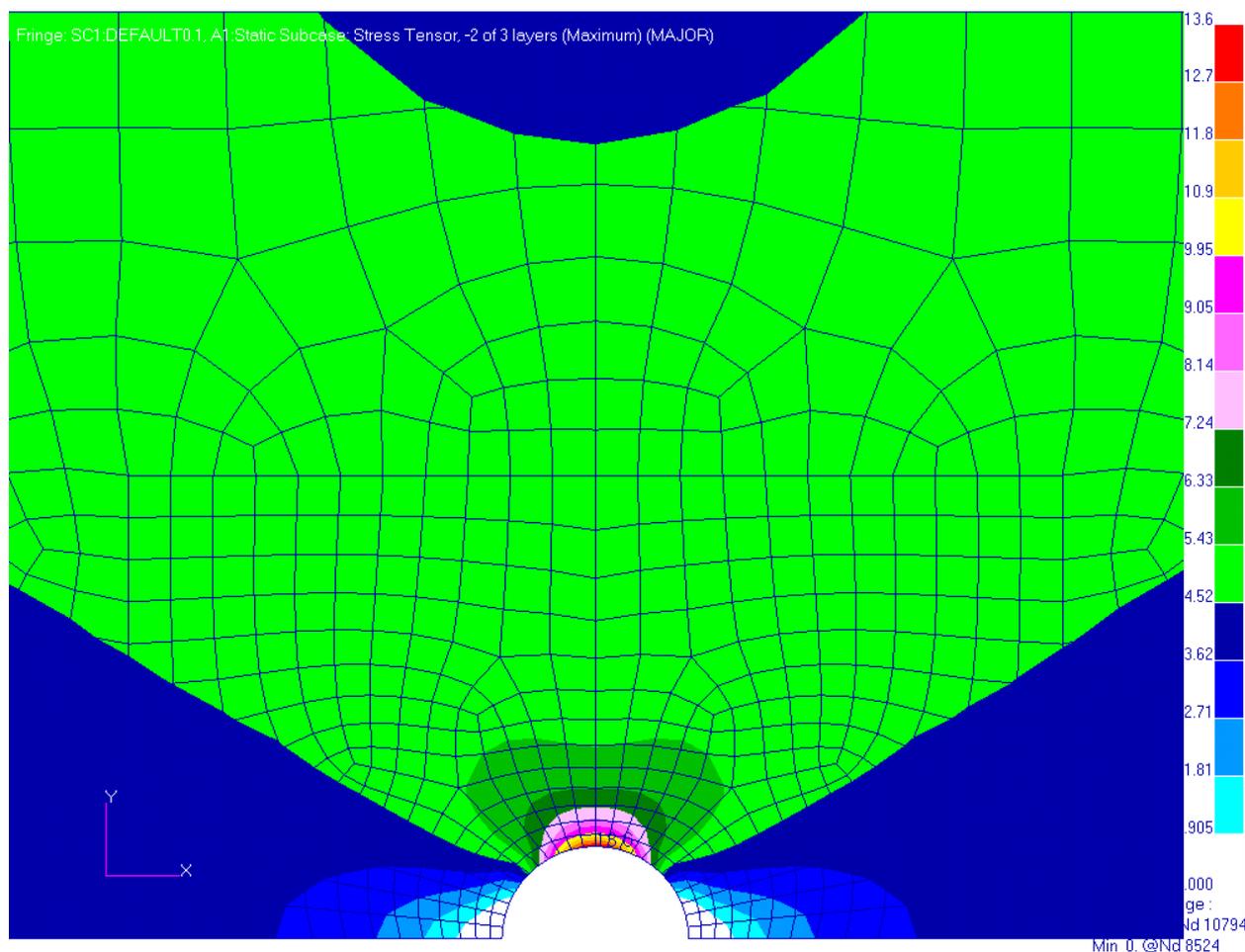


Рис. 3. Распределение первых главных напряжений  $\sigma_1$  (МПа) при растяжении

При увеличении соотношения  $d/H$  до 0,4 коэффициент концентрации по литературным источникам равен  $k_\sigma = 2,25$  согласно [1, с.59],  $k_\sigma = 2,24$  согласно [3, с. 143],  $k_\sigma = 2,27$  согласно [2, с. 47, 5, с.29]. Расчетный коэффициент концентрации оказался равен  $k_\sigma = 2,22$ , что несколько меньше, чем указано в литературных источниках, однако по сравнению со значением 2,24 погрешность составляет менее 1%, что вполне приемлемо.

Графики на рисунке 4,а показывают изменение отношения локального напряжения к номинальному по мере удаления от отверстия согласно испытаниям [2, с. 47], а на рисунке 4,б – полученные расчетным путем в настоящей работе. Как видно, градиент напряжений также достаточно точно определяется расчетным путем с помощью МКЭ.

Рассмотрим также изгиб исследуемой пластины с отверстием. Номинальные напряжения равны

$$\sigma_{НОМ} = 6Fl / (H-d)t^2,$$

где  $l$  – расстояние до центра отверстия;  $l = 200$  мм.

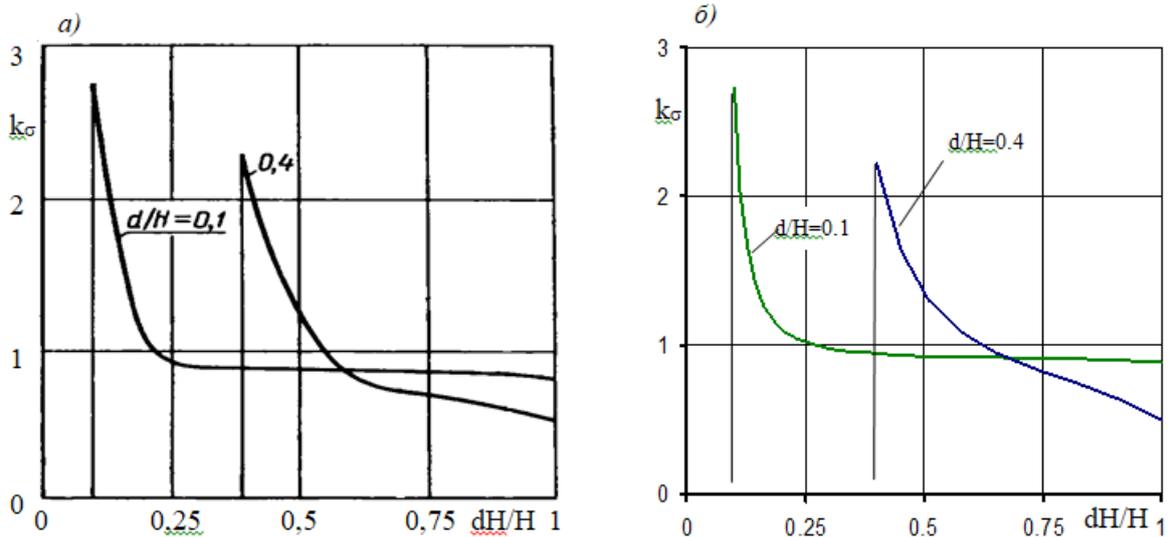


Рис. 4. Изменение отношения локального напряжения к номинальному:  
 а) согласно испытаниям [2, с. 47]  
 б) согласно проведенному расчету

Таким образом, при изгибающей силе  $F=90$  Н  $\sigma_{НОМ}=6$  МПа. Коэффициент концентрации равен  $k_{\sigma}=1,85$  согласно [1, с. 60, 3, с.224]. По расчету первые главные напряжения  $\sigma_1$  достигают 11,1 МПа (рисунок 5),

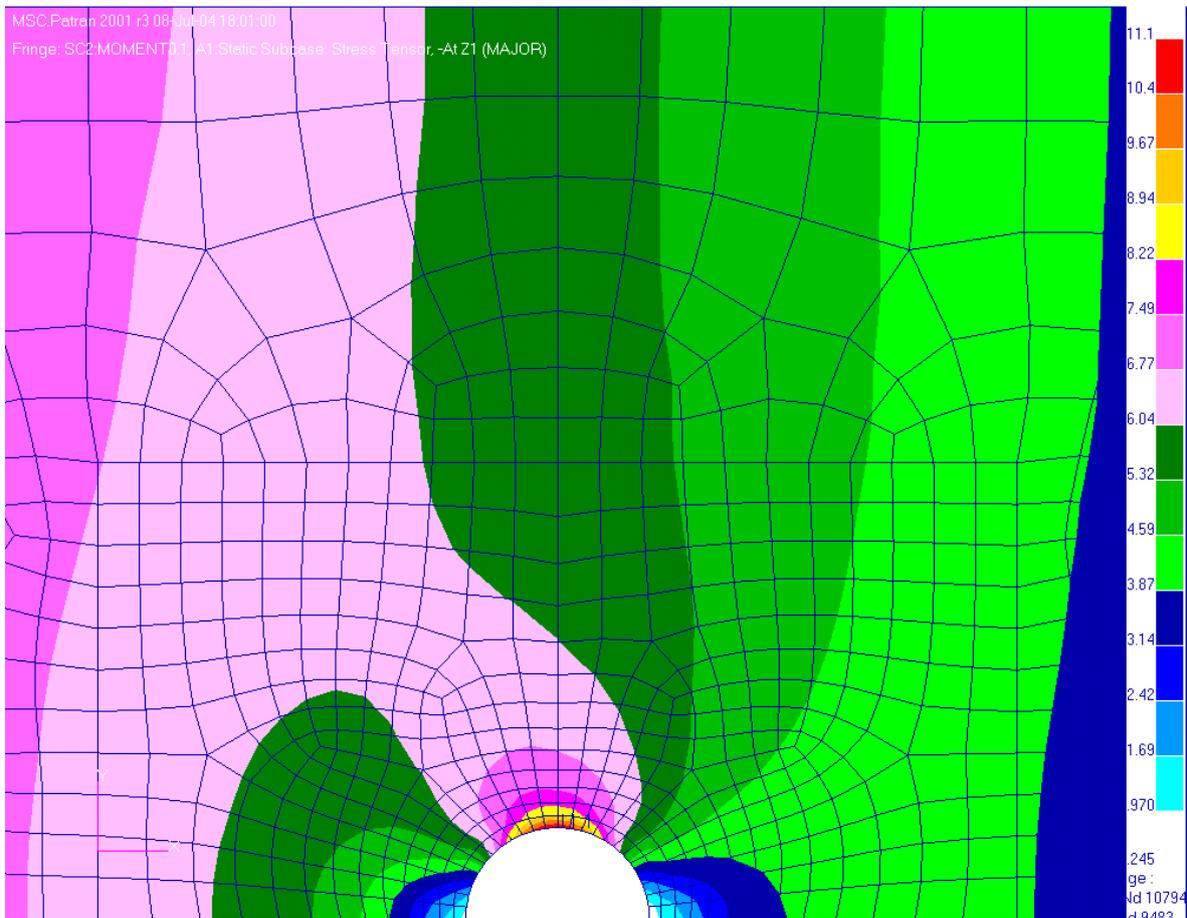


Рис. 5. Распределение первых главных напряжений  $\sigma_1$  (МПа) при изгибе коэффициент концентрации равен  $k_{\sigma} = \sigma_{МАХ}/\sigma_{НОМ} = 1,85$ , что в точности до третьего знака включительно равно указанному в литературных источниках.

Аналогично для соотношения  $d/H=0,4$  коэффициент концентрации равен  $k_\sigma = 1,50$  как согласно литературным источникам [1, с. 60, 3, с.224], так и по расчету.

Отметим еще одну особенность использования МКЭ при расчете напряжений в пластинах. При использовании в этих целях объемных восьмиузловых кубических элементов первого порядка получены следующие результаты в зависимости от количества элементов по высоте пластины:

1. При растяжении напряжения (рисунок 6) изменяются по высоте сечения – увеличиваются от края к центру, и максимальное значение оказывается больше (14 МПа для 5 элементов по высоте), чем в пластинчатых элементах, хотя среднее значение по сечению совпадает (13,6 МПа);

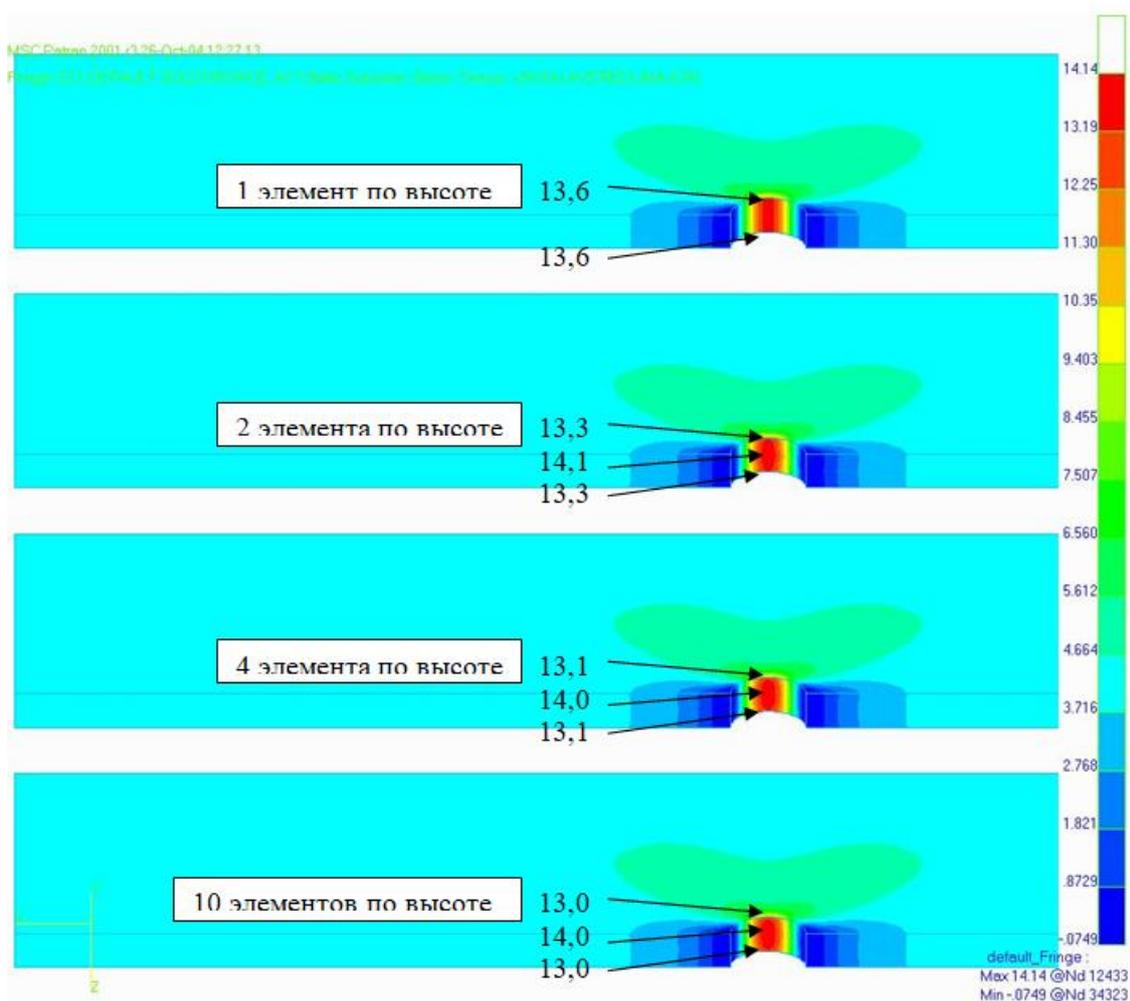


Рис. 6. Распределение первых главных напряжений  $\sigma_1$  (МПа) в объемной модели при растяжении

2. При изгибе напряжения (рисунок 7) оказываются несколько меньше, чем при использовании пластинчатых элементов, причем максимальное значение в зоне концентратора уменьшается с увеличением количества элементов по высоте сечения (от 10,9 МПа для 1 элемента до 10,6 МПа для 10 элементов по сравнению с 11,1 МПа в пластинчатых элементах).

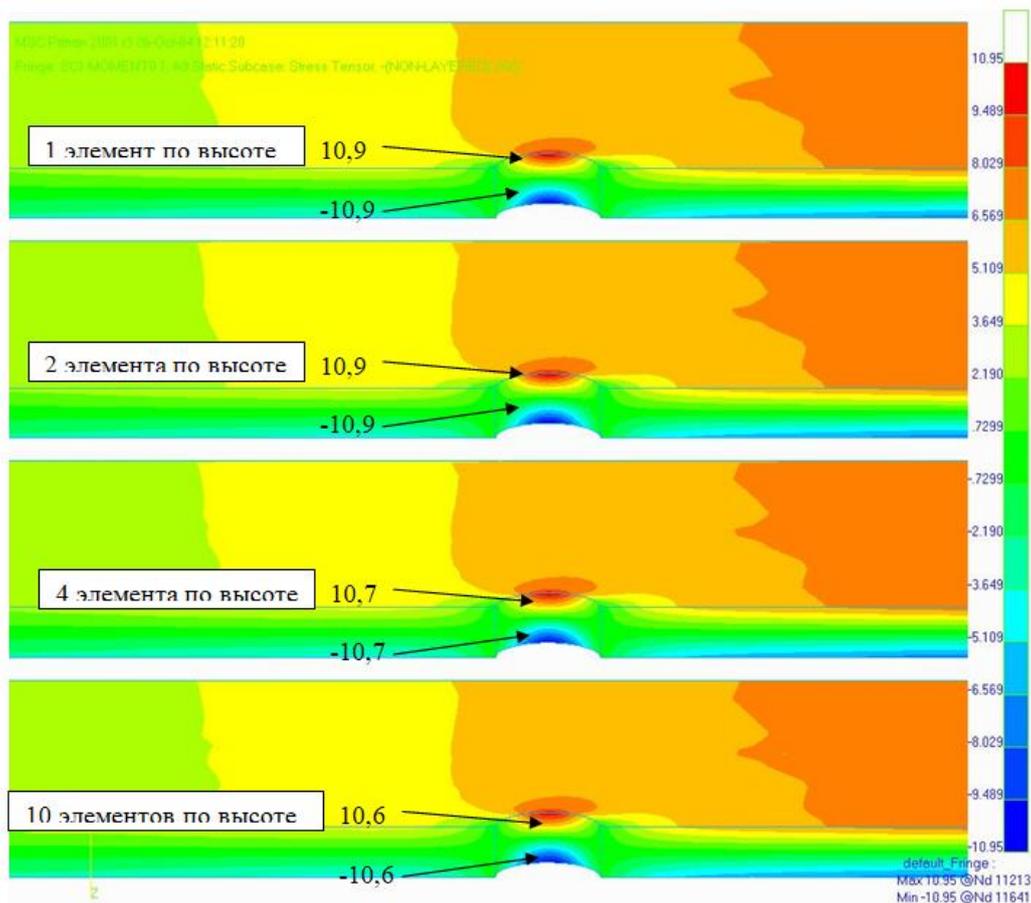


Рис. 7. Распределение осевых напряжений  $\sigma_x$  (МПа) в объемной модели при растяжении

**Выводы:**

1. Применение пакета расчетов МКЭ MSC\Nastran позволяет с достаточной точностью учитывать концентраторы в виде круглых отверстий в растягиваемой и изгибаемой пластине;
2. Использование в качестве расчетной модели плоских конечных элементов первого порядка вполне оправдано, несмотря на их малый линейный размер (в 8 раз меньше толщины);
3. Точность определения напряжений нелинейно зависит от количества элементов в рассматриваемой зоне. Так, 11...12 элементов на четверть окружности дают ошибку менее 1%, уменьшение до 6 элементов увеличивает ошибку до 5 %, 4 элемента дают погрешность 11%, а 2 элемента увеличивают ошибку до 30%.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. ГОСТ25.504-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. - М.: Изд-во стандартов, 1983.- 81 с.
2. Кожевников В.Ф. Концентрация и градиенты напряжений в растягиваемой полосе с отверстием/ Вестник машиностроения, 2002, №3, с. 46-48.;
3. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. - М: Мир, 1977.;
4. Сильверстов И. Н. Применение метода граничных элементов для определения относительных градиентов напряжения в элементах конструкции. «Вестник машиностроения» №4.2002, с. 50-52.;

5. Сухарев И. П., Кожевников В.Ф. Концентрация напряжений в зонах круговых и эллиптических отверстий в растягиваемой пластине. «Вестник машиностроения» №2.2001, с. 28-31.