

УДК 621.65.01

ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ ОТ УГЛА НАКЛОНА ЛОПАСТЕЙ

Павлечко В.Н. (УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь), Казаченко Г.В. (Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь)

Проведен анализ сил, возникающих при воздействии среды, движущейся аксиально, на рабочее колесо осевой турбины, а также скоростей движения рабочего колеса и среды в нем при неизменном угле наклона лопастей β по ходу движения среды. Предложены формулы для определения скоростей движения среды и давления, создаваемого средой на лопасти колеса, в зависимости от угла наклона лопастей. Получены выражения для определения скорости движения среды под действием центробежной силы и давления, создаваемого ею. Приведены графические зависимости отношений скоростей движения среды в колесе к осевой скорости среды и создаваемого давления от угла наклона лопастей.

Введение

В осевой турбине передача энергии от среды осуществляется с помощью лопастей, закрепленных на втулке. При этом лопасти перемещаются в тангенциальном направлении, а среда частично закручивается. Энергия, воспринимаемая турбиной, может быть рассчитана по основному уравнению центробежной машины, выведенному на основе теоремы об изменении момента количества движения, [1, 2]. Как известно, уравнение Эйлера может быть представлено в виде

$$A_m = \rho u (c_{2u} - c_{1u}). \quad (1)$$

Для этой и последующих формул и рисунков условные обозначения расшифрованы в конце статьи.

В этом уравнении отражена только тангенциальная составляющая скорости движения среды, не учитывается энергия снижения давления при движении среды в осевом направлении и энергия центробежной силы.

В работе [3] проведен анализ сил воздействия колеса осевого нагнетателя на среду. Получены зависимости для расчета динамического и статического давлений, образующихся при вращении лопастей. Кроме того, рассмотрена также центробежная сила, которая создает часть статического давления. Определено, что известное уравнение Эйлера отражает только динамическую часть общего давления, создаваемого осевым нагнетателем, и не учитывает его статическую составляющую. В настоящей работе проводится анализ влияния угла наклона лопастей на параметры работы осевой турбины по аналогии с осевым нагнетателем.

Результаты исследований

Рассмотрим отдельную лопасть, консольно закрепленную на втулке под углом β к плоскости вращения (рисунок 1). Втулка с лопастью вращаются с угловой скоростью ω . В первом приближении предполагаем лопасть плоской, имеющей ширину b , пропорциональную радиусу, и пренебрегаем трением среды в проточной части турбины.

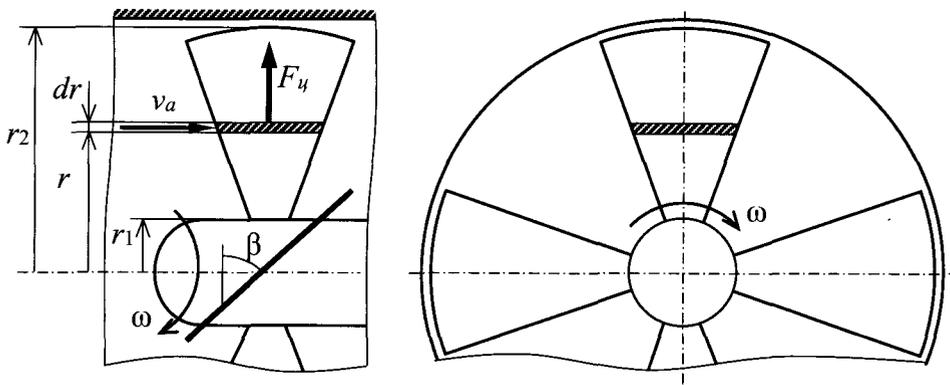
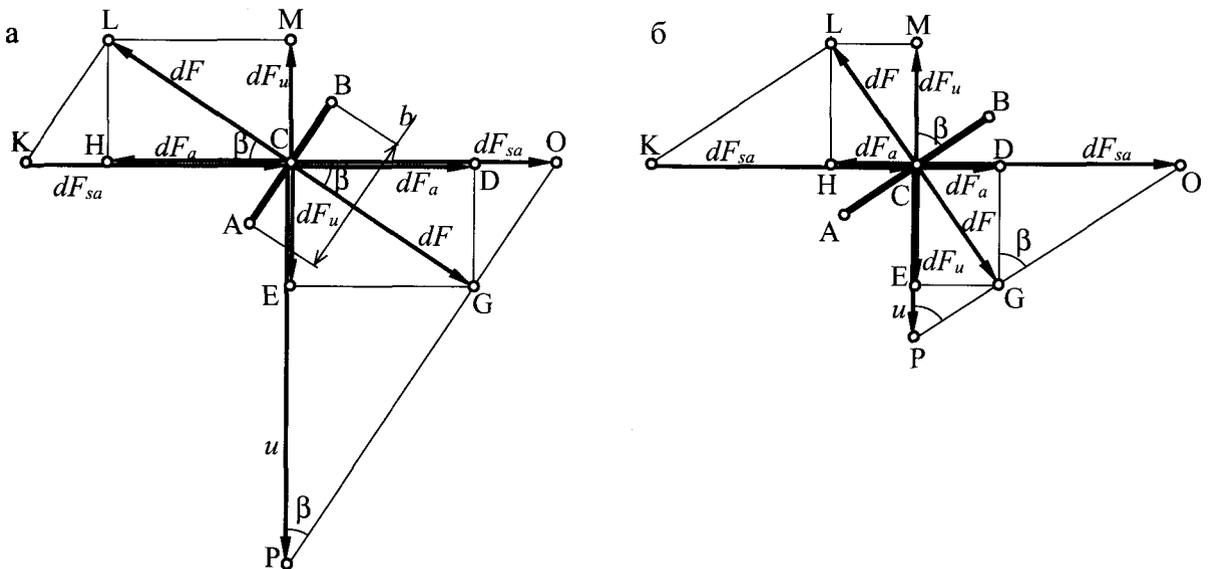


Рисунок 1. – Схема четырехлопастной осевой турбины

Среда перед турбиной движется с постоянной скоростью v_a в осевом направлении без вращения относительно оси. Выделим на лопасти элементарную площадку шириной b и высотой dr на расстоянии r от оси вращения. На эту площадку действует среда с элементарной силой dF_{sa} (отрезок KC на рисунке 2)

$$dF_{sa} = \rho b dr v_a^2 \cos \beta. \quad (2)$$



а – угол $\beta < 45^\circ$; б – угол $\beta > 45^\circ$

Рисунок 2. – Силы воздействия среды на элементарную площадку

Элементарную реакцию лопасти dF (отрезок CL), перпендикулярную плоскости лопасти, представим в виде двух составляющих: силы dF_u , действующей тангенциально, противоположно направлению окружной скорости колеса, и силы dF_a , направленной вдоль оси вращения (синие линии со стрелками на рисунке 2).

Выражения перечисленных сил имеют вид, соответственно:

$$dF = dF_{sa} \cos \beta = \rho b dr v_a^2 \cos^2 \beta; \quad (3)$$

$$dF_u = dF \sin \beta = \rho b dr v_a^2 \sin \beta \cos^2 \beta; \quad (4)$$

$$dF_a = dF \cos \beta = \rho b dr v_a^2 \cos^3 \beta. \quad (5)$$

Поскольку колесо вращается равномерно, то сила реакции лопасти и ее составляющие уравниваются соответствующими силами воздействия среды (зеленые линии со стрелками на рисунке 2), для чего расходуется некоторое количество энергии потока. Под действием этих сил среда перемещается в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, со скоростью c , в направлении вращения колеса – c_u , в осевом направлении – c_a (зеленые линии на рисунке 3). Кроме того, среда перемещается с относительной скоростью w вдоль плоскости лопасти. Скорость c движения среды является геометрической суммой скоростей c_u и c_a , а скорость v_a – геометрической суммой абсолютной скорости движения среды c и относительной скорости среды w . Приведенные на рисунке 3 скорости геометрически взаимосвязаны. Из треугольника CGO следует

$$c = v_a \cos \beta, \quad (6)$$

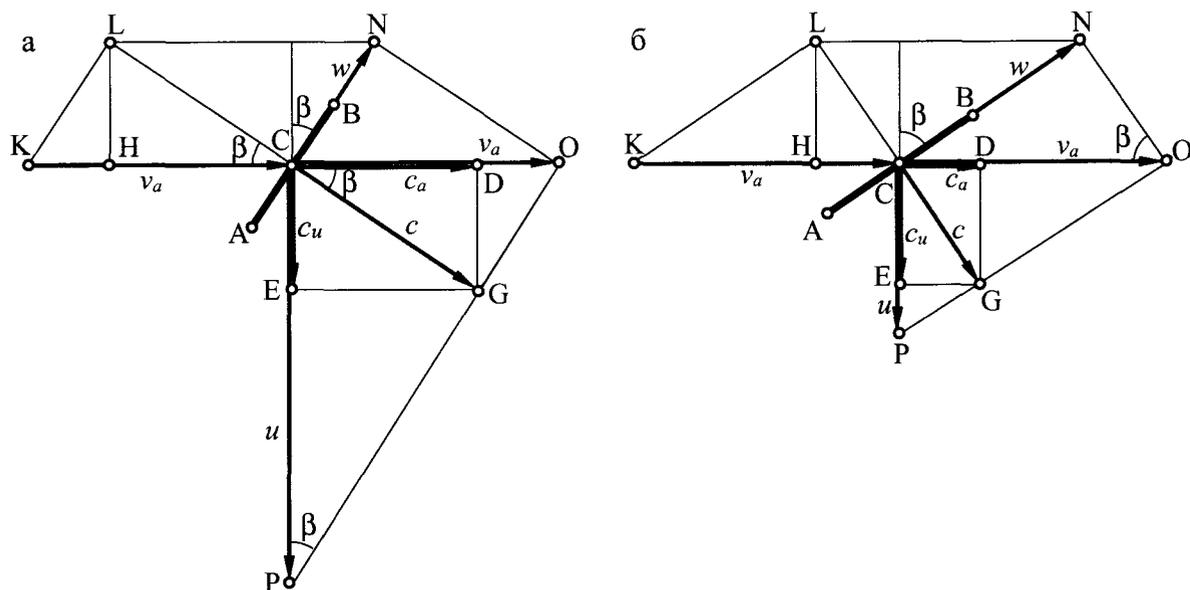
из прямоугольника $CDGE$:

$$c_u = c \sin \beta = v_a \sin \beta \cos \beta; \quad (7)$$

$$c_a = c \cos \beta = v_a \cos^2 \beta, \quad (8)$$

а из треугольника CNO :

$$w = v_a \sin \beta. \quad (9)$$



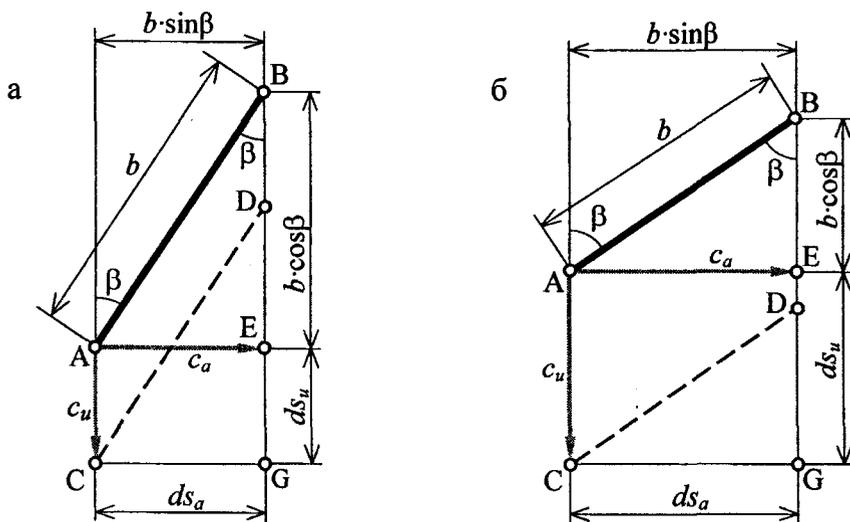
а – угол $\beta < 45^\circ$; б – угол $\beta > 45^\circ$

Рисунок 3. – Скорости движения элементарного объема среды

Для преодоления сопротивления лопасти расходуется часть энергии среды, пропорциональная силе dF . Под ее воздействием среда перемещается в осевом направлении со скоростью c_a , в тангенциальном направлении со скоростью c_u . Одновременно за счет вытеснения средой элементарная площадка приобретает дополнительную скорость в тангенциальном направлении. В итоге среда движется в турбине с тангенциальной скоростью c_u , а рассматриваемая элементарная площадка лопасти приобретает окружную скорость $u > c_u$ (рисунок 3).

Предположим, что под действием силы dF за промежуток времени dt среда перемещается в тангенциальном направлении на расстояние $b \cdot \cos \beta$, в осевом направлении – на расстояние $b \cdot \sin \beta$ (рисунок 4). Промежуток времени dt равен

$$dt = \frac{b \sin \beta}{c_a} = \frac{b \sin \beta}{v_a \cos^2 \beta}. \quad (10)$$



а – угол $\beta < 45^\circ$; б – угол $\beta > 45^\circ$

Рисунок 4. – К выводу выражений окружной скорости турбины

Вместе со средой в направлении окружной скорости перемещается и элементарная площадка AB на расстояние $b \cdot \cos \beta$. Одновременно элементарная площадка за счет вытеснения средой перемещается в тангенциальном направлении на расстояние ds_u , равное

$$ds_u = dt \cdot c_u = b \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}. \quad (11)$$

Суммарное перемещение элементарной площадки в тангенциальном направлении равно

$$ds_u + b \cos \beta = \frac{b}{\cos \beta}. \quad (12)$$

Перемещение площадки за отрезок времени dt со скоростью c_u равно $b \cdot \cos \beta$, а с суммарной скоростью u – $(ds_u + b \cdot \cos \beta)$. Следовательно, суммарная скорость перемещения элементарной площадки (окружная скорость колеса) составляет

$$u = c_u \frac{ds_u + b \cos \beta}{b \cos \beta} = v_a \frac{\cos \beta}{\sin \beta}. \quad (13)$$

Определим давление при воздействии среды на лопасть. Примем, что за промежуток времени dt среда вместе с лопастью перемещается в тангенциальном направлении на расстояние ds_u , рассчитываемое по формуле (11), а вдоль оси и в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, на соответствующие расстояния

$$ds_a = dt \cdot c_a = \frac{bc_u}{v_a \cos \beta}; \quad (14)$$

$$ds = dt \cdot c = \frac{bc_u}{v_a \cos^2 \beta}. \quad (15)$$

Энергия, передаваемая элементарной площадке средой в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, в тангенциальном и осевом направлениях, равна произведению силы на соответствующий путь перемещения среды и с учетом (3)-(5), (11), (14) и (15) определяется выражениями

$$dA = dF ds = \rho b^2 dr v_a c_u; \quad (16)$$

$$dA_u = dF_u ds_u = \rho b^2 dr v_a c_u \sin^2 \beta; \quad (17)$$

$$dA_a = dF_a ds_a = \rho b^2 dr v_a c_u \cos^2 \beta. \quad (18)$$

Давление, с которым среда воздействует на лопасть, равно отношению удельной работы к единице элементарного объема среды, равно $dV = b \cdot ds_u \cdot ds_a$. Давление, создаваемое средой в указанных выше направлениях, с учетом $v_a = \text{const}$ выражается соответственно зависимостями

$$P = \frac{dA}{dV} = \rho v_a \left| c_u \right|_r^2 \frac{\cos \beta}{\sin^3 \beta}; \quad (19)$$

$$P_u = \frac{dA_u}{dV} = \rho v_a \left| c_u \right|_r^2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta}; \quad (20)$$

$$P_a = \frac{dA_a}{dV} = \rho v_a \left| c_u \right|_r^2 \frac{\cos^3 \beta}{\sin^3 \beta}. \quad (21)$$

При подстановке предельных значений скоростей и выражения (6) в формулы (19)-(21) получаем

$$P = \rho v_a (c_{2u} - c_{1u}) \frac{\cos \beta}{\sin^3 \beta}; \quad (22)$$

$$P_u = \rho v_a (c_{2u} - c_{1u}) \frac{\cos \beta}{\sin \beta}; \quad (23)$$

$$P_a = \rho v_a (c_{2u} - c_{1u}) \frac{\cos^3 \beta}{\sin^3 \beta}. \quad (24)$$

С учетом зависимости (7) формулы (19)-(21) преобразуются

$$P = \rho v_a^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (25)$$

$$P_u = \rho v_a^2 \cos^2 \beta; \quad (26)$$

$$P_a = \rho v_a^2 \frac{\cos^4 \beta}{\sin^2 \beta}. \quad (27)$$

При замене осевой скорости среды окружной скоростью колеса согласно зависимости (13) формулы (22)-(24) принимают вид

$$P = \rho u \frac{c_{2u} - c_{1u}}{\sin^2 \beta}; \quad (28)$$

$$P_u = \rho u (c_{2u} - c_{1u}); \quad (29)$$

$$P_a = \rho u (c_{2u} - c_{1u}) \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}. \quad (30)$$

Правые части формул (1) и (29) идентичны, что подтверждает справедливость приведенных выкладок. Скорость движения среды в осевом направлении v_a и окружная скорость колеса u являются одними из характерных параметров осевой турбины. Поэтому при расчете показателей турбины могут быть использованы формулы как (19)-(21), так и (28)-(30).

При закручивании среды возникает центробежная сила, смещающая среду в радиальном направлении к периферии со скоростью, равной скорости движения среды в тангенциальном направлении, зависимость которой может быть представлена выражениями, включающими начальную скорость среды и окружную скорость колеса соответственно [3]:

$$c_y = c_u = v_a \sin \beta \cos \beta; \quad (31)$$

$$c_y = u \sin^2 \beta. \quad (32)$$

С другой стороны, работа центробежной силы может быть представлена формулой [3]

$$P_y = \frac{\rho}{2} c_y^2. \quad (33)$$

Выражения для определения текущего давления, создаваемого центробежной силой, с учетом отсутствия закручивания среды перед колесом ($c_{1u} = 0$), а также зависимостей (31) и (33) имеют вид

$$P_y = \frac{\rho}{2} c_y^2 = \frac{\rho}{2} v_a^2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta. \quad (34)$$

С учетом (13) и (32) из формул (25)-(27) и (34) выведены зависимости рассматриваемых давлений от окружной скорости колеса

$$\frac{P}{\rho u^2} = 1; \quad (35)$$

$$\frac{P_u}{\rho u^2} = \sin^2 \beta; \quad (36)$$

$$\frac{P_a}{\rho u^2} = \cos^2 \beta; \quad (37)$$

$$\frac{P_y}{\rho u^2} = \frac{\sin^4 \beta}{2}. \quad (38)$$

Отношения скоростей к окружной скорости колеса из (6)-(9) с учетом (13) равны

$$\frac{c}{u} = \sin \beta; \quad (39)$$

$$\frac{c_u}{u} = \frac{c_y}{u} = \sin^2 \beta; \quad (40)$$

$$\frac{c_a}{u} = \sin \beta \cos \beta; \quad (41)$$

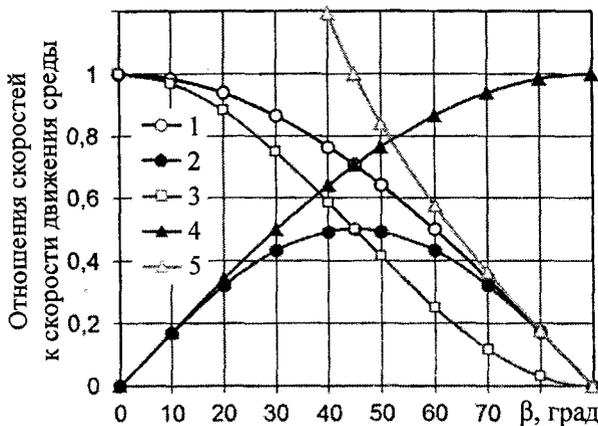
$$\frac{w}{u} = \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}. \quad (42)$$

Графические зависимости отношений скоростей в соответствии с формулами (6)-(9) и (31) к скорости движения среды v_a от угла наклона β приведены на рисунке 5.

При увеличении угла наклона лопастей отношения c/v_a , c_u/v_a и u/v_a (кривые 1, 3 и 5) непрерывно снижаются, а отношение w/v_a (кривая 4) – возрастает. Отношения $c_u/v_a = c_u/v_a$ первоначально возрастают, принимают максимальные значения при $\beta = 45^\circ$, а затем снижаются до нуля. При малых углах наклона лопастей окружная скорость турбины значительно выше осевой скорости среды.

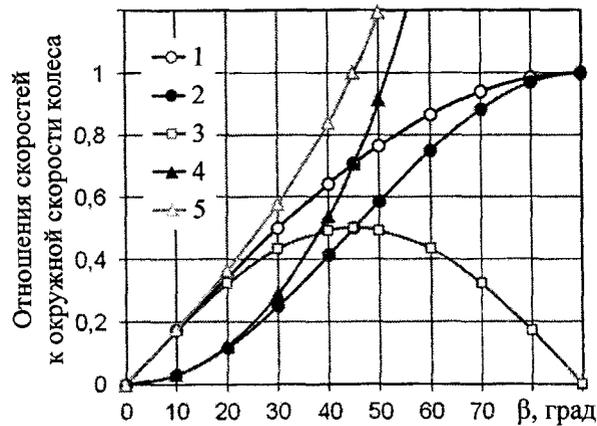
Центробежная сила перемещает среду от оси вращения к периферии и существенного влияния на параметры работы турбины не оказывает. Для достижения относительно высоких окружных скоростей турбины при больших расходах среды целесообразно принимать значения $\beta = 45^\circ$, при которых среда максимально закручивается.

Отношения рассмотренных скоростей к окружной скорости колеса в соответствии с выражениями (13) и (39)-(42) приведено на рисунке 6.



1 — c/v_a ; 2 — $c_u/v_a = c_u/v_a$; 3 — c_d/v_a ;
4 — w/v_a ; 5 — u/v_a

Рисунок 5. — Зависимость отношения скоростей от угла наклона лопастей



1 — c/u ; 2 — $c_u/u = c_u/u$; 3 — c_d/u ;
4 — w/u ; 5 — v_a/u

Рисунок 6. — Зависимость отношения скоростей от угла наклона лопастей

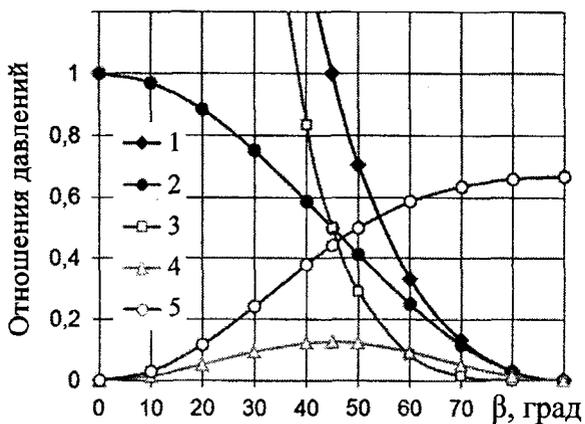
При малых углах наклона лопастей скорости среды имеют величины, значительно меньшие окружной скорости колеса, и возрастают при увеличении угла наклона лопастей. По мере повышения β отношение c_a/u растет, достигает максимума при $\beta = 45^\circ$ и в дальнейшем снижается. При больших углах наклона лопастей для получения приемлемой окружной скорости турбины требуется значительный расход среды.

Графическое изображение отношений давлений, развиваемых в осевой турбине в соответствии с формулами (25)-(27) и (34) при отсутствии закручивания среды перед колесом ($c_{u1} = 0$), к произведению плотности на квадрат осевой скорости от угла наклона β приведено на рисунке 7.

Давление, передаваемое средой турбине, при увеличении β снижается (кривые 1, 2 и 3). Более энергичное снижение отношений $P/(\rho v_a^2)$ и $P_d/(\rho v_a^2)$ указывает на то, что при малых углах энергия среды расходуется, в основном, на преодоление сопротивления лопастей. Отношение $P_u/(\rho v_a^2)$ при повышении β возрастает, достигает максимума при $\beta = 45^\circ$ и далее — снижается. Это давление направлено радиально и мало сказывается на работе турбины. Так как энергия рабочей среды, эквивалентная P_u , полезно расходуется на вращение турбины, энергия, пропорциональная P_a , затрачивается на преодоление лобового сопротивления лопастей, то наиболее предпочтительными

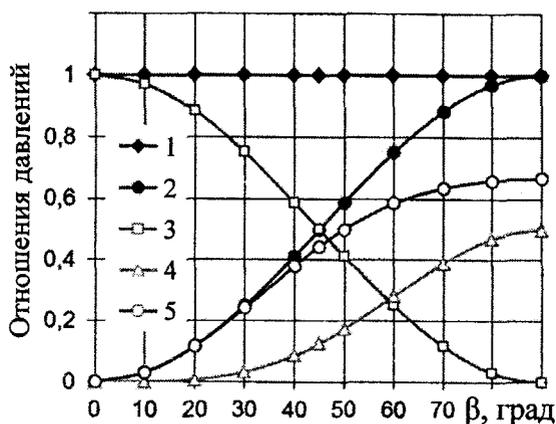
являются большие значения β . Однако необходимо учесть, что при $\beta > 45^\circ$ снижаются окружная скорость колеса и энергия, воспринимаемая лопастями, а также возрастают потери на удар. В связи с этим наиболее рациональным значением угла можно рассматривать $\beta \approx 45^\circ$. На рисунке 7 кривая 5 отражает отношение $P_u/(P + P_u)$, т.е. отношение полезной энергии, воспринимаемой турбиной от рабочей среды, к суммарной энергии, которая передается средой и создается центробежной силой. При увеличении угла наклона лопастей это отношение энергично возрастает до $\beta = 45^\circ$ и в дальнейшем повышается менее значимо.

Графическое изображение отношений давлений, развиваемых в осевой турбине в соответствии с формулами (35)-(38) при отсутствии закручивания среды перед колесом ($c_{u1} = 0$), к произведению плотности на квадрат окружной скорости колеса от угла наклона β приведено на рисунке 8.



1 - $P/(\rho v_a^2)$; 2 - $P_u/(\rho v_a^2)$; 3 - $P_a/(\rho v_a^2)$;
4 - $P_u/(\rho v_a^2)$; 5 - $P_u/(P + P_u)$

Рисунок 7. - Зависимость отношения давлений от угла наклона лопастей



1 - $P/(\rho u^2)$; 2 - $P_u/(\rho u^2)$; 3 - $P_a/(\rho u^2)$;
4 - $P_u/(\rho u^2)$; 5 - $P_u/(P + P_u)$

Рисунок 8. - Зависимость отношения давлений от угла наклона лопастей

Общее давление, воспринимаемое лопастями от среды, не зависит от угла наклона лопастей (прямая 1). При возрастании угла наклона лопастей отношение $P_u/(\rho u^2)$ повышается, а отношение $P_a/(\rho u^2)$ снижается (кривые 2 и 3). Увеличиваются также отношения $P_u/(\rho u^2)$ и $P_u/(P + P_u)$.

Анализ формул (6)-(9) показывает, что текущие скорости движения среды не зависят от радиуса колеса, т.к. при отсутствии закрутки среды перед турбиной $v_a = \text{const}$. Создаваемые в осевой турбине давления в соответствии с выражениями (25)-(27) и (34) имеют тот же характер. Следовательно, для получения максимального крутящего момента на валу турбины диаметр втулки целесообразно приближать к диаметру колеса.

Полученные формулы отражают теоретические аспекты работы осевой турбины и справедливы при отсутствии потерь энергии на трение.

Выводы

Полезная энергия, воспринимаемая турбиной от среды, при увеличении угла наклона лопастей непрерывно возрастает. Максимальная окружная скорость колеса достигается при угле наклона лопастей $\beta \approx 45^\circ$. Увеличение этого угла сверх указанного значения снижает окружную скорость колеса и энергию, воспринимаемую лопастями, а также увеличивает потери на удар.

Список использованных источников

1. Смирнов, И.Н. Гидравлические турбины и насосы / И.Н. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1969. – С. 85-88.
2. Кривченко, Г.И. Гидравлические машины. Турбины и насосы / Г.И. Кривченко. – М.: Энергия, 1978. – С. 69-72.
3. Павлечко, В.Н. Влияние лопастей на давление осевого нагнетателя / В.Н. Павлечко, Г.В. Казаченко // Горная механика и машиностроение / 2015. – № 3. – С. 56-62.

Условные обозначения

A – работа, Дж;
 b – ширина лопасти, м;
 β – угол между плоскостью лопасти и направлением, обратным окружной скорости, град;
 c – скорость среды в колесе, м/с;
 F – сила, Н;
 s – длина пути, м;
 P – давление, Па;
 t – время, с;
 r – радиус рабочего колеса, м;
 ρ – плотность среды, кг/м³;
 u – окружная скорость колеса, м/с;
 v – исходная скорость среды, м/с;
 w – относительная скорость среды, м/с;
 ω – угловая скорость колеса, рад/с.

Индексы:

a – осевой, аксиальный;
 r – радиальный;
 s – поток (stream), среда;
 m – теоретический;
 u – тангенциальный;
 ζ – центробежный;
 1 – вход в межлопастное пространство;
 2 – выход из межлопастного пространства.

Pavlechko V.N., Kazachenko G.V.

The dependence of axial flow turbine parameters from the blade angle

The analysis of forces occurring under influence of the medium moving axially to axial flow turbine blade wheel and running speeds of the blade wheel medium in it at a fixed blade angle β in the direction of medium movement has been made. The formulas for determining medium running speeds and pressure generated by the medium on the runner bucket depending on the blade angle have been proposed. The expressions for determining medium running speed under centrifugal force and pressure generated by it have been obtained. The characteristic curves of the relations of medium running speeds in the wheel to the medium axial velocity and created pressure from the blade angle have been presented.

Поступила в редакцию 21.11.2016 г.