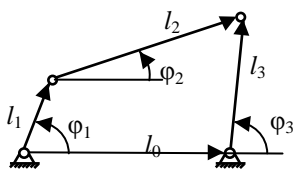


Применение комплексных чисел в теории механизмов и машин

Анципорович П. П., Акулич В. К., Дубовская Е. М.
Белорусский национальный технический университет

Для кинематического анализа плоских рычажных механизмов в теории механизмов и машин традиционно применяется метод замкнутых векторных контуров. Вместе с тем для решения этой задачи представляется возможным использовать комплексные числа в тригонометрической и показательной форме. Как известно, для комплексного числа $z = a + bi$ показат-



тельная форма имеет вид $z = r e^{i\varphi}$, а тригонометрическая - $z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$, где $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ - модуль комплексного числа, $\varphi = \arg z$ - аргумент, причем $\operatorname{tg}\varphi = b/a$.

Рис.1

Например, для шарнирного четырехзвенника (рисунок) уравнение замкнутости $\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_0 + \vec{l}_3$ можно представить в виде

$$l_1 e^{i\varphi_1} + l_2 e^{i\varphi_2} = l_0 + l_3 e^{i\varphi_3}. \quad (1)$$

или после применения формулы Эйлера

$$l_1 (\cos\varphi_1 + i \sin\varphi_1) + l_2 (\cos\varphi_2 + i \sin\varphi_2) = l_0 + l_3 (\cos\varphi_3 + i \sin\varphi_3). \quad (2)$$

Если в уравнении (2) выделить отдельно действительную и комплексную части, то получим уравнения для определения углов φ_2 и φ_3 , которые совпадают с обычными уравнениями проекций. Для определения передаточных функций φ_2' и φ_3' дифференцируем уравнение (1) по обобщенной координате φ_1 :

$$l_1 i e^{i\varphi_1} + l_2 \varphi_2' i e^{i\varphi_2} = l_3 \varphi_3' i e^{i\varphi_3}. \quad (3)$$

В выражении (3) сокращаем на i и почленно умножаем на $e^{-i\varphi_2}$:

$$l_1 e^{i\varphi_{12}} + l_2 \varphi_2' = l_3 \varphi_3' e^{i\varphi_{32}}, \quad \text{где } \varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad \varphi_{32} = \varphi_3 - \varphi_2.$$

Далее применяем формулу Эйлера:

$$l_1 (\cos\varphi_{12} + i \sin\varphi_{12}) + l_2 \varphi_2' = l_3 \varphi_3' (\cos\varphi_{32} + i \sin\varphi_{32}). \quad (5)$$

Выделяя в выражении (5) действительную и комплексную части, получаем выражения для передаточных функций, совпадающие с выражениями, получаемыми по методу замкнутых векторных контуров.