

К СОЗДАНИЮ ВИБРАЦИОННОГО ДОРОЖНОГО КАТКА

ON THE VIBRATORY ROAD ROLLER DEVELOPMENT

А. В. Вавилов,

доктор технических наук,
профессор, заведующий
кафедрой «Строительные
и дорожные машины»

Белорусского национального
технического университета,
г. Минск, Беларусь

А. А. Шавель,

кандидат технических
наук, доцент

кафедры «Строительные
и дорожные машины»

Белорусского национального
технического университета,
г. Минск, Беларусь

А. В. Кравчук,

магистр технических наук

Белорусского национального
технического университета,
г. Минск, Беларусь

А. А. Шнаркевич,

преподаватель-стажер

кафедры «Строительные
и дорожные машины»

Белорусского национального
технического университета,
г. Минск, Беларусь

В статье представлена схема решения задачи по созданию отечественной импортозамещающей дорожной техники на примере вибрационного дорожного катка.

Получена математическая модель взаимодействия виброкатка с уплотняемым грунтом. Новизна математической модели заключается во введении новой функциональной зависимости, учитывающей изменение «присоединенной» массы грунта в зоне активного действия вибрации. С помощью полученной модели установлено существенное влияние этой массы на эффективность процесса виброуплотнения, тогда как в существующих методиках выбора параметров виброкатков этот фактор не учитывается. Появляется возможность более точно обосновать рациональные параметры вибрационных дорожных катков, повысить их энергоэффективность и производительность, учитывая массу уплотняемого грунта и зависимость ее изменения в процессе уплотнения.

Данная работа направлена на создание конкурентоспособного белорусского катка и проводится в порядке выполнения задания Государственной программы научных исследований (ГПНИ).

Ключевые слова: дорожная машина, каток, грунт, вибрация, уплотнение, математическая модель.

The article presents the pattern for solving the task of development of domestically-made import-substituting road machinery, with the vibratory road roller considered as an example.

The mathematical model has been designed for the interaction between the vibratory roller and soil under compaction. The novelty of the mathematical model is the introduction of the new functional relationship that takes into consideration the variation of the «attached» soil mass in the area of active vibration impact. The designed model was used to reveal that this mass affects significantly the effectiveness of compaction by vibration, while this factor is not taken into consideration in existing procedures for choosing the vibratory roller parameters. The opportunity arise to provide reasonable parameters of vibratory road rollers more accurately, to raise their energy efficiency and performance by considering the mass of soil under compaction as well as the relationship describing its variation while compaction is in progress.

This work is intended to develop a competitive Belarusian vibratory roller, and it is carried out within the scope of performance of a task of the State Programme of Scientific Researches.

Keywords: road machine, roller, soil, vibration, compaction, mathematical model.

ВВЕДЕНИЕ

Техническое перевооружение дорожно-строительных организаций Беларуси направлено на создание комплексов машин и механизмов, обеспечивающих высококачественное скоростное строительство автомобильных дорог, максимальную автоматизацию работ при минимально возможных затратах.

К сожалению, при техническом перевооружении ряд малоэффективной отечественной дорожной техники заменяется конкурентоспособной импортной техникой.

Для того, чтобы успешно решать проблему импортозамещения, необходимо вначале сформировать перечень машин, как отечественных, так и импортных, под применяемые и перспективные технологии. Далее необходимо проанализировать конструкции одинаковых типов импортных машин, вошедших в перечень, и тех, которые выпускаются в Беларуси, и не вошли в него, установить причины неиспользования машин отечественного производства (недостаточная надежность, отсутствие выпуска нужного типоразмера и т. д.).

Затем необходимо определить возможность замены импортных машин на отечественные (наличие подготовленных научных и конструкторских кадров, производственной базы и т. д.).

Далее те импортные машины, выпуск аналогов которых можно освоить в Беларуси, изучаются подробно. Проводятся научные исследования, позволяющие создать конкурентоспособную отечественную машину, устанавливаются зависимости критериев оценки создаваемой импортозамещающей машины от ее параметров, условий и режимов работы, определяются основные параметры, режимы работы и т. д.

Решено по такой схеме создать конкурентоспособный отечественный вибрационный каток.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИОННЫХ ДОРОЖНЫХ КАТКОВ

Поставлена задача для дорожного строительства создать отечественный конкурентоспособный вибрационный дорожный каток, организовать выпуск которого возможно на ОАО «Амкорд» – управляющая компания холдинга».

Для решения поставленной задачи нами изучены работы, посвященные процессам уплотнения грунта вибрационным катком.

Но до сих пор недостаточно проработан вопрос по определению такого фактора, как изменяемая уплотняемая масса грунта под вальцом вибрационного катка.

Необходимо определить, насколько существенно влияет уплотняемая масса грунта на эффективность процесса вибрационного уплотнения грунта и выбор режимных параметров вибрационного катка на различных стадиях уплотнения.

Рассмотрим математическую модель, учитывающую свойства уплотняемого грунта и режимы работы катка. Необходимо определить значения самих параметров, дать рекомендации по их значениям в процессе уплотнения грунтовых слоев.

При составлении математической модели принимались следующие допущения:

- грунт является сплошной упруговязкопластичной средой, с которой активно взаимодействует валец по всей толщине слоя;
- масса m_2 включает массу вальца и часть массы катка, приходящуюся на этот валец;
- основание, на котором расположен рассматриваемый уплотняемый слой грунта, абсолютно жесткое;
- валец не отрывается от поверхности грунта;
- рассматривается система с сосредоточенными параметрами.

Математическая модель «валец вибрационного катка – грунт» должна учитывать жесткость вальца, а грунт должен рассматриваться как упруговязкопластичная среда [1–6]. Математическая модель была усовершенствована введением в нее функциональной зависимости изменения массы уплотняемого грунта в зоне активного действия вибрации от факторов, влияющих на интенсивность процесса виброуплотнения. Это позволяет оценить ее влияние на сам процесс, выбрать рациональные режимные параметры вибрационных катков и интенсифицировать процесс уплотнения. На рисунке 1 показана расчетная схема вибрационного катка, взаимодействующего с массой уплотняемого грунта.

Подобное взаимодействие вибротрамбующей машины с уплотняемой массой грунта было рассмотрено А. И. Доценко, расчетная схема данного взаимодействия представлена на рисунке 2 [7–13]. Согласно этой схеме, процесс силового взаимодействия виброударной машины с грунтом описывается следующим образом. Трамбовка весом Q наносит удар по грунту и движется совместно с ним некоторое время t от ε_0 до ε . Часть грунта m_1 , вступающая во взаимодействие с рабочим органом, движется с ним поступательно. При этом на движущуюся систему «трамбовка – грунт» будут действовать инерционные силы, так как согласно принятой схеме присоединенная масса грунта мгновенно

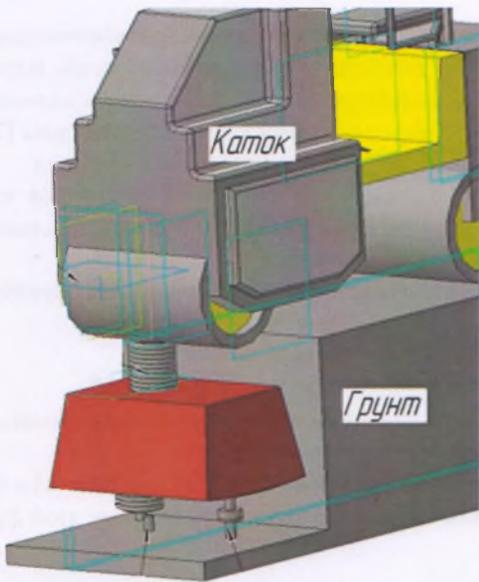


Рисунок 1 – Расчетная схема вибрационного катка, взаимодействующего с массой уплотняемого грунта [1–6]

изменяет свою скорость от нуля до скорости системы [7–13]. Но данная схема не учитывает колеблющуюся недоуплотненную массу грунта.

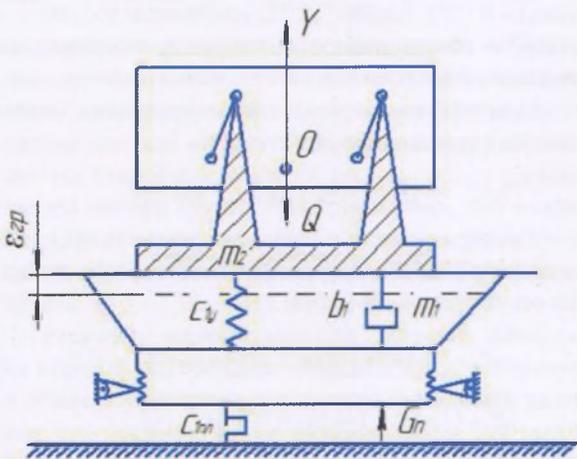


Рисунок 2 – Расчетная схема силового взаимодействия вибротрамбующей машины кинематического возбуждения с уплотняемым грунтовым основанием [7–13]

На рисунке 2: Q – вес вибротрамбовки, Н; G_n – сила, при которой нарушаются упругие свойства уплотняемого слоя грунта, Н.

На рисунке 3 представлена усовершенствованная динамическая модель колебательной системы «ваlec вибрационного катка – грунт». Модель включает параллельно соединенные элементы жесткости и вязкости, где b_1 – коэффициент вязкого трения грунта, Н·с/м; c_2 – коэффициент жесткости вальца, Н/м; c_{1y} и c_{1nn} – коэффициенты упругой и пластической деформации грунта, Н/м. На модели показано

взаимодействие колеблющихся масс: m_2 – масса вальца с пригрузом от веса катка и m_1 – масса уплотняемого грунта в зоне активного действия вибрации. Колебание масс m_1 и m_2 происходит под действием вынуждающей силы P . Под воздействием колебаний массы получают относительные перемещения z_1 и z_2 , которые прямо пропорциональны значениям ускорений системы [1–6].

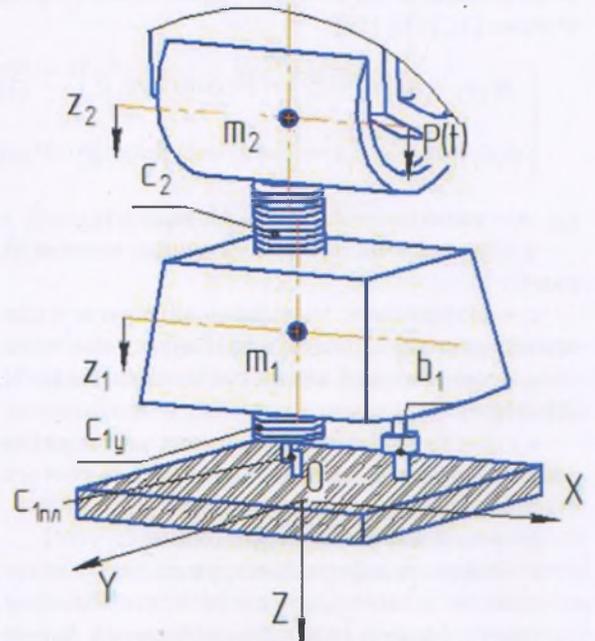


Рисунок 3 – Динамическая модель колебательной системы «ваlec вибрационного катка – грунт» [1–6]

Коэффициент, учитывающий упругие и пластические деформации грунта, определим по зависимости

$$c_1 = \frac{c_{1y} \cdot c_{1nn}}{c_{1y} + c_{1nn}} = \frac{E_y \cdot E_{nn}}{E_y + E_{nn}} \cdot \frac{S}{h}, \quad (1)$$

где E_y – модуль упругой деформации грунта, МПа; E_{nn} – модуль пластических деформаций, МПа; S – площадь пятна контакта вибрационного вальца с грунтом, м²;

h – толщина массы уплотняемого грунта, м.

Коэффициент вязкого трения грунта b_1 определим по формуле

$$b_1 = \eta \cdot \frac{S}{h}, \quad (2)$$

где η – динамическая вязкость грунта, Па·с.

По исследованиям профессора Н. Я. Хархуты, значения модулей общей деформации E составили при оптимальной влажности для суглинка от 8 до 24 МПа, для супеси – от 4 до 20 МПа (с учетом динамической нагрузки). По исследованиям

Д. Д. Баркана, динамическая вязкость грунта η может изменяться в зависимости от влажности и типа грунта и составлять для супеси от $0,5 \cdot 10^4$ до $12 \cdot 10^4$ Па·с, для суглинки – от $1,5 \cdot 10^4$ до $18 \cdot 10^4$ Па·с [14–17].

Для решения поставленных задач используем математическую модель, предложенную О. А. Савиновым, М. Новаком, Д. Д. Барканом, О. Я. Шехтером, которая описывает движение колеблющихся масс дифференциальными уравнениями второго порядка [1], [18], [19]:

$$\begin{cases} m_2 a_2 + c_2 (z_2 - z_1) = P \cos \omega t + m_2 g, & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 a_1 + b_1 \dot{z}_1 + c_1 z_1 + c_2 (z_1 - z_2) = m_1 g, & (4) \end{cases}$$

где m_i – колеблющиеся массы системы, кг;

ω – угловая частота вынужденных колебаний, рад/с;

c_1 – коэффициент, учитывающий упругие и пластические деформации грунта, Н/м;

c_2 – коэффициент жесткости вальца, Н/м [1–3], [20–31];

a_1, a_2 – вибрационные ускорения массы уплотняемого грунта и вибрационного вальца соответственно;

g – ускорение свободного падения;

\dot{z}_1 – скорость деформации грунта.

Вынуждающую силу вибровозбудителя P определим по формуле

$$P = m_d \cdot r_d \cdot \omega^2, \quad (5)$$

где $m_d \cdot r_d$ – маховой момент дебаланса, кг·м.

Угловую частоту колебаний вибровозбудителя ω определим по формуле

$$\omega = 2\pi \cdot f, \quad (6)$$

где f – частота колебаний вибровозбудителя, Гц.

В данном модельном подходе необходимо ввести новую функциональную зависимость (7) для изменяющейся массы уплотняемого грунта в зоне активного действия вибрации от параметров грунта и параметров вибрационного катка, что будет являться новизной проведенных исследований.

$$m_1 = f(f, P, B, R, m_2, K_y, \text{тип грунта}), \quad (7)$$

где B – ширина вибрационного вальца, м;

R – радиус вибрационного вальца, м;

m_2 – масса вибрационного вальца с пригрузом от веса катка, кг;

K_y – коэффициент уплотнения грунта.

Общим решением этой системы уравнений является сумма общего решения однородных уравнений и частного решения системы. В общее решение

входит слагаемое, соответствующее свободным колебаниям с собственной частотой системы, и слагаемое, вызывающее только вынужденные колебания масс системы с частотой вынуждающей силы [21]:

$$z_1 = z_1(t), z_2 = z_2(t), t \in (0, T), \text{ где } T - \text{период.}$$

Это поясняет, что изменение параметров колебательной системы рассматриваются в течение одного периода колебаний.

Решения системы удовлетворяют начальным данным:

$$z_1(0) = 0, \dot{z}_1(0) = 0;$$

$$z_2(0) = 0, \dot{z}_2(0) = 0.$$

Решим задачу Коши при средних значениях параметров [32], [33].

Почленно сложим уравнения системы (3) и (4) и выразим $a_2(t)$ через $z_1(t)$ и производные этой функции.

$$m_2(a_2 - g) + m_1(a_1 - g) + b_1 \dot{z}_1 + c_1 z_1 = P \cos \omega t; \quad (8)$$

$$m_2(a_2 - g) = -m_1(a_1 - g) - b_1 \dot{z}_1 - c_1 z_1 + P \cos \omega t; \quad (9)$$

$$m_2 a_2 = -m_1 a_1 - b_1 \dot{z}_1 - c_1 z_1 + P \cos \omega t + m_2 g + m_1 g; \quad (10)$$

$$a_2 = -\frac{m_1}{m_2} a_1 - \frac{b_1}{m_2} \dot{z}_1 - \frac{c_1}{m_2} z_1 + \frac{P \cos \omega t}{m_2} + \frac{m_1 + m_2}{m_2} g. \quad (11)$$

Вычислим

$$\ddot{z}_2 = -\frac{m_1}{m_2} \ddot{z}_1 - \frac{b_1}{m_2} \dot{a}_1 - \frac{c_1}{m_2} \dot{z}_1 - \frac{P}{m_2} \omega \sin \omega t. \quad (12)$$

$z_{1,2}^{IV}, z_1^{IV}$ – общепринятое обозначение производных высшего порядка.

Продифференцируем второе уравнение системы (4) дважды и получим:

$$m_1 z_1^{IV} + b_1 \ddot{z}_1 + c_1 a_1 + c_2 (a_1 - a_2) = 0.$$

Преобразуем его с помощью равенств (11), (12) в дифференциальное уравнение четвертого порядка относительно функции $z_1(t)$:

$$z_1^{IV} + \left(\frac{b_1}{m_1}\right) \ddot{z}_1 + \left(\frac{c_1}{m_1}\right) a_1 + \left(\frac{c_2}{m_1}\right) a_1 - \left(\frac{c_2}{m_1}\right) a_2 = 0;$$

$$z_1^{IV} + \left(\frac{b_1}{m_1}\right) \ddot{z}_1 + \left(\frac{c_1}{m_1}\right) a_1 + \left(\frac{c_2}{m_1}\right) a_1 - \left(\frac{c_2}{m_1}\right) \times$$

$$\times \left(-\frac{m_1}{m_2} a_1 - \frac{b_1}{m_2} \dot{z}_1 - \frac{c_1}{m_2} z_1 + \frac{P \cos \omega t}{m_2} + \frac{m_1 + m_2}{m_2} g\right) = 0.$$

$$z_1^{IV} + \left(\frac{b_1}{m_1}\right) \ddot{z}_1 + \left(\frac{c_1}{m_1}\right) a_1 + \left(\frac{c_2}{m_1}\right) a_1 + \frac{c_2}{m_2} a_1 +$$

$$\frac{c_2}{m_1} \cdot \frac{b_1}{m_2} \dot{z}_1 + \frac{c_2}{m_1} \cdot \frac{c_1}{m_2} z_1 - \frac{c_2}{m_1} \times$$

$$\times \frac{P \cos \omega t}{m_2} - \frac{c_2}{m_2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2} g = 0;$$

$$z_1^{IV} + \left(\frac{b_1}{m_1}\right) \ddot{z}_1 + \left(\frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) a_1 + \left(\frac{b_1}{m_1} \cdot \frac{c_2}{m_2}\right) \dot{z}_1 + \frac{c_1}{m_1} \cdot \frac{c_2}{m_2} z_1 =$$

$$= \frac{P}{m_1} \cdot \frac{c_2}{m_2} \cos \omega t + \frac{c_2}{m_2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1} g. \quad (13)$$

Общее решение уравнения (13) имеет вид

$$z_1(t) = U_1 u^{e^{i\omega t}} + U_2 u^{e^{-i\omega t}} + M \cos \omega t + N \sin \omega t + \bar{L},$$

где U, u, e, M, N, L – расчетные коэффициенты.

Вычислим значения вибрационных ускорений массы уплотняемого грунта $a_1(t)$ и вибрационного вальца $a_2(t)$. Для этого продифференцируем (14) дважды:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= e_1^{(1)} \cdot U_1 u^{e_1^{(1)}t} + e_2 \cdot U_2 u^{e_2t} - M\omega \sin\omega t + N\omega \cos\omega t; \\ a_1(t) &= e_1^{(1)2} \cdot U_1 u^{e_1^{(1)}t} + e_2^2 \cdot U_2 u^{e_2t} - M\omega^2 \cos\omega t - N\omega^2 \sin\omega t \end{aligned}$$

Вычислим $a_2(t)$ по формуле (11)

$$\begin{aligned} a_2(t) &= -\frac{m_1}{m_2} \cdot \left(e_1^{(1)2} \cdot U_1 u^{e_1^{(1)}t} + e_2^2 \cdot U_2 u^{e_2t} - M\omega^2 \cos\omega t - N\omega^2 \sin\omega t \right) - \frac{b_1}{m_2} \times \\ &\quad \times \left(e_1^{(1)} \cdot U_1 u^{e_1^{(1)}t} + e_2 \cdot U_2 u^{e_2t} - M\omega \sin\omega t + N\omega \cos\omega t \right) - \\ &\quad - \frac{c_1}{m_2} \left(U_1 u^{e_1^{(1)}t} + U_2 u^{e_2t} + M \cos\omega t + N \sin\omega t + \bar{L} \right) + \frac{P \cos\omega t}{m_2} + \frac{m_1 + m_2}{m_2} g. \end{aligned}$$

Собственные колебания системы зависят от начальных условий и с течением времени быстро затухают, поэтому рассматривается частное решение системы дифференциальных уравнений для установившихся вынужденных колебаний, которое позволяет определять значение виброускорений массы уплотняемого грунта [21].

По исследованиям Д. Д. Баркана и Н. Я. Хархуты, критерием эффективности процесса вибрационного уплотнения грунта является величина значения виброускорений частиц массы уплотняемого грунта, так как виброускорения частиц грунта являются второй производной по времени от перемещений частиц грунта при уплотнении, что влияет на скорость деформирования в грунте и, как следствие, на полученный коэффициент уплотнения грунта.

Решение математической модели позволяет определять средние значения виброускорений в объеме уплотняемого грунта, оценивать условия для достижения их максимальных значений, что позволит обосновать рациональную частоту

колебаний вибровозбудителя, а также другие режимные параметры: вынуждающую силу вибровозбудителя и рабочую скорость вибрационных катков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получена математическая модель взаимодействия виброкатка с уплотняемым грунтом. Новизна математической модели заключается во введении новой функциональной зависимости, учитывающей изменение «присоединенной» массы грунта в зоне активного действия вибрации. С помощью полученной модели установлено существенное влияние этой массы на эффективность процесса виброуплотнения, тогда как в существующих методиках выбора параметров виброкатков этот фактор не учитывается. Появляется возможность более точно обосновать рациональные параметры вибрационных дорожных катков, повысить их энергоэффективность и производительность, учитывая массу уплотняемого грунта и зависимость ее изменения в процессе уплотнения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрации в технике : справочник: в 6 т. Т. 1. Колебания линейных систем / И. И. Артоболевский и др. ; под ред. В. В. Болотина. – М. : Машиностроение, 1978. – 352 с.
2. Вибрации в технике : справочник : в 6 т. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Э. Л. Айрапетов, И. А. Биргер, В. Л. Вейц ; под ред. Ф. Н. Диментберга, К. С. Колесникова. – М. : Машиностроение, 1980. – 544 с.
3. Вибрации в технике : справочник: в 6 т. Т. 4. Вибрационные процессы и машины / Г. Г. Азбель, И. И. Блехман, И. И. Быховский и др. ; под общ. ред. Э. Э. Лавендела. – М. : Машиностроение, 1981. – 509 с.
4. Дульянинов, А. В. О колеблющейся массе вибрационных машин / А. В. Дульянинов, М. И. Капустин // Повышение использования машин в строительстве. – Л. : ЛИСИ, 1983. – С. 10–14.
5. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер ; под ред. Э. И. Григолока. – М. : Машиностроение, 1985. – 472 с.
6. Jonsson, A. Modelling, simulation and experimental investigation of a rammer compactor machine/ Anders Jonsson / Department of Mechanical Engineering Blekinge Institute of Technology, Sweden, 2001. – 24 p.

7. Доценко, А. И. Земляные работы в стесненных условиях транспортного строительства: монография / А. И. Доценко. – М. : Транспорт, 1987. – 80 с.
8. Доценко, А. И. Машины для земляных работ : учебник для вузов / А. И. Доценко, Г. Н. Карасев, Г. В. Кустарев, К. К. Шестопапов. – М. : Издательский Дом «БАСТЕТ», 2012. – 688 с.
9. Доценко, А. И. О результатах исследования силового взаимодействия вибротрамбующей машины и уплотняемого грунта / А. И. Доценко // Труды МАДИ. – М. : МАДИ, 1976. – Вып. 114. – С. 93–97.
10. Доценко, А. И. Исследование динамики процесса уплотнения грунтов виброударным рабочим органом с кривошипно-шатунным возбудителем колебаний : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.05.04 / Доценко Анатолий Иванович. – М. : МАДИ, 1974. – 23 с.
11. Доценко, А. И. Исследование эффективности взаимодействия вибротрамбующей машины с грунтовым основанием в процессе уплотнения / А. И. Доценко // Труды МАДИ. – М. : МАДИ, 1974. – Вып. 75. – С. 144–149.
12. Доценко, А. И. Строительные машины и основы автоматизации: учебник для строит. вузов / А. И. Доценко. – М. : Высшая школа, 1995. – 400 с.
13. Доценко, А. И. Строительные машины : учебное пособие / А. И. Доценко. – М. : Стройиздат, 2003. – 416 с.
14. Баркан, Д. Д. Устройство оснований сооружений с применением вибрирования / Д. Д. Баркан. – М. : Издательство Министерства строительства предприятий машиностроения, 1949. – 121 с.
15. Вялов, С. С. Реологические основы механики грунтов : учебное пособие / С. С. Вялов. – М. : Высшая школа, 1978. – 447 с.
16. Трофимов, В. Т. Грунтоведение / В. Т. Трофимов и др. ; ред. В. Т. Трофимов. – 6-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГУ, 2005. – 1024 с.
17. Хархута, Н. Я. Прочность, устойчивость и уплотнение грунтов земляного полотна автомобильных дорог / Н. Я. Хархута, Ю. М. Васильев. – М. : Транспорт, 1975. – 288 с.
18. Пикулин, В. П. Практический курс по уравнениям математической физики / В. П. Пикулин, С. И. Похожаев. – 2-е изд. стереотип. – М. : МЦНМО, 2004. – 208 с.
19. Яблонский, А. А. Курс теории колебаний : учеб. пособие для вузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. – М. : Высшая школа, 1975. – 248 с.
20. Гавловская, В. Ф. Математическое моделирование в инженерных задачах : учебное пособие / В. Ф. Гавловская, А. М. Завьялов, Р. Г. Флаум. – Омск : СибАДИ, 1995. – 130 с.
21. Рабочие процессы и динамика машин для разработки, уплотнения и вибрационного формирования изделий : сб. статей. – Ярославль, 1986. – 105 с.
22. Савинов, О. А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет / О. А. Савинов. – Л. : Стройиздат, Ленингр. отд-е, 1979. – 200 с.
23. Цытович, Н. А. Механика грунтов : учебник для вузов / Н. А. Цытович. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 1983. – 288 с.
24. Цытович, Н. А. Механика грунтов : учебник для вузов / Н. А. Цытович. – 3-е изд., доп. – М. : Высшая школа, 1979. – 272 с.
25. Novak, M., Berendugo, Y. O. The effect of embedment on footing vibration/First Canadian Conf. on Earthquake Engineering. – 1971.
26. Novak, M., Berendugo, Y. O. Vertical vibration of embedded footings // Journal of Soil Mechanics and Foundations / ASCE. – 1972. – V. 98. – № SM12. – P. 1291–1310.
27. Novak, M., Han, Y. C. Impedances of soil layer with boundary zone // Journal of Geotechnical Engineering. – 1990. – V. 116. – № 6. – P. 1008–1014.
28. Novak, M., Kim, T. C. Resonant column technique for dynamic testing of cohesive soils // Canadian Geotechnical Journal. – 1981. – V. 18. – № 3. – P. 448–455.
29. Novak, M., Mitwally, H. Random response of offshore towers with pile-soil-pile interaction // Journal of Offshore Mechanics & Arctic Engineering, Transact. – 1990. – V. 112. – P. 35–41.
30. Novak, M., Mitwally, H. Transmitting boundary for axisymmetrical dilation problems // Journal of Engineering and Mechanics Division / ASCE. – 1988. – V. 114. – № 1. – P. 181–187.
31. Novak, M., Nogami, T., Aboul-Ella, F. Dynamic soil reactions for plane strain case // Journal of Engineering Mechanics Division / ASCE. – 1978. – V. 104. – № 4. – P. 953–955.
32. Демидович, Г. П. Основы вычислительной математики / Г. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1966. – 664 с.
33. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : в 2 т. / Н. С. Пискунов. – М. : Наука, 1972. – 2 т.

SPISOK ISPOL'ZOVANNOJ LITERATURY

1. Vibracii v tekhnike : spravochnik: v 6 t. T. 1. Kolebaniia linei'ny'kh sistem / I. I. Artobolevskii i dr. ; pod red. V. V. Bolotina. – М. : Mashinostroenie, 1978. – 352 с.

2. Vibratsii v tekhnike : spravochnik : v 6 t. T. 3. Kolebanija mashin, konstrukticii i ikh e`lementov / E`. L. Irapetov, I. A. Birger, V. L. Vei`tc; pod red. F. N. Dimentberga, K. S. Kolesnikova. – M. : Mashinostroenie, 1980. – 544 s.
3. Vibratsii v tekhnike : spravochnik : v 6 t. T. 4. Vibratsionny`e protsessy` i mashiny` / G. G. Azbel`, I. I. Blekman, I. I. By`hovskii` i dr. ; pod obshch. red. E`. E`. Lavendela. – M. : Mashinostroenie, 1981. – 509 s.
4. Dul`ianinov, A. V. O kolebliushchei`sja masse vibratsionny`kh mashin / A. V. Dul`ianinov, M. I. Kapustin // Povy`shenie ispol`zovaniia mashin v stroitel`stve. – L. : LISI, 1983. – S. 10–14.
5. Timoshenko, S. P. Kolebanija v inzhenernom dele/ per. s angl. / S. P. Timoshenko, D. Kh. lang, U. Uiver ; pod red. E`. I. Grigoliuka. – M. : Mashinostroenie, 1985. – 472 s.
6. Jonsson, A. Modelling, simulation and experimental investigation of a rammer compactor machine / Anders Jonsson / Department of Mechanical Engineering Blekinge Institute of Technology, Sweden, 2001. – 24 p.
7. Docenko, A. I. Zemliany`e raboty` v stesnenny`kh usloviyakh transportnogo stroitel`stva : monografija / A. I. Docenko. – M. : Transport, 1987. – 80 s.
8. Docenko, A. I. Mashiny` dlja zemliany`kh rabot : uchebnik dlja vuzov / A. I. Docenko, G. N. Karasev, G. V. Kustarev, K. K. Shestopalov. – M. : Izdatel`skii` Dom «BASTET», 2012. – 688 s.
9. Docenko, A. I. O rezul`tatakh issledovanija silovogo vzaimodei`stviya vibrotrambuiushchei` mashiny` i uplotniaemogo grunta / A. I. Docenko // Trudy` MADI. – M. : MADI, 1976. – Vy`p. 114. – S. 93–97.
10. Docenko, A. I. Issledovanie dinamiki protsessa uplotnenija gruntov vibroudarny`m rabochim organom s krivoshipno-shatunny`m vzbuditelem kolebanii` : avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk : 05.05.04 / Docenko Anatolii` Ivanovich. – M. : MADI, 1974. – 23 s.
11. Docenko, A. I. Issledovanie e`ffektivnosti vzaimodei`stviya vibrotrambuiushchei` mashiny` s gruntovy`m osnovaniem v protsesse uplotnenija / A. I. Docenko // Trudy` MADI. – M. : MADI, 1974. – Vy`p. 75. – S. 144–149.
12. Docenko, A. I. Stroitel`ny`e mashiny` i osnovy` avtomatizatsii` : uchebnik dlja stroit. vuzov / A. I. Docenko. – M. : Vy`sshaia shkola, 1995. – 400 s.
13. Docenko, A. I. Stroitel`ny`e mashiny` : uchebnoe posobie / A. I. Docenko. – M. : Stroi`izdat, 2003. – 416 s.
14. Barkan, D. D. Ustroi`stvo osnovanii` sooruzhenii` s primeneniem vibrirovaniya / D. D. Barkan. – M. : Izdatel`stvo ministerstva stroitel`stva predpriyatii` mashinostroenija, 1949. – 121 s.
15. Vialov, S. S. Reologicheskie osnovy` mehaniki gruntov : uchebnoe posobie / S. S. Vjalov. – M. : Vy`sshaja shkola, 1978. – 447 s.
16. Trofimov, V. T. Gruntovedenie / V. T. Trofimov i dr. ; red. V. T. Trofimov. – 6-e izd., pererab. i dop. – M. : Izd-vo MGU, 2005. – 1024 s.
17. Harhuta, N. Ja. Prochnost`, ustoi`chivost` i uplotnenie gruntov zemlianoogo polotna avtomobil`ny`kh dorog / N. Ja. Harhuta, Ju. M. Vasil`ev. – M. : Transport, 1975. – 288 s.
18. Pikulin, V. P. Prakticheskii` kurs po uravneniiam matematicheskoi` fiziki / V. P. Pikulin, S. I. Pohozaev. – 2-e izd. stereotip. – M. : MTCNMO, 2004. – 208 s.
19. Jablonskii`, A. A. Kurs teorii kolebanii` : ucheb. posobie dlja vtuzov / A. A. Jablonskii`, S. S. Norei`ko. – M. : Vy`sshaia shkola, 1975. – 248 s.
20. Gavlovskaja, V. F. Matematicheskoe modelirovanie v inzhenerny`kh zadachakh : uchebnoe posobie / V. F. Gavlovskaja, A. M. Zav`ialov, R. G. Flaum. – Omsk : SibADI, 1995. – 130 s.
21. Rabochie protsessy` i dinamika mashin dlja razrabotki, uplotnenija i vibratsionnogo formirovaniya izdelii` : sb. statei`. – Jaroslavl`, 1986. – 105 s.
22. Savinov, O. A. Sovremenny`e konstrukticii fundamentov pod mashiny` i ikh raschet / O. A. Savinov. – L. : Stroi`izdat, Leningr. otd-e, 1979. – 200 s.
23. Tcy`tovich, N. A. Mehanika gruntov : uchebnik dlja vuzov / N. A. Tcy`tovich. – 4-e izd., pererab. i dop. – M. : Vy`sshaia shkola, 1983. – 288 s.
24. Tcy`tovich, N. A. Mehanika gruntov : ucheb. dlja vuzov / N. A. Tcy`tovich. – 3-e izd., dop. – M. : Vy`sshaja shkola, 1979. – 272 s.
25. Novak, M., Berendugo, Y. O. The effect of embedment on footing vibration/First Canadian Conf. on Earthquake Engineering. – 1971.
26. Novak, M., Berendugo, Y. O. Vertical vibration of embedded footings // Journal of Soil Mechanics and Foundations / ASCE. – 1972. – V. 98. – № SM12. – P. 1291–1310.
27. Novak, M., Han, Y. C. Impedances of soil layer with boundary zone // Journal of Geotechnical Engineering. – 1990. – 116. – № 6. – P. 1008–1014.
28. Novak, M., Kim, T. C. Resonant column technique for dynamic testing of cohesive soils // Canadian Geotechnical Journal. – 1981. – V. 18. – № 3. – P. 448–455.
29. Novak, M., Mitwally, H. Random response of offshore towers with pile-soil-pile interaction // Journal of Offshore Mechanics & Arctic Engineering. Transact. – 1990. – V. 112. – P. 35–41.

30. Novak, M., Mitwally, H. Transmitting boundary for axisymmetrical dilation problems // Journal of Engineering and Mechanics Division / ASCE. – 1988. – V.114. – № 1. – P.181–187.
31. Novak, M., Nogami, T., Aboul-Ella, F. Dynamic soil reactions for plane strain case // Journal of Engineering Mechanics Division / ASCE. – 1978. – V. 104. – № 4. – P. 953–955.
32. Demidovich, G. P. Osnovy vychislitel'noj matematiki / G. P. Demidovich, I. A. Maron. – M. : Nauka, 1966. – 664 s.
33. Piskunov, N. S. Differentsial'noe i integral'noe ischislenija : v 2 t. / N. S. Piskunov. – M. : Nauka, 1972. – 2 t.

Статья поступила в редакцию 14.05.2018.