ПОШАГОВЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Е.Н. САВКОВА,
к. т. н., доцент кафедры
«Стандартизация, метрология
и информационные системы»
БНТУ

Е.Н. ГУЛЯКО,
студентка кафедры
«Стандартизация, метрология
и информационные системы» БНТУ

Результат измерения является только аппроксимацией, или оценкой значения измеряемой величины и, таким образом, будет полным, когда сопровождается значением неопределенности. Поскольку все величины априори имеют вероятностно-статистическую природу, нет принципиальных различий в природе измерений и получения информации о них. В основе оценивания неопределенности результатов и методов измерений лежат фундаментальные основы теоретической метрологии, заключающиеся в поэтапном восхождении от абстрактного к конкретному. Процесс оценивания неопределенности можно представить в виде четырех этапов согласно рекомендациям Еврахим/Ситак [1], или методом восьми шагов, в соответствии с Руководством по выражению неопределенности в измерениях [2]:

1) описание измерения и составление его модели;
2) анализ входных величин и их неопределенностей;
3) анализ корреляций;
4) расчет суммарной стандартной неопределенности;
5) составление бюджета неопределенности;
6) расчет значения выходной величины;
7) расчет расширенной неопределенности;
8) представление конечного результата измерения.

Приведенные в соответствие процедуры двух подходов приведены на рис. 1.

Рис. 1. *Процесс оценивания неопределенности*

Шаг 1. Описание измерения и составление его модели

На данном этапе необходимо сформулировать, какая именно величина измеряется, включая соотношение между измеряемой ней и влияющими параметрами (например, измеряемыми величинами, константами, значениями эталонов для градуировки и т. д.). Там, где возможно, нужно ввести поправки на все известные систематические эффекты. В большинстве случаев измеряемая величина Y не является прямо измеряемой, а зависит от других величин X_1, X_N, вовлеченных в процесс измерения. Таким образом, измеряемую величину можно представить через функциональную зависимость:

$$Y = f(X_1, X_2,..., X_n). \quad (1)$$

Входные величины X_i могут, в свою очередь, зависеть от других величин, включая поправки и поправочные коэффициенты на систематические эффекты:

$$X_1 = g_1(W_1, W_2,..., W_k);$$
$$X_2 = g_2(z_1, z_2,..., z_l) \text{ и т. д.}$$

В прямом измерении входная величина совпадает с выходной, поэтому с учетом поправок она может быть выражена следующим образом:

$$x = x_{ind} + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4, \quad (2)$$

где x_{ind} — точечная оценка измеряемой величины (для многократного измерения — среднее арифметическое наблюдений, для однократного измерения — показание измерительного прибора);

δ_1 — поправка на погрешности средств измерений;

δ_2 — поправка, учитывающая влияние оператора (например, при считывании показаний с отображающего устройства аналогового средства измерений);

δ_3 — поправка, учитывающая несовершенства применяемого метода измерений (упрощения, аппроксимации, «неидеальность» объекта измерений, округления, конечную разрешающую способность средства измерений, влияние измерительных принадлежностей и устройств — соединительных проводов, клемм, держателей и т. д.);

δ_4 — поправка, учитывающая влияние условий окружающей среды на объект и средство измерений.

Рассмотренные поправки обусловлены источниками, необязательно являющимися независимыми, некоторые из них могут вносить вклад друг в друга. Важно знать и учитывать физический принцип измерения (вплоть до полного устройства средства измерений) и всю цепь преобразований измеряемой величины в контексте «Причина — влияние — следствие». Функцию модели можно определить экспериментально, или она может существовать в виде алгоритма, компьютерной программы или их комбинации. Процесс моделирования может быть бесконечным, но всегда нужно находить баланс между тщательностью составления модели, необходимой точностью и затратами ресурсов. Можно осуществлять группировку источников и учитывать совокупный эффект их влияния на результат, как это представлено на диаграмме причинно-следственной связи на рис. 2.

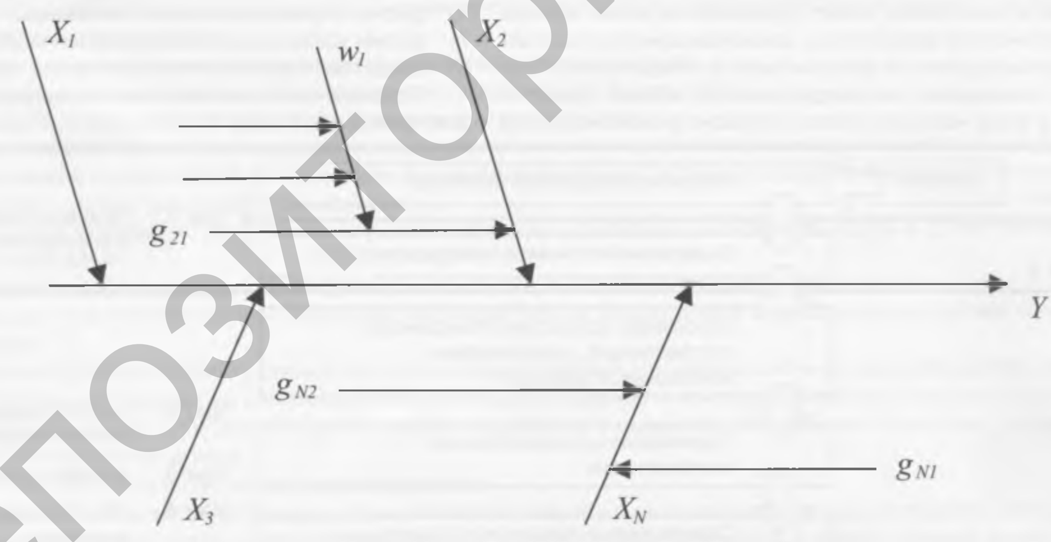

Рис. 2. *Диаграмма «Причина — влияние - следствие» с источниками неопределенности*

В алгоритме на рис. 1 3-й этап предусматривает процедуры упрощения и группировки источников неопределенности, когда рассматривают каждый этап измерительной процедуры и добавляют на диаграмму влияющие величины как факторы, действующие вне пределов основных эффектов. Это делают для каждой основной ветви до тех пор, пока результирующие дополнительные эффекты не станут достаточно малыми, пока их влияние на результат не будет пренебрежимо мало [1]. Данная модель позволяет наглядно представить все входные величины и источники неопределенности, сгруппировать их и исключить дублирование. Далее методом экспертных оценок проводят анализ значимости каждого источника и формируют окончательные модели результата измерения — модель математических ожиданий и модель рассеяния. Для косвенного измерения модель математических ожиданий (1) разлагается на модели математических ожиданий прямых измерений (2). Модели рассеяния — это модели промежуточных неопределенностей и суммарной стандартной неопределенности, которые будут рассмотрены далее.

Шаг 2. Анализ входных величин и их неопределенностей $u(x_i)$

Для каждой величины X_i, входящей в уравнение модели, необходимо определить оценку x_i, и стандартную неопределенность $u(x_i)$. *Оценками* входных величин $(x_1, x_2 \ldots x_n)$ являются их математические ожидания. *Стандартная неопределенность* $u(x_i)$, связанная с оценкой x_i измеряемой величины x_i, является ее стандартным отклонением. При этом каждую входную оценку x_i и связанную с ней стандартную неопределенность $u(x_i)$ получают из распределения вероятностей входной величины X_i. В зависимости от имеющейся информации о величине X_i способы оценивания стандартных неопределенностей могут осуществляться *по типу* A и *по типу* B. Оценку стандартной неопределенности по типу A получают из функции плотности вероятностей, основанной на *наблюдаемом* распределении частот, а оценку стандартной неопределенности по типу B — на основе *приписывания* функции распределения вероятностей, основанной на имеющейся информации о величине.

Оценивание стандартной неопределенности по типу A может основываться на любых обоснованных методах статистической обработки данных, таких как:

- расчет стандартного отклонения и среднего значения на основании серии наблюдений;
- использование метода наименьших квадратов для подбора кривой к данным (например, градуировочной кривой) и последующего расчета соответствующих оценок параметров градуировочной функции и их стандартных отклонений;
- проведение дисперсионного анализа для идентификации и определения значений отдельных случайных эффектов в измерениях, чтобы эти эффекты могли быть правильно приняты во внимание при оценивании неопределенности измеряемой величины и др.

Наилучшей доступной оценкой математического ожидания, или ожидаемого значения μ_x величины X, изменяющейся случайным образом, для которой были получены n независимых наблюдений x_i при одинаковых условиях измерения, является среднее арифметическое, или среднее значение $\bar{x}$ из n наблюдений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i . \qquad (3)$$

Таким образом, для входной величины X_i, оцененной из n независимых повторных наблюдений, среднее арифметическое $\bar{x}$, полученное из (3), используется как входная оценка x_i в уравнении (2) для определения результата измерения, то есть $x_i = \bar{x}$.

Случайные составляющие неопределенности предположительно возникают из непредсказуемых, или стохастических временных или пространственных изменений влияющих величин. Эффекты таких изменений (случайные эффекты) вызывают изменения измеряемой величины при повторных наблюдениях, что следует из формулы для отклонения среднего значения измеряемой величины:

$$u(\bar{x}) = \frac{u(x)}{\sqrt{n}} , \qquad (5)$$

где $u(x)$ — стандартная неопределенность входной величины x, рассчитываемая из выражения:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2} . \qquad (6)$$

Экспериментальное стандартное отклонение среднего арифметического, или усредненного значения рядов наблюдений $u(x)$, является мерой неопределенности среднего значения, обусловленной случайными эффектами.

Оценивание неопределенности по типу B основывается на базе научного суждения, основанного на всей доступной информации о возможной изменчивости X_i. Фонд информации может включать [2]:

- данные предварительных измерений;
- данные, полученные в результате опыта, или общие знания о поведении и свойствах соответствующих материалов и приборов;
- спецификация изготовителя;
- данные, которые приводятся в свидетельствах о калибровке и сертификатах;
- справочные данные.

Корректное использование фонда доступной информации для оценивания стандартной неопределенности по типу B требует интуиции, основанной на опыте и общих знаниях, и является мастерством, которое приходит с практикой. Имеющуюся информацию и знания или даже предположения о величинах X_i необходимо описать с помощью распределения вероятностей, чтобы затем определить оценки величин и их стандартные отклонения. При этом в метрологической практике чаще всего используются распределение Гаусса (нормальное), прямоугольное (равномерное), треугольное, трапецеидальное [1, 2, 3].

Распределение Гаусса. Для входной величины, имеющей нормальное распределение с ожиданием μ_x и стандартным отклонением σ, функция распределения вероятностей имеет вид (рис. 3):

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(x-\mu_x)^2 / 2\sigma^2\right] . \qquad (7)$$

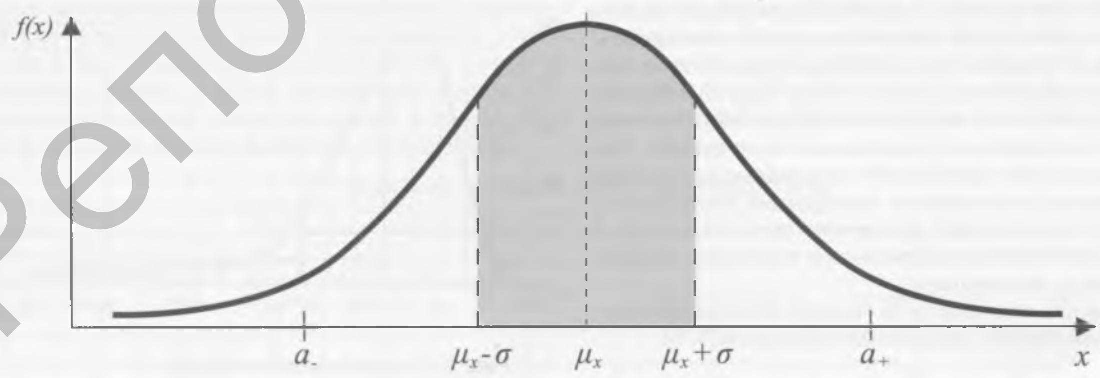

Рис. 3. *Графическая иллюстрация нормального распределения входной величины*

Распределение Гаусса применяют, когда:

- оценка получена из повторных наблюдений случайно изменяющегося процесса $(u(x) = s)$, где s есть стандартное отклонение, рассчитанное по формуле (6);
- неопределенность указана в форме стандартного отклонения наблюдений $(s = u(x))$;
- неопределенность задана в виде 95 %-ного или другого интервала доверия Q без указания вида распределения: $u(x) = Q/2$ (для Q при p = 95 %) [2].

Продолжение следует.