

УДК 622.673.83-562(045)(476)

## ПЕРЕДАЧА ПОТОКА ЭНЕРГИИ ПОСРЕДСТВОМ ТРЕНИЯ МЕЖДУ БАРАБАНОМ (ШКИВОМ) И ЛЕНТОЙ (РЕМНЕМ)

### Часть 2. Общий баланс мощности

Казаченко Г.В., Басалай Г.А., Лютко Г.И. (Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь)

*Рассматривается баланс мощности при взаимодействии ленты с ведущим барабаном ленточного конвейера. Общие затраты мощности представляются в виде суммы, состоящей из полезной мощности, а также потерь на трение между лентой и барабаном и на изгиб ленты. Предложены зависимости для оценки этих потерь в функциях передаваемого полезного усилия, размеров устройств, режимов их работы и свойств материалов ленты или ремня.*

### Введение

В первой части [1] настоящего исследования предложены зависимости, позволяющие определить тяговые усилия ленты конвейера и ремня плоскоремненной передачи в зависимости от передаваемой мощности, конструктивных размеров и режимных параметров, коэффициента трения и буксования ленты. При этом не учитывались затраты энергии на изгиб ленты. На наш взгляд, это допустимо в тех случаях, когда рассматриваются ленты и ремни малой толщины без армировки. Если поперечное сечение ленты имеет значительное сечение и тем более армировано кордом, то необходимо учитывать затраты энергии не только на скольжение ленты по барабану, но и на ее изгиб. Рассмотрению этого процесса и баланса энергии посвящается вторая часть работы.

### Содержание исследования

Естественно, что затраты энергии на изгиб ленты или ремня, в первую очередь, зависят от величины изгибающего момента. Для его определения рассмотрим эпюру относительных деформаций в сечении ленты на барабане, вызванных напряжениями изгиба (рисунок 1), которые возникают вследствие огибания барабана лентой.

При построении эпюры считается, что деформации материала ленты подчиняются закону Гука, т.е. принимается

$$\sigma_u = \delta \cdot E, \quad (1)$$

где  $\sigma_u$  – напряжение изгиба;

$\delta$  – относительные деформации материала ленты за счет изгиба;

$E$  – модуль упругости материала ленты или ремня. Далее, как и в первой части статьи, употребляем термины «лента» и «барабан».

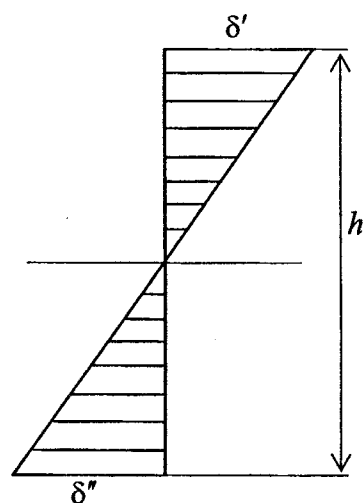


Рисунок 1. – Эпюра относительных деформаций в сечении ленты на барабане, вызванных ее изгибом

Наибольшие относительные деформации за счет изгиба ленты согласно рисунку 1 выражаются соотношениями

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta' = \frac{(r+h) - \left(r + \frac{h}{2}\right)}{r + \frac{h}{2}} = \frac{h}{2r+h}; \\ \delta'' = -\frac{r - \left(r + \frac{h}{2}\right)}{r + \frac{h}{2}} = -\frac{h}{2r+h}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\delta'$ ,  $\delta''$  – относительные деформации растяжения и сжатия на верхней и нижней границах ленты (рисунок 1);

$r$  – радиус барабана;

$h$  – толщина ленты.

Изгибающий момент в сечении ленты

$$M_u = \sigma_u \cdot W = \frac{b \cdot h^3}{6(2r+h)} E, \quad (3)$$

где  $W$  – момент сопротивления сечения ленты,  $W = (b \cdot h^2)/6$ ;

$b$  – ширина ленты.

Здесь в первом приближении момент сопротивления сечения ленты принимается в предположении, что это сечение однородно. На самом деле в сечении есть различные по форме и механическим свойствам материалы. Тогда  $E$  – это приведенный модуль упругости материала ленты. Его значение можно найти по техническим характеристикам ленты.

Таким образом, мощность, которая тратится на изгиб ленты,

$$N_u = M_u \cdot \omega = \omega \cdot E \frac{b \cdot h^3}{6(2r+h)}, \quad (4)$$

где  $\omega$  – угловая скорость изгиба ленты,  $\omega = v_l/r$ ;

$v_l$  – скорость ленты.

Эта скорость меньше окружной скорости барабана на величину скорости скольжения

$$v_{ск} = \omega \cdot r \cdot \varepsilon, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент скольжения,  $\varepsilon = v_{ск}/(\omega \cdot r)$ .

Таким образом, скорость ленты

$$v_l = \omega \cdot r - v_{ск} = v(1 - \varepsilon). \quad (6)$$

Оценим также потери мощности по причине скольжения ленты по барабану.

Эти потери можно вычислить по формуле

$$N_m = T \cdot v_{ск} = T \cdot \omega \cdot r \cdot \varepsilon, \quad (7)$$

где  $T$  – окружная сила трения между лентой и барабаном,  $T = S_1 - S_2$ ;

$S_1$  и  $S_2$  – натяжения ленты в начале и конце ее контакта с барабаном.

Считая, в соответствии с первой частью исследования, коэффициент ~~скольжения~~  $\varepsilon$  функцией передаваемого окружного усилия  $T$  и используя упрощенный вариант этой функции, т.е. подставив вместо  $\varepsilon$  его значение из [1], получим

$$N_m = \frac{k \cdot P \cdot T^2 \cdot v}{\sqrt{f^2 \cdot P^2 - T^2}}, \quad (8)$$

где  $k$  – коэффициент, учитывающий поперечные деформации материалов ленты и барабана в зоне их контакта;

$P$  – равнодействующая сил давления ленты на барабан;

$f$  – коэффициент трения между лентой и барабаном.

Используя соотношения (7) и (4) можно составить энергетический баланс передачи мощности посредством трения с барабана на ленту

$$M_6 \cdot \omega = N_n + N_o + N_s, \quad (9)$$

где  $M_6$  – момент, передаваемый от привода на барабан,  $N_6 = N_o/\omega$ ;

$N_o$  – общие затраты мощности на работу барабана;

$N_n$  – полезная мощность, сообщаемая ленте от барабана.

Из последнего соотношения можно найти крутящий момент на барабане, который необходим для обеспечения необходимой разности натяжений ленты

$$M_6 = (S_1 - S_2) r + E \frac{b \cdot h^3}{6(2r + h)} + \frac{k \cdot P \cdot T^2 \cdot r}{\sqrt{f^2 \cdot P^2 - T^2}}. \quad (10)$$

При записи приведенных зависимостей принято, что диссипация энергии при трении ленты и ее изгибе выражается посредством нагрева ленты и барабана, а также окружающей среды.

Так как равнодействующая  $P$  нормальных давлений ленты на барабан и сила  $T$  трения между ними являются функциями натяжения ленты в точках ее входа и выхода на барабане [1-3], то зависимости (10), (8) и (7) позволяют найти основные энергетические и силовые характеристики взаимодействия ленты с барабаном.

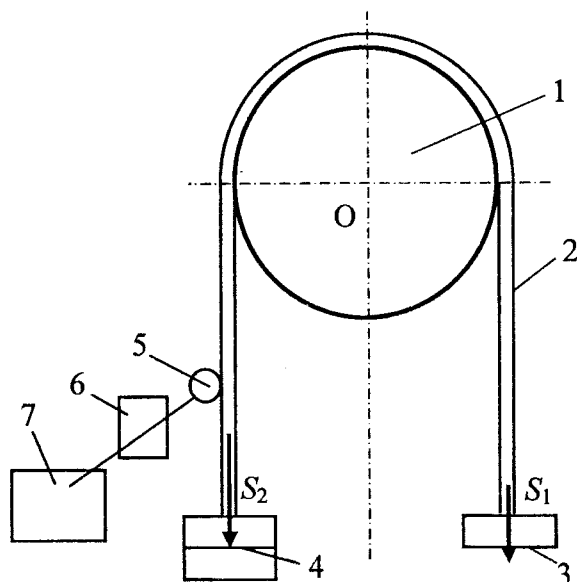
Для их нахождения необходимо знать два коэффициента  $f$  и  $k$ , с помощью которых моделируется взаимодействие ленты с барабаном. Определение этих коэффициентов может производиться с помощью специального стенда. Принципиальная схема стенда приведена на рисунке 2. Измерительные средства позволяют регистрировать и записывать в память ЭВМ скорость движения ленты по барабану, момент на котором также регистрируется.

Методические основы нахождения коэффициентов  $f$  и  $k$  заключаются в том, что набором грузов 3 и 4 создается режим скольжения ленты по неподвижному барабану с небольшой скоростью. Используя измеренные значения  $S_1$  и  $S_2$ , можно в первом приближении найти значение коэффициента  $f$ . Действительно, согласно первой части исследования при угле контакта ленты с барабаном, равном  $\pi$ ,

$$S_1 (1 - f) = S_2 (1 + f). \quad (11)$$

Отсюда находим значение коэффициента трения

$$f = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}. \quad (12)$$



1 – барабан; 2 – лента; 3, 4 – площадки и грузы для создания натяжений ленты;  
5 – датчик перемещения ленты; 6 – устройства преобразования  
сигнала датчика; 7 – ПЭВМ

Рисунок 2. – Схема стенда для изучения взаимодействия конвейерной ленты с барабаном

При вычислении  $f$  по этой формуле следует принимать во внимание тот факт, что при ее получении не учитываются затраты энергии на изгиб ленты.

Значение коэффициента  $k$  может быть найдено из формулы (8) после определения значения  $f$

$$k = \frac{N_m \cdot \sqrt{f^2 \cdot P^2 - T^2}}{P \cdot T^2 \cdot v}, \quad (13)$$

где  $N_m$  находится по формуле (7).

Коэффициенты  $f$  и  $k$  можно также найти путем решения системы из двух уравнений, составленных для различных пар значений  $S_1$  и  $S_2$ .

Эти уравнения можно составить на основе величин, измеряемых на стенде (рисунок 2). Так как в процессе проведения экспериментов можно измерить скорость скольжения ленты по неподвижному барабану при заданных значениях усилий  $S_1$  и  $S_2$ , то после проведения двух серий опытов можно составить следующую систему уравнений

$$\begin{cases} S_1' - S_2' = f (S_1' + S_2') \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 (S_1' + S_2')^2}}; \\ S_1'' - S_2'' = f (S_1'' + S_2'') \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 (S_1'' + S_2'')^2}}, \end{cases} \quad (14)$$

где  $S_1'$ ,  $S_2'$  – значения натяжений ленты в первой серии опытов;

$S_1''$ ,  $S_2''$  – значения натяжений ленты во второй серии опытов.

Эта система представляет собой условия равновесия ленты на барабане, нагруженной разными по величине грузами и скользящей по барабану с постоянной скоростью. Измерительная система стенда, а также методика проведения опытов и обработки опытных данных и их интерпретация требуют специального рассмотрения. Здесь мы

приводим только принципиальную возможность определения коэффициентов  $f$  и  $k$ . Возведя левые и правые части уравнений (14) в квадрат, имеем систему линейных уравнений относительно  $k^2$  и  $f^2$

$$\begin{cases} f^2 (S'_1 + S'_2)^2 = k^2 (S'_1 + S'_2)^2 (S'_1 - S'_2)^2 - (S'_1 - S'_2)^2 = 0; \\ f^2 (S''_1 + S''_2)^2 = k^2 (S''_1 + S''_2)^2 (S''_1 - S''_2)^2 - (S''_1 - S''_2)^2 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Определив из этой системы  $f^2$  и  $k^2$ , легко находятся значения коэффициентов  $f$  и  $k$ .

Заметим, что рассматриваемый способ определения этих коэффициентов требует достаточно высокой тщательности проведения опытов и статистической обработки опытных данных.

### Заключение

Проведенное в настоящей работе исследование позволяет вести расчет плоскоременных передач и ленточных конвейеров на основе закона сухого трения, учитывающего скольжение трущихся тел и затраты энергии на изгиб ленты на барабане. Достоинством предлагаемой методики расчета является то, что взаимодействие ленты с барабаном моделируется с помощью двух коэффициентов  $k$  и  $f$ . Первый из них является известным коэффициентом трения скольжения. Второй коэффициент  $k$  является размерным и требует специальных экспериментальных определений. В работе предложены два метода его определения. Таким образом, содержание статьи позволяет рассчитать взаимодействие ленты с ведущим барабаном конвейера (ремня плоскоременной передачи со шкивом) новым способом, основным на использовании зависимости силы трения от скорости скольжения.

### Список цитированных источников

1. Казаченко, Г.В. Передача трением усилий со стороны барабана (шкива) на ленту конвейера (ремня). Часть 1. Моделирование взаимодействия ленты с барабаном / Г.В. Казаченко // Горная механика и машиностроение. – 2016. – № 2. – С. 78-85.
2. Федоров, С.В. Теория ременных передач с учетом уравнения энергетического баланса трения / С.В. Федоров, Д.В. Афанасьев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2011. – Т. 3, № 3-4. – С. 892-899.
3. Скойбеда, А.Т. Ременные передачи / А.Т. Скойбеда. – Минск: Наука и техника, 1995. – 385 с.

Kazachenko G.V., Basalai R.A., Lyutko G.I.

### Energy flow transmission through friction between a drum (pulley) and a belt (strap). Part 2. Overall power balance

*The article studies the power balance in the interaction of a belt with a belt conveyor driving drum. Total power outlay are represented as the sum consisting of the useful power as well as friction losses between the belt and the drum and belt bending losses. The laws for estimating these losses in the functions of transmitted useful effort, device sizes, modes of operation and material properties of belt and strap have been proposed.*

Поступила в редакцию 15.08.2016 г.