

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Машины и технология литейного производства»

В. Ф. Одиночко

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА ЛИТЕЙНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности 1-36 02 01
«Машины и технология литейного производства»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области металлургического оборудования и технологий*

Минск
БНТУ
2019

УДК 539.3/.6+620.17(075.8)

ББК 30.12я7

О-42

Р е ц е н з е н т ы:

канд. техн. наук, доцент, зав. кафедрой «Детали машин»
Белорусского государственного технологического
университета *С. Е. Бельский*;

канд. техн. наук, доцент, проректор по учебной работе
ГУО «Институт повышения квалификации и переподготовки
руководителей и специалистов промышленности
“Кадры индустрии”» *В. А. Стасюлевич*

Одиночко, В. Ф.

О-42 Прикладная механика литейного производства : учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства» / В. Ф. Одиночко. – Минск: БНТУ, 2019. – 71 с.

ISBN 978-985-583-047-5.

Учебно-методическое пособие разработано в соответствии с типовой программой дисциплины «Прикладная механика литейного производства». Содержит подробную методику использования программы «КОМПАС-3D» для построений планов положений, а также планов скоростей, ускорений и сил рычажного механизма.

УДК 539.3/.6+620.17(075.8)

ББК 30.12я7

ISBN 978-985-583-047-5

© Одиночко В. Ф., 2019

© Белорусский национальный
технический университет, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ	5
2. НАСТРОЙКА ПРОГРАММЫ «КОМПАС-3D»	6
3. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ МЕХАНИЗМА	7
4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА	26
4.1. Построение планов скоростей	26
4.2. Построение планов ускорений	38
5. КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА	48
6. ПЕЧАТЬ ГРАФИЧЕСКИХ ФАЙЛОВ ИЗ «КОМПАС-3D»	69
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	71

ВВЕДЕНИЕ

«КОМПАС» – семейство систем автоматизированного проектирования с возможностями оформления проектной и конструкторской документации согласно стандартам серии ЕСКД и СПДС.

Система разрабатывается российской компанией «Аскон». Название линейки является акронимом от фразы «КОМПлекс Автоматизированных Систем».

Система «КОМПАС-3D» предназначена для создания трехмерных ассоциативных моделей отдельных деталей и сборочных единиц, содержащих как оригинальные, так и стандартизованные конструктивные элементы. Параметрическая технология позволяет быстро получать модели типовых изделий на основе спроектированного ранее прототипа. Многочисленные сервисные функции облегчают решение вспомогательных задач проектирования и обслуживания производства. Стандартные виды автоматически строятся в проекционной связи. Данные в основной надписи чертежа (обозначение, наименование, масса) синхронизируются с данными из трехмерной модели. Имеется возможность связи трехмерных моделей и чертежей со спецификациями.

Для использования в личных и образовательных целях компания «Аскон» предлагает бесплатную упрощенную версию «КОМПАС-3D LT V12» [1], которую можно успешно использовать для графических построений при курсовом проектировании по учебной дисциплине «Прикладная механика литейного производства».

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Кинематическая схема плоского рычажного механизма представлена на рис. 1.1.

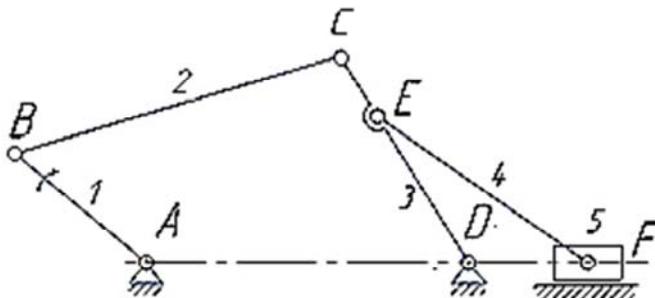


Рис. 1.1

Заданный механизм предназначен для преобразования равномерного **вращательного** движения кривошипа в **возвратно-поступательное** движение ползуна. Механизм включает входное звено 1 (кривошип), шатуны 2 и 4, коромысло 3 и выходное звено 5 (ползун). Исходные данные для расчетов и построений представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

l_{AB} , м	l_{BC} , м	l_{CD} , м	l_{DE} , м	l_{EF} , м	l_{AD} , м	m_1 , кг	m_2 , кг	m_4 , кг	m_5 , кг	I_{S_2} , кгм ²	I_{S_4} , кгм ²	P , Н
0,1	0,2	0,14	0,1	0,15	0,19	10	20	15	40	1,0	1,5	250

В табл. 1.1 буквами l и m обозначены соответственно длины и массы звеньев, буквами I – моменты инерции звеньев относительно осей, проходящих через центры их масс. Внешняя сила, приложенная к ползуну 5, обозначена буквой P .

Частота вращения кривошипа $n_1 = 140$ об/мин. Центр массы S_2 звена 2 расположен посередине звена. Центр массы S_4 звена 4 расположен на расстоянии, равном $1/3 l_{EF}$ от точки E . Масса звена 3 незначительна и поэтому не задана.

2. НАСТРОЙКА ПРОГРАММЫ «КОМПАС-3D»

Запустите программу «КОМПАС-3D LT V12». Щелчком на кнопке «Создать» (рис. 2.1) в меню «Файл» откройте окно диалога «Новый документ», выберите фрагмент (рис. 2.2.) и щелкните ОК.



Рис. 2.1



Рис. 2.2

На вкладке «Вид» выберите пункт «Панели инструментов» и в открывшемся списке поставьте пометки: «Стандартная», «Компактная панель», «Вид», «Текущее состояние», «Размеры» и «Геометрия».

На вкладке «Сервис» выберите пункт «Параметры» и щелчком мыши откройте окно диалога «Параметры». На вкладке «Система» найдите список «Графический редактор» и разверните его. Выберите пункт «Привязки» и щелкните левой кнопкой мыши. В окне диалога поставьте пометку «Все привязки» и щелкните ОК (рис. 2.3).

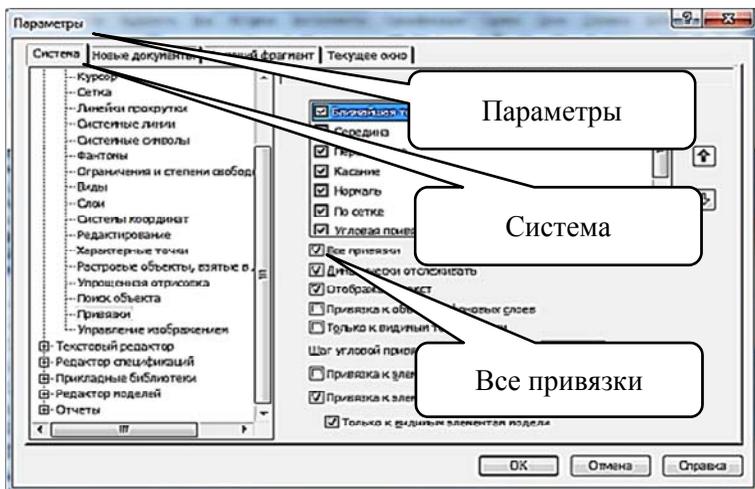


Рис. 2.3

3. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ МЕХАНИЗМА

Выполнение *кинематического* и *кинетостатического* анализов начните с построения *совмещенных планов* механизма в нескольких положениях входного звена, например, шести.

Для построения планов положения механизма определите масштабный коэффициент μ_l по формуле

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB},$$

где l_{AB} – *истинная длина* кривошипа; $l_{AB} = 0,1$ м (см. табл. 1.1);

AB – *отрезок*, изображающий на плане механизма длину кривошипа.

Длину отрезка AB задайте произвольно, например, 25 мм.

$$\mu_l = \frac{0,1}{25} = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Расстояние между неподвижными точками A и D на плане механизма определите по формуле

$$AD = \frac{l_{AD}}{\mu_l} = \frac{0,19}{0,004} = 47,5 \text{ мм}.$$

Длины отрезков BC , CD , DE и EF вычислите аналогично и запишите их размеры в табл. 3.1.

Таблица 3.1

AB , мм	BC , мм	CD , мм	DE , мм	EF , мм	AD , мм
25	50	35	25	32,5	47,5

Построение планов механизма выполняйте в соответствии с данными табл. 3.1 в масштабе 1:1. Начните с изображения траектории движения точки B , которая представляет собой окружность радиуса 25 мм.

Для построения окружности подведите указатель мыши на кнопку «Окружность» на панели инструментов «Геометрия» (рис. 3.1).



Рис. 3.1

Нажмите левую кнопку мыши и тем самым раскройте список команд «Окружность». Удерживая левую кнопку мыши нажатой, наведите указатель мыши на инструмент «Окружность» и отпустите кнопку (рис. 3.2).

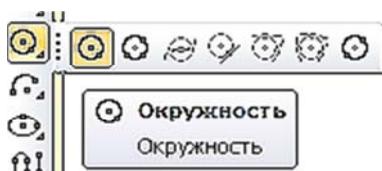


Рис. 3.2

На панели свойств укажите радиус 25, добавьте оси, выберите стиль линии «Пунктир 2» и введите нулевые координаты центра окружности (рис. 3.3).

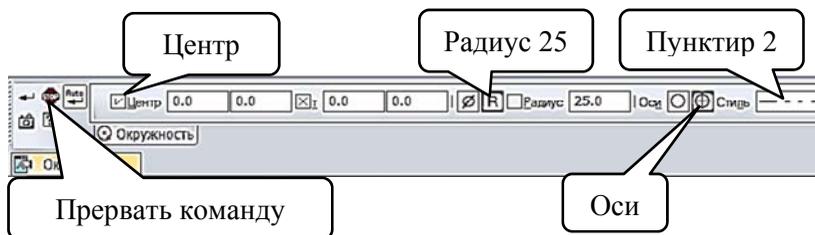


Рис. 3.3

Для ввода указанных данных щелкните левой кнопкой мыши в свободном месте фрагмента. Затем щелчком левой кнопкой мыши на кнопке «Прервать команду» (см. рис. 3.3) закончите построение.

Траектория точки *B* построена (рис. 3.4).

Точка *D* находится на расстоянии 47,5 мм правее точки *A* на горизонтальной оси, которую необходимо продлить в правую сторону. Для этого щелчком мыши на осевой линии выделите оси (рис. 3.5).

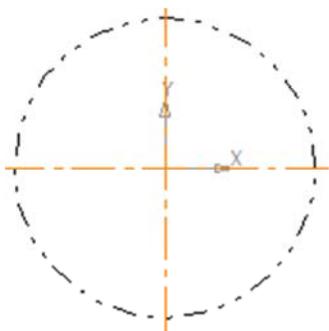


Рис. 3.4

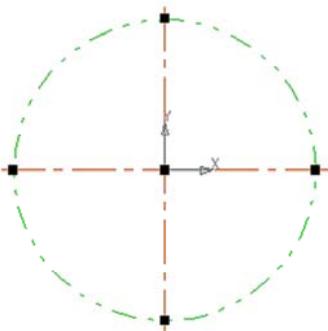


Рис. 3.5

Затем подведите указатель мыши к правому маркеру на горизонтальной оси, нажмите левую кнопку мыши и, удерживая ее нажатой, протяните вправо (рис. 3.6).

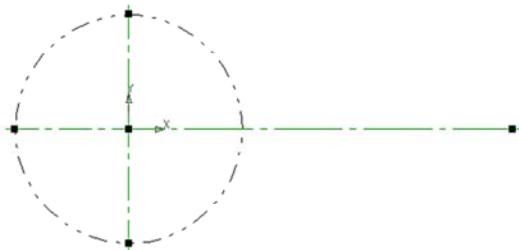


Рис. 3.6

Для определения положения точки D выберите инструмент «Точка» (рис. 3.7) на панели инструментов «Геометрия».



Рис. 3.7

Примечание. Выполнение команды «Точка на заданном расстоянии» с помощью инструмента «Точка» в «КОМПАС-3D LT V12» возможно только при условии совпадения центра окружности (тра-

ектории точки B) с точкой начала системы координат фрагмента, которая автоматически отображается в центре окна редактирования.

Поэтому на панели свойств укажите «Положение точки» 47,5 и 0,0, стиль точки «Вспомогательная точка» и сделайте двойной щелчок на кнопке «Создать объект» (Ctrl + Enter) (рис. 3.8).

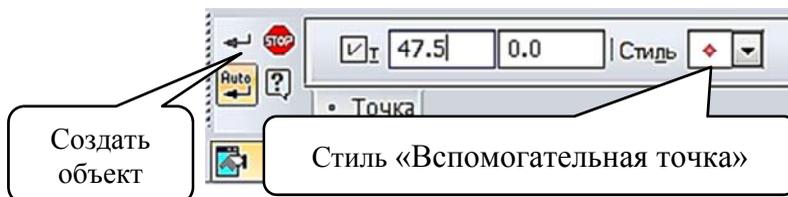


Рис. 3.8

Щелчком левой кнопкой мыши на кнопке «Прервать команду» закончите построение (рис. 3.9).

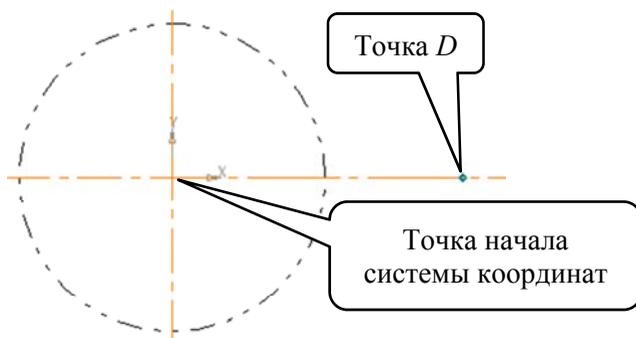


Рис. 3.9

Траекторией точки C будет дуга окружности радиуса 35 мм с центром в точке D . Постройте эту окружность.

В качестве начального первого плана механизма выберите план, соответствующий одному из **крайних положений выходного звена** (ползуна), например, крайнему правому. В этом положении кривошип AB и шатун BC направлены по одной линии и их суммарная длина составляет 75 мм. Проведите окружность радиуса 75 мм с центром в точке A и получите засечку на траектории точки C (рис. 3.10).

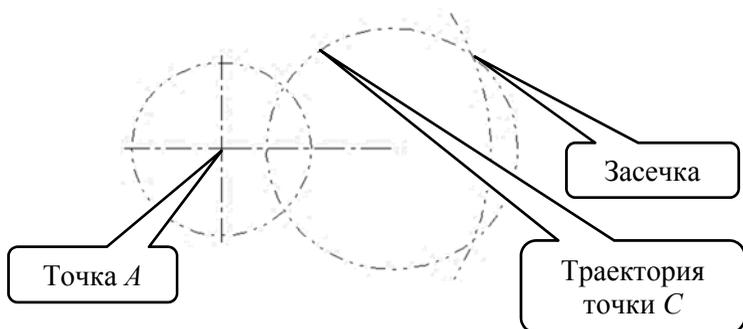


Рис. 3.10

Далее выберите инструмент «Вспомогательная прямая» (рис. 3.11) на панели инструментов «Геометрия».



Рис. 3.11

Проведите вспомогательную прямую через точку A и точку C . Для этого подведите указатель мыши в точку A (привязка «Ближайшая точка»), нажмите левую кнопку мыши и, удерживая ее нажатой, подведите к точке C (привязка «Пересечение»), отпустите левую кнопку мыши и затем щелкните на точке C (рис. 3.12).

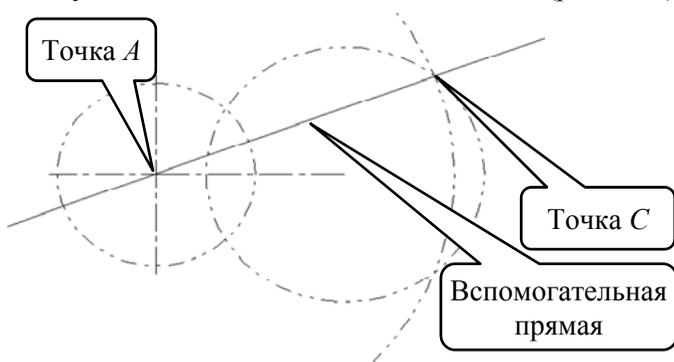


Рис. 3.12

Выберите инструмент «Отрезок» (рис. 3.13) на панели инструментов «Геометрия».



Рис. 3.13

На панели свойств выберите стиль линии «Основная».

Последовательно соедините отрезками точки A , B , C и D с использованием привязок «Пересечение» и «Ближайшая точка» (рис. 3.14).

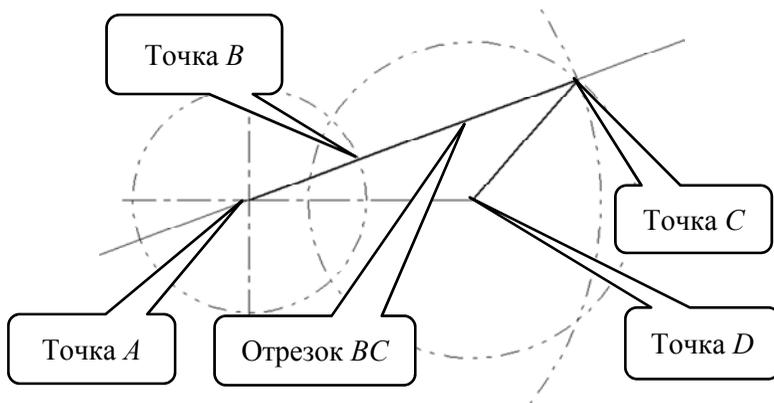


Рис. 3.14

Для завершения построения щелкните левой кнопкой мыши на кнопке «Прервать команду» (см. рис. 3.3).

Вспомогательные линии удалите. Для этого последовательно их выделяйте щелчками мыши и используйте клавишу «Delete» на клавиатуре (рис. 3.15).

Траекторией точки E является дуга окружности радиуса 25 мм с центром в точке D (см. табл. 3.1). Точка E лежит на пересечении этой окружности и отрезка DC (рис. 3.16).

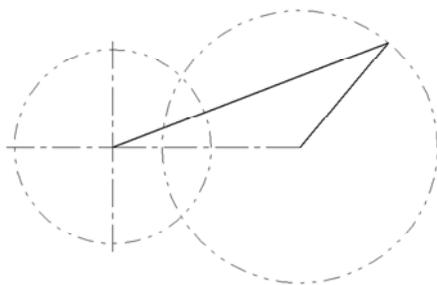


Рис. 3.15

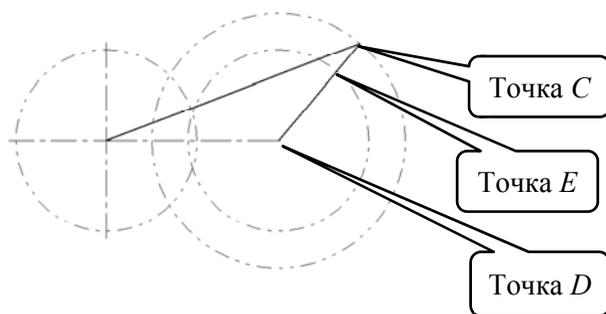


Рис. 3.16

Траекторией движения точки F является горизонтальная линия. Продлите эту линию вправо (см. рис. 3.6). Проведите окружность радиуса $37,5$ мм с центром в точке E (см. табл. 3.1). Точка пересечения этой окружности и горизонтальной линии – точка F (рис. 3.17).

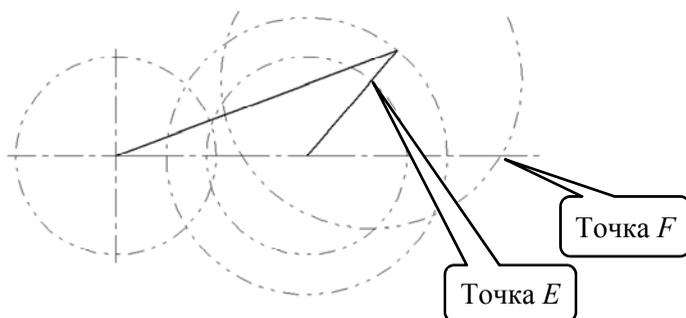


Рис. 3.17

Изобразите шатун EF , соединив точки E и F отрезком. Вспомогательные окружности удалите (рис. 3.18).

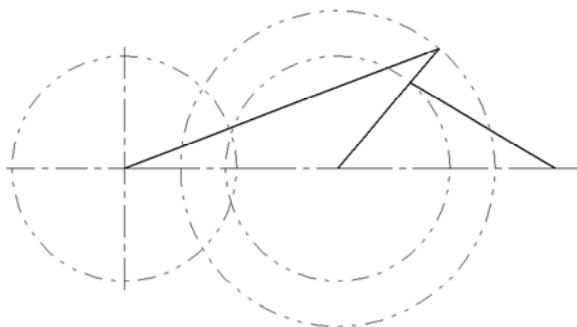


Рис. 3.18

Для построения остальных пяти планов механизма нужно разделить траекторию точки B на шесть равных частей с помощью инструмента «Точки по кривой» (рис. 3.19) на активизированной панели инструментов «Геометрия».

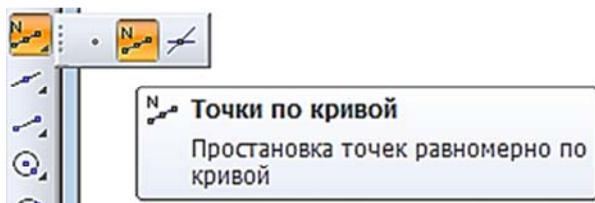


Рис. 3.19

Для этого на панели свойств выберите количество участков 6 и стиль точки «Вспомогательная точка» (рис. 3.20).

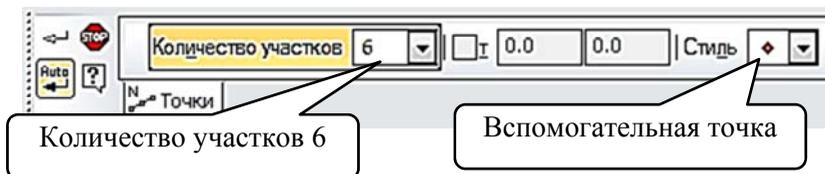


Рис. 3.20

Щелкните на точке B . Окружность (траектория точки B) разделится точками на шесть равных частей (рис. 3.21).

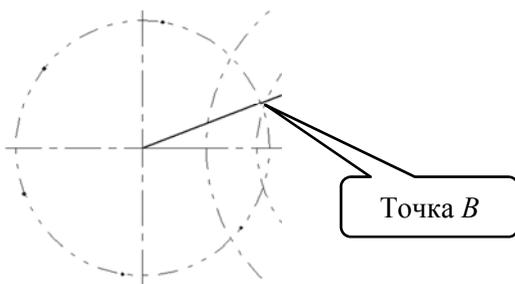


Рис. 3.21

Полученные точки B соедините с точкой A отрезками (рис. 3.22).

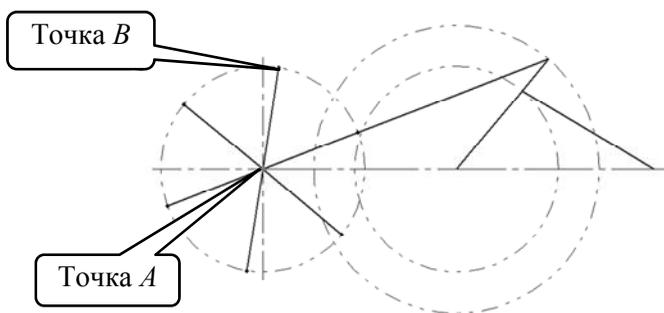


Рис. 3.22

Используйте геометрический калькулятор для определения положения точек C . Для этого выберите инструмент «Отрезок». Щелчком правой кнопки мыши в поле «Длина» на панели свойств вызовите контекстное меню, в котором выберите пункт «Длина кривой» (рис. 3.23). Щелкните левой кнопкой мыши на отрезке BC (см. рис. 3.14). Соедините одну из точек B (см. рис. 3.22) отрезком с траекторией точки C , используя привязки «Точка на кривой» и «Пересечение».

Так как геометрический калькулятор позволяет провести только одну линию заданной длины, повторите эту операцию для построения всех остальных отрезков BC (рис. 3.24).

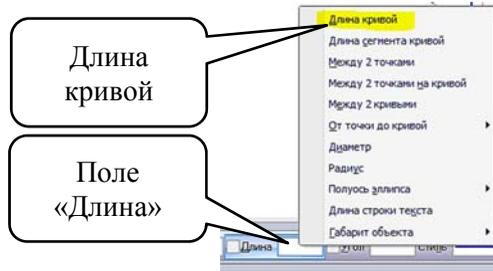


Рис. 3.23

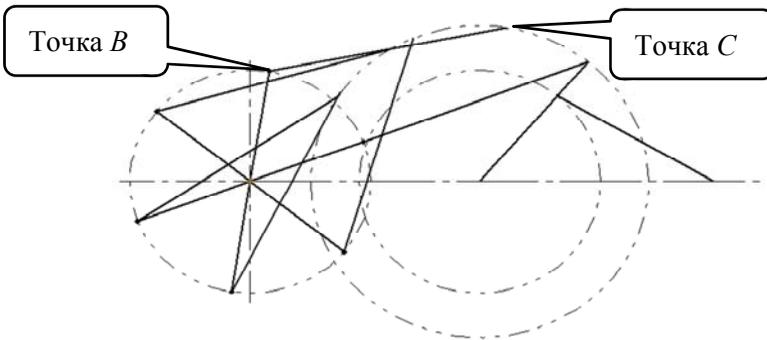


Рис. 3.24

Отобразите коромысло CD в остальных пяти положениях механизма (рис. 3.25), соединяя отрезками точки C со стойкой D аналогично, как и при построении кривошипа AB (см. рис. 3.22).

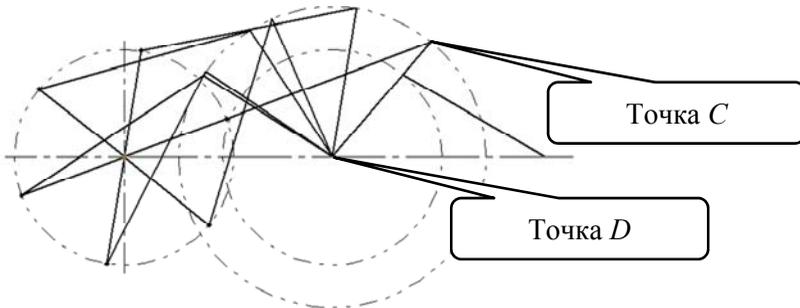


Рис. 3.25

Затем при помощи геометрического калькулятора (см. рис. 3.23) отобразите отрезками шатун EF в остальных пяти положениях, используя привязку «Пересечение» с траекторией точки F (рис. 3.26).

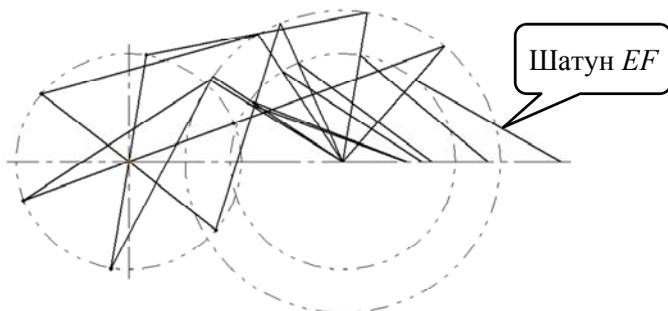


Рис. 3.26

Кинематические пары в точках A, B, C, D, E и F изобразите в виде окружностей нужного радиуса (обычно 1–3 мм в зависимости от масштабного коэффициента μ_l), используя привязки «Ближайшая точка» к точкам A, B, C, D, E и F (рис. 3.27).

Для усечения лишних линий внутри полученных окружностей щелчком мыши на кнопке «Редактирование» (рис. 3.28) на панели инструментов «Компактная панель» активизируйте панель инструментов «Редактирование».

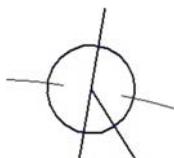


Рис. 3.27



Рис. 3.28

Щелчком мыши раскройте список команд для усечения кривых, выберите инструмент «Усечь кривую» (рис. 3.29) и щелчками мыши на ненужных линиях удалите их (рис. 3.30).

Для отображения на планах механизма кинематических пар в точках E изобразите вторую окружность радиусом 3–5 мм концентричную с первой (рис. 3.31). При этом используйте привязки

«Ближайшая точка» к точкам *E*. С помощью инструмента «Усечь кривую» удалите ненужные линии (рис. 3.32).

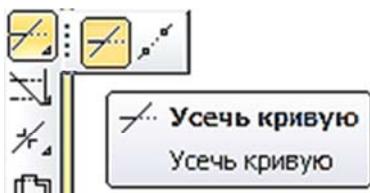


Рис. 3.29

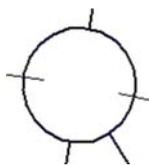


Рис. 3.30

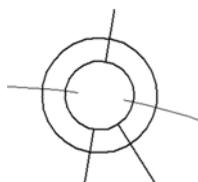


Рис. 3.31

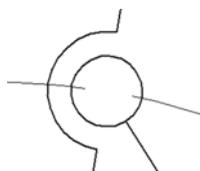


Рис. 3.32

Для изображения ползуна выберите инструмент «Прямоугольник» на панели инструментов «Геометрия» (рис. 3.33).



Рис. 3.33

На панели свойств задайте высоту и ширину прямоугольника (например, высота 5,0 и ширина 10,0; рис. 3.34).

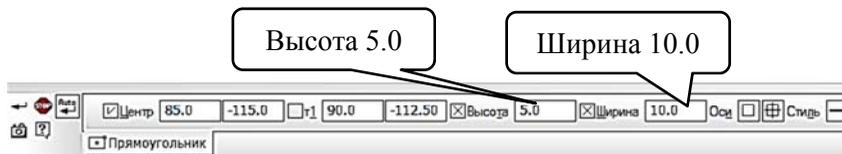


Рис. 3.34

Используя привязку «Ближайшая точка» в крайнем правом положении ползуна, нарисуйте ползун и, используя инструмент «Усечь кривую» (см. рис. 3.29), удалите лишние линии (рис. 3.35).

Далее выберите инструмент «Прямоугольник» и нарисуйте под ползуном прямоугольник произвольного размера (рис. 3.36).

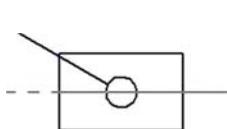


Рис. 3.35

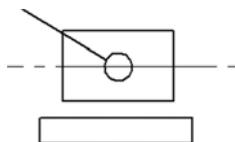


Рис. 3.36

На панели «Геометрия» выберите инструмент «Штриховка» (рис. 3.37).

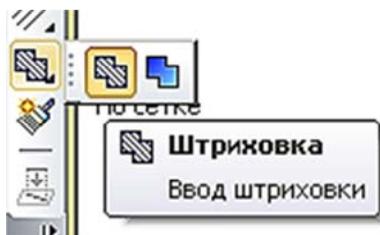


Рис. 3.37

На панели свойств выберите стиль металл, шаг штриховки (например 1,0), угол 45,0 (рис. 3.38), щелкните левой кнопкой мыши в пределах прямоугольника (см. рис. 3.36), нажмите комбинацию клавиш **Ctrl + Enter** или в контекстном меню выполните команду «Создать штриховку».



Рис. 3.38

Щелчком на кнопке «Штриховка» на панели «Геометрия» отмените штриховку. Щелчком мыши на контурной линии выделите прямоугольник и удалите его (штриховка должна остаться). Постройте над штриховкой отрезок (стиль «Основная линия», рис. 3.39).

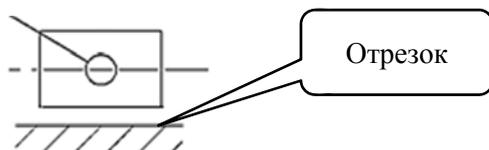


Рис. 3.39

Для изображения неподвижной стойки (точки A) отрезками нарисуйте изображение стойки, используя привязки «Ближайшая точка» и «Выравнивание» (рис. 3.40). Заштрихуйте прямоугольник в нижней части стойки (см. рис. 3.37) и удалите с помощью инструмента «Усечь кривую» (см. рис. 3.29) ненужные линии. Стойка построена (рис. 3.41).

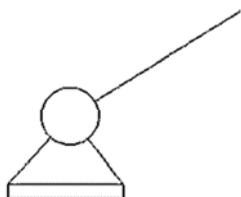


Рис. 3.40

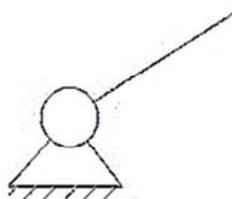


Рис. 3.41

Для отображения подобной стойки в точке D скопируйте построенную стойку. Для копирования стойки мышью выделите все линии стойки щелчками левой кнопки мыши, удерживая нажатой клавишу $Ctrl$. Затем установите указатель мыши так, чтобы его «ловушка» захватывала выделенную окружность (кинематическую пару). Нажмите левую кнопку мыши и, удерживая ее нажатой, перетащите фантом стойки в точку D , используя привязку «Ближайшая точка». Отпустите левую кнопку мыши. Щелкните левой кнопкой мыши на свободном месте окна документа.

На панели инструментов «Компактная панель» щелчком мыши на кнопке «Обозначения» активизируйте панель инструментов

«Обозначения» (рис. 3.42). Щелкните на кнопке «Ввод текста» на панели инструментов «Обозначения» (рис. 3.43).



Рис. 3.42



Рис. 3.43

Далее щелчком левой кнопкой мыши в любом свободном месте окна документа введите текстовое поле. Убедитесь, что на панели свойств во вкладке «Формат» выбран шрифт «GOST type A», высота символов (например, 2,50; рис. 3.44).

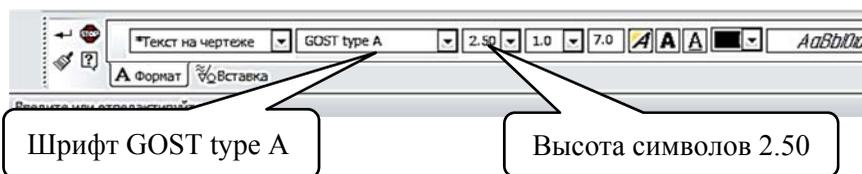


Рис. 3.44

Далее напишите в текстовом поле букву, например, B_2 . Для того, чтобы вписать нижний индекс щелчком мыши, активируйте на панели свойств вкладку «Вставка» (рис. 3.45) и выберите «Вставить индекс средней высоты».

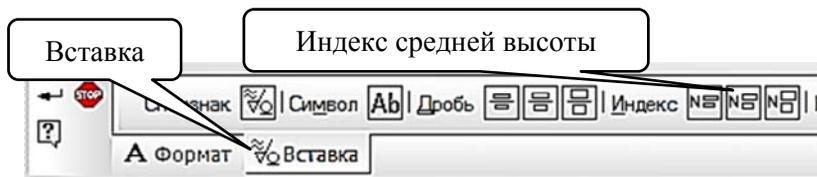


Рис. 3.45

Примечание. Для перехода на нижний индекс, в случае если программа предложит верхний индекс, нажмите на клавиатуре клавишу «Стрелка вправо» и впишите в текстовое поле нужную цифру. Аналогично напишите обозначения других точек на планах механизма.

Примечание. Если недостаточно места для обозначения точки и текст оказывается поверх линий плана (рис. 3.46), проделайте следующие действия:

1. Выделите текст щелчком левой кнопки мыши.
2. Вызовите контекстное меню щелчком правой кнопки мыши.
3. В контекстном меню снимите пометку с пункта «Очистить фон» (рис. 3.47).

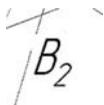


Рис. 3.46

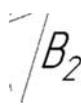


Рис. 3.47

Траектории движения точек C и E представляют собой дуги. Для отображения этих дуг выберите инструмент «Отрезок» и нарисуйте два отрезка (отрезок 1 и отрезок 2), как это показано на рис. 3.48.

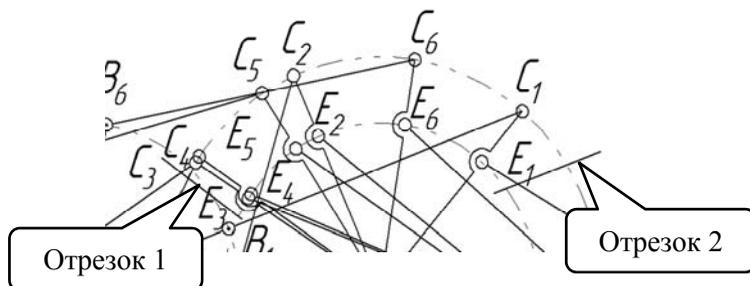


Рис. 3.48

Далее при помощи инструмента «Усечь кривую» удалите лишние части окружностей и вспомогательные отрезки 1 и 2 (рис. 3.49).

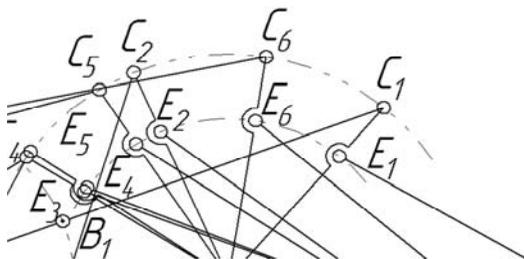


Рис. 3.49

Для отображения дугообразной стрелки активизируйте панель инструментов «Геометрия» и выберите инструмент «Дуга по 2 точкам и углу раствора» (рис. 3.50).



Рис. 3.50

На панели свойств введите в поле «Угол» значение 120,0. Выберите направление дуги «По часовой стрелке», стиль – «Основная» (рис. 3.51).



Рис. 3.51

На звене *l* в любом свободном месте нарисуйте дугу. Радиус дуги и ее положение на звене выберите произвольно, но так, чтобы размеры дуги получились соизмеримыми с размерами звена *l*. Щелкните на кнопке «Прервать команду».

Активизируйте панель инструментов «Геометрия» и выберите инструмент «Отрезок». С помощью двух отрезков произвольной длины с использованием привязки «Выравнивание» дорисуйте стрелку (рис. 3.52). Щелкните на кнопке «Прервать команду».

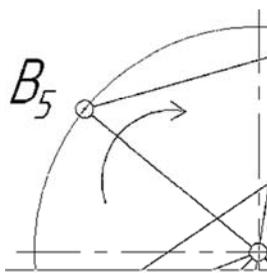


Рис. 3.52

Для отображения символа масштабного коэффициента μ выберите инструмент «Ввод текста» (см. рис. 3.43). На вкладке «Вставка» на панели свойств выберите «Символ Ω ». В открывшемся окне задайте шрифт «Times New Roman» и набор символов «Греческий и Коптский» (рис. 3.53). Выделите символ μ и щелкните ОК.

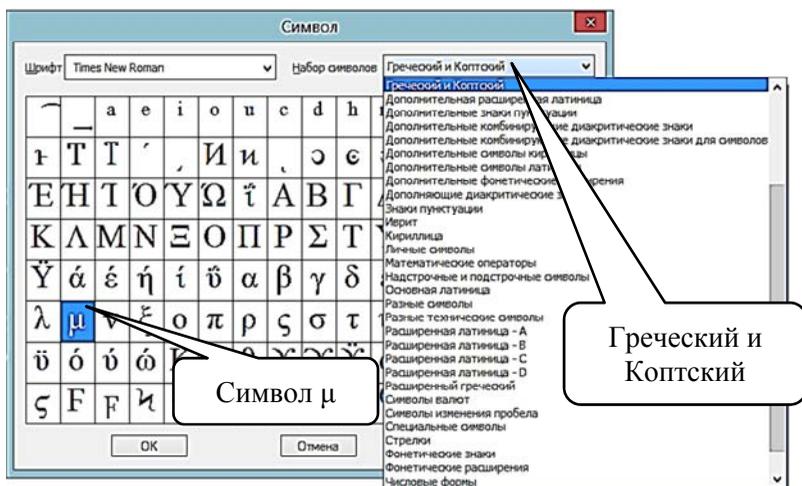


Рис. 3.53

Используя инструмент «Ввод текста» (см. рис. 3.43), впишите с клавиатуры значение масштабного коэффициента. Размерность м/мм вставьте при помощи инструмента «Дробь» на вкладке «Вставка» на панели свойств, используя дробь средней высоты (рис. 3.54). Для перемещения по дроби используйте клавиши «Стрелка вправо» на клавиатуре.

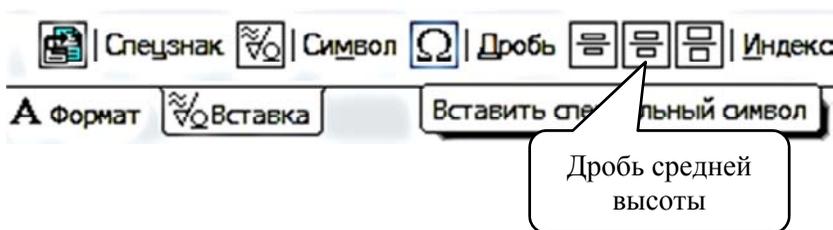


Рис. 3.54

В результате проделанных действий получится надпись (рис. 3.55).

$$\mu_l = 0,004 \frac{M}{MM}$$

Рис. 3.55

Планы механизма построены (рис. 3.56).

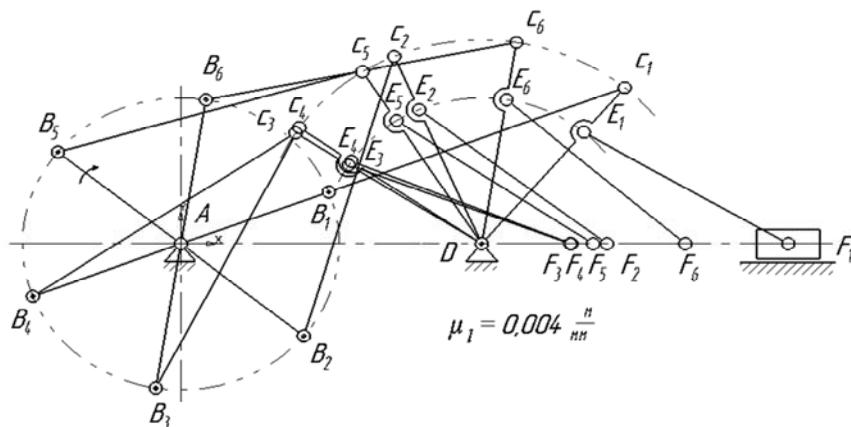


Рис. 3.56

4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

4.1. Построение планов скоростей

Целью кинематического анализа является определение ускорений центров масс и угловых ускорений звеньев механизма в нескольких положениях ведущего звена. В данном учебно-методическом пособии в учебных целях методика выполнения построений планов скоростей и ускорений в «КОМПАС-3D» показана только для одного (пятого) положения механизма. Поэтому на ранее построенных совмещенных планах механизма (см. рис. 3.56) выделите и удалите все, что не относится к пятому положению (кроме ползуна со стойкой). Затем выделите ползун со стойкой, перетащите его из точки F_1 в точку F_5 . Добавьте номера звеньев (1, 2, 3, 4 и 5). Неподвижные звенья (стойки) обозначьте цифрой 0. Кинематические пары на планах механизма обозначьте прописными буквами (рис. 4.1).

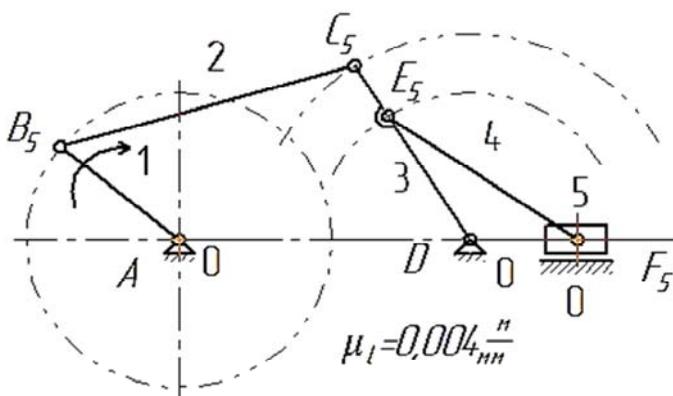


Рис. 4.1

После окончания построений откройте меню «Вид», выберите пункт «Обновить изображение (Ctrl + F9)» (рис. 4.2) и щелкните левой кнопкой мыши.

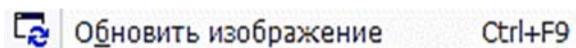


Рис. 4.2

Построение плана скоростей начните с построения полюса p_v в непосредственной близости с планом механизма. Для построения полюса используйте инструмент «Точка» (см. рис. 3.7) на активизированной панели инструментов «Геометрия».

Стиль точки «Вспомогательная точка» выберите в списке стилей на панели свойств (см. рис. 3.8). Отобразите точку щелчком мыши в любом месте окна документа рядом с планом механизма.

Активизируйте панель инструментов «Обозначения» (см. рис. 3.42) и выберите инструмент «Ввод текста» (см. рис. 3.43). Щелкните левой кнопкой мыши в любом свободном месте чертежа. Убедитесь, что на панели свойств во вкладке «Формат» выбран шрифт «GOST type A», высота символов, например, 2,50 (см. рис. 3.44). **В отличие от обозначений точек на планах механизма обозначения точек на планах скоростей выполняются строчными буквами.**

Напишите в текстовом поле букву p . Для отображения нижнего индекса v щелчком мыши активируйте закладку «Вставка» на панели свойств и выберите «Вставить индекс средней высоты» (см. рис. 3.45).

При помощи клавиши «Стрелка вправо» на клавиатуре переключитесь на нижний индекс и проставьте с клавиатуры букву v .

Точки A и D механизма неподвижны. Их скорости равны нулю. Поэтому точки a и d также находятся в полюсе. Впишите буквы a и d в текстовое поле с клавиатуры. Щелкните на кнопке «Прервать команду» (см. рис. 3.3).

Выделите полученную надпись и перетащите ее с помощью мыши к полюсу (рис. 4.3). Щелчком на свободном месте окна документа отмените выделение.

В соответствии с исходными данными (см. табл. 1.1) кривошип l вращается с постоянной частотой $n_1 = 140$ об/мин. Угловая скорость кривошипа будет равна

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 140}{30} = 14,66 \text{ с}^{-1}.$$

Модуль вектора скорости точки B равен

$$V_B = \omega_1 l_{AB} = 14,66 \cdot 0,1 = 1,466 \text{ м/с}.$$

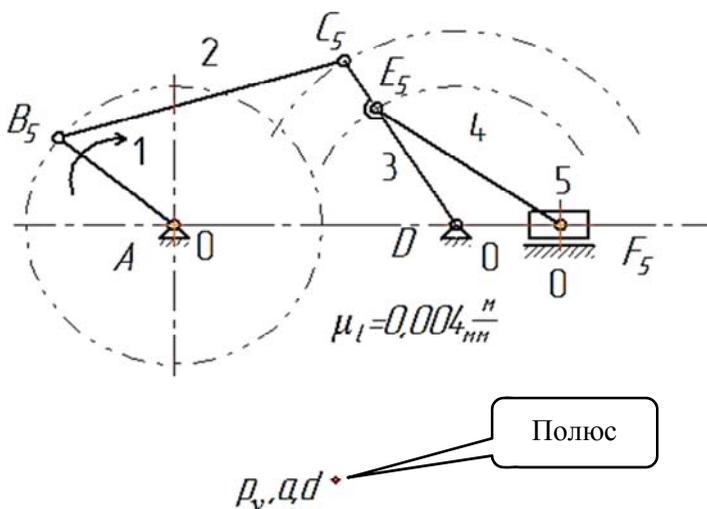


Рис. 4.3

Масштабный коэффициент скорости принимается произвольно, например, $\mu_v = 0,04 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Длина вектора скорости $p_v b$ на плане скоростей будет равна

$$p_v b = \frac{V_B}{\mu_v} = \frac{1,466}{0,04} = 36,65 \text{ мм.}$$

Вектор скорости $p_v b$ направлен по касательной к траектории движения точки B перпендикулярно кривошипу AB на плане механизма в направлении угловой скорости ω_1 .

Выберите инструмент «Перпендикулярный отрезок» на панели инструментов «Геометрия» (рис. 4.4).

На панели свойств задайте стиль «Тонкая линия» (рис. 4.5).

Щелкните на звене AB на плане механизма (звено выделится красным цветом). Используя привязку «Ближайшая точка», щелкните на точке p_v . В поле «Длина» на панели свойств запишите длину отрезка $p_v b$ (36,65 мм), направьте отрезок из полюса в сторону кривошипа AB и щелкните левой кнопкой мыши (рис. 4.6). Закон-

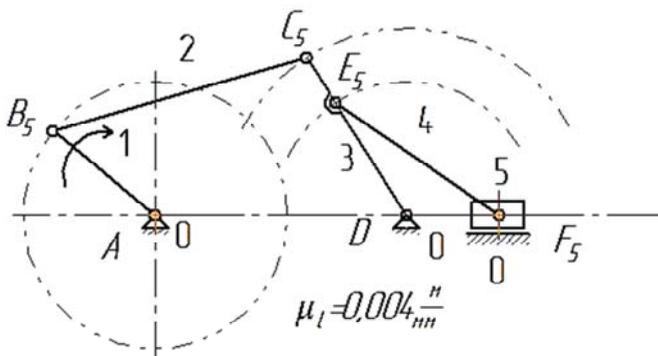
чите построение щелчком левой кнопкой мыши на кнопке «Прервать команду» (см. рис. 3.3).



Рис. 4.4



Рис. 4.5



P_v, q, d

Рис. 4.6

Обозначьте конец полученного отрезка строчной буквой b (рис. 4.7).

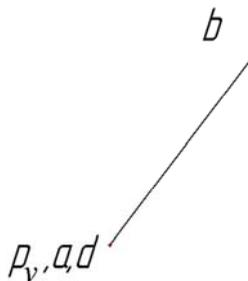


Рис. 4.7

Шатун BC движется плоскопараллельно, поэтому на основании теоремы «О сложении скоростей», вектор скорости точки C можно определить из векторного уравнения $\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}$.

В данном векторном уравнении скорость \vec{V}_B является переносной, а \vec{V}_{CB} – относительной скоростью. Неизвестные по модулю, но известные по направлению, векторы \vec{V}_C и \vec{V}_{CB} подчеркните одной чертой, вектор \vec{V}_B известный по модулю и направлению – двумя:

$$\underline{\vec{V}_C} = \underline{\underline{\vec{V}_B}} + \underline{\vec{V}_{CB}}.$$

Вектор \vec{V}_C перпендикулярен коромыслу CD , а вектор \vec{V}_{CB} – шатуну BC .

Векторное уравнение решается графически. Для удобства построений воспользуйтесь вспомогательными линиями с помощью инструмента «Перпендикулярная прямая» на панели инструментов «Геометрия» (рис. 4.8).

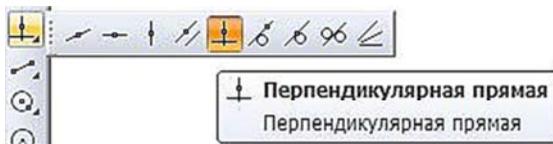


Рис. 4.8

Для проведения вспомогательной линии через точку b на плане скоростей перпендикулярно шатуну BC на плане механизма щелкните на звене BC (звено выделится красным цветом). Используя привязку «Ближайшая точка» в точке b , щелчком мыши отобразите вспомогательную перпендикулярную прямую и щелкните на ней левой кнопкой мыши. Вспомогательная прямая выделится красным цветом (рис. 4.9).

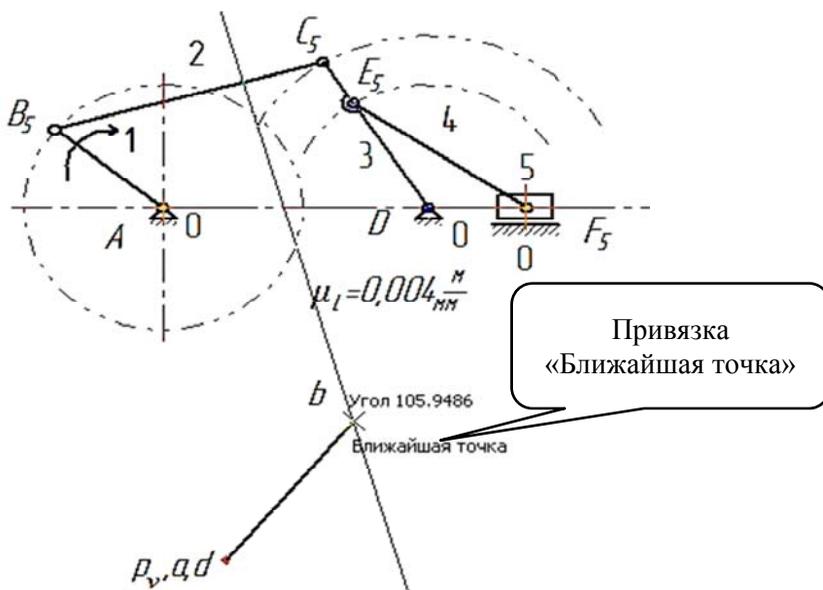


Рис. 4.9

Аналогично выполните построение вспомогательной линии, проходящей через полюс p_v перпендикулярно коромыслу CD . Точка пересечения вспомогательных прямых – точка c на плане скоростей. Обозначьте эту точку. Завершите построение вспомогательных линий щелчком на кнопке «Прервать команду» (см. рис. 3.3).

Отобразите стрелки на векторах скоростей с помощью линий-выносок. Для этого активизируйте панель инструментов «Обозначения» (см. рис. 3.7) и выберите инструмент «Линия-выноска» (рис. 4.10).

Линию-выноску на плане скоростей проводите в направлении, противоположном направлению вектора. То есть, например, для изображения стрелки, направленной от полюса p_v к точке b , исполь-

зуя привязки «Ближайшая точка», щелкните на точке b , а затем на точке p_v . Для завершения построений каждой из стрелок щелкайте на кнопке «Создать объект (Ctrl + Enter)» (см. рис. 3.8).



Рис. 4.10

Вспомогательные линии выделите и удалите (рис. 4.11).

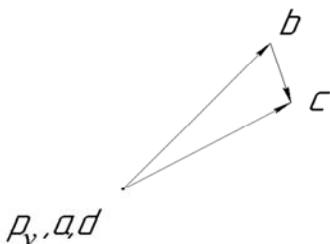


Рис. 4.11

Положение точки e на плане скоростей определяется на основании **теоремы подобия**. Так как точка E лежит на звене CD , то на плане скоростей точка e будет находиться на отрезке $p_v c$ и будет делить его в той же **пропорции**, в какой точка E делит звено CD , то есть

$$\frac{p_v e}{p_v c} = \frac{l_{DE}}{l_{CD}}.$$

На панели инструментов «Измерения (2D)» выберите инструмент «Расстояние между 2 точками» (рис. 4.12).

Для измерения отрезка $p_v c$ на плане скоростей щелкните на точке p_v , а затем на точке c , используя привязки «Ближайшая точка».

Результат измерения $L1 = 31,344940$ мм отобразится в окне «Информация» (рис. 4.13).

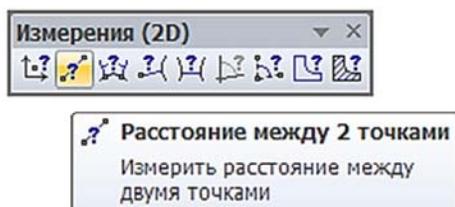


Рис. 4.12

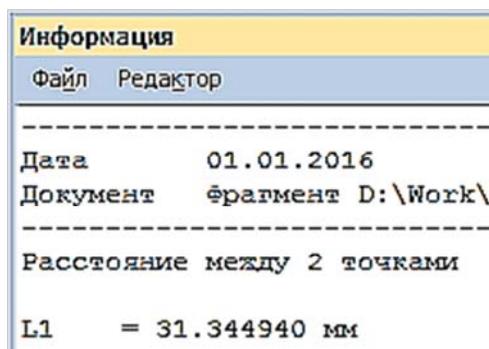


Рис. 4.13

Длина отрезка $p_v e$ будет равна

$$p_v e = p_v c \frac{l_{DE}}{l_{CD}} = 31,35 \cdot \frac{0,1}{0,14} = 22,39 \text{ мм.}$$

Выберите инструмент «Отрезок» на панели инструментов «Геометрия» (см. рис. 3.7). Укажите на панели свойств в поле «Длина» 22,39, «Стиль линии» – «Основная». Отобразите этот отрезок как вспомогательный на векторе $p_v c$, используя для начала отрезка привязку «Ближайшая точка» к точке p_v и привязку «Точка на кривой» для конца. Щелкните на кнопке «Создать объект (Ctrl+Enter)» (см. рис. 3.8).

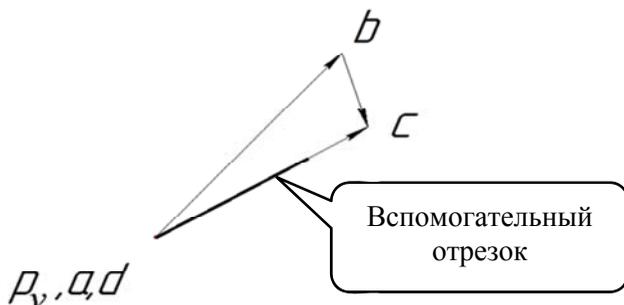


Рис. 4.14

Отобразите точку e на векторе $p_v c$ с помощью инструмента «Точка» на панели инструментов «Геометрия». «Стиль точки» – «Вспомогательная точка». Для этого щелкните на конце только что отображенного вспомогательного отрезка, используя привязку «Ближайшая точка». Щелкните на кнопке «Прервать команду».

Выделите вспомогательный отрезок и удалите его. Полученную точку обозначьте буквой e (рис. 4.15).

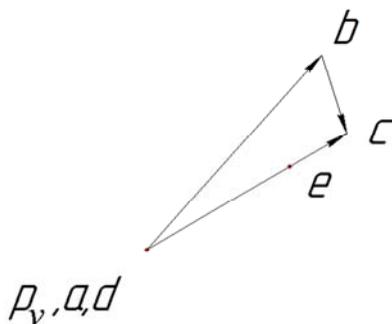


Рис. 4.15

Составьте векторное уравнение:

$$\underline{\underline{\vec{V}_F}} = \underline{\underline{\vec{V}_E}} + \underline{\underline{\vec{V}_{FE}}}.$$

В этом уравнении \vec{V}_E является переносной скоростью, а \vec{V}_{FE} – относительной. Вектор скорости \vec{V}_F – горизонтален, а вектор скорости \vec{V}_{FE} – перпендикулярен шатуну EF . Неизвестные по модулю векторы \vec{V}_F и \vec{V}_{FE} подчеркнуты одной чертой, вектор \vec{V}_E , известный по модулю и направлению – двумя.

Векторное уравнение решается графически с использованием вспомогательных линий «Перпендикулярная прямая» и «Горизонтальная прямая» (рис. 4.16).

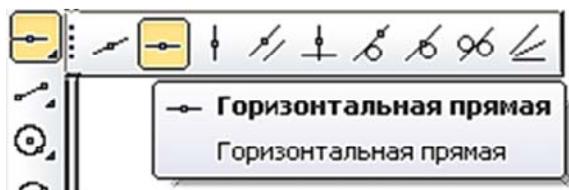


Рис. 4.16

Проведите вспомогательную прямую перпендикулярно шатуну EF через точку e , используя привязку «Ближайшая точка». Через полюс p_v проведите вспомогательную горизонтальную прямую, используя привязку «Ближайшая точка». Щелкните на кнопке «Прервать команду».

Точка пересечения вспомогательных прямых является точкой f плана скоростей. Обозначьте ее. Стрелки на векторах $p_v e$, $p_v f$ и $e f$ изобразите с помощью линий-выносок. Удалите вспомогательные линии.

Выберите инструмент «Ввод текста» на панели инструментов «Обозначения» (см. рис. 3.43) и перейдите на вкладку «Вставка» панели свойств. Далее выберите «Символ Ω ». В открывшемся окне задайте шрифт «Times New Roman» и набор символов «Греческий и Коптский» (см. рис. 3.53). Выделите символ μ и щелкните ОК.

Используя инструмент «Ввод текста», запишите с клавиатуры значение масштабного коэффициента $\mu_v = 0,04 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$. Используйте инструмент «Вставить дробь (средней высоты)» на вкладке «Вставка» панели свойств (см. рис. 3.54).

Для перемещения указателя мыши от числителя к знаменателю дроби используйте клавишу «Стрелка вправо» на клавиатуре. Полученная надпись представлена на рис. 4.17.

$$\mu_v = 0,04 \frac{M/C}{MM}$$

Рис. 4.17

План скоростей для пятого положения механизма построен (рис. 4.18).

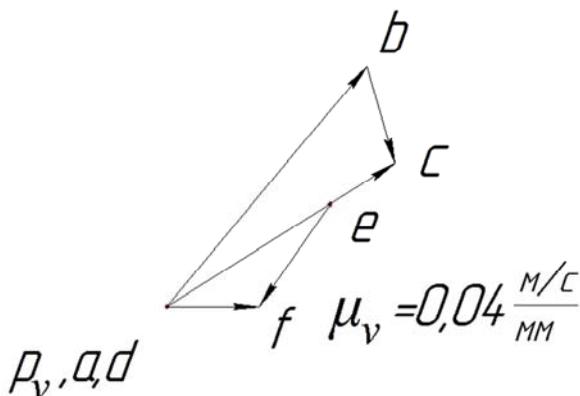


Рис. 4.18

Постройте таблицу результатов. Для этого на инструментальной панели «Обозначения» выберите инструмент «Ввод таблицы» (рис. 4.19).



Рис. 4.19

Щелкните на любом свободном месте окна документа. В окне диалога «Создать таблицу» задайте 2 строки, 10 столбцов, ширина столбца – 15 мм, высота – 10 мм. Щелкните ОК. Далее, используя инструмент «Ввод текста» (см. рис. 3.43–3.45), заполните первую строку таблицы в соответствии с образцом (табл. 4.1).

Таблица 4.1

$\omega_1,$ с^{-1}	$V_B,$ м/с	$V_{CB},$ м/с	$V_C,$ м/с	$V_E,$ м/с	$V_{FE},$ м/с	$V_F,$ м/с	$\omega_2,$ с^{-1}	$\omega_3,$ с^{-1}	$\omega_4,$ с^{-1}

Над таблицей напишите заголовок «Значения скоростей».

Запишите в таблицу уже известные значения ω_1 и V_B .

Измерьте длины векторов $p_{ve}, p_{vc}, p_{vf}, bc$ и ef на плане скоростей (см. рис. 4.12, 4.13, 4.18). Полученные значения перемножьте на масштабный коэффициент μ_v . Результаты вычислений впишите в табл. 4.2.

Таблица 4.2

$\omega_1,$ с^{-1}	$V_B,$ м/с	$V_{CB},$ м/с	$V_C,$ м/с	$V_E,$ м/с	$V_{FE},$ м/с	$V_F,$ м/с	$\omega_2,$ с^{-1}	$\omega_3,$ с^{-1}	$\omega_4,$ с^{-1}
-4,66	1,466	0,48	1,25	0,9	0,58	0,43	-2,4	-8,93	-3,87

Определите угловые скорости звеньев 2, 3 и 4.

Угловая скорость шатуна 2 равна

$$\omega_2 = \frac{V_{CB}}{l_{BC}} = \frac{0,48}{0,2} = 2,4 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость коромысла 3 равна

$$\omega_3 = \frac{V_{CD}}{l_{CD}} = \frac{1,25}{0,14} = 8,93 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость шатуна 4 равна

$$\omega_4 = \frac{V_{FE}}{l_{EF}} = \frac{0,58}{0,15} = 3,87 \text{ с}^{-1}.$$

Результаты вычислений запишите в табл. 4.2.

Знак минус перед значением угловой скорости свидетельствует о ее направлении по ходу часовой стрелки.

Данные из табл. 4.2 запишите в таблицу, ранее созданную в окне документа «КОМПАС-3D».

4.2. Построение планов ускорений

Построение плана ускорений начинается с отображения полюса p_a в непосредственной близости с планом механизма. Точки A и D на плане механизма неподвижны. Их ускорения равны нулю, поэтому точки a и d также находятся в полюсе (рис. 4.20).



Рис. 4.20

Масштабный коэффициент ускорения выбирается произвольно, например:

$$\mu_a = 0,4 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$$

Точка B движется с постоянной угловой скоростью по окружности, и ее ускорение равно $a_B = \omega_1^2 l_{AB} = -14,66^2 \cdot 0,1 = 21,49 \text{ м/с}^2$.

Длина вектора ускорения точки B (на плане ускорений) будет равна

$$p_a b = \frac{a_B}{\mu_a} = \frac{21,49}{0,4} = 53,73 \text{ мм.}$$

На плане ускорений вектор ускорения точки B **параллелен** кривошипу AB и **направлен** из полюса p_a в направлении **от точки B к точке A на плане механизма**.

Для построения вектора ускорения точки B используйте инструмент «Параллельный отрезок» на панели инструментов «Геометрия».

Задайте стиль отрезка «Тонкая линия» и из полюса p_a отложите отрезок длиной 53,73 мм. Конец отрезка обозначьте буквой b (рис. 4.21).

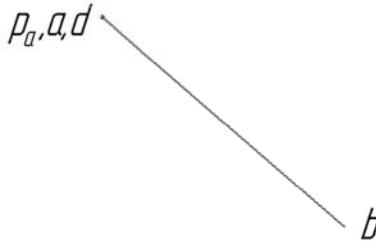


Рис. 4.21

Точка C одновременно принадлежит шатуну BC и коромыслу CD . На основании теоремы «О сложении ускорений» можно записать следующие векторные уравнения для определения ускорения точки C :

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau;$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{CD}^n + \vec{a}_{CD}^\tau.$$

Приравняйте их правые части и подчеркните **неизвестные по модулю** векторы одной чертой, а **известные по модулю и направлению** векторы – двумя:

$$\underline{\vec{a}_B} + \underline{\vec{a}_{CB}^n} + \underline{\vec{a}_{CB}^\tau} = \underline{\vec{a}_{CD}^n} + \underline{\vec{a}_{CD}^\tau}.$$

Полученное уравнение с двумя неизвестными может быть решено графически.

Вектор \vec{a}_{CB}^n **параллелен** шатуну BC и направлен от точки C к точке B . Вектор \vec{a}_{CD}^n **параллелен** коромыслу CD и направлен от точки C к точке D .

Модули нормальных составляющих относительных ускорений равны:

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{BC} = 2,4^2 \cdot 0,2 = 1,15 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{CD}^n = \omega_3^2 l_{CD} = 8,93^2 \cdot 0,14 = 11,16 \text{ м/с}^2.$$

Запишите значения a_B , a_{CB}^n и a_{CD}^n в табл. 4.3.

Таблица 4.3

$a_B, \text{ м/с}^2$	$a_{CB}^n, \text{ м/с}^2$	$a_{CD}^n, \text{ м/с}^2$
21,49	1,15	11,16

Проведите вспомогательные параллельные прямые через точки b и d на плане ускорений соответственно параллельно звеньям BC и CD .

Отложите из точки b параллельно шатуну BC , используя привязки «Ближайшая точка» и «Точка на кривой», отрезок bn_2 , равный

$$bn_2 = \frac{a_{CB}^n}{\mu_\alpha} = \frac{1,15}{0,4} = 2,875 \text{ мм.}$$

Обозначьте конец отрезка n_2 (рис. 4.22).

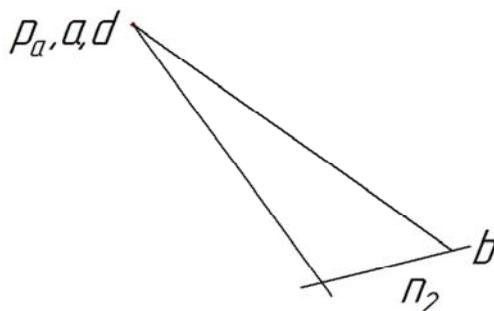


Рис. 4.22

Далее из полюса p_a параллельно коромыслу CD отложите отрезок dn_3 , равный

$$dn_3 = \frac{a_{CD}^n}{\mu_\alpha} = \frac{11,16}{0,4} = 27,9 \text{ мм.}$$

Обозначьте его конец n_3 (рис. 4.23).

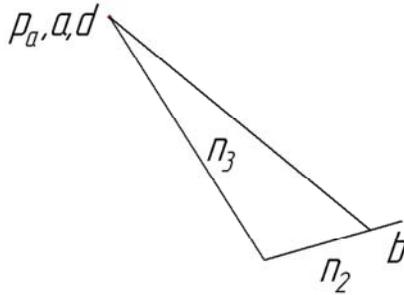


Рис. 4.23

Удалите вспомогательные параллельные прямые.

Тангенциальные составляющие векторов ускорений \vec{a}_{CB}^τ и \vec{a}_{CD}^τ **перпендикулярны** соответственно шатуну BC и коромыслу CD .

Проведите вспомогательные перпендикулярные прямые через точки n_2 и n_3 соответственно **перпендикулярно** звеньям BC и CD . Полученную на пересечении двух вспомогательных линий точку обозначьте буквой c .

Соедините точки d , b , n_2 и n_3 с точкой c тонкими линиями при помощи отрезков, используя привязки «Ближайшая точка» и «Пересечение». Стрелки на векторах отобразите с помощью линий-выносок. Удалите вспомогательные прямые (рис. 4.24).

Измерьте длину отрезка $p_a c$ при помощи инструмента «Расстояние между 2 точками». Для определения положения точки e , лежащей на этом векторе, воспользуйтесь теоремой подобия и рассчитайте длину отрезка $p_a e$:

$$p_a e = p_a c \frac{l_{DE}}{l_{CD}} = 34,8 \cdot \frac{0,1}{0,14} = 24,8 \text{ мм.}$$

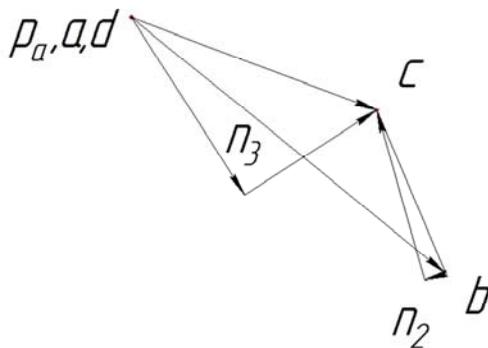


Рис. 4.24

Воспользуйтесь ранее описанной методикой построения точки e на плане скоростей (см. рис. 4.14) и на отрезке $p_a c$ постройте точку e на расстоянии 24,8 мм от полюса, обозначьте ее и отобразите стрелку (рис. 4.25).

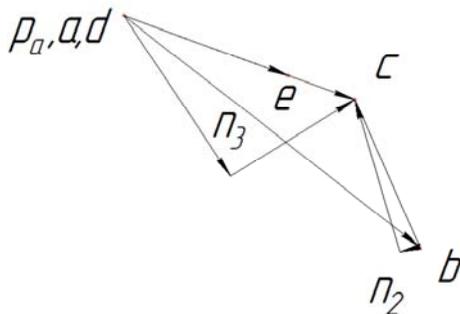


Рис. 4.25

Длины отрезков $p_a e$ и $p_a c$, перемноженные на масштабный коэффициент μ_a , соответствуют ускорениям a_E и a_C , которые равны соответственно 9,94 и 13,92 м/с².

Для определения ускорения точки F составьте векторное уравнение

$$\vec{a}_F = \vec{a}_E + \vec{a}_{FE}^n + \vec{a}_{FE}^{\tau}.$$

В этом уравнении \vec{a}_E известно по величине и направлению. Нормальная составляющая относительного ускорения \vec{a}_{FE}^n **перпендикулярна** звену FE . Вычислите модуль \vec{a}_{FE}^n .

$$a_{FE}^n = \omega_4^2 l_{EF} = 3,87^2 \cdot 0,15 = 2,25 \text{ м/с}^2.$$

Запишите полученные значения a_E , a_C и a_{FE}^n в табл. 4.4.

Таблица 4.4

$a_E, \text{ м/с}^2$	$a_C, \text{ м/с}^2$	$a_{FE}^n, \text{ м/с}^2$
9,94	13,92	2,25

Направление вектора p_{df} на плане ускорений известно (**горизонтальная линия**).

Подчеркните в векторном уравнении известные и неизвестные величины для определения ускорения точки F :

$$\underline{\vec{a}_F} = \underline{\vec{a}_E} + \underline{\vec{a}_{FE}^n} + \underline{\vec{a}_{FE}^t}.$$

Вектор \vec{a}_{FE}^n направлен **параллельно** шатуну EF от точки F к точке E . Вектор \vec{a}_{FE}^t **перпендикулярен** шатуну EF , а вектор ускорения \vec{a}_F – **горизонтален**.

Из конца вектора ускорения точки e отложите **параллельно** шатуну EF отрезок en_4 , равный

$$en_4 = \frac{a_{FE}^n}{\mu_a} = \frac{2,25}{0,4} = 5,62 \text{ мм.}$$

Обозначьте конец полученного отрезка n_4 . Через точку n_4 проведите вспомогательную прямую, перпендикулярную EF , которая будет линией действия вектора тангенциальной составляющей \vec{a}_{FE}^t , а через полюс p_a проведите вспомогательную горизонтальную

линию. Точка пересечения линий – точка f . Обозначьте ее. Нарисуйте стрелки и удалите вспомогательные линии. Соедините тонкой линией точки e и f (рис. 4.26).

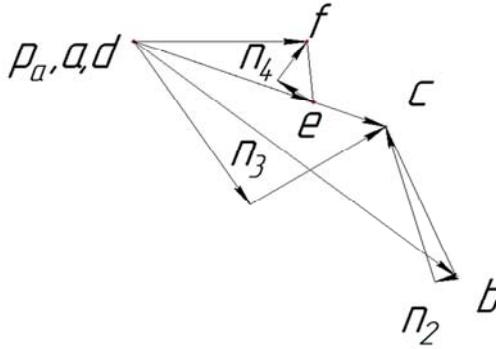


Рис. 4.26

Измерьте на плане ускорений отрезки p_{af} , n_{2c} , n_{3c} и n_{4f} , перемножьте результаты измерений на масштабный коэффициент μ_a . Полученные результаты, соответствующие ускорению точки F и тангенциальным составляющим ускорений a_{CB}^τ , a_{CD}^τ и a_{FE}^τ , запишите в табл. 4.5.

Таблица 4.5

$a_{CB}^\tau, \text{ м/с}^2$	$a_{CD}^\tau, \text{ м/с}^2$	$a_{FE}^\tau, \text{ м/с}^2$	$a_F, \text{ м/с}^2$
9,3	8,32	2,73	8,97

Определите угловые ускорения звеньев 2, 3 и 4:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{BC}} = \frac{9,3}{0,2} = 46,5 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^\tau}{l_{CD}} = \frac{8,32}{0,14} = 59,4 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{FE}^\tau}{l_{EF}} = \frac{2,73}{0,15} = 18,2 \text{ с}^{-2}.$$

Полученные результаты запишите в табл. 4.6.

Таблица 4.6

$\varepsilon_2, \text{ с}^{-2}$	$\varepsilon_3, \text{ с}^{-2}$	$\varepsilon_4, \text{ с}^{-2}$
46,45	59,4	18,2

Для определения сил инерции звеньев при проведении силового анализа механизма нужно знать **ускорения центров масс** звеньев.

Центр масс кривошипа 1 (точка S_1) совпадает с неподвижной точкой A , ускорение которой равно нулю.

Центр масс шатуна 2 (точка S_2) лежит на середине звена BC . Разделите отрезок cb на плане ускорений **на две равные части**, пользуясь инструментом «Точка по кривой» (количество участков – 2). Щелкните на отрезке cb на плане ускорений, а затем на кнопке «Прервать команду». Соедините эту точку с полюсом линией-выноской и обозначьте S_2 .

Масса коромысла 3 в соответствии с исходными данными не задана.

Центр массы шатуна 4 (точка S_4) расположен на расстоянии, равном $1/3 l_{EF}$ от точки E . Разделите отрезок ef на плане ускорений на **три равные** части. Для этого воспользуйтесь инструментом «Точка по кривой» (количество участков – 3). Щелкните на отрезке ef на плане ускорений, а затем на кнопке «Прервать команду». Обозначьте точку S_4 , лежащую ближе к точке e . На плане ускорений соедините линией-выноской точку S_2 с полюсом.

Центр масс точка S_5 ползуна совпадает с точкой F , поэтому ускорение центра массы звена 5 равно ускорению точки F . Рядом с планом ускорений укажите масштабный коэффициент μ_a (рис. 4.27).

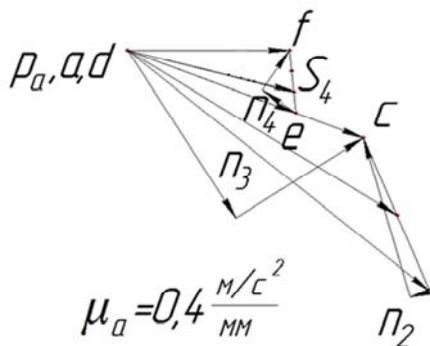


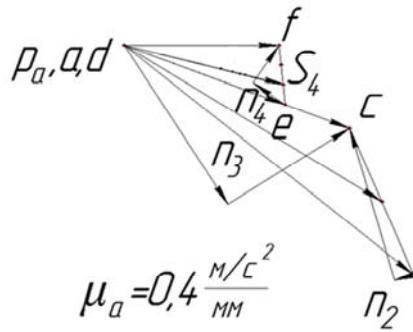
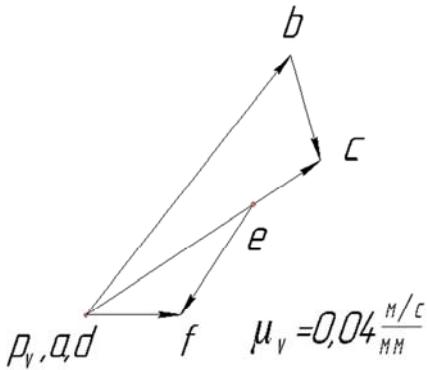
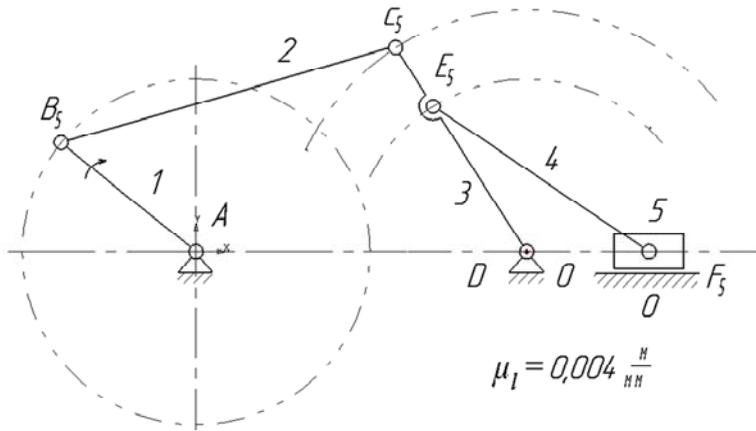
Рис. 4.27

Измерьте на плане ускорений отрезки a_{S_2} и a_{S_4} , перемножьте их длины на масштабный коэффициент μ_a и тем самым определите ускорения этих точек, которые равны соответственно 17,5 и 9,48 m/c^2 . Полученные данные запишите в табл. 4.7.

Таблица 4.7

$a_{S_2}, m/c^2$	$a_{S_4}, m/c^2$
17,5	9,48

Объедините данные табл. 4.3–4.7 в одну таблицу и оформите результаты кинематического анализа механизма в пятом положении ведущего звена на листе формата А4 в соответствии с рис. 4.28.



Значение скоростей

$\omega_1, \text{с}^{-1}$	$v_b, \text{м/с}$	$v_{B5}, \text{м/с}$	$v_c, \text{м/с}$	$v_{C5}, \text{м/с}$	$v_D, \text{м/с}$	$v_f, \text{м/с}$	$\omega_2, \text{с}^{-1}$	$\omega_3, \text{с}^{-1}$	$\omega_4, \text{с}^{-1}$
-14,66	1,466	0,48	1,25	0,9	0,58	0,43	-2,4	-8,93	-3,87

Значение ускорений

$a_b, \text{м/с}^2$	$a_{b0}^0, \text{м/с}^2$	$a_{b0}^1, \text{м/с}^2$	$a_{c0}^0, \text{м/с}^2$	$a_{c0}^1, \text{м/с}^2$	$a_c, \text{м/с}^2$	$a_{c1}, \text{м/с}^2$	$a_{c2}^0, \text{м/с}^2$	$a_{c2}^1, \text{м/с}^2$	$a_c, \text{м/с}^2$	$\varepsilon_2, \text{с}^{-2}$	$\varepsilon_3, \text{с}^{-2}$	$\varepsilon_4, \text{с}^{-2}$	$a_{S2}, \text{м/с}^2$	$a_{S4}, \text{м/с}^2$
21,49	1,15	9,3	11,16	8,32	13,92	9,94	2,25	2,73	8,97	46,45	59,4	18,2	17,5	9,48

Рис. 4.28

5. КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Целью *кинетостатического* (силового) анализа является определение *реакций* в кинематических парах механизма, а также определение *внешнего уравнивающего момента сил*, приложенного к ведущему звену (кривошипу) во всех шести положениях входного звена. В данном учебно-методическом пособии в учебных целях методика выполнения построений планов сил в «КОМПАС-3D» показана только для одного (пятого) положения механизма.

Под реакциями в кинематических парах подразумеваются силы, с которыми звенья механизма воздействуют друг на друга.

Например, звено 2 и звено 3 соединены кинематической парой.

Принято реакцию звена 2 на звено 3 обозначать R_{23} , а реакцию звена 3 на звено 2 – R_{32} . То есть в векторном виде $\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{23}$.

При силовом анализе механизмов используют принцип кинестатики, в соответствии с которым для нахождения реакций в кинематических парах можно использовать *уравнения равновесия статики*, если к внешним силам, действующим на звенья механизма, прибавить силы инерции и моменты сил инерции.

Например, главный вектор сил инерции звена 2 механизма определяется по формуле

$$\vec{F}_{i2} = -m_2 \vec{a}_{S_2},$$

где m_2 – масса звена 2 (см. табл. 1.1);

\vec{a}_{S_2} – ускорение центра масс звена 2.

Главный момент сил инерции звена 2 механизма определяется по формуле

$$\vec{M}_{i2} = -I_{S_2} \vec{\epsilon}_2,$$

где I_{S_2} – момент инерции звена 2 относительно центральной оси (см. табл. 1.1);

$\vec{\epsilon}_2$ – угловое ускорение звена 2.

Силовой анализ начните с отображения точек S_2 и S_4 (центров масс) на звеньях 2 и 4 (см. рис. 4.28) плана механизма в соответствии с исходными данными (см. табл. 1.1), используя инструмент «Точка по кривой». Нанесите точку S_5 , которая совпадает с точкой F (рис. 5.1).

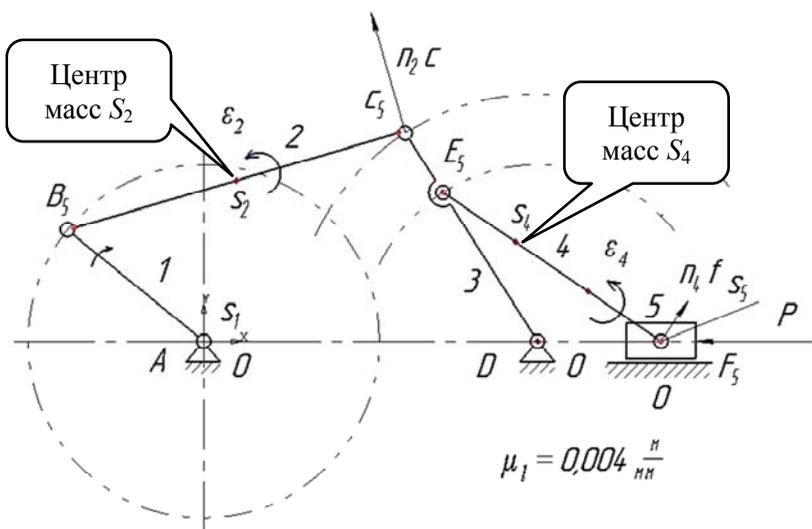


Рис. 5.1

Для определения направления углового ускорения звена 2 **мысленно** перенесите с плана ускорений вектор тангенциальной составляющей \vec{a}_{CB}^τ (вектор n_2c на плане ускорений) в точку C на плане механизма. Аналогично **мысленно** перенесите в точку F вектор \vec{a}_{FE}^τ (вектор n_4f на плане ускорений). Векторы n_2c и n_4f **не рисуйте**. Угловые ускорения ε_2 и ε_4 будут направлены против хода часовой стрелки (см. рис. 5.1). Дугообразные стрелки на плане механизма **нарисуйте** в соответствии с рекомендациями (см. рис. 3.50–3.52).

Центр масс кривошипа 1 находится на оси его вращения, поэтому сила инерции кривошипа равна нулю ($F_{i1} = 0$). Момент сил инерции кривошипа 1 также равен нулю ($M_{i1} = 0$), так как угловая скорость кривошипа – величина постоянная.

Инерционные нагрузки шатуна BC (звена 2) равны:

$$F_{i2} = m_2 a_{S_2} = 20 \cdot 17,5 = 350 \text{ Н};$$

$$M_{i2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 1,0 \cdot 46,45 = 46,45 \text{ Нм.}$$

В соответствии с исходными данными (см. табл. 1.1) масса коромысла 3 не задана (например, в данном механизме она незначительна). В этом случае инерционные нагрузки коромысла можно считать равными нулю ($F_{i3} = 0$, $M_{i3} = 0$).

Для шатуна EF (звена 4) инерционные нагрузки равны:

$$F_{i4} = m_4 a_{S_4} = 15 \cdot 9,48 = 142,2 \text{ Нм};$$

$$M_{i4} = I_{S_4} \varepsilon_4 = 1,5 \cdot 18,2 = 27,3 \text{ Нм}.$$

Ползун (звено 5) движется *поступательно*, поэтому имеет место *только сила инерции*, равная

$$F_{i5} = m_5 a_F = 40 \cdot 8,97 = 358,8 \text{ Н}.$$

Силовой анализ производят по группам Ассура, начиная с последней, включающей в себя выходное звено.

В данном случае, это группа Ассура второго класса второго вида, состоящая из шатуна 4 и ползуна 5. Отобразите указанную группу, выбрав масштабный коэффициент длины, например, $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

Приложите к звеньям группы **внешние** нагрузки: силу тяжести G_4 , силу тяжести G_5 и силу полезного сопротивления P (рис. 5.2).

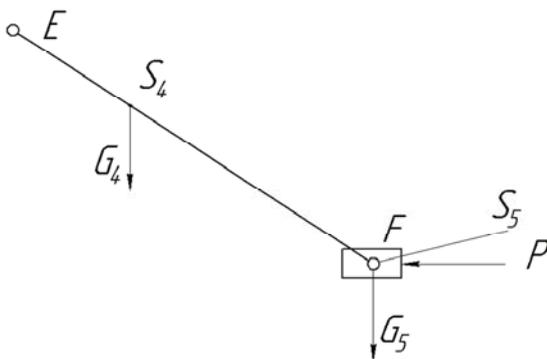


Рис. 5.2

Вектор силы инерции F_{i4} звена 4 приложите к центру масс и направьте **противоположно** вектору ускорения p_{aS4} .

Вектор силы инерции (F_{i5}) ползуна приложите в точке F и направьте **противоположно** вектору ускорения этой точки p_{af} .

Приложите реакцию R_{05} стойки 0 на ползун 5, которая (без учета трения) направлена **перпендикулярно** траектории движения ползуна 5 (вертикально вверх).

Момент сил инерции M_{i4} направьте **противоположно** направлению углового ускорения ε_4 и отобразите стрелку (рис. 5.3).

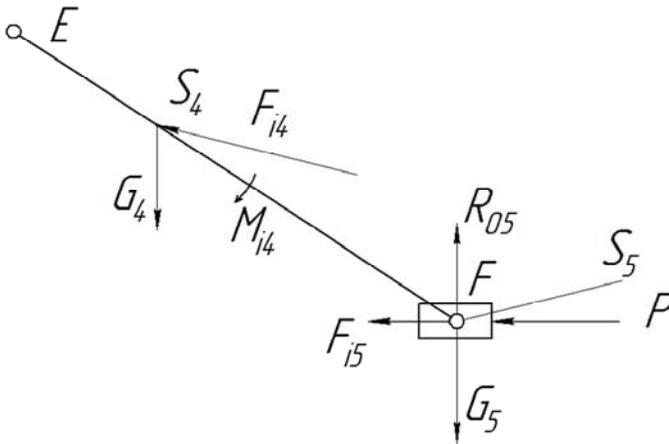


Рис. 5.3

Реакции во внешних кинематических парах группы обычно представляют в виде **нормальной** и **тангенциальной** составляющих.

Реакцию R_{34} коромысла на шатун в шарнире E представьте в виде двух составляющих: нормальной \vec{R}_{34}^n , направленной **параллельно** звену EF , и тангенциальной R_{34}^t , направленной **перпендикулярно** звену EF (рис. 5.4).

Отобразите плечо h_{G4} силы G_4 . Для этого проведите вертикальную вспомогательную линию через точку S_4 вдоль вектора G_4 , используя привязку «Ближайшая точка». Затем проведите вспомогательную линию перпендикулярно вектору G_5 .

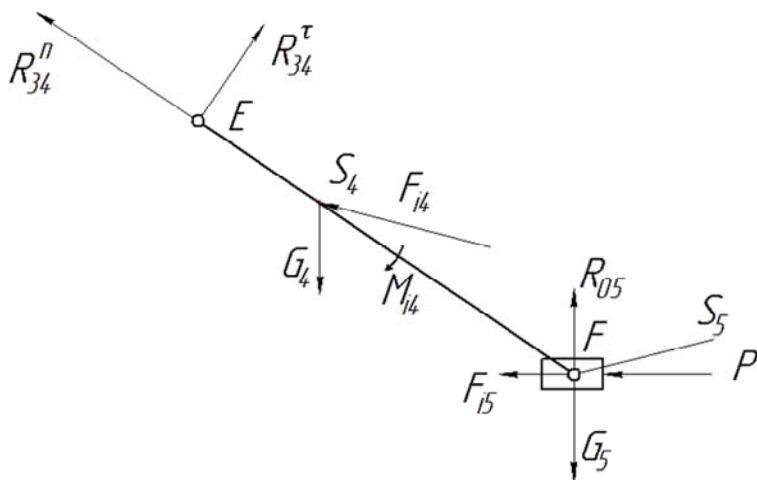


Рис. 5.4

Для отображения размерной линии на инструментальной панели «Размеры» выберите инструмент «Линейный размер» (рис. 5.5).

Проставьте размерную линию по вспомогательной линии, перпендикулярной вектору G_5 , используя привязки «Пересечение». Щелкните по размерной линии левой кнопкой мыши, а затем на кнопку «Прервать команду».



Рис. 5.5

Двойным щелчком на размерной надписи вызовите окно диалога «Задание размерной надписи» (рис. 5.6).

В окне диалога «Задание размерной надписи» удалите надпись в текстовом поле «Значение» и введите надпись h_{G_4} , используя пункт «Средней высоты» в списке «Индекс» на вкладке «Вставить». Щелкните ОК.

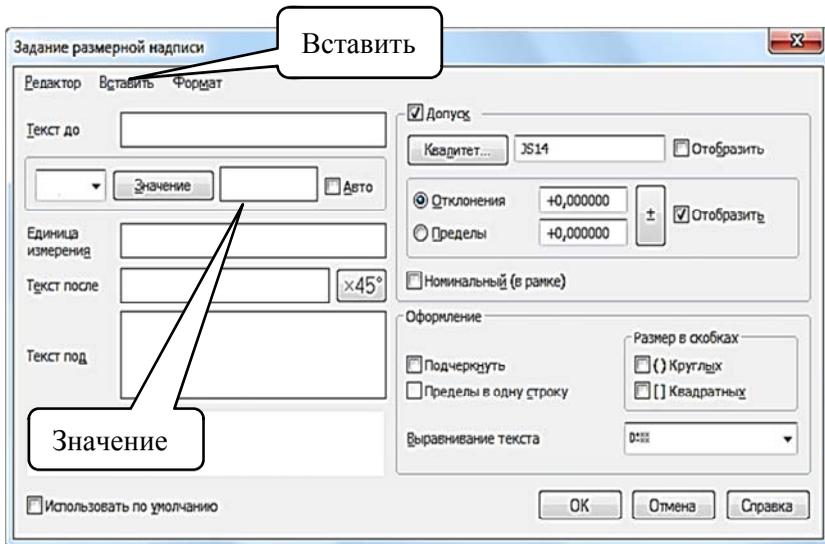


Рис. 5.6

Проведите тонкую линию по вспомогательной линии, перпендикулярной вектору G_5 , используя инструмент «Отрезок». Удалите вспомогательные линии.

Аналогично постройте плечо h_{14} (рис. 5.7).

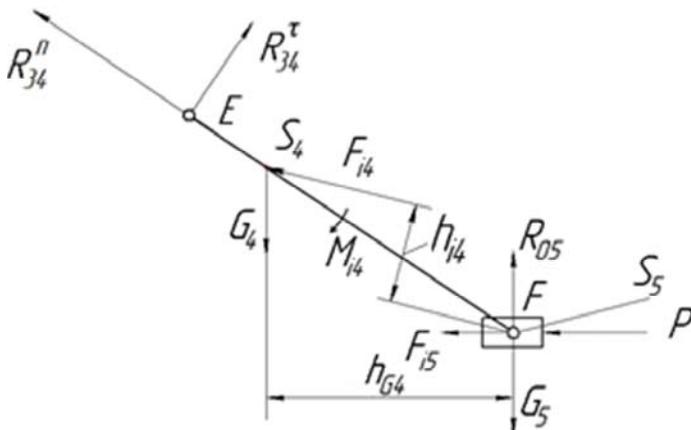


Рис. 5.7

Измерьте длины плечей h_{G4} и h_{i4} на плане группы Ассура с помощью инструмента «Расстояние между 2 точками» на панели инструментов «Измерения (2D)» (см. рис. 4.12, 4.13) и умножьте результаты измерений на масштабный коэффициент $\mu_l = 0,004 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$.

Получите: $h_{G4} = 0,0827 \text{ м}$, $h_{i4} = 0,034 \text{ м}$.

На схеме (см. рис. 5.7) три неизвестных вектора: R_{34}^n , R_{34}^r и \vec{R}_{05} .

Начните силовой анализ группы с определения **тангенциальной** составляющей R_{34}^r . Для этого запишите уравнение равновесия моментов сил, действующих на звено 4 относительно точки F , и приравняйте его к нулю:

$$\sum M_F = -R_{34}^r I_{EF} + G_4 h_{G4} + F_{i4} h_{i4} - M_{i4} = 0.$$

Определите тангенциальную составляющую R_{34}^r , которая равна

$$\begin{aligned} R_{34}^r &= \frac{G_4 h_{G4} + F_{i4} h_{i4} - M_{i4}}{I_{EF}} = \\ &= \frac{150 \cdot 0,0827 + 142,2 \cdot 0,034 - 27,3}{0,15} = -67,068 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Направление вектора R_{34}^r было выбрано неправильно, так как результат получился со знаком минус. Поэтому нужно **перенаправить** вектор R_{34}^r на противоположное направление (рис. 5.8).

При определении сил тяжести звеньев можно принять ускорение свободного падения, равным 10 м/с^2 . Вычислите значения сил тяжести, умножив массы звеньев на 10 м/с^2 . Получите соответственно 150 и 400 Н.

На схеме группы Ассура (см. рис. 5.8) осталось два известных по направлению, но неизвестных по модулю вектора: \vec{R}_{34}^n и \vec{R}_{05} . Модули этих векторов можно определить построением плана сил.

Составьте векторное уравнение равновесия сил, действующих на группу Ассура 4–5. При этом неизвестные по модулю векторы \vec{R}_{34}^n и \vec{R}_{05} запишите соответственно в **начале** и **конце** этого уравнения.

Кроме того, при составлении уравнения целесообразно силы записать в такой *последовательности*, как они приложены к звеньям. То есть вначале записать силы, приложенные к звену 4, а затем силы, приложенные к звену 5.

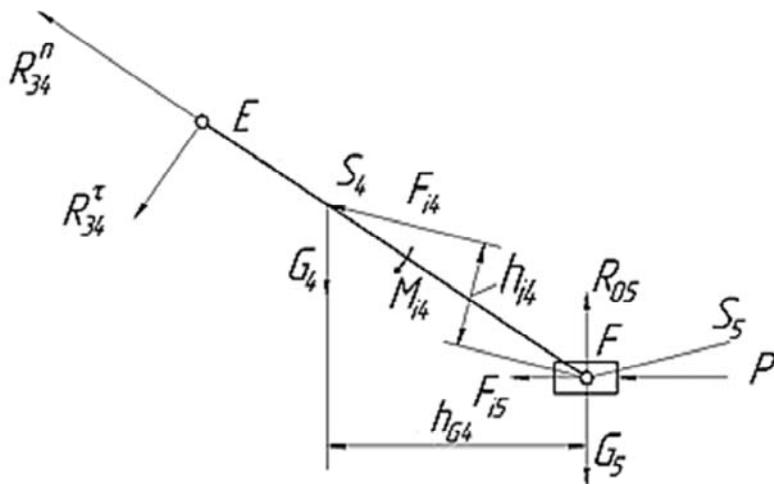


Рис. 5.8

Величины известных векторов запишите в строке под уравнением

$$\vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^t + \vec{G}_4 + \vec{F}_{i4} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{i5} + \vec{P} + \vec{R}_{05} = 0.$$

67,1 150 142,2 400 359 250

Примите масштабный коэффициент сил, например, равный

$$\mu_f = 10 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

При построении плана сил учитывайте масштабный коэффициент. Например, длина вектора полезной силы P определится следующим образом:

$$p = \frac{P}{\mu_f} = \frac{250}{10} = 25 \text{ мм}.$$

Аналогично определите длины остальных известных векторов и запишите их значения в строке под уравнением:

$$\vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^t + \vec{G}_4 + \vec{F}_{i4} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{i5} + \vec{P} + \vec{R}_{05} = 0.$$

67,1	150	142,2	400	359	250
6,7	15	14,2	40	35,9	25

Скопируйте данное векторное уравнение в окно программы «КОМПАС» для удобства при построении плана сил.

Построение плана сил начните из **произвольной** точки, из которой отложите первый известный вектор \vec{R}_{34}^t длиной 6,7 мм **параллельно** его изображению на группе Ассур (см. рис. 5.8), используя инструмент «Параллельный отрезок» и стиль линии «Тонкая». Затем из конца построенного вектора аналогично отложите вектор G_4 длиной 15 мм. Далее последовательно отложите все остальные известные векторы, используя привязки «Ближайшая точка» (рис. 5.9).

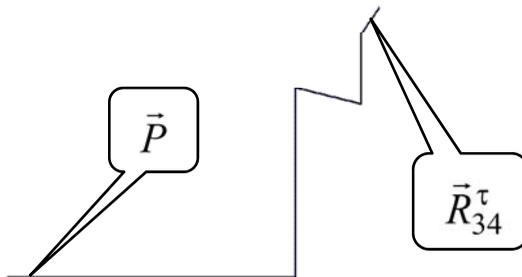


Рис. 5.9

Через **конец** последнего вектора \vec{P} проведите **вертикальную** вспомогательную линию параллельно направлению вектора \vec{R}_{05} , а через **начало** первого вектора проведите вспомогательную линию **параллельно** звену EF (направление вектора \vec{R}_{34}^n) и тем самым **замкните** многоугольник сил (рис. 5.10).

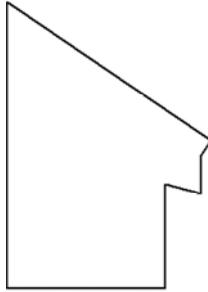


Рис. 5.10

Для определения реакции \vec{R}_{34} *соедините* стрелкой точку пересечения вспомогательных линий с *концом* вектора \vec{R}_{34}^{τ} . Удалите вспомогательные линии. Расставьте остальные стрелки и обозначьте векторы (рис. 5.11).

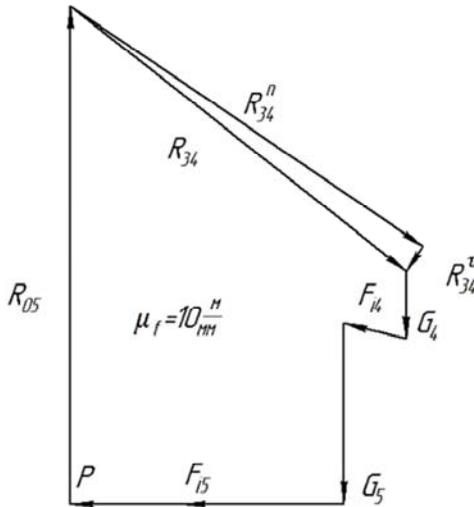


Рис. 5.11

Для определения реакции во внутренней кинематической паре F группы запишите уравнение равновесия сил, действующих на одно из звеньев группы, например, на звено 4:

$$\vec{R}_{34} + \vec{G}_4 + \vec{F}_{i4} + \vec{R}_{54} = 0.$$

Неизвестным в этом уравнении является только вектор \vec{R}_{54} , который в данном случае можно найти на уже ранее построенном плане сил. Началом вектора \vec{R}_{54} будет конец вектора \vec{F}_{i4} , а концом начало вектора \vec{R}_{34} (рис. 5.12).

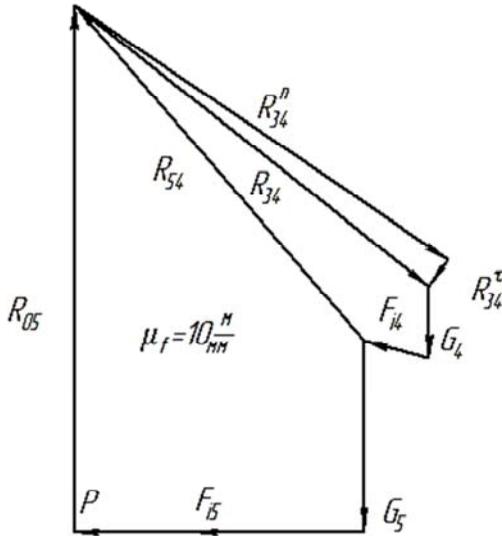


Рис. 5.12

Создайте табл. 5.1 и заполните первую строку в соответствии с образцом. Измерьте векторы \vec{R}_{34} , \vec{R}_{45} и \vec{R}_{05} на плане сил, умножьте на масштабный коэффициент μ_f и запишите в табл. 5.1.

Таблица 5.1

R_{34} , Н	R_{54} , Н	R_{05} , Н
950,5	930,1	1103,2

Не изменяя масштабный коэффициент длины $\mu_l = 0,004 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$, начертите группу Ассур 2–3 (рис. 5.13).

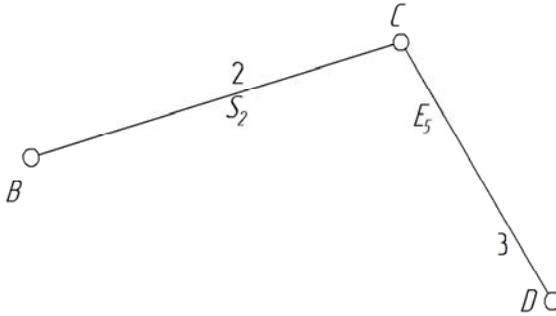


Рис. 5.13

Приложите к звеньям группы 2–3 **внешние нагрузки**: реакцию R_{43} , которая направлена **противоположно** реакции R_{34} , и силу тяжести G_2 (рис. 5.14). Силой тяжести G_3 в данном конкретном случае можно пренебречь, так как масса звена 3 не задана (см. табл. 1.1).

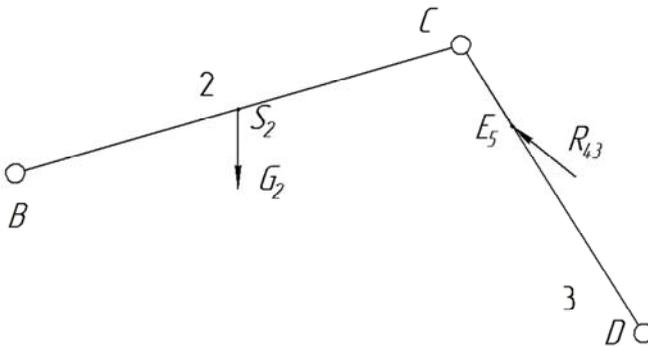


Рис. 5.14

По этой же причине инерционные нагрузки приложите только ко второму звену (рис. 5.15). Сила инерции F_{i2} направлена **противоположно** вектору a_{s2} на плане ускорений, а момент сил инерции M_{i2} **противоположен** угловому ускорению ε_2 (см. рис. 5.1).

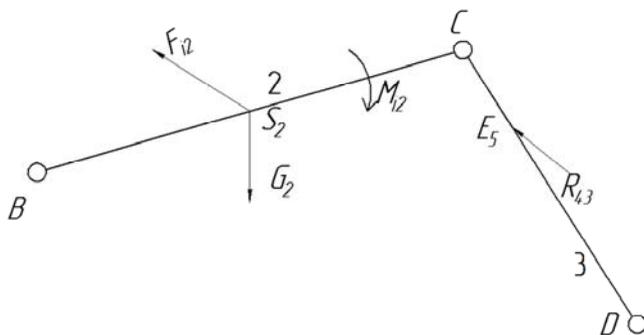


Рис. 5.15

Отобразите плечи сил относительно общей точки C , а также реакции во внешних кинематических парах группы, представленные в виде нормальной и тангенциальной составляющих. **Направление указанных реакций выберите произвольно** (рис. 5.16).

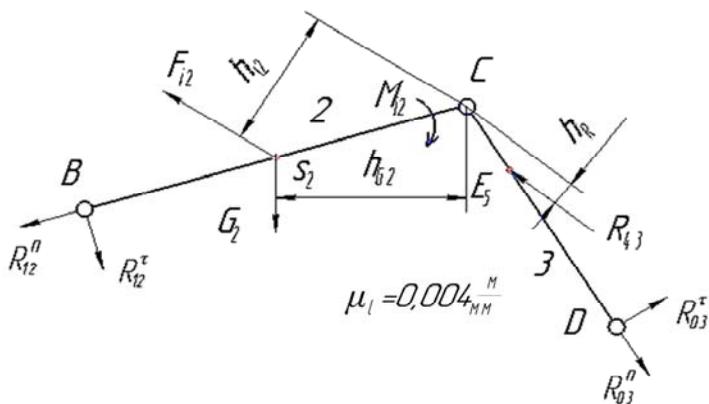


Рис. 5.16

Определите длины плечей h_{G2} , h_{i2} и h_R . Для этого измерьте их на плане группы Ассур и умножьте результаты измерений на масштабный коэффициент $\mu_l = 0,004 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$.

Получите: $h_{G2} = 0,096 \text{ м}$; $h_{i2} = 0,0741 \text{ м}$; $h_R = 0,0132 \text{ м}$.

Для определения тангенциальной составляющей \vec{R}_{12}^τ (см. рис. 5.16) запишите уравнение равновесия моментов сил относительно точки C для звена 2:

$$\sum M_C = R_{12}^\tau l_{BC} + G_2 h_{G2} - F_{i2} h_{i2} - M_{i2} = 0.$$

Тангенциальная составляющая \vec{R}_{12}^τ равна

$$\begin{aligned} -R_{12}^\tau &= \frac{G_2 h_{G2} + F_{i2} h_{i2} - M_{i2}}{l_{BC}} = \\ &= \frac{200 \cdot 0,096 - 350 \cdot 0,0741 - 46,5}{0,2} = -266,175 \text{ Н}; \end{aligned}$$

$$R_{12}^\tau = 266 \text{ Н.}$$

Запишите уравнение равновесия моментов сил относительно точки C для звена 3:

$$\sum M_C = R_{03}^\tau l_{CD} - R_{43} h_R = 0.$$

Тангенциальная составляющая \vec{R}_{03}^τ равна

$$R_{03}^\tau = \frac{R_{43} h_R}{l_{CD}} = \frac{950,6 \cdot 0,0132}{0,14} = 89,3 \text{ Н.}$$

Примите масштабный коэффициент сил прежний $\mu_f = 10 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$.

Составьте векторное уравнение равновесия сил, действующих на всю группу Ассур 2–3, и запишите во второй строке модули известных векторов. Длины векторов на плане сил получите делением модулей векторов на масштабный коэффициент и запишите под значениями модулей сил в третьей строке:

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{i2} + \vec{R}_{43} + \vec{R}_{03}^\tau + \vec{R}_{03}^n = 0.$$

266	200	350	950,5	93,3
26,6	20	35	95	9,3

Скопируйте это уравнение в окно документа «КОМПАС-3D».

Из произвольно выбранной точки последовательно отложите **известные по величине и направлению** векторы, начиная с \vec{R}_{12}^τ , аналогично как при построении плана сил для группы Ассур 4–5 (рис. 5.17).

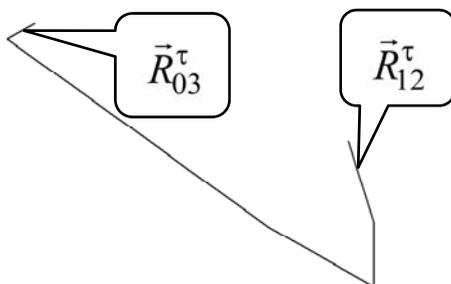


Рис. 5.17

Через конец последнего вектора \vec{R}_{03}^τ проведите вспомогательную прямую **параллельно** звену 3, а через начало первого вектора \vec{R}_{12}^τ – вспомогательную прямую **параллельно** звену 2 (рис. 5.18).

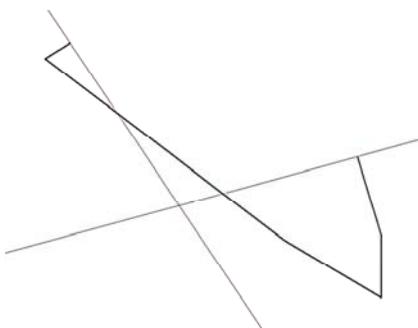


Рис. 5.18

Соедините стрелкой точку пересечения вспомогательных линий с концом вектора \vec{R}_{03}^τ , далее конец вектора \vec{R}_{03}^τ – с началом вектора \vec{R}_{12}^τ . Удалите вспомогательные линии. Расставьте остальные стрелки и обозначьте векторы (рис. 5.19).

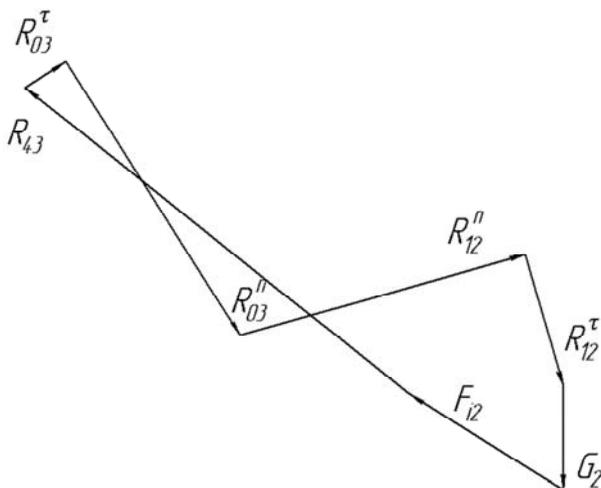


Рис. 5.19

Соедините стрелкой начало вектора \vec{R}_{12}^n с концом вектора \vec{R}_{12}^τ , далее начало вектора \vec{R}_{03}^τ – с концом вектора \vec{R}_{03}^n . Обозначьте полученные векторы соответственно \vec{R}_{12} и \vec{R}_{03} (рис. 5.20).

Найдите реакцию в шарнире C . Для этого запишите уравнение равновесия сил, действующих на коромысло EC :

$$\vec{R}_{23} + \vec{R}_{43} + \vec{R}_{03} = 0.$$

В этом уравнении **неизвестным** является вектор \vec{R}_{23} . Его начало – это конец вектора \vec{R}_{03} , а конец – начало вектора \vec{R}_{43} . Отобразите вектор \vec{R}_{23} (рис. 5.21).

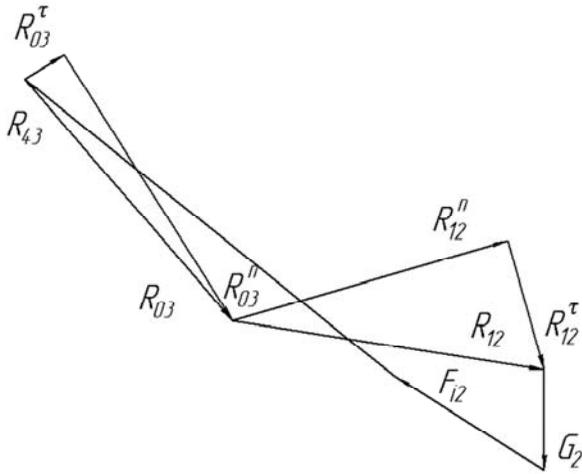


Рис. 5.20

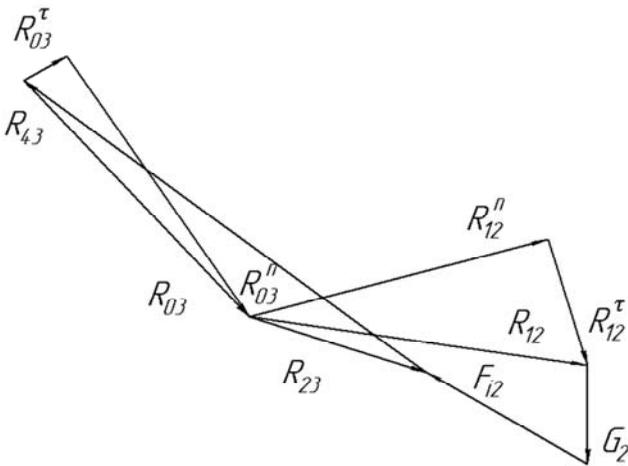


Рис. 5.21

Измерьте длины векторов \vec{R}_{12} , \vec{R}_{23} и \vec{R}_{03} на плане сил, умножьте их на масштабный коэффициент μ_f и соответственно получите: 782,4; 219,6; 899,7 Н.

Полученные результаты запишите в табл. 5.2.

Таблица 5.2

$R_{12}, \text{Н}$	$R_{23}, \text{Н}$	$R_{03}, \text{Н}$
782,4	219,6	899,7

Начертите входное звено (кривошип AB), не изменяя масштабный коэффициент длины $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

Проведите через точку B вспомогательную прямую **параллельно** вектору \vec{R}_{12} . Приложите в точке B реакцию \vec{R}_{21} , направленную **противоположно** реакции \vec{R}_{12} (рис. 5.22).

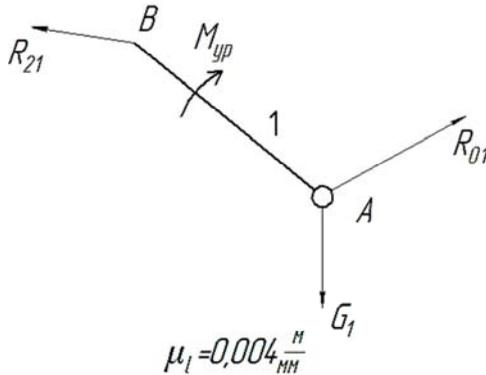


Рис. 5.22

Определите силу тяжести G_1 , как произведение массы m_1 на величину ускорения свободного падения 10 м/с^2 ($G_1 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ Н}$). Приложите силу тяжести G_1 в точке A **вертикально вниз**. Приложите реакцию R_{01} в точке A и направьте ее **произвольно** (см. рис. 5.22).

Векторное уравнение равновесия сил, действующих на кривошип, имеет вид

$$\vec{R}_{21} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{01} = 0.$$

$$\begin{matrix} 782,4 & 100 \\ 78,2 & 10 \end{matrix}$$

Скопируйте это уравнение в окно документа «КОМПАС-3D».

В данном уравнении имеется один **неизвестный** вектор \vec{R}_{01} .

Из **произвольной точки** отложите вектор \vec{R}_{21} длиной 78,2 мм (см. табл. 5.2), а из его конца отложите вектор \vec{G}_1 длиной 10 мм. Замыкающим будет искомый вектор \vec{R}_{01} . Нанесите на план сил стрелки и обозначения (рис. 5.23).

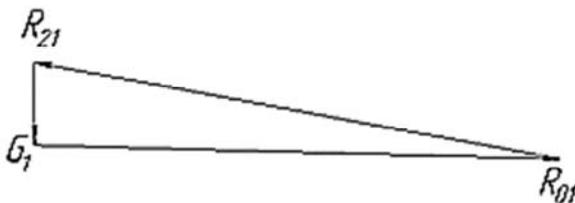


Рис. 5.23

Измерьте вектор \vec{R}_{01} и умножьте его длину (78,15 мм) на масштабный коэффициент μ_f . Получите 781,5 Н.

Для равновесия кривошипа к нему должен быть приложен внешний уравновешивающий момент сил M_{yp} , который определяется по формуле

$$M_{yp} = R_{21}h_{21},$$

где h_{21} – плечо силы R_{21} .

Для построения плеча h_{21} проведите на плане кривошипа вспомогательную линию через точку A **параллельно** вектору \vec{R}_{21} . Вторую вспомогательную линию проведите **перпендикулярно** \vec{R}_{21} (рис. 5.24).

Проставьте размерную линию по вспомогательной линии, **перпендикулярной** вектору \vec{R}_{21} , используя привязки «Пересечение». Надпишите размерную линию. Проведите выноску для размерной линии тонкой линией по параллельной вспомогательной прямой. Удалите вспомогательные прямые (рис. 5.25).

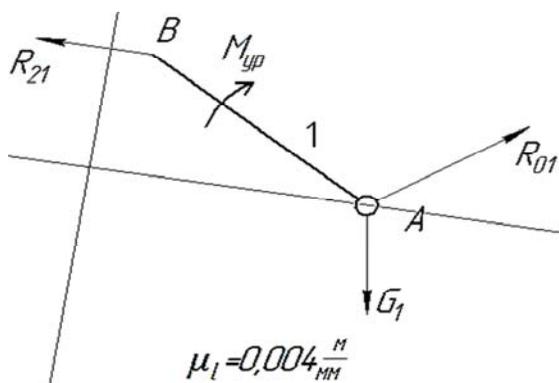


Рис. 5.24

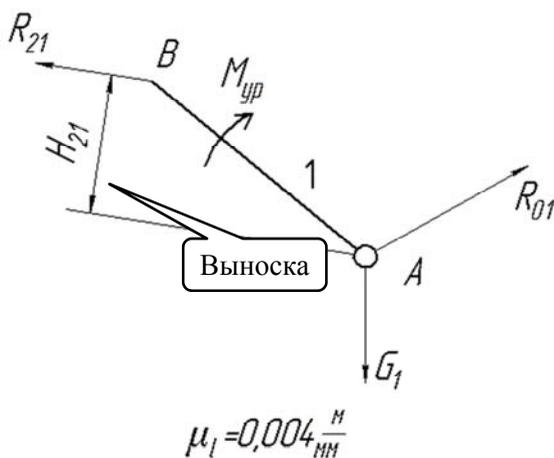


Рис. 5.25

Измерьте длину плеча и умножьте ее величину на масштабный коэффициент длины $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$:

$$h_{21} = 14,4 \cdot 0,004 = 0,0576 \text{ м.}$$

Вычислите модуль уравнивающего момента:

$$M_{\text{уп}} = R_{21} h_{21} = 784,4 \cdot 0,00576 = 45,07 \text{ Нм.}$$

Запишите полученные значения R_{01} и M_{yp} в табл. 5.3.

Таблица 5.3

$R_{01}, Н$	$M_{yp}, Нм$
782,5	45,07

Объедините данные табл. 5.1–5.3, в табл. 5.4 и скопируйте эту таблицу в окно документа «КОМПАС-3D».

Таблица 5.4

$R_{01}, Н$	$R_{12}, Н$	$R_{23}, Н$	$R_{03}, Н$	$R_{34}, Н$	$R_{54}, Н$	$R_{05}, Н$	$M_{yp}, Нм$
782,5	782,4	219,6	899,7	950,5	930,1	1103,2	45,07

Кинестатический анализ механизма в пятом положении ведущего звена выполнен.

6. ПЕЧАТЬ ГРАФИЧЕСКИХ ФАЙЛОВ ИЗ «КОМПАС-3D»

Созданные в «КОМПАС-3D» графические материалы необходимо вывести на печать в *масштабе 1:1*. Для этого:

1. Расположите объекты для печати на фрагменте компактно, так чтобы они в масштабе 1:1 помещались на листе, который поддерживается вашим принтером, например А4;
2. Выделите все объекты, которые будут выведены на печать;
3. Выполните команду «Файл», «Печать»;
4. В окне диалога «Печать документа» (рис. 6.1) в списке «Подгонка масштаба листов» выберите «Обрезать по размеру страницы». В поле «Масштаб листов» впишите 1;
5. Щелчком на кнопке «Параметры вывода» откройте окно диалога «Настройка параметров вывода» (рис. 6.2);
6. В окне диалога «Настройка параметров вывода» установите: «Цвет вывода» – черный, «Точность вывода моделей» – «Точно». Щелкните на кнопке ОК;
7. В окне диалога «Печать документа» щелкните на кнопке «Печать».

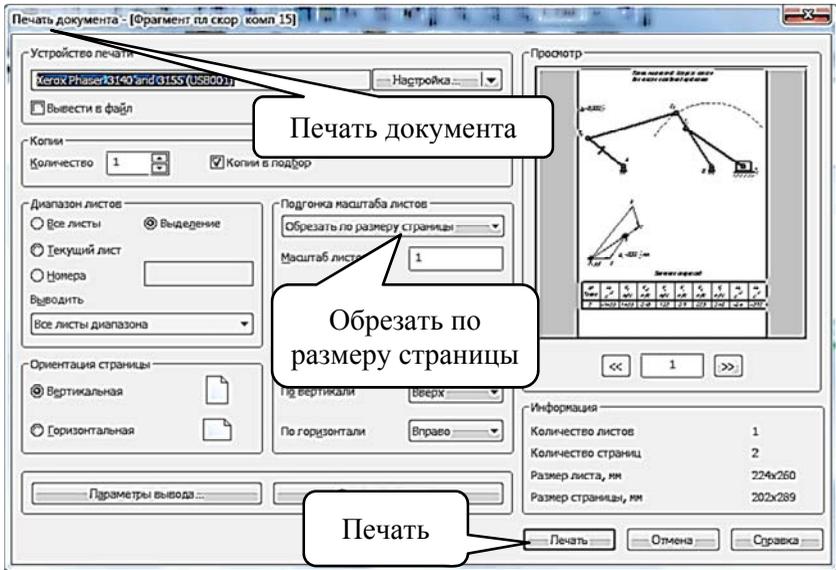


Рис. 6.1

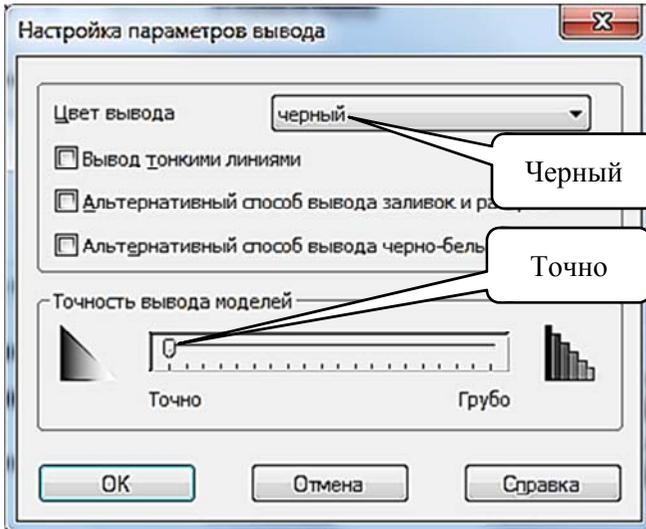


Рис. 6.2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. КОМПАС-3D [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://kompas.ru/kompas-3d-1t/download>.
2. Одиночко, В. Ф. Использование программы «КОМПАС-3D» для построения планов рычажного механизма [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства» / В. Ф. Одиночко. – 2015. – 26 с.
3. Одиночко, В. Ф. Использование программы «КОМПАС-3D» для построения планов скоростей, ускорений и сил рычажного механизма [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства» / В. Ф. Одиночко. – 2016. – 55 с.
4. Построение планов сил [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=z1yJycIU26o>.
5. Построение планов ускорений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=0O007_wrDWE.
6. Построение планов скоростей [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=FGf7az_Fobs.
7. АСКОН. КОМПАС-3D V15. [Электронный ресурс] : руководство пользователя. – Режим доступа: <http://www.twirpx.com/file/1512443/>.

Учебное издание

ОДИНОЧКО Виктор Федорович

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА
ЛИТЕЙНОГО ПРОИЗВОДСТВА**

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности 1-36 02 01
«Машины и технология литейного производства»

Редактор *Т. В. Грищенкова*
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 28.03.2019. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 4,19. Уч.-изд. л. 3,27. Тираж 100. Заказ 456.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.