6. С а п о ж н и к о в, Н. Е. К вопросу о точности вероятностногоумножения / Н. Е. Сапожников // Подходы в улучшении профессиональногостановления выпускников высшей школы. – Севастополь: СВВМИУ, 1992.

7. С а п о ж н и к о в, Н. Е. О погрешности вероятностного сложения/ Н. Е. Сапожников // Передача, обработка и отображение информации. – Теберда; Харьков, 1991.

Представлена кафедрой
компьютерных систем

Поступила 04.04.2013

УДК 621(41988.8)

ИЗУЧЕНИЕ КПД МАШИНЫ СТИРЛИНГА В УСЛОВИЯХ, БЛИЗКИХ К РЕАЛЬНЫМ

АБРАМЯН Р. М.

Государственный инженерный университет Армении

Интерес к машинам Стирлинга обусловлен их большими возможностями и экологическими требованиями времени [1–3]. В [4] изучен КПД идеального двигателя Стирлинга в установившемся режиме работы в зависимости от характеристики регенерации. В более реальных условиях необходимо учесть неидеальность рабочего тела (газа), а также теплопотери. Для анализа работы технологических систем термодинамическими методами часто применяют эксергетический подход [5]. При таком подходе можно указать, в каких элементах системы происходят наибольшие потери эксергии. Если также учесть связь диссипации энергии с кинетикой процесса и коэффициентами тепло- и массообмена, то можно получить представление о предельных возможностях тепловой машины. Такой подход принято называть термодинамикой конечной скорости или конечного времени. Основная особенность реальных процессов – это их необратимость. Важную роль в макросистемах играют специального типа подсистемы – посредники, которые могут уменьшить необратимость процессов. Таким посредником в машинах Стирлинга является регенератор. Поскольку в идеальной тепловой машине нет потерь на трение и продолжительность процесса (цикла) не ограничена, идеальная тепловая машина будет работать обратимо. Если же продолжительность процессов теплообмена между рабочим телом и регенератором ограничена, то процесс будет сопровождаться потерей эксергии. В [6] рассмотрен термический КПД цикла Карно, когда рабочим телом является Ван-дер-Ваальсовый газ, где также отмечается, что согласно теореме Карно, КПД не должен зависеть от рода рабочего вещества. В [7] рассмотрен вопрос получения КПД цикла Карно для любого вида уравнения состояния рабочего вещества.

Цель настоящей работы – исследовать двигатель Стирлинга в условиях, приближенных к реальным, и попытаться учесть теплопотери при регенерации теплоты, связанные с конечным значением времени теплообмена.

Рассмотрим работу двигателя Стирлинга в случае, когда рабочее тело – Ван-дер-Ваальсовый газ. Отклонение поведения реального газа от идеального (описываемого уравнением Клапейрона – Менделеева) зависит не только от природы газа, но и от тех условий, в которых находится данный газ: чем более он разрежен и чем выше его температура, тем менее заметны эти отклонения. Основным уравнением, учитывающим качественные особенности взаимодействия молекул на расстоянии и конечный размер самих молекул, является уравнение Ван-дер-Ваальса для рабочего тела (газа) массой m_0

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\nu^2\right)(V-b\nu)=\nu RT, \qquad (1)$$

где $\nu = m_0/\mu$– количество газа или число молей; p, V, T – соответственно давление, объем и температура газа;R – универсальная газовая постоянная; a, b– поправки, учитывающие взаимодействие и собственный объем молекул; μ– молярная масса газа.

Уточним размерности перечисленных величин в интернациональной системе СИ:

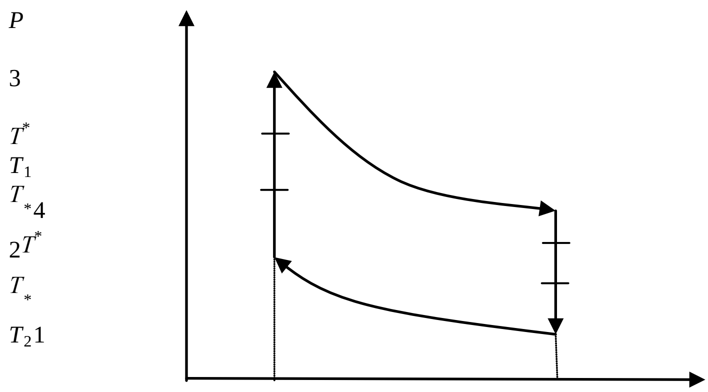
$$[R]_{SI}=\frac{\mathrm{Dj}}{\mathrm{K\cdot Mol}};\ [a]=\frac{\mathrm{M}^4}{\mathrm{Mol}^2}\mathrm{N};\ [b]=\frac{\mathrm{M}^3}{\mathrm{Mol}},$$

где N – ньютон; Dj – джоуль.

Значения постоянныхa и b для каждого газа выбираются таким образом, чтобы уравнение (1) наилучшим образом описывало поведение рабочего тела. Кроме уравнения Ван-дер-Ваальса, было предложено более двухсот эмпирических уравнений состояния реальных газов. Некоторые из них имеют лучшее согласование с опытом за счет большего числа входящих в них феноменологических постоянных. Однако при качественном рассмотрении удобно использовать именно уравнение Ван-дер-Ваальса благодаря его простоте и ясному физическому смыслу [8].

Предварительно рассмотрим работу машины Стирлинга без регенератора, где рабочим телом является Ван-дер-Ваальсовый газ. Применяемый подход аналогичен подходу [4]. Термический цикл для двигателя Стирлинга, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, изображен на рис. 1. Если предположить, что массовая удельная теплоемкость газа при постоянном объеме C_V не зависит от температуры, то внутренняя энергия такого газа выразится формулой

$$U=U_0+m_0c_VT-\nu^2\frac{a}{V}. \qquad (2)$$



V_1 $V_2 V$

Рис. 1. Термический цикл для двигателя Стирлинга

Термический КПД такой машины Стирлинга определится формулой

$$\eta = \frac{L_{12} + L_{34}}{Q + Q'}, \tag{3}$$

где L_{12} – работа сжатия газа в изотермическом процессе при температуре T_2; L_{34} – работа расширения рабочего тела при температуре T_1; Q – теплота в процессе подвода энергии 2–3, а Q' – энергия, полученная рабочим телом в процессе 3–4.

Имеем:

$$L_{12} = \nu R T_2 \ln \frac{V_2 - \nu b}{V_1 - \nu b} + \nu^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right); \tag{4}$$

$$L_{34} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b} + \nu^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right); \tag{5}$$

$$Q = m_0 c_V (T_1 - T_2). \tag{6}$$

С помощью первого закона термодинамики для процесса 3–4 можно записать

$$Q' = \Delta U_{34} + L_{34} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}. \tag{7}$$

Подставляя (4)–(7) в (3), получим

$$\eta' = \frac{(T_1 - T_2)\nu R \ln \dfrac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}}{m_0 c_V (T_1 - T_2) + T_1 \nu R \ln \dfrac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \delta'}, \tag{8}$$

где

$$\delta' = \frac{m_0 c_V (T_1 - T_2)}{\nu R \ln \dfrac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}} = \frac{\mu c_V (T_1 - T_2)}{R \ln \dfrac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}}.$$

Мы воспользовались тем, что c_V для идеального и Ван-дер-Ваальсового газа имеет одинаковое значение [9].

Для КПД идеального цикла Стирлинга, т. е. для цикла, где не рассматривается теплообмен с окружающей средой, пренебрегают силами трения, а рабочим телом является идеальный газ, имеется выражение

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \dfrac{m_0 c_V (T_1 - T_2)}{\nu R \ln \dfrac{V_1}{V_2}}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \delta}, \tag{9}$$

где

$$\delta = \frac{\mu c_V (T_1 - T_2)}{R \ln \dfrac{V_1}{V_2}}.$$

Из неравенства $V_1 > V_2$ следует, что $\delta' < \delta$, а следовательно, и $\eta' > \eta$.

Сопоставление η' и η показывает, что чем меньше объем рабочего тела V_1(при одинаковой степени сжатия V_1/V_2), тем заметнее будут поправки Ван-дер-Ваальса. Возможно, поэтому машины Стирлинга эффективнее будут работать при меньших начальных объемах рабочего тела (т. е. при больших давлениях). Этот эмпирически отмеченный факт [10] здесь получен аналитически.

Перейдем теперь к рассмотрению работы машины Стирлинга с регенератором при условии, что при теплообмене регенератора с рабочим телом теплопотерями, которые возникают за счет конечного времени теплообмена, нельзя пренебречь. Рассмотрим теплообмен между рабочим телом и регенератором как теплообмен между двумя теплоизолированными телами, которые непосредственно обмениваются теплотой через поверхность соприкосновения площадью S. Действие регенератора сводится к выигрышу энергии в количестве Q_2.

В установившемся режиме в процессе 4–1 регенератор аккумулирует энергию, доведя свою температуру до какого-то значенияT^*, затем отдает некоторое количество теплоты рабочему телу в процессе 2–3, охлаждаясь при этом до T_* (рис. 1). Так как при решении отдельных задач теплообмена неизбежно приходится вводить упрощения и условности, предположим, что теплопроводность обоих тел очень велика и выравнивание температур между различными частями тел происходит мгновенно, т. е. в каждый момент времени t регенератор (а также рабочее тело) во всех своих точках имеет одинаковую температуру, зависящую только от времени. Поток теплоты от рабочего тела к регенератору в соответствии с законом Ньютона (или Ньютона – Рихмана) [11, 12] запишем в виде

$$\frac{dQ_1}{dt} = -hS(T - T^*), \tag{10}$$

гдеh – коэффициенттеплообмена,Дж/(с·м^2·К); dQ_1 – энергия, переданная рабочим телом регенератору за время dt; T, T_* – соответственно температуры рабочего тела и регенератора в момент времени t (в момент $t = 0$ имеем соответственно T_1 иT_*).

Таким образом,T^* иT_*– максимальная и минимальная температуры регенератора в установившемся режиме. Следовательно, абсолютный внутренний КПД машины Стирлинга с учетом конечности времени теплообмена составит

$$\eta = \frac{L_{12} + L_{34}}{Q_1 + Q' - Q_2}, \qquad (11)$$

подставляя $dQ_1 = m_0 c_V dt$ в (10), будем иметь

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{hS(T - T^*)}{m_0 c_V}. \qquad (12)$$

Такой же поток теплоты получает регенератор, т. е.

$$\frac{mcdT^*}{dt} = hS(T - T^*), \qquad (13)$$

где m – масса регенератора; c – удельная теплоемкость его вещества.

Складывая (10) и (13), получим

$$m_0 c_V T + mcT^* = \text{const} = m_0 c_V T_1 + mcT_*.$$

Обозначая $\alpha = \frac{mc}{m_0 c_V}$ (характеристика регенератора), придем к выражению

$$T + \alpha T^* = T_1 + \alpha T_*. \qquad (14)$$

Уравнение (14) соответствует сохранению энергии в данном процессе.

Вычтем почленно из (12) уравнение (13). Тогда приходим к соотношению

$$\frac{d(T - T^*)}{dt} = -hS(T - T^*)\left(\frac{1}{m_0 c_V} + \frac{1}{mc}\right).$$

Обозначив $\frac{1}{\tau} = hS\left(\frac{1}{m_0 c_V} + \frac{1}{mc}\right)$, получим $T - T^* = (T_1 - T_*)e^{-\frac{t}{\tau}}$, или же

$$T - T^* = (T_1 - T_*)K, \qquad (15)$$

где $K = e^{-\frac{t}{\tau}}$ – характеризует время установления теплового равновесия и называется временем релаксации или временем выравнивания температур.

Теперь рассмотрим процесс передачи теплоты от регенератора, имеющего температуру T^*, рабочему телу, имеющему температуру T_2 в момент $t = 0$. Рабочее тело получит за время t от регенератора теплоту

$$Q_2 = m_0 c_V (T' - T_2),$$

где T' – температура рабочего тела в момент времени t.

Этот процесс в конечном итоге увеличит КПД машины Стирлинга. Поступая аналогичным образом (как при получении формул (14) и (15)), для такого теплообмена получим:

$$T' + \alpha T_* = T_2 + \alpha T^*; \qquad (16)$$

$$T_* - T' = (T^* - T_2)K. \tag{17}$$

Используя уравнения (14)–(17), выразим $T^* - T_*$ через $T_1 - T_2$

$$T^* - T_* = \frac{(1-K)(T_1 - T_2)}{1 + 2\alpha + K}$$

и с помощью формулы (16) будем иметь

$$Q_2 = m_0 c_V \frac{\alpha(1-K)}{1 + 2\alpha + K}(T_1 - T_2) = m_0 c_V \beta_K (T_1 - T_2),$$

где β_K– степень регенерации в рассматриваемых условиях.

Подставляя Q_2 в (11), окончательно получим

$$\eta_R = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \delta_K (T_1 - T_2)},$$

где

$$\delta_K = \frac{m_0 c_V (1 - \beta_K)}{\nu R \ln \dfrac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}}.$$

В идеальном двигателе Стирлинга $t \to \infty, K = 0$, поэтому получится следующее значение для β_R: $\beta_R \dfrac{\alpha}{2\alpha + 1} = \beta$ [4].

Таким образом, для значения абсолютного внутреннего КПД двигателя Стирлинга при работе в стационарном режиме, с Ван-дер-Ваальсовым рабочим газом, с учетом конечного времени теплообмена можно пользоваться формулой

$$\eta_R = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \dfrac{\mu c_V (T_1 - T_2)(1 - \beta_R)}{R \ln \dfrac{V_1 - \nu b}{V_2 - \nu b}}}. \tag{18}$$

Из формулы (18) видно, что двигатели Стирлинга будут работать тем эффективнее, чем больше молярная масса рабочего тела. Этот опытным путем подтвержденный результат здесь получен аналитически. Сказанное подтверждает точку зрения, что в качестве рабочего тела можно рекомендовать аргон, углекислый газ или криптон [10].

Приведем несколько численных оценок для КПД машины Стирлинга, когда рабочим телом является азот. Пусть m_0 = 2,8 · 10^{-2} кг, т. е. число молей ν = 0,1 моль; b = 3,9·10^{-5} м^3/моль; c_V = 1040 Дж/(кг·К); V_1 = 2 · 10^{-4} м^3; V_2 = 4 · 10^{-5}м^3 при T_1 = 600 К и T_1 = 300 К. Примем также максимальное значение для коэффициента регенерации $\beta = 0,5$. Тогда для КПД машины Стирлинга с регенератором получим при идеальном газе 32,4 %, а для Ван-дер-Ваальсового газа – 33,0 %. Если в тех же условиях взять ν = 1 моль, то получим для азота КПД, равный 42,7 %. В аналогичном случае цикла Карно КПД равен 50 %.

Если в тех же температурных пределах в машине Стирлинга рабочим телом будет гелий, то для таких же изменений объема получим КПД, равный36,3 %при ν= 0,1 моль, а при ν = 1 моль – 39,6 %. Если же гелий рассматривать как идеальный газ, то КПД будет равен 36,0 %.

Таким образом, из рассмотрения подсчета ясно, что двигатели Стирлинга будут работать более эффективно при малых объемах и больших перепадах давления.

ВЫВОД

Получен абсолютный внутренний КПД двигателя Стирлинга без регенератора и с регенератором в условиях, когда рабочим телом является Ван-дер-Ваальсовый газ. Показано, что при учете собственного объема молекул термический КПД двигателя Стирлинга зависит от числа молей рабочего вещества и несколько увеличивается по сравнению со случаем идеального газа. Рассмотрен вопрос учета теплопотерь при работе машины Стирлинга с регенерацией теплоты. Получена зависимость степени регенерации от времени теплообмена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р и д е р, Г. Т. Двигатели Стирлинга:пер. с англ. / Г. Т. Ридер, Ч. Хупер. – М.: Мир, 1986. – 464 с.
2. У о к е р, Г. Машины, работающие по циклу Стирлинга:пер. с англ. / Г. Уокер. – М.: Энергия, 1978. – 151 с.
3. У о к е р, Г. Двигатели Стирлинга:пер. с англ. / Г. Уокер. – М.: Машиностроение, 1985. – 405 с.
4. А б р а м я н, Р. М. О максимальном значении КПД регенеративного идеального цикла Стирлинга / Р. М. Абрамян // Изв. НАН Армении. Сер. Физика. – 2010. – Т. 45, № 3. – С. 210–214.
5. Ц и р л и н, А. М. Необратимые оценки предельных возможностей термодинамических и микроэкономических систем / А. М. Цирлин. – М.: Наука, 2003. – С. 348.
6. A g r a w a l, D. C. The Carnot cycle with the van der Waals equation of state / D. C. Agrawal, V. J. Menon // European Journal of Physics. – 1990. – Vol. 11. – No 2. – http://iopscience.iop.org/0143-0807/11/2/004.
7. P a u l u s, C. Tjiang and Sylvia H. Sutanto / C. Paulus // Efficiency of Carnot Cycle with Arbitrary Gas Equation of State. – http://arxiv:org/abs/physics/ 0601173, 2006.
8. В у к а л о в и ч, М. П. Уравнение состояния реальных газов / М. П. Вукалович, И. И. Новиков. – М.; Л.: Гос. энергетич. изд-во, 1948. – 340 с.
9. П р и г о ж и н, И. Современная термодинамика / И. Пригожин, Д. Кондепуди. – М.: Мир, 2002. – 461 с.
10. Д в и г а т е л и Стирлинга: сб. ст.:пер. с англ. / под ред. В. М. Бродянского. – М.: Мир, 1975. – 446 с.
11. М и х е е в, М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, Н. М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 343 с.
12. Ш о р и н, С. Н. Теплопередача / С. Н. Шорин. – М.: Высш. шк., 1964. – 490 с.

Представлена кафедрой
общей физики Поступила 28.08.2012