УДК 519

ОБРАБОТКА МЕДИЦИНСКИХ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТОВ

Гундина М.А., Абдыев А.Д., Хомиченко А.В., Шукелович М.И.
Белорусский национальный технический университет

Вейвлет-преобразование позволяет представить сложный сигнал в виде разложения на составляющие с членами, которые содержат разные частоты [1].

На первых этапах развития такого подхода использование вейвлет-преобразования не давало эффективного результата, поскольку не было доказано существование обратного преобразования. Однако позднее был предложен алгоритм вейвлет-разложения Б. Фридена и И. Мейера, который устранил этот недостаток и обеспечил обратимость данного преобразования.

Основным достоинством вейвлет-преобразования является локализация сигнала и получение большего количества информации о сигнале, по сравнению, например, с преобразованием Фурье [2]. Вейвлет-анализ оказался востребованным благодаря способности вейвлет-функций раскладывать локализованный сигнал в масштабе и в пространстве.

В отличие от традиционно применяемого для анализа сигналов преобразования Фурье вейвлет-преобразование обеспечивает двумерную развертку исследуемого одномерного сигнала, при этом частота и координата рассматриваются как неизвестные независимые переменные [3].

От преобразования Фурье к вейвлет-преобразованию. До возникновения вейвлетов существовал мощный инструмент для разложения сигнала. Им является преобразование Фурье, суть которого состоит в аппроксимации искомой достаточно сложной функции суммой более простых, каждая из которых получалась из единой «функции-шаблона» [4]. Искомая функция получалась комбинацией одинаковых по структуре блоков, которыми являлись стандартные тригонометрические функции. Однако преобразование Фурье обладало и недостатками. Возникла необходимость дальнейшего усовершенствования данного преобразования. Но такие усовершенствования могли быть использованы на стационарных сигналах, свойства которых в целом мало меняются во времени, и не подходили для анализа нестационарных сигналов.

В результате был предложен следующий подход: для различных диапазонов частот использовались временные окна различной длительности. Оконные функции получались в результате растяжения (сжатия) и сдвига по времени [5].

Остановимся на основных особенностях преобразования Фурье и его использовании при разложении сигнала на составляющие.

Рассмотрим пространство $L^2(0,2\pi)$ измеримых функций *f*, для них выполняется следующее условие:

$$\int_0^{2\pi} \left| f(x) \right|^2 dx < \infty . \qquad (1)$$

Тогда любую такую функцию можно представить рядом Фурье:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} , \qquad (2)$$

где коэффициенты Фурье могут быть найден следующим образом:

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-inx} dx . \qquad (3)$$

Заметим, что исходная функция разлагается в бесконечную сумму взаимоортогональных компонентов $c_j e^{ijx}$. Каждая функция e^{inx} получается из функций e^{ix} растяжением.

Преобразование Фурье используется для изучения процессов, свойства которых не изменяются во времени. Но оно не эффективно в случае иррегулярных сигналов [6].

Дискретизация вейвлет-преобразования. Говоря о построении вейвлет-преобразования, возникает вопрос обеспечения покрытия всей вещественной оси (области существования сигнала), при быстром затухании вейвлета. Так вводится на числовой прямой сдвиг вейвлета. Тогда целочисленный сдвиг будет определяться так:

$$\psi(x-k),\ k \in Z, \tag{4}$$

где ψ – базисный вейвлет.

При рассмотрении волн различных частот, в случае частотного разбиения по целым степеням двойки, получаем:

$$\psi(2^j x-k),\ j,k \in Z. \tag{5}$$

Справедливо следующее утверждение:

$$\left\|f(2^j-k)\right\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty}\left|f(2^j-k)\right|^2 dx\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{j}{2}}\left\|f\right\|_2. \tag{6}$$

Отсюда составляющие принимают вид функций, обладающих единичной нормой:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{\frac{j}{2}}\psi(2^j x-k),\ k,j \in Z. \tag{7}$$

Тогда любая функция f из $L^2(R)$ может быть представлена в виде:

$$f(x) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} c_{j,k}\,\psi_{j,k}(x). \tag{8}$$

Особенности применения вейвлетов при обработке медицинских данных. В медицине математические методы используются для комплексного анализа и обработки информации, полученной экспериментально.

Кроме этого, известно, что исследование физических процессов часто описывается с помощью дифференциальных уравнений. Они широко используются в медицине для определения скорости протекания процессов в живом организме, для описания информации, полученной при обследовании организма и др.

Рассмотрим разложение на составляющие исходную функцию, представляющую собой решение задачи о количестве вещества в таблетке, оставшегося ко времени растворения t.

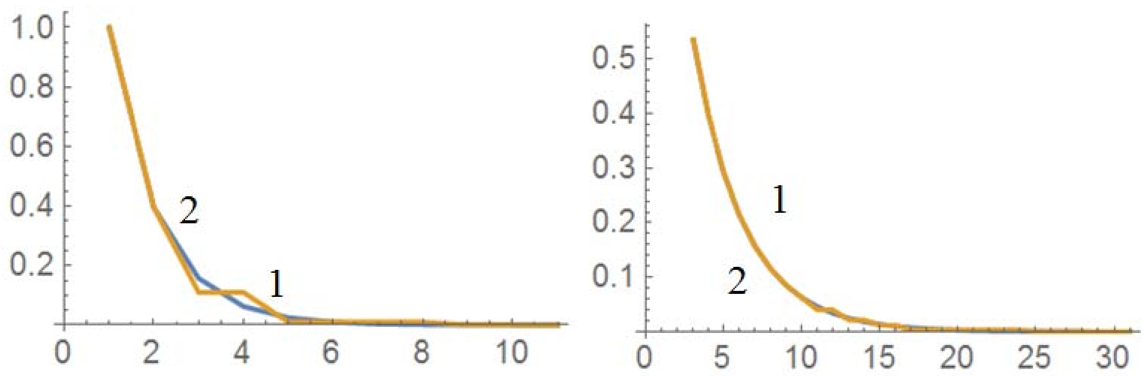
Представим аналитически функцию, зависящую от времени:

$$f(t) = e^{-kt}, \tag{9}$$

где k – константа скорости диффузии.

Рассмотрим для примера уголь, у которого k = 0,308 м/с.

На рисунке 1а представлен график базисного вейвлета Хаара, на рисунке 1б отображается график количества вещества в таблетке, оставшегося ко времени растворения t.



а) *б)*

Рисунок 1 – График, отражающий количество вещества в таблетке, оставшегося ко времени t при разбиении в $\Delta t = 3$ *(а)* и при разбиении в $\Delta t = 1$ *(б)*: *1* – график разложения на составляющие; *2* – график исходной функции

Заметим, что на рисунке 1б относительное отклонение графиков составляет менее 1 процента. В зависимости от формы графика может быть осуществен оптимальный выбор базового вейвлета, который соответствует минимальному среднеквадратическому отклонению от заданного сигнала.

Список использованных источников

1. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н.М. Астафьева // Успехи физ. наук. – 1996. – Т. 166, №11. – С. 1145-1170.
2. Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2001. – 58 с.
3. Воробьев В.И. Теория и практика вейвлет-преобразования / В.И.Воробьев, В.Г. Грибунин. – СПб.: ВУС, 1999. – 204 с.
4. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам / И.Добеши. – М.: Ижевск: R\&C Dynamics, 2004. – 463 с.
5. Новиков И.Я. Основные конструкции всплесков / И.Я. Новиков, С.Б. Стечкин // Фундаментальная и прикладная математика. – 1997. – Т. 3, №4. – С. 999-1028.
6. Чуи К. Введение в вэйвлеты / К. Чуи. – М.: Мир, 2001. – 412 с.

УДК 004.514.62

СВОБОДНЫЕ СУБД ДЛЯ ХРАНЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Дубицкий А.В., Маркина А.А.
Брестский государственный технический университет
e-mail: alexandr.dubitsky@gmail.com

Abstract. *A review of Time Series Databases is presented, with focus on free / libre and open source software. Time-arranged list of TSDB with notes on specifics of their usage is presented as far as the generalized functionality overview and the analogy in relational database approach.*

Базы данных временных рядов (time series database, TSDB) – специализированные СУБД для хранения проиндексированных по времени данных. Причины их появления – необходимость сбора, хранения и обработки больших массивов разных метрик (системы мониторинга), а также то, что реляционные БД в системах со сложной логикой и высоким объемом транзакций для данных временных рядов – не самый практичный выбор.

Реляционные БД менее эффективны при работе с упорядоченным множеством элементов временного ряда, а другие типы ранее существовавших СУБД (например, плоские/однотабличные БД, хранящие данные в общем табличном файле) также неэффективны при большой нагрузке. Обширная сфера потенциального применения обеспечивает спрос на эффективное хранение временных рядов с возможностями обработки, характерными для реляционных БД (транзакции, математические и логические