УДК 661.61.012-431(045)(476)

РЕЗЕРВ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ПОРИСТОГО КЕРАМИЧЕСКОГО КИРПИЧА

Березовский Н.И., Воронова Н.П., Костюкевич Е.К., Костюкевич И.Г.
(Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь)

В работе представлена математическая модель для оптимизации теплотехнологических процессов сушки и обжига пористого керамического кирпича с учетом термических напряжений, на основании которой разработана методика определения рекомендаций по изменению интервалов режимных параметров производства с целью повышения эффективности использования ресурсов.

Введение

В настоящее время имеется множество примеров успешного введения в шихту для изготовления керамического кирпича различных промышленных отходов. Традиционно для улучшения сушильных свойств сырья для производства пористого керамического кирпича применяются отощители: опилки, лом торфобрикетов, шамот, шлак и другие отходы различных производств. Известно, что основная часть такого сырья, применяемого для производства керамического кирпича, обладает высокой чувствительностью к термической обработке, т.к. при его нагревании в период изготовления продукции происходят сложные физико-химические и химические процессы. В этой связи весьма важной задачей является обеспечение оптимальных режимов сушки и обжига с целью получения высококачественных изделий за минимальное время при минимальных затратах тепловой и электрической энергии. Решение таких задач возможно с использованием методов математического моделирования.

Разработка математической модели для оптимизации процесса сушки, обжига пористого керамического кирпича

На современном этапе система автоматического управления объектами с сосредоточенными параметрами, и особенно линейными объектами, уже относительно хорошо изучена. Однако в большинстве технических предложений суть объектов управления такова, что описание их небольшим конечным набором сосредоточенных переменных не адекватно ни сущности процесса, ни той цели управления, которая поставлена применительно к объекту.

В настоящее время актуальной является проблема оптимальности управляемости процессов с распределенными параметрами. Ряд работ посвящен важной задаче экономичного нагрева в различных технологических процессах. Однако разработок, посвященных анализу управления теплотехническими процессами с учетом термонапряжений, недостаточно.

При нагреве, сушке и обжиге тел возникают внутренние температурные напряжения, которые могут ограничивать скорость нагрева, особенно в начальной низкотемпературной стадии. Процесс нагрева должен проводиться таким образом, чтобы термонапряжения не превышали максимально допустимые значения с точки зрения появления различных микродефектов, а также не способствовали возможности разрушения тела. В частности, при решении задач оптимального по быстродействию нагрева керамических тел необходимо учитывать не только управляющее воздействие, т.е. температуру греющей среды, но и ограничения на фазовые координаты (термонапряжения). Решение задачи оптимального по быстродействию нагрева при обжиге керамических стеновых материалов с учетом ограничений на термонапряжения гораздо сложнее, чем без учета этих ограничений [1, 2].

Применяя метод, позволяющий ограничения на фазовые координаты заменить ограничениями на управляющее воздействие, упрощается выбор допустимой скорости нагрева, в частности, при решении задач оптимального управления [3].

Рассмотрим теплотехнический процесс, описываемый системой:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(l,\varphi)}{\partial \varphi} = \dfrac{\partial^2 u(l,\varphi)}{\partial l^2}; \\ \left.\dfrac{\partial u}{\partial l}\right|_{l=1} = Bi\left[Q(\varphi) - u(1,\varphi)\right]; \\ \left.\dfrac{\partial u}{\partial l}\right|_{l=-1} = Bi\left[Q(\varphi) - u(-1,\varphi)\right]; \; u(l;0) = v; \\ -(1-\chi) \le Q(\varphi) \le 1+\chi, \end{cases} \tag{1}$$

где $u(l, \varphi)$ – безразмерная температура;

l – безразмерная толщина, $l = x/s$, $(-1 \le l \le 1)$;

φ – безразмерное время, $\varphi = at/s^2$;

Bi – критерий Био, $Bi = \alpha s/\lambda$;

α – коэффициент теплоотдачи от поверхности тела к окружающей среде;

λ – коэффициент теплопроводности материала тела;

s – толщина тела;

$Q(\varphi)$ – температура греющей среды;

v – безразмерная начальная температура;

χ – критерий несимметричности нагрева, $|\chi| < 1$.

Система (1) описывает процесс нагрева тела толщиной $2s$, для которого a, λ, α – соответственно коэффициенты температуропроводности, теплопроводности материала и теплообмена.

Распределение температурных напряжений в теле приводит к максимальным растягивающим σ_{max} и сжимающим σ_{min} напряжениям в виде

$$\sigma_{max\,min} = \frac{\beta E}{1-\Theta}\frac{s}{3}\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=s} f(\mu), \tag{2}$$

где β – коэффициент линейного расширения;

E – модуль упругости;

Θ – коэффициент Пуассона;

$f(\mu)$ – функция от коэффициента несимметричности нагрева, $\mu = (s+c)/2s$, $c = \text{const}$, которая при нагреве постоянным тепловым потоком в регулярном режиме дает параболическое распределение температуры по толщине пластины

$$u(x,t) = c(t) + c_1(x+c)^2, \tag{3}$$

где $c(t)$ – линейная функция времени;

$c_1 = \text{const}$.

Функция $f(\mu)$ определяется следующим образом:

$$
f(\mu)=\begin{cases}
\left.\begin{aligned} & 3(\mu-1)+\frac{1}{\mu}, \ \mu<1; \\ & 3-\frac{2}{\mu}, \ \mu\ge 1; \end{aligned}\right\} \text{для } \sigma_{\max} \\
\left.\begin{aligned} & 3-\frac{2}{\mu}, \ \mu<0,5; \\ & \frac{1}{\mu}-3, \ \mu\ge 0,5. \end{aligned}\right\} \text{для } \sigma_{\min}
\end{cases} \tag{4}
$$

Если при нагреве наиболее опасны растягивающие напряжения, то введем ограничение

$$\sigma_{\max} \le \sigma^*_{\max}, \tag{5}$$

где $\sigma^*_{\max}$ – предельно допустимое растягивающее напряжение.

На основании этого ограничения можно определить максимально допустимое значение теплового потока и, в свою очередь, по граничному условию задачи (1) – ограничение на температуру греющей среды

$$Q(t)=u(s,t)+\frac{c_m}{\alpha s f(\mu)}, \tag{6}$$

где c_m – коэффициент, зависящий только от материала нагреваемого тела, $c_m=\dfrac{3\lambda(1-\Theta)\sigma^*_{\max}}{\beta E}$.

В регулярном режиме нагрева можно через внешний теплообмен судить о температурных напряжениях в теле.

Практическое применение формулы (6) позволяет при ограничении на температуру греющей среды

$$Q(\mu)\le A=\text{const} \tag{7}$$

в начальной стадии нагрева, когда растягивающие термонапряжения не достигли максимально допустимой величины, ограничиться только ими. Начиная с момента времени t_1, когда $\sigma_{\max}(t_1)\le\sigma^*_{\max}$, необходимо кроме ограничения (7) учитывать и ограничение (6). Момент времени t_1 определяется из условия

$$u(s,t_1)=u_0+\Delta u_{\max}, \tag{8}$$

где u_0 – начальная температура;

$\Delta u_{\max}$ – максимально допустимый перепад температур по толщине пластины с точки зрения допустимых термонапряжений.

Величину $\Delta u_{\max}$ можно найти по формуле

$$\sigma^*_{\max}=\frac{\beta E}{1-\Theta}\frac{\Delta u_{\max}}{3}\frac{f(\mu)}{\mu^2}. \tag{9}$$

Если $\min u(x,t) \geq \delta$; $-s \leq x \leq s$, где δ – температура, при которой материал имеет достаточную пластичность для погашения термонапряжений, то можно учитывать только ограничения.

Момент времени t_2, когда ограничение (7) теряет силу, может быть определен по выражению

$$u(s,t_2) = \delta + \Delta u_{\max}. \tag{10}$$

Отсюда следует, что для выполнения ограничений на внутренние термонапряжения $\sigma_{\max}$ при использовании соотношения (7) необходимо знать температуру поверхности пластины $u(s, t)$ из системы (1). Тогда определяются моменты времени t_1 и t_2, между которыми должно быть выполнено ограничение (7), использующее также текущее значение температуры поверхности $u(s, t)$; $t_1 \leq t \leq t_2$.

Рассмотрим численную реализацию задачи с применением решения смешанной задачи для уравнения упругих колебаний

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -a^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4};\ \ 0 < x < b;\ \ 0 < t < T, \tag{11}$$

где u – величина уклонения от стационарного положения;

c, a – коэффициенты, характеризующие состояние объекта в момент времени t с координатой x;

T – время процесса.

Для того чтобы полностью определить существо процесса, необходимо задать начальные и граничные условия. В качестве начальных условий возьмем начальное уклонение и начальную скорость:

$$u(x,0) = f(x);\ \ \frac{\partial u}{\partial t} = g(x). \tag{12}$$

Граничные условия определяют режим изменений на концах объекта:

$$u(0,t) = 0;\ \ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0,t) = 0;\ \ u(b,t) = 0;\ \ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(b,t) = 0. \tag{13}$$

Решение задачи удобнее проводить с помощью безразмерных переменных. Произведем замену $x \to x\sqrt{b}$; $t \to \frac{1}{c}t$, тогда решение производится на отрезке [0; 1] и уравнение (11) примет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}. \tag{14}$$

Решение задачи (11)-(13) осуществим методом сеток, для этого введем две вспомогательные функции $\upsilon(x, t)$ и $\omega(x, t)$ по формулам:

$$\upsilon = \frac{\partial u}{\partial t}\ \text{ и }\ \omega = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \tag{15}$$

Уравнение (11) заменяется системой уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \upsilon}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}; \\ \dfrac{\partial \omega}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}. \end{cases} \qquad (16)$$

Дополним систему (16) начальными и граничными условиями:

$$\upsilon(x,0) = g(x);\ \omega(x,0) = f''(x); \qquad (17)$$

$$\upsilon(0,t) = 0;\ \omega(0,t) = 0;\ \upsilon(1,t) = 0;\ \omega(1,t) = 0. \qquad (18)$$

Если задача (16)-(18) решена, то решение задачи (11)-(13) находится по формуле

$$u(x,t) = f(x) + \int_0^T \upsilon(x,t)dt. \qquad (19)$$

Частные производные по x будем аппроксимировать их полусуммой центральных разностных производных на слоях j и $j+1$:

$$\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon_{j-1}^{j+1} - 2\upsilon_i^{j+1} + \upsilon_{i+1}^{j+1}}{h^2} + \frac{\upsilon_{i-1}^{j} - 2\upsilon_i^{j} + \upsilon_{i+1}^{j}}{h^2}\right); \qquad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{j-1}^{j+1} - 2\omega_i^{j+1} + \omega_{i+1}^{j+1}}{h^2} + \frac{\omega_{i-1}^{j} - 2\omega_i^{j} + \omega_{i+1}^{j}}{h^2}\right). \qquad (21)$$

В частности, получаем систему (7) в разностном виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\upsilon^{j+1} - \upsilon^j}{\tau} = \dfrac{\left(\omega_{i-1}^{j+1} - 2\omega_i^{j+1} + \omega_{i+1}^{j+1}\right) + \left(\omega_{i-1}^{j} - 2\omega_i^{j} + \omega_{i+1}^{j}\right)}{2h^2}; \\ \dfrac{\omega^{j+1} - \omega^j}{\tau} = \dfrac{\left(\upsilon_{i-1}^{j+1} - 2\upsilon_i^{j+1} + \upsilon_{i+1}^{j+1}\right) + \left(\upsilon_{i-1}^{j} - 2\upsilon_i^{j} + \upsilon_{i+1}^{j}\right)}{2h^2}. \end{cases} \qquad (22)$$

Система (22) относится к классу неявных и аппроксимирует решение исходной задачи с точностью $O\left(\tau^2 + h^2\right)$. Она устойчива при любых соотношениях между τ и h. Для решения системы (22) рассмотрим вектор

$$Z_i^{j+1} = \begin{pmatrix} \upsilon_i^{j+1} \\ \omega_i^{j+1} \end{pmatrix}. \qquad (23)$$

Тогда система примет вид

$$-A_i Z_{i-1}^{j+1} + B_i Z_i^{j+1} - C_{i+1} Z_{i+1}^{j+1} = D_i,\ i = 1,\ \overline{n-1}, \qquad (24)$$

где

$$A_i = C_i = \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{\tau}{2h^2} \\ \dfrac{\tau}{2h^2} & 0 \end{pmatrix},\quad B_i = \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{\tau}{2h^2} \\ \dfrac{\tau}{2h^2} & 0 \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

$$D_i = \begin{pmatrix} \upsilon_i - \frac{\tau}{2h^2}\left(\omega_{i-1}^j - 2\omega_i^j + \omega_{i+1}^j\right) \\ \omega_i + \frac{\tau}{2h^2}\left(\upsilon_{i-1}^j - 2\upsilon_i^j + \upsilon_{i+1}^j\right) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Из начальных условий определяется вектор Z_i^0 на нулевом временном слое. Решив систему (24), получим значение векторов Z_i^1, а по формулам (19) – значение функции u_i^1. Продвигаясь на второй временной слой и далее, получим решение задачи на всем промежутке [0; T]. Решение системы (24) осуществляется методом матричной прогонки. Сначала определяется вспомогательный набор двумерных матриц E_i и векторов F_i по рекуррентным формулам:

$$E_0 = 0, \ F_0 = 0; \quad (27)$$

$$E_i = (B_i - C_i E_{i-1})^{-1} A_i; \quad (28)$$

$$F_i = \left(B_i - C_i E_{i-1}\right)^{-1}\left(D_i - C_i F_{i-1}\right), \ i = 1, 2, ..., n-1. \quad (29)$$

Далее находятся искомые величины

$$Z_{i-1}^{j+1} = E_i Z_i^{j+1} + F_i, \ i = n-1; n-2, ..., 1. \quad (30)$$

Описанный алгоритм решения задачи реализован специальной программой.

Для системы (30) поставим задачу: найти управление, удовлетворяющее системе, которое обеспечило бы минимальное время φ_0 выполнения равенства $u(l, \varphi_0) = 0$ для всех $-1 \le l \le 1$. Эта задача решается при помощи метода моментов. Решение конечномерной проблемы моментов сведено к определению чисел $\Theta_1, \Theta_2, ..., \Theta_{k-1}, \varphi_0$, где Θ_i – точка переключения $Q(\varphi)$ из системы k трансцендентных уравнений с k неизвестными. Для $k = 2$ эта система имеет вид

$$2e^{\mu_i^2 \Theta_i} + \left(\chi - 1\right)e^{\mu_i^2 \varphi_0} = 1 + \chi + \upsilon, \ i = 1, 2, \quad (31)$$

где числа μ_i, $i = 1, 2$ являются различными действительными положительными корнями характеристического уравнения

$$\frac{1}{Bi}\mu = \operatorname{ctg} \mu. \quad (32)$$

При решении задачи о нагреве функция $u(\varphi)$ на отрезке $\left[0; \Theta_1\right]$ должна принимать значения $1 + \chi$, а, следовательно, на отрезке $\left[\Theta_1; \varphi_0\right]$ она имеет значение $1 - \chi$.

Зададим начальное управление $Q(\varphi)$ в интервале $\Theta' \le \varphi \le \Theta''$, где $0 \le \Theta' < \Theta'' < \Theta_1$. Благодаря правильному выбору этого управления можно выполнить ограничения на термонапряжения. В этом случае оптимальное управление существует и величины Θ_1 и φ_0 определяются из системы уравнений:

$$2e^{\mu_i^2 \Theta_1} + \left(\chi - 1\right)e^{\mu_i^2 \varphi_0} = \upsilon + \left(1 + \chi\right)e^{\mu_i^2 \Theta'} - \mu_i^2 s_i, \ \ i = 1, 2, \quad (33)$$

где

$$s_i = \int_0^{\Theta'} (1+\chi) e^{\mu_i^2 \varphi} d\varphi + \int_{\Theta'}^{\Theta''} Q(\varphi) e^{\mu_i^2 \varphi} d\varphi. \tag{34}$$

Решение данной системы получим из соотношений:

$$\left(\frac{2e^{\mu_1^2 \Theta_1} - (1+\chi+\upsilon_1)}{1-\chi} \right)^{\mu_2^2} = \left(\frac{2e^{\mu_2^2 \Theta_1} - (1+\chi+\upsilon_2)}{1-\chi} \right)^{\mu_1^2}; \tag{35}$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{\mu_1^2} \ln \left(\frac{2e^{\mu_2^2 \Theta_1} - (1+\chi+\upsilon_1)}{1-\chi} \right), \tag{36}$$

где

$$\upsilon_i = \upsilon + (1+\chi)\left(e^{\mu_i^2 \Theta''} - e^{\mu_i^2 \Theta'}\right) - \mu_i^2 \int_{\Theta'}^{\Theta''} Q(\varphi)\, e^{\mu_i^2 \varphi} d\varphi, \; i = 1, 2.$$

Если принудительное управление является линейной функцией, т.е. $Q(\varphi) = d + g\varphi$, $\Theta' \le \varphi \le \Theta''$, то значения Θ_1 и φ_0 определяются из соотношения

$$\upsilon_i = \upsilon + e^{\mu_i^2 \Theta''} \left[1+\chi-d-g\left(\Theta'' - \frac{1}{\mu_i^2} \right) \right] - e^{\mu_i^2 \Theta'} \left[1+\chi-d-g\left(\Theta' - \frac{1}{\mu_i^2} \right) \right], \tag{37}$$

где $d, g = \text{const}$.

Следовательно, используя прием для замены ограничения на фазовую координату ограничением на управляющее воздействие, приходим к тому, что метод решения задачи оптимального по быстродействию нагрева термически массивного тела с учетом ограничений на термонапряжения принципиально не отличается от метода решения той же задачи без учета ограничений на термонапряжения.

Заключение

С учетом предложенной математической модели для оптимизации теплотехнологических процессов сушки и обжига пористого керамического кирпича с учетом термических напряжений разработана методика, в соответствии с которой рекомендуется в начальный период процесса (до 150 °С с оптимальным расчетным временем t_1 = 2 ч) увеличивать скорости газового потока при скорости повышения температуры 75 °С/ч, при этом расчетный период температур по толщине составил 25 °С, что обеспечивает качественный нагрев материала. В интервале температур 150 °С–300 °С скорость подъема температуры теплоносителя рекомендуется не более 33 °С/ч (это связано с тем, что при этих температурах происходит максимальная усадка материала и оптимальное расчетное время составило t_2 = 4,5 ч). В интервале от 300 °С до максимальных температур (900-1000 °С) допускаемая скорость подъема температуры в соответствии с вычисленным оптимальным временем процесса составляет 150 °С/ч. При максимальной температуре обжига керамические стеновые материалы рекомендуется выдержать с целью выравнивания температуры по толщине и равномерного распределения минимального необходимого количества жидкой фазы для образования связки между дегидратированными, декарбонецированными частицами и зернами кварца.

Список цитированных источников

1. **Воронова, Н.П.** Математическое моделирование энергосберегающих режимов нагрева, сушки и термообработки: монография / Н.П. Воронова. – Минск: БНТУ, 2006. – 86 с.
2. **Воронова, Н.П.** Математическое моделирование и управление теплотехнологиями промышленных производств: монография / Н.П. Воронова. – Минск: БНТУ, 2009. – 260 с.
3. Методы лабораторного исследования и компьютерного моделирования процессов тепло- и массопереноса, формирования напряженно-деформированного состояния в природных дисперсных средах / Г.П. Бровка [и др.] // Природопользование. – 2012. – Вып. 22. – С. 97-108.

Berezovsky N.I., Voronova N.P., Kostukevich H.K., Kostukevich I.G.

Reserve increase efficiency in resource production of porous ceramic bricks

The article presents a mathematical model for process optimization of thermal drying and firing of open-textured ceramic bricks taking thermal stresses into account. On the basis of the mathematical model the method of determining of recommendations for change of operating parameters' intervals of production with the aim of increasing of the efficiency of resources use.

Поступила в редакцию 13.05.2016 г.