

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Горные машины»

Н. В. Кислов
П. В. Цыбуленко

ИСЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК
ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ ГОРНЫХ ПОРОД И ПРОДУКТОВ
ИХ ПЕРЕРАБОТКИ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
1-36 10 01 «Горные машины и оборудование»,
1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь по образованию
в области горнодобывающей промышленности*

Минск
БНТУ
2012

УДК 622.331.002.5

ББК 33я7

К44

Рецензенты:

Г. В. Казаченко, Г. А. Куптель

Кислов, Н. В.

К44 Исчисление характеристик измельченных горных пород и продуктов их переработки: учебно-методические пособие для студентов специальностей 1-36 10 01 «Горные машины и оборудование», 1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства» / Н. В. Кислов, П. В. Цыбуленко. – Минск: БНГУ, 2012. – 44 с.
ISBN 978-985-525-873-6.

В пособии содержится оценка размерно-плотностных и аэродинамических свойств измельченной калийной руды и продуктов ее переработки, обоснованы закономерности изменения этих свойств от определяющих факторов и изложены методические принципы расчета характеристик измельченной и обогащенной калийной руды как объекта перемещения под воздействием воздушного потока и улавливания ее тонкодисперсных фракций. Предлагается обобщенная зависимость для определения суммарных выходов по плюсу сыпучих материалов и методика определения параметров этой зависимости.

УДК 622.331.002.5

ББК 33я7

ISBN 978-985-525-873-6

© Кислов Н. В., Цыбуленко П. В., 2012

© Белорусский национальный
технический университет, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.	4
1 Аналитическое описание характеристик гранулометрического состава измельченных материалов.	6
2 Определение параметров суммарной характеристики Розина–Раммлера.	12
3 Обобщенная зависимость для суммарных характеристик измельченных горных пород.	16
4 Плотность частиц измельченной калийной руды и продуктов ее переработки.	28
5 Аэродинамические свойства измельченной калийной руды и продуктов ее переработки.	34
Выводы.	42
Литература.	43

ПРЕДИСЛОВИЕ

Измельченная горная порода характеризуется гранулометрическим составом, плотностью частиц различных фракций и скоростью их витания. В общем случае рыхлая или измельченная горная порода состоит из частиц, отличающихся друг от друга по размерам, форме и плотности. Крупность частиц и неоднородность их гранулометрического состава оказывают непосредственное влияние на характер технологической переработки и служат показателями качества готовой продукции. Этим данным придается особое значение при добыче и обогащении полезных ископаемых, в промышленной гигиене и санитарной технике, при пневмотранспорте, в брикетном производстве, приготовлении и сжигании пылевидного топлива, конструировании топочных устройств и в ряде других технологических процессов.

Указанные свойства имеют определяющее значение при разработке и обосновании режимов работы пылеулавливающих устройств проходческих комбайнов и систем аспирации *сильвинитовых* обогатительных фабрик РУП ПО «Беларуськалий». Основное количество твердых выбросов в виде неорганической пыли, а также газообразного хлористого водорода, приходится на обогатительные фабрики. Источниками пылевыведения здесь являются дробильное и сортировочное оборудование для переработки сильвинитовой руды, технологическое оборудование (дробилки, сепараторы, вальцпрессы, барабанные и с кипящим слоем сушилки), где обрабатывается подогретый сильвинитовый концентрат, а также внутривзаводское транспортное оборудование (узлы загрузки, разгрузки и перегрузки ленточных и скребковых конвейеров). Пылеочистка от газов сушильных аппаратов и аспирационных установок отделения грануляции на сильвинитовых обогатительных фабриках выполняется в две ступени – сухую и мокрую. В первой ступени очистки газов от твердых частиц используются батарейные циклоны.

Во второй применяются комбинированные ударно-инерционные и центробежные очистители, трубы Вентури и гидроциклоны. При этом эффективность очистки, общая или последней мокрой ступени, не всегда может обеспечивать соблюдение норм предельно до-

пустимых выбросов (ПДВ), которые определяются концентрацией тонкодисперсных фракций пыли в воздухе, выбрасываемом в атмосферу. Заметим, что дисперсный состав пыли на обогатительных фабриках определяется ситовым анализом с наименьшим размером сита 50 или 63 мкм. Состав этого высокодисперсного класса пылей, улавливание которых затруднено, не определяется. Аспирационные установки отделений погрузки калийных удобрений часто не работают, а на ряде фабрик отсутствуют. Запыленность помещений и складов, как правило, превышает допустимый предел. Отделения погрузки являются источниками неорганизованных выбросов калийной пыли.

Решение вопросов по совершенствованию оборудования добычи и переработки калийной руды, расчету и оптимизации режимов его работы обусловили необходимость изучения размерно-плотностных и аэродинамических свойств измельченной калийной руды и продуктов ее переработки, установления закономерностей их изменения от определяющих факторов. Поэтому исчисление параметров измельченных горных пород рассматривается в пособии на примере калийной руды и продуктов ее переработки.

Учебно-методическое пособие по дисциплинам «Свойства и разрушение горных пород» и «Механика торфа и торфяной залежи» предназначено для студентов специальностей 1-36 10 01 «Горные машины и оборудование» и 1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства», может быть полезно для магистрантов, аспирантов и инженерно-технических работников, занимающихся переработкой различных материалов и оценкой их размерно-плотностных и аэродинамических свойств.

1 АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Результаты анализа гранулометрического состава различных измельченных материалов, представленные в виде таблиц, где приводятся массовые выходы различных фракций в долях единицы или в процентах, хотя и полно характеризуют этот состав, но вызывают трудности при сравнении различных смесей и количественной оценки их неоднородности по фракциям. Для наглядности табличные данные сопровождаются графиками зависимости выходов от размера частиц. Такие графики называются *частными характеристиками крупности* и строятся в равномерном масштабе. При этом по оси абсцисс откладываются средние размеры частиц d , по оси ординат – массовые выходы p отдельных фракций в процентах.

При обработке опытных данных помимо выходов в процентах к общей массе пробы могут быть определены суммарные (*кумулятивные*) выходы P_i . Суммарным выходом по плюсу P называется выход частиц крупнее данного размера. Он может быть получен сложением относительных выходов частиц, размеры которого больше заданного. Если сложить выходы частиц меньше данного размера, то получим *суммарный выход по минусу* P_1 . Зависимость суммарного выхода от размера фракции, изображенная на графике в равномерном масштабе, носит название *суммарной характеристики крупности*. С точки зрения математической статистики образец измельченного материала можно рассматривать как статистический коллектив, который состоит из членов, варьирующих по величине частиц d и выходам p отдельных фракций. При этом аргументом коллектива является размер частиц. Масса отдельной фракции представляет частоту или численность класса. Общая масса образца носит название объема статистического коллектива.

Для определения фракционного состава сыпучих сред применяются сита с разными интервалами размеров отверстий, и, следовательно, интервалы крупности Δd отдельных классов статистической совокупности получаются неодинаковыми. Поэтому частота берется на единицу длины интервала, т. е. $p / \Delta d$.

Применение методов математической статистики для обработки опытных данных фракционного состава позволяет также изобразить изменчивость изучаемого показателя в виде гистограммы и кривой распределения.

При построении кривой распределения фракционного состава породы в прямоугольной системе координат на ось абсцисс наносятся значения крупностей, а на ось ординат – массовые выходы классов, отнесенные к единице изменения длины интервала. При оценке фракционного состава представляется возможным располагать весьма ограниченным количеством фракций и поэтому получаются не плавные кривые распределения, а ломанные линии, которые можно выровнять искусственно.

Здесь уместно заметить, что суммарная характеристика $P(d)$ по отношению к кривой распределения $P'(d)$ представляет собой интегральную кривую.

Наиболее простым способом сравнения различных кривых распределения фракционного состава измельченных материалов можно считать широко применяемое в математической статистике выравнивание подобных кривых с последующим подбором аналитического выражения для закономерностей изменения фракционного состава.

При аналитическом выражении кривых распределения аргументом функции является непрерывно изменяющийся размер частиц $x = d$.

Тогда *кривая распределения (дифференциальная)*

$$P'(x) = \frac{dP_1(x)}{dx};$$

суммарная характеристика по минусу

$$P_1(x) = P_1(d) = \frac{\int_0^x P'(x) dx}{\int_0^{x_{\max}} P'(x) dx};$$

суммарная характеристика по плюсу

$$P(x) = P(d) = 100 - P_1(x).$$

Для аналитического описания кривых распределения $P'(d)$ в разное время было предложено много зависимостей. Наиболее полно этот вопрос изложен в монографии С.Е. Андреева. К числу первых работ относится работа Мартина и др. (иностраные источники изучены по монографии [1]). Авторы применили к кривым распределения формулы сложных процентов и предложили следующую закономерность распределения массовых выходов на единицу длины интервала Δx размеров частиц:

$$P'(x) = \frac{P}{\Delta x} = a\rho x^3 e^{-bx},$$

где a и b – параметры формулы;

ρ – плотность частиц;

e – основание натуральных логарифмов.

Эта формула применима только для очень мелких классов и дает большие отклонения в диапазоне крупностей ситового анализа.

С.Е. Андреев, используя формулу Годена для частной характеристики крупности в области мелких классов (до 0,75 мм), получил формулу для кривой распределения в виде

$$P'(x) = Amx^{m-1},$$

где A – показатель абсолютной крупности частиц материала;

m – постоянная, характеризующая направление и степень изогнутости суммарной характеристики $P(x)$ [1].

Зависимость Годена–Андреева получила применение для крупности частиц размером не более 0,075 мм.

Большинство кривых распределения выходов частиц по фракциям имеют асимметричный вид. В ряде случаев при построении кривых в координатах $p/\Delta x - \ln x$ получается нормальное распределение, которое спрямляется по закону Гаусса. Кривая распределения в этом случае имеет вид

$$P'(\ln x) = \frac{\sum P}{\sqrt{2\pi \ln \sigma_g}} \exp \left[-\frac{(\ln x - \ln x_g)^2}{2 \ln^2 \sigma_g} \right],$$

где σ_g – стандартное отклонение от среднего геометрического;

x_g – среднее геометрическое значение размера частиц, взвешенное по массовым выходам [2].

Логарифмически нормальный закон дает хорошее соответствие опытным данным в области относительно крупных классов. Вычисление параметров этой зависимости является трудоемким процессом.

В 1934 г. Розин и Раммлер на основании обработки опытных данных получили зависимость, которая в настоящее время наиболее широко применяется при выравнивании различных кривых распределения массовых выходов частиц измельченных материалов:

$$P'(x) = 100 n x_e^{-n} \cdot x^{n-1} \left[\exp - (x/x_e)^n \right], \quad (1)$$

где x_e и n – параметры формулы.

Особое значение эта формула получила в теории и практике измельчения угля.

Из числа теоретических работ особый интерес представляет исследование А.И. Загустина [2], в основу которого положены предположения, что суммарная характеристика по минусу $P_1(x)$ при измельчении отдельного куска следует степенной функции

$$P_1(x) = \frac{x^{k+1}}{d_0^{k+1}} \quad (2)$$

и что при измельчении материала существует прямо пропорциональная зависимость между скоростью уменьшения массового выхода класса определенной крупности и массовым содержанием этого класса. В формуле (2) d_0 означает крупность исходного куска, а k – постоянную, которая характеризует измельчаемый материал.

Формулы А.И. Загустина для суммарных характеристик в результате решения выведенного им дифференциального уравнения хорошо согласуются с различными эмпирическими формулами других авторов. Например, для мелких классов при небольшом интервале крупностей формула А.И. Загустина совпадает с выражением Годена–Андреева [1]. При $k = 0$ суммарная характеристика по плюсу аналогична формуле Розина–Раммлера при $n = 1$. Таким образом, большинство аналитических выражений кривых распределения и суммарных характеристик получено в результате спрямления результатов опытных данных и подбора соответствующих эмпирических формул.

Физическими закономерностями процесса измельчения обосновано только дифференциальное уравнение А.И. Загустина. В основу уравнения Мартина положено допущение, не получившее дальнейшего подтверждения. Логарифмически нормальный закон распределения размеров частиц обоснован А.Н. Колмогоровым [2].

Из теоретически обоснованных формул для девяти типов кривых распределения Пирсона может быть получено уравнение Розина–Раммлера, которое по записи приближается к третьему их типу, весьма эластичному к расположению максимума.

Сопоставляя предложенные рядом авторов выражения для оценки выходов фракций на единицу длины интервала от размеров частиц можно констатировать, что наиболее приемлемой зависимостью является формула (1) Розина–Раммлера.

Кривые распределения относительных массовых выходов, построенные по выражению (1), при $n > 1$, имеют максимум, резко сдвинутый к оси ординат. При $n = 1$ максимум располагается на оси ординат. В случае $n < 1$ кривая распределения приобретает гиперболический вид и максимум на ней исчезает. Следовательно, параметр n может служить характеристикой однородности смеси по размерам частиц. Чем меньше параметр n , тем меньше частиц содержится в узком интервале размеров и тем больше неоднородна смесь по фракционному составу.

Зависимость (1) является дифференциальной кривой распределения частиц по фракциям. Ее интегрирование после преобразования дает суммарную характеристику по плюсу:

$$P(x) = P(d) = 100 \exp \left[- (d/d_e)^n \right], \quad (3)$$

где P – суммарный выход частиц крупнее заданного их размера d , т. е. выход суммарных остатков на ситах с отверстиями диаметром d , %;

d_e – размер частиц, соответствующий суммарному выходу по плюсу $P = 36,8$ %;

n – показатель неоднородности полидисперсной смеси частиц.

Действительно, если $d = d_e$, то $P = 100 / e = 36,8$ %, т. е. в смеси содержится 36,8 % частиц (по массе), размер которых больше d_e .

Суммарная характеристика по сравнению с дифференциальной имеет ряд преимуществ. Кривые суммарных выходов сравнивать между собой значительно проще, т. к. их вид не зависит от интервала размеров отдельных фракций. Выход p фракций определенного интервала Δd может быть найден по разности ординат, проведенных через точки оси абсцисс, которые ограничивают размеры определенной фракции.

Степень изогнутости кривой суммарной характеристики позволяет делать выводы о преобладании в образце мелких или крупных частиц. Однако при большой крутизне суммарной кривой почти невозможно определить выход для узкого интервала размеров частиц. Кроме того, аналитическая зависимость (3) Розина–Раммлера, предложенная для суммарных характеристик по плюсу, удовлетворительно описывает экспериментальные данные по фракционному составу различных материалов не во всем диапазоне размеров частиц.

Использование в качестве параметра формулы (3) отвлеченного размера частиц d_e , суммарный выход которых $P = 36,8$ % не отражает физической сущности процесса измельчения, имеет только аналитический смысл и не может быть использован в качестве условного среднего размера всей совокупности фракций измельченного материала.

2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СУММАРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗИНА–РАММЛЕРА

Параметры формулы (3) n и d_e характеризуют соответственно неоднородность по размерам частиц их полидисперсной смеси и некоторую условную среднюю величину всей совокупности фракций. Преобразовав формулу (3) и прологарифмировав ее дважды, получим

$$\lg\left(\lg\frac{100}{P}\right) = n \cdot \lg d - n \cdot \lg d_e + \lg(\lg e) = n \cdot \lg d + C. \quad (4)$$

Из этой формулы следует, что суммарная характеристика по плюсу смеси частиц при построении в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$ дает прямую линию с угловым коэффициентом n .

Численные значения параметров n и d_e формул (3) и (4) могут быть найдены по методу наименьших квадратов, графоаналитическим методом, или непосредственно по графикам зависимости $P = f(d)$, построенной в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$. В результате решения системы нормальных уравнений зависимости для вычисления n и d_e принимают вид:

$$n = \frac{k \cdot \sum \left[\lg d \cdot \lg\left(\lg\frac{100}{P}\right) \right] - \sum \lg d \cdot \sum \lg\frac{100}{P}}{k \cdot \sum (\lg d)^2 - (\sum \lg d)^2};$$

$$C = \frac{\sum \lg\left(\lg\frac{100}{P}\right) - n \cdot \sum \lg d}{k}; \quad \lg d_e = \frac{C + 0,3622}{n},$$

где k – количество фракций полидисперсной смеси частиц измельченного материала.

В качестве примера определим параметры формулы (3) для продуктов переработки калийной руды (сульфата калия K_2SO_4 и хлоркалия KCl). Результаты анализа гранулометрического состава этих продуктов представлены в таблице 1 и изображены графически на

рисунке 1, где по оси абсцисс использована логарифмическая шкала, а по оси ординат – шкала $\lg(2 - \lg P)$. Оказалось, что суммарные выходы по плюсу фракций хлоркалия располагаются на прямой линии практически во всем диапазоне размеров частиц (прямая 2), до $P = 99-100\%$. Что же касается гранулометрического состава сульфата калия, то он характеризуется двумя пересекающимися прямыми (прямые 1), каждая из которых может быть описана формулой (3) со своими значениями параметров n и d_e .

В результате обработки опытных данных (см. таблицу 1) графо-аналитическим методом было установлено, что суммарная характеристика по плюсу для KCl подчиняется закономерности Розина–Раммлера во всем диапазоне размеров частиц и имеет вид:

$$P = 100e^{-(d/3,54)^{4,3}}.$$

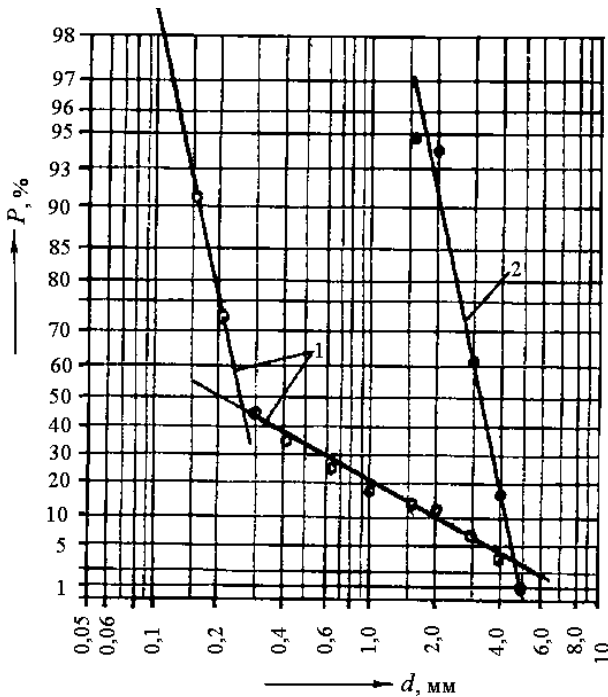
При этом среднеквадратическое отклонение составляет $\sigma = \pm 1,6\%$. Основная масса частиц ($\approx 75\%$) сосредоточена в узком интервале фракции ($d = 2-4$ мм), т. к. $n = 4,3$, что значительно больше единицы. Вместе с тем, параметр $d_e = 3,54$ мм не может быть использован в качестве условного среднего размера полидисперсной смеси частиц, т. к. он находится практически на границе размеров определяющей фракции ($d = 2-4$ мм).

Таблица 1 – Суммарные выходы фракций по плюсу

Сульфат калия K_2SO_4					Хлоркалий KCl				
$d_i - d_{i-1}$, мм	d_{\min} , мм	Выход фракции p_i , %	Суммарный выход по плюсу $P(d)$, %		σ , %	p_i , %	$P(d)$, %		σ , %
			опыт	расчет			опыт	расчет	
7–5	5	0,05			2,3	0,76	0,76	3,55	1,6
5–4	4	3,27	3,32	3,64		17,59	18,35	18,43	
4–3	3	3,89	7,21	5,78		43,01	61,36	61,21	
3–2	2	4,47	11,68	9,93		32,48	93,84	91,77	
2–1,6	1,6	0,47	12,15	12,79		0,9	94,74	96,76	
1,6–1,0	1,0	5,76	17,91	19,98		3,7	98,44	99,56	

Окончание таблицы 1

Сульфат калия K_2SO_4					Хлоркалий KCl				
$d_i - d_{i-1}$, мм	d_{min} , мм	Выход фракции p_i , %	Суммарный выход по плюсу $P(d)$, %		σ , %	p_i , %	$P(d)$, %		σ , %
			опыт	расчет			опыт	расчет	
1-0,63	0,63	7,01	24,92	28,18	0,4	0,69	99,13	99,94	
0,63-0,4	0,4	10,12	35,04	36,78		< 0,63 мм - 0,87	100		
0,4-0,315	0,315	10,80	45,84	41,34					
0,315-0,2	0,2	26,68	72,52	73,01					
0,2-0,16	0,16	18,94	91,43	91,56					
< 0,16	0	8,54	100						



1 – сульфат калия K_2SO_4 ; 2 – хлоркалий KCl
 Рисунок 1 – Зависимости $P = f(d)$ в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$

Гранулометрический состав сульфата калия характеризуется двумя вариантами суммарных характеристик (3). Для $d = 0,315-5,0$ мм

$$P = 100e^{-(d/0,4)^{0,52}} \pm 2,3 \quad (5)$$

и для $d \leq 0,315$ мм

$$P = 100e^{-(d/0,245)^{5,7}} \pm 0,4. \quad (6)$$

И в этом случае размер частиц d_e не может характеризовать всю полидисперсную смесь как условная средняя величина, т. к. лежит рядом с крайними размерами частиц d определенной группы фракций.

На основе анализа литературных источников [1–4, 7, 8] и результатов выполненных исследований [5, 6] можно заключить, что формула (3) Розина–Рамлера вполне удовлетворительно описывает суммарные характеристики по плюсу различных измельченных материалов и промышленных пылей при изменении P от 2–3 до 50–99 %. В ряде случаев опытные точки, характеризующие выходы P , располагаются на двух или трех пересекающихся прямых (см. рисунок 1), что указывает на наличие более сложной взаимосвязи между P и d . В таких случаях зависимость $P = f(d)$ может быть выражена формулой (3), но только с разными значениями параметров n и d_e , характерными для более узких интервалов фракций. В этом случае размер частиц d_e может оказаться за пределами этих интервалов и, следовательно, не являться характеристикой условной средней величины определенной группы фракций. Этот вывод можно отнести к формулам (5) и (6), в которых параметр d_e находится практически на границе пределов изменения размеров частиц двух групп фракций (для $d = 0,315-5,0$ мм $d_e = 0,4$ мм и для $d < 0,315$ мм $d_e = 0,245$ мм).

Поэтому интерес представляет получение обобщенной зависимости для оценки суммарных выходов фракций по плюсу, в которой численные значения параметров имеют конкретный физический смысл, характеризуют неоднородность гранулометрического состава измельченных материалов и среднюю крупность как всей совокупности полидисперсной смеси частиц, так и отдельных групп фракций.

3 ОБОБЩЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ДЛЯ СУММАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ ГОРНЫХ ПОРОД

Гранулометрический состав горных пород и продуктов их переработки является важным показателем их физических свойств и структуры.

Общепринятой классификации гранулометрического состава измельченных горных пород не существует. Это связано с различием целей и объектов, для которых проводится определение гранулометрического состава. В горном деле гранулометрический состав горной массы, отделенной от массива, используется для оценки результатов буровзрывных работ, качества продуктов обогащения, его учитывают при выборе типа и параметров технологического оборудования в карьерах, на шахтах, дробильно-сортировочных и обогатительных фабриках.

Выбор и обоснование обобщенной аналитической зависимости для описания суммарных (интегральных) кривых распределения были выполнены в результате анализа фракционного состава продуктов сырья (измельченной калийной руды проходческо-очистным комбайном Урал-10КС) и обогащения на фабриках РУП ПО «Беларуськалий».

Рассмотрим сначала случай, когда зависимость $P = f(d)$ представляет собой прямую линию в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$ практически во всем диапазоне изменения переменных P и d (прямая 2 на рисунке 1). В этом случае угловой коэффициент n этой прямой, представляющий собой характеристику неоднородности по размерам частиц их полидисперсной смеси, можно определить по двум точкам, которые соответствуют некоторым суммарным выходам по плюсу P_1 и P_2 на ситах с размерами отверстий d_1 и d_2 . Тогда

$$n = \frac{\lg(2\lg - P_1) - \lg(2 - \lg P_2)}{\lg d_1 - \lg d_2}. \quad (7)$$

В качестве одной из выбранных точек может быть размер частиц d_k для фиксированного значения P_k . Пусть d_k представляет собой размер частиц d_M , при котором суммарный выход $P_M = 50\%$, т. е. d_M является медианным размером, т. к. делит всю совокупность

фракций полидисперсной смеси поровну. Следовательно, суммарная масса всех частиц размером более d_m равна суммарной массе всех частиц размером меньше d_m . В этом случае формула (7) принимает вид

$$n = \frac{\lg\left(\lg\frac{100}{P}\right) - \lg\left(\lg\frac{100}{P_M}\right)}{\lg d - \lg d_m}, \quad (8)$$

где P и d – текущие значения суммарных выходов по плюсу в % и соответствующие им размеры частиц в мм;

d_m – медианный средний размер частиц полидисперсной смеси, мм;

$P_M = 50\%$ – суммарный выход частиц, размер которых равен d_m .

После преобразований и потенцирования зависимости (8) имеем

$$P = 100 \cdot 2^{-\left(\frac{d}{d_m}\right)^n}. \quad (9)$$

Заметим, что параметры n и d_m этой формулы имеют вполне конкретный физический смысл. Они характеризуют соответственно неоднородность полидисперсной смеси частиц по фракциям и ее среднемедианный размер.

Параметр d_m в рассматриваемом случае определяется по формуле

$$d_m = d_i \sqrt[n]{\frac{\lg 2}{2 - \lg P_i}}, \quad (10)$$

где P_i – принятое значение суммарного выхода по плюсу частиц размером больше d_i (7).

Формула (9) представляет собой интегральную кривую распределения частиц по фракциям. Продифференцировав ее получим выражение для дифференциальной кривой распределения:

$$P'(d) = \frac{P_i}{\Delta d} = 100 \cdot n d_m^{-n} \cdot d^{n-1} \cdot 2^{-(d/d_m)^n} \cdot \ln 2.$$

Максимум на кривой распределения существует при условии, когда $n \geq 1$. Размер частиц, соответствующий наибольшему их выходу p на единицу длины интервала Δd определяется по формуле

$$d_{p=\max} = d_M \sqrt[n]{\frac{n-1}{n \cdot \ln 2}}.$$

В результате математической обработки опытных данных, представленных в таблице 1, оказалось, что для хлоркалия формула (9) принимает вид:

$$P = 100 \cdot 2^{-(d/3,25)^{4,3}},$$

для сульфата калия при $d = 0,315-5,0$ мм

$$P = 100 \cdot 2^{-(d/0,2)^{0,52}}, \quad (11)$$

при $d < 0,315$ мм

$$P = 100 \cdot 2^{-(d/0,23)^{5,7}}.$$

Из формулы (11) следует, что медиану $d_M = 0,2$ мм нельзя использовать в качестве условной средней величины совокупности частиц с размерами $d = 0,315-5,0$ мм, т. к. ее значение находится за пределами d .

Таким образом, предлагаемая зависимость (9), как и формула (3) Розина–Раммлера, может быть рекомендована для описания суммарных характеристик по плюсу различных измельченных материалов только в тех случаях, когда опытные точки располагаются на прямой линии в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$ практически во всем диапазоне размеров фракций (от $P = 2-3$ % до $P = 98-99$ %).

На основании формулы (9), приняв ее за базовую, обобщенную зависимость можно представить в виде

$$P = 100 \cdot K \cdot \left(\frac{d}{d_k}\right)^{n_k}, \quad (12)$$

где K – параметр, соответствующий базовому значению размеров частиц d_k полидисперсной смеси при заданном значении P , находящемся в пределах узкой группы фракций измельченного материала;

n_k – параметр неоднородности этой группы фракций.

Универсальность формулы (12) можно подтвердить следующим. Если $P_k = 36,8 \%$, то $d_k = d_e$ (1). Тогда при $d = d_e$ $K = 100/36,8 = 2,72 = e$ и формула (12) принимает вид

$$P = 100 \cdot e \cdot \left(\frac{d}{d_e}\right)^n,$$

т. е. является формулой, предложенной Розиным–Раммлером.

В случае $P_k = 50 \%$, что соответствует медиане $d_k = d_M$, получается формула (9). При этом $n_k = n$. Параметры n и d_M вычисляются по формулам (7) и (10) или по методу наименьших квадратов.

В общем случае

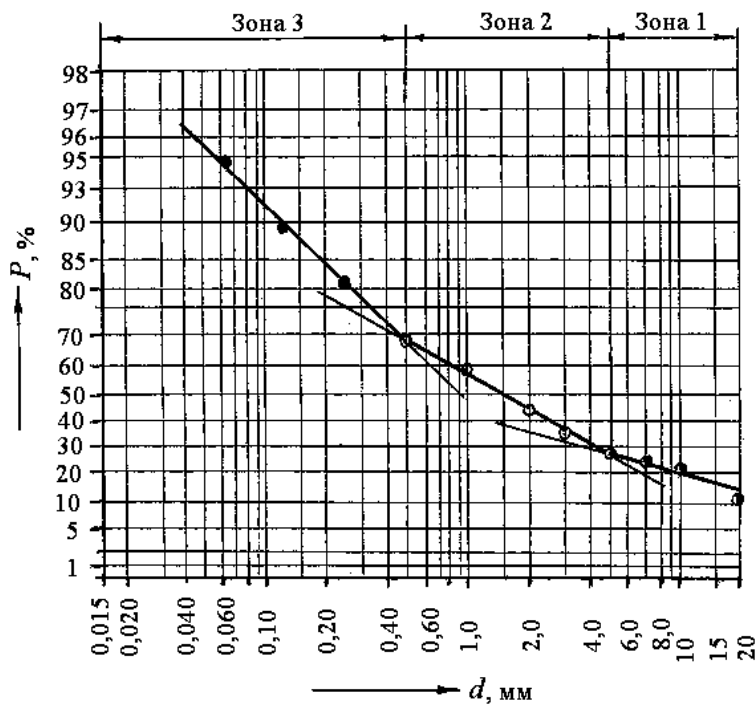
$$d_k = d_i \sqrt[n]{\frac{\lg K}{2 - \lg P_i}}. \quad (13)$$

Параметры K формулы (12), установленные для условных значений размеров d_k узких групп фракций и соответствующих им суммарных выходов P_k , сведены в таблицу 2.

Таблица 2 – Значения параметров K и d_k формулы (12) в зависимости от величины суммарного выхода по плюсу P_k , определяющего диапазон интервала размеров узкой группы фракций

$P_k, \%$	5	10	15	20	25	30	35	36,8	40	45
d_k	d_5	d_{10}	d_{15}	d_{20}	d_{25}	d_{30}	d_{35}	d_e	d_{40}	d_{45}
K	20	10	6,67	5,0	4,0	3,33	2,86	2,72	2,5	2,22
$P_k, \%$	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
d_k	d_M	d_{55}	d_{60}	d_{65}	d_{70}	d_{75}	d_{80}	d_{85}	d_{90}	d_{95}
K	2,0	1,82	1,67	1,54	1,43	1,33	1,25	1,18	1,11	1,05

Рассмотрим результаты обработки опытных данных по гранулометрическому составу сульфата калия (см. рисунок 1) и калийной руды, измельченной исполнительным органом комбайна Урал-10КС (рисунок 2). Суммарные выходы фракций по плюсу этих продуктов изображаются в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$ в виде двух (см. рисунок 1) и трех (см. рисунок 2) пересекающихся прямых с разными угловыми коэффициентами, т. е. неоднородность различных размерных групп фракций неодинакова, причем мелкие фракции более однородны по своему составу, чем крупные.



зона 1 – $d = 5-20$ мм; зона 2 – $d = 0,5-5,0$ мм; зона 3 – $d \leq 0,5$ мм
 Рисунок 2 – Зависимости $P = f(d)$ в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$
 измельченной калийной руды

Разделим фракционный состав сульфата калия по размерам частиц на две зоны (см. таблицу 1), а измельченной калийной руды на три (таблица 3) и выполним математическую обработку этих данных с целью получения зависимости $P = f(d)$ для каждой из этих зон.

Таблица 3 – Суммарные выходы фракций измельченной калийной руды

Размеры частиц фракции d_i-d_{i-1} , мм	Средний размер частиц d , мм	Выход фракции p_i , %	Выход на ед. длины интервала $p_i / \Delta d$, % / мм	Суммарный выход $P(d)$, %		Параметры формулы (12)			Расчетный выход P_p , %
				по плюсу	по минусу	K	n_k	d_k , мм	
30–20	25	12,22	1,22	12,22	100	5	0,35	$d_3 = 10,4$	13,22
20–10	15	8,26	0,83	20,48	87,78				20,44
10–7	8,5	3,96	1,32	24,44	79,52				24,63
7–5	6,0	3,19	1,60	27,63	75,56				28,78
7–5	6,0	3,19	1,60	27,63	75,56	2	0,54	$d_n = 1,58$	27,49
5–3	4,0	8,26	4,13	35,89	72,37				37,53
3–2	2,5	8,26	8,26	44,15	64,11				45,50
2–1	1,5	14,87	14,87	59,02	55,85				58,19
1–0,5	0,75	9,81	19,62	68,83	40,98				68,91
1–0,5	0,75	9,81	19,62	68,83	40,98	1,11	0,85	$d_{90} = 0,11$	68,52
0,5–0,25	0,375	12,00	48,00	80,83	31,17				81,08
0,25–0,125	0,1875	8,33	66,64	89,16	19,17				89,01
0,125–0,063	0,094	5,44	87,74	94,60	10,84				93,71
< 0,063	0,0315	5,40	85,71	100	5,40				100

При расчете пневмотранспортных установок необходимо знать размер частиц, которому соответствует суммарный выход по плюсу $P = P_k = 10\%$ [3]. Таким размером является $d_k = d_{10}$ (см. таблицу 2), поэтому для диапазона фракций $d = 0,315-5$ мм формула (12) принимает следующий вид:

$$P = 100 \cdot 10^{-\left(\frac{d}{d_{10}}\right)^n}, \quad (14)$$

где $n = 0,52$;
 $d_{10} = 2$ мм.

В случае $n = \text{const}$ взаимосвязь между параметрами d_k , d_e , d_m и d_{10} формул (3), (9), (12) и (14) выражается следующим образом:

$$d_k = d_m \sqrt[n]{\frac{\lg K}{\lg 2}}; \quad d_m = d_e \sqrt[n]{\ln 2}; \quad d_{10} = d_e \sqrt[n]{\ln 10}. \quad (15)$$

Среднеквадратические отклонения σ_i расчетных значений P_p от опытных P для трех зон гранулометрического состава измельченной калийной руды (см. таблицу 3):

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum (P - P_p)^2}{n-1}}; \quad \sigma_1 = 0,6 \%;$$

$$\sigma_2 = 0,8 \%; \quad \sigma_3 = 0,5 \%; \quad \sigma_{\text{общ}} = 0,64 \%.$$

Значительное количество фракций размером $d \leq 0,315$ мм (до 30 %) содержится в сульфате калия (см. таблицу 1). Эти фракции более однородны по своему фракционному составу, дифференциальные кривые их распределения имеют максимум в области малых значений размеров частиц. Выберем в качестве определяющего размера этой группы фракций $d_k = d_{90}$, что соответствует суммарному выходу по плюсу $P_k = 90$ % и дает параметр $K = 1,11$ (см. таблицу 2). В итоге зависимость (12) принимает следующий вид:

$$P = 100 \cdot 11,1 \left(\frac{d}{d_{90}} \right)^n. \quad (16)$$

Параметры n и d_{90} , вычисленные соответственно по формулам (7) и (13), составили в этом случае 5,7 и 0,165 мм.

Формула (16) позволяет находить выходы тонкодисперсных фракций сульфата калия, что обеспечивает оценку не только общей, но и фракционной эффективности пылеулавливающих устройств.

Аналогичной зависимостью описываются суммарные характеристики тонкодисперсных фракций измельченной калийной руды в зоне 3 (см. рисунок 2), но только с другими значениями параметров

n и d_{90} (см. таблицу 3). Среднеквадратическое отклонение σ_3 расчетных данных от опытных в зоне 3 составляет $\pm 0,5$ %. Заметим, что параметр неоднородности фракций по размерам частиц в этом случае $n < 1$.

Поэтому полидисперсная смесь в зоне 3 не имеет максимума на кривой распределения частиц по их размерам, т. е. неоднородна по гранулометрическому составу. Содержание этих фракций, размеры частиц которых $d \leq 0,5$ мм, составляет примерно 20 %, что приводит к большой запыленности воздуха в забое.

Для зоны 2 суммарная характеристика имеет вид (9) с параметрами $K = 2$, $n = 0,54$ и $d_m = 1,58$ мм при $\sigma_2 = \pm 0,8$ %. Крупные фракции (зона 1, $d_k \geq 5$ мм), количество которых по массе составляет ≈ 30 % (см. таблицу 3), также дают суммарную характеристику в виде (9) с параметрами $K = 5$, $n = 0,35$, $d_5 = 10,4$ мм при $\sigma_1 = \pm 0,6$ %.

В статье В.И. Зайкова [8] приводятся сведения о гранулометрическом составе калийной руды, отбитой комбайном Джой 6РМ-2В. В этом случае содержание фракций класса +10 мм составляет 30 %, класса меньше 7 мм – 48 % и класса –1 мм – 18 %, что соответствует суммарным выходам P фракций соответственно в 30, 52, 82, 100 %. Эти данные в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$ изображаются двумя пересекающимися прямыми, характеризующими две зоны с размерами частиц соответственно больше и меньше 7 мм.

Ранее было показано, что значения параметров формулы (12), характеризующей зависимость суммарных выходов фракций по плюсу в зависимости от их определяющих размеров, могут быть найдены по координатам двух точек для выбранного диапазона изменения размеров частиц.

Тогда для зоны с $d \geq 7$ мм имеем при $d_1 = 7$ мм $P_1 = 52$ % и при $d_2 = 10$ мм $P_2 = 30$ % и согласно формуле (7) $n = 1,71$. Учитывая, что в анализируемом образце калийной руды содержится 30 % частиц размером $d \geq 10$ мм, выберем размер $d_k = d_{10}$ (см. таблицу 2). Тогда параметр $K = 10$ и зависимость (12) для зоны с $d \geq 10$ мм принимает вид (14) с параметрами $K = 10$, $n = 1,71$ и $d_{10} = 14,6$ мм. В случае $d \leq 7$ мм для зоны 2 параметры $K = 1,25$, $n = 0,61$, $d_{80} = 1,24$ мм.

Зависимости (12) со значениями параметров k , n и d_k , которые получены на основе определения опытным путем всего лишь трех суммарных выходов фракций по плюсу ($P_1 = 30\%$ для $d_1 > 10$ мм; $P_2 = 52\%$ для $d_2 > 7$ мм и $P_3 = 82\%$ для $d_3 > 1$ мм [8]), можно использовать для оценки частных выходов любых групп фракций. Например, для расчета пылеулавливающих устройств необходимо знать содержание фракций размером менее 50 мкм (0,050 мм).

В этом случае согласно формуле

$$P = 100 \cdot 1,25^{-\left(\frac{d}{d_{80}}\right)^n} = 100 \cdot 1,25^{-\left(\frac{0,050}{1,24}\right)^{0,61}} = 97\%.$$

Тогда выход фракций с $d \leq 50$ мкм будет $p = 100 - P = 3\%$. Если $d \leq 1$ мм, то $P = 82\%$, а $p = 18\%$, что соответствует данным из [8].

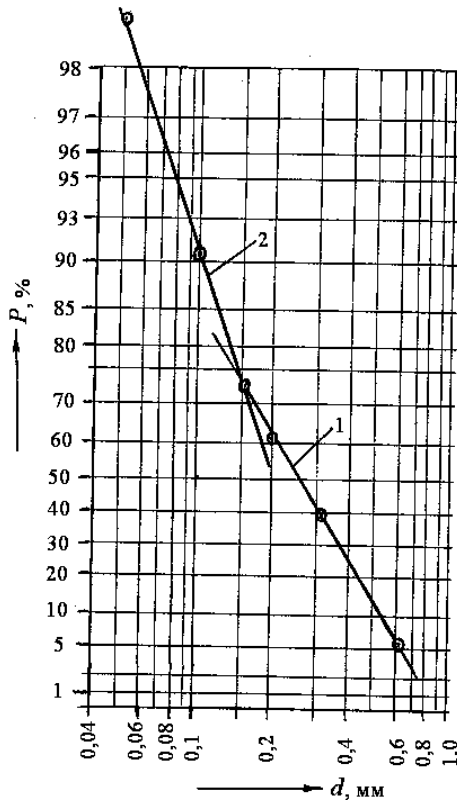
Проверка применимости формулы (12) для широкого класса крупностей измельченной горной породы была выполнена также для гранулометрического состава отсева калийной руды перед ее обогащением (таблица 4). Оказалось, что для зоны 1 (рисунок 3), характеризуемой крупностью частиц $d = 1,0-0,16$ мм, параметры формулы (12) $K = 2$, $n = 1,55$ и $d_k = d_M = 0,26$ мм, т. е. в этом случае обобщенная зависимость принимает вид (9). В зоне 2 (см. рисунок 3) тонкодисперсные фракции $d < 0,16$ мм составляют в смеси $\approx 39\%$ от общей массы частиц с размерами $d \leq 1,0$ мм, а их суммарные характеристики по плюсу описываются зависимостью (16) с параметрами $K = 1,11$, $n = 2,5$ и $d_{90} = 0,102$ мм (таблица 4).

Таблица 4 – Гранулометрический состав отсева калийной руды перед обогащением

$d_i - d_{i-1}$, мм	p , %	Суммарный выход $P(d)$, %		Параметры формулы (12)			P_p , %	σ , %
		по плюсу	по минусу	K	n_k	d_k , мм		
1-0,63	6,59	6,59	100	2	1,55	$d_M = 0,26$	6,50	1,1
0,63-0,315	32,48	39,07	93,41				39,33	
0,315-0,2	22,12	61,19	60,93				63,03	
0,2-0,16	11,20	72,39	38,81				72,14	

Окончание таблицы 4

$d_i - d_{i-1}$, мм	p , %	Суммарный выход $P(d)$, %		Параметры формулы (12)			P_p , %	σ , %
		по плюсу	по минусу	K	n_k	d_k , мм		
0,2–0,16	11,20	72,39	38,81	1,11	2,50	$d_{90} = 0,102$	72,49	0,8
0,16–0,1	18,15	90,54	27,61				90,54	
0,1–0,05	9,21	99,75	9,46				98,26	
< 0,05	0,25	100	0,25					



1 – $d = 0,16 - 1,0$ мм; 2 – $d \leq 0,16$ мм

Рисунок 3 – Зависимости $P = f(d)$ в координатах $\lg(2 - \lg P) - \lg d$ отсева калийной руды перед обогащением

Полученные закономерности для отсева калийной руды необходимы для обоснования конструктивных и режимных параметров сухого и мокрого пылеулавливания.

В практике горного производства коэффициент неоднородности рыхлой или измельченной породы оценивается отношением размера частиц d_{60} , которых содержится в породе в сумме со всеми меньшими размерами 60 % (суммарный выход по минусу $P_1 = 60\%$), к размеру частиц d_{10} , которых содержится в сумме со всеми меньшими размерами 10 % (суммарный выход по минусу $P_1 = 10\%$), т. е.

$$k_H = \bar{d}_{60} / \bar{d}_{10}.$$

Если в основу расчета коэффициента k_H положить суммарную характеристику по плюсу $P = f(d)$ с медианным средним d_M , то в общем случае характеристика по минусу будет иметь следующий вид:

$$P_1 = 100 - P = 100 - 100 \cdot 2^{-\left(\frac{d}{d_M}\right)^n}.$$

Тогда в случае $P_1 = 60\%$ выход $P = 40\%$ и ему соответствует размер частиц $d = d_{40}$. Для $P_1 = 10\%$ выход $P = 90\%$, а диаметр $d = d_{90}$. Тогда коэффициент неоднородности измельченной породы

$$k_H = d_{40} / d_{90}.$$

В этом случае текущее значение размеров частиц при использовании суммарной характеристики по плюсу $P = f(d)$

$$d_i = d_M^n \sqrt[n]{\frac{2 - \lg P_i}{\lg 2}}.$$

Отсюда $d_{40} = d_m \sqrt[n]{1,322}$ и $d_{90} = d_m \sqrt[n]{0,152}$. Если же использовать суммарную характеристику по минусу $P_1 = 100 - P$, то искомые размеры частиц $\bar{d}_{60} = d_{40}$ и $\bar{d}_{10} = d_{90}$.

Тогда взаимосвязь между коэффициентом неоднородности k_H измельченной горной породы и параметром n суммарной характеристики по плюсу, оценивающим неоднородность выходов фракций полидисперсной смеси, выразится следующим образом:

$$k_H = \frac{\bar{d}_{60}}{\bar{d}_{10}} = \frac{d_{40}}{d_{90}} = \sqrt[n]{8,7}.$$

В итоге для оценки крупности и неоднородности смеси частиц рыхлой или измельченной горной породы необходимо и достаточно располагать сведениями о величинах d_m полидисперсной смеси и параметрах n суммарной характеристики по плюсу $P = f(d)$.

4 ПЛОТНОСТЬ ЧАСТИЦ ИЗМЕЛЬЧЕННОЙ КАЛИЙНОЙ РУДЫ И ПРОДУКТОВ ЕЕ ПЕРЕРАБОТКИ

Плотность горных пород определяется отношением массы горной породы к ее объему, измеряется в кг/м^3 и зависит от их минерального состава, структурно-текстурных особенностей, пористости, вида вещества, заполняющего поры и пустоты (газ, вода, нефть), а также от условий образования и залегания породы. Различают плотность горной породы в естественном состоянии, плотность абсолютно сухого вещества (отношение массы высушенных и измельченных до исчезновения пор твердых частиц к их объему), насыпную плотность породы (отношение массы измельченной породы к объему мерной емкости, т. е. к объему свободной засыпки с учетом пор между частицами (макропор) и внутри их (микропор)) и, наконец, плотность частиц измельченной горной породы (отношение массы частиц определенной фракции к их объему с учетом микропор). На различии плотности горных пород основаны гравиметрическая разведка и отделение тяжелых рудных минералов от пустой породы при гравитационном обогащении. Значения плотности определяют поведение горных пород при их разрушении в процессах добычи (бурируемость, взрываемость, резание, дробление), переработке (сушка, гранулирование, прессование, механическая и химическая переработка) и перемещении средствами непрерывного транспорта.

Обоснование режимных и конструктивных параметров систем обеспыливания при отбойке калийной руды и пневматическом перемещении продуктов ее переработки обуславливает необходимость определения плотности частиц различных фракций измельченной горной породы и продукции ее обогащения.

В качестве объектов исследования плотности частиц использованы образцы измельченной калийной руды, отбитой проходческо-очистным комбайном Урал-10КС (из-под бермовых фрез), и продуктов переработки (хлоркалия и сульфата калия) [5]. В общем случае плотность частиц

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где m – масса частиц отдельной фракции, кг;

V – объем частиц в пробе, м^3 .

Опытные значения плотности частиц каждой фракции измельченной калийной руды приведены в таблице 5 и изображены в виде зависимости $\rho = f(d)$ на рисунке 4. Анализ этих данных и их математическая обработка показали, что функция $\rho = f(d)$ подчиняется закономерности:

$$\rho = \rho_1 d^{-a}, \quad (17)$$

где ρ_1 и a – параметры эмпирической формулы.

Параметр ρ_1 имеет конкретный физический смысл и представляет собой плотность частиц, средний размер которых $d_1 = 1$ мм. Параметр a характеризует интенсивность убывания плотности частиц по мере увеличения их среднего размера фракций измельченной породы. Для того чтобы размерности левой и правой частей функции $\rho = f(d)$ были однозначными, введем в аргумент дополнительный параметр $d_1 = 1$ мм. Тогда формула (17) примет следующий вид:

$$\rho = \rho_1 \cdot (d/d_1)^{-a}, \quad \text{кг/м}^3, \quad (18)$$

где ρ_1 – плотность частиц, размер которых $d_1 = 1$ мм, кг/м^3 ;

d – средний размер частиц фракции, мм;

a – коэффициент, характеризующий интенсивность уменьшения плотности частиц по мере увеличения их размера.

Таблица 5 – Плотность частиц измельченной калийной руды

$d_i - d_{i-1}$, мм	d , мм	Плотность частиц ρ , кг/м ³			
		Опыт	по формуле $\rho = \frac{2166}{d^{0,024}}$	по формуле $\rho = \frac{2193}{d^{0,03}}$	по формуле $\rho = \frac{2138}{d^{0,03}}$
30–20	25	1974	2005	1991	–
20–10	15	2060	2030	2022	–
10–7	8,5	2052	2058	2057	–
7–5	6,0	2085	2075	2078	–
5–3	4,0	2108	2095	2104	–
3–2	2,5	2166	2119	2134	–
2–1	1,5	2140	2145	2181	2112
1–0,63	0,82	2126	2176	–	2151
0,63–0,315	0,47	2185	2206	–	2187
0,315–0,2	0,26	2232	2237	–	2226
0,2–0,16	0,18	2200	3357	–	2250
0,16–0,1	0,13	2295	2275	–	2273
0,1–0,05	0,075	2336	2305	–	2311
< 0,05	–	глина	–	–	–
Среднеквадратическое отклонение $\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum(\rho - \rho_p)^2}{n-1}}$			± 32 кг/м ³	± 28 кг/м ³	± 24 кг/м ³

Формула (18) для всего диапазона фракций калийной руды, отбитой бермовой фрезой проходческо-очистного комбайна Урал-10 КС, имеет следующий вид:

$$\rho = 2166 \cdot (d/d_1)^{-0,024}, \text{ кг/м}^3. \quad (19)$$

Среднеквадратическое отклонение σ_i расчетных значений ρ от опытных в этом случае составляет $\pm 0,32 \text{ кг/м}^3$ (см. таблицу 5).

Из анализа опытных данных можно сделать вывод, что вся совокупность фракций измельченной калийной руды в зависимости от пористости частиц состоит из двух групп с размерами частиц $d = 1,5\text{--}25 \text{ мм}$ и $d \leq 1,5 \text{ мм}$. Для первой группы фракций ($\rho = 2140\text{--}1974 \text{ кг/м}^3$) параметры формулы (19) имеют следующие значения: $\rho_1 = 2193 \text{ кг/м}^3$, $a = -0,03$. Для второй группы ($\rho = 2336\text{--}2140 \text{ кг/м}^3$) $\rho_1 = 2138 \text{ кг/м}^3$ и $a = -0,03$. Плотность мелкодисперсных частиц и пылей ($d \leq 0,315 \text{ мм}$) составляет $2232\text{--}2336 \text{ кг/м}^3$.

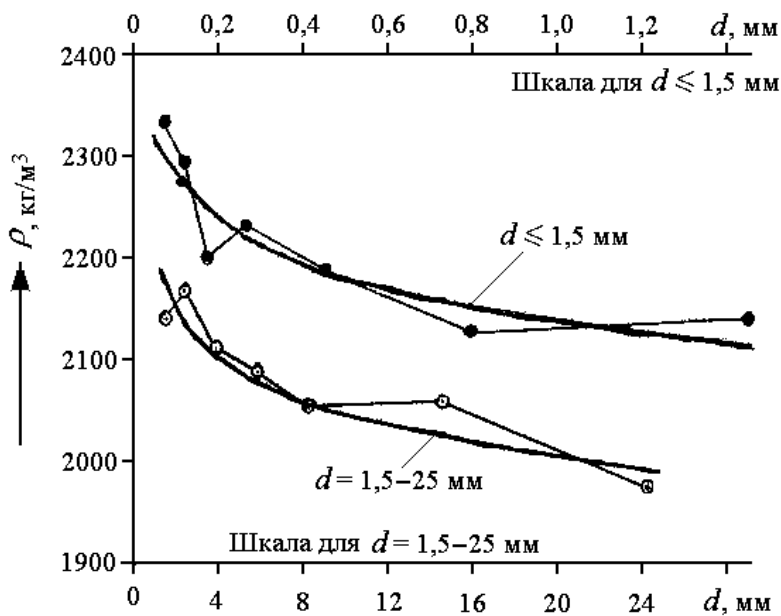


Рисунок 4 – Зависимость плотности ρ частиц измельченной калийной руды от среднего размера d фракций

Сведения по определению плотности частиц хлоркалия и сульфата калия сведены в таблицу 6 [5], где представлены крайние размеры фракций $d_i - d_{i-1}$, средние их значения d в мм, опытные и

расчетные значения плотности ρ в кг/м^3 частиц этих фракций и эмпирические формулы для вычисления ρ . Для наглядности эти данные представлены на рисунке 5 в виде зависимостей $\rho = f(d)$.

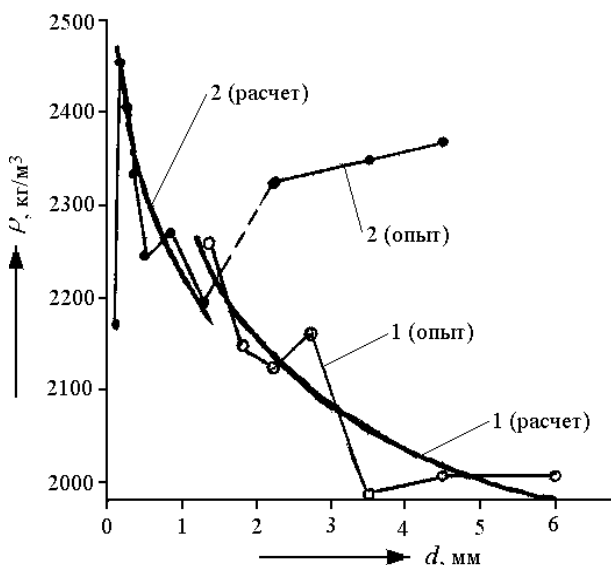
Таблица 6 – Плотность частиц хлоркалия и сульфата калия в зависимости от размера их фракций

$d_i - d_{i-1}$, мм	d , мм	Плотность частиц ρ , кг/м^3			
		KCl		K_2SO_4	
		Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
7–5	6	2008	1971	–	–
5–4	4,5	2004	2017	2366	–
4–3	3,5	1976	2058	2344	–
3–2,5	2,75	2158	2098	–	–
2,5–2,0	2,25	2118	2132	2315	–
2,0–1,6	1,8	2143	2170	–	–
1,6–1,0	1,3	2257	2229	2184	2181
1,0–0,63	0,82	–	–	2284	2242
0,63–0,40	0,52	–	–	2240	2305
0,40–0,315	0,36	–	–	2336	2356
0,315–0,2	0,26	–	–	2403	2402
0,2–0,16	0,18	–	–	2453	2456
–	0,15	–	–	2162	–
<p>Хлоркалий KCl, $d = 1-7$ мм: $\rho = 2275 d^{-0,08}$; $\sigma = \pm 48 \text{ кг/м}^3$</p> <p>Сульфат калия K_2SO_4, $d = 0,16-1,60$ мм: $\rho = 2216 d^{-0,06}$; $\sigma = \pm 36 \text{ кг/м}^3$</p>					

Плотность частиц хлоркалия уменьшается с увеличением среднего размера d фракций. При изменении d от 7 до 1 мм плотность ρ составляет 2008–2257 кг/м^3 и подчиняется закономерности (18). В рассматриваемом случае $\rho_1 = 2275 \text{ кг/м}^3$, $a = 0,08$.

Плотность мелкодисперсных фракций сульфата калия ($d \leq 1$ мм) также уменьшается с увеличением их размера в соответствии с за-

висимостью (18), параметры которой $d_1 = 2216$ мм и $a = 0,06$. Что же касается частиц с $d \geq 2$ мм, то их плотность изменяется незначительно и вследствие химической чистоты сульфата калия лежит в узких пределах ($\rho = 2135\text{--}2366$ кг/м³), составляя в среднем 2342 кг/м³.



1 – KCl; 2 – K₂SO₄

Рисунок 5 – Зависимость плотности ρ частиц от среднего размера d фракций

Таким образом, выполненный комплекс исследований позволил оценить характер и пределы изменения плотности частиц различных фракций измельченной калийной руды и продуктов ее обогащения и дать аналитическое описание зависимости плотности частиц от их размера. Полученные данные необходимы для подбора и расчета систем пылеулавливания и пневмотранспортирования сыпучих сред при добыче и переработке калийной руды.

5 АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ИЗМЕЛЬЧЕННОЙ КАЛИЙНОЙ РУДЫ И ПРОДУКТОВ ЕЕ ПЕРЕРАБОТКИ

Одной из наиболее важных аэродинамических характеристик измельченных материалов, позволяющих обосновать режимы работы систем пневмотранспорта, аспирации и обеспыливания, является скорость витания частиц ϑ_s – скорость восходящего потока, при которой частицы находятся в состоянии динамического равновесия.

Вследствие сложности взаимодействия частиц неправильной формы с воздушным потоком скорость витания частиц различных материалов устанавливается опытным путем. Для обобщения экспериментальных данных за характерный размер частиц принимается диаметр эквивалентного шара d_3 , а изменение коэффициента сопротивления реальных частиц $c_{л}$ по сравнению с коэффициентом сопротивления эквивалентного шара c учитывается коэффициентом формы $k_{\phi} = c_{л}/c$. Тогда для частиц произвольной формы, которые заменены эквивалентными по массе и объему шарами, скорость витания определяется по формуле

$$\vartheta_s = \sqrt{\frac{4g}{3k_{\phi} \cdot c}} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_e}} d_3 = \frac{3,62}{\sqrt{k_{\phi} \cdot c}} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_e}} d_3 = A \sqrt{\frac{\rho}{\rho_e}} d_3, \quad (20)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения;

ρ – плотность частиц определенной фракции измельченного материала, кг/м^3 ;

ρ_e – плотность несущей среды, кг/м^3 ;

$d_3 = k_3 \cdot d$ – эквивалентный диаметр частиц отдельной фракции измельченного материала, м;

k_3 – коэффициент, учитывающий изменение диаметра эквивалентного шара по сравнению со средним размером частиц отдельной фракции;

$k_{\phi} = c_{л}/c$ – коэффициент формы частиц;

$c_{л}$ – коэффициент сопротивления частиц произвольной формы;

c – коэффициент сопротивления эквивалентного шара;

A – параметр формулы.

В случае, когда частицы имеют округлую форму, что характерно для измельченной бермовыми фрезами калийной руды при размере фракций $d \leq 2$ мм, коэффициент $k_3 = 0,7-0,9$. Если $d > 2$ мм, то фракции представлены пластинчатыми частицами, для которых k_3 составляет в среднем 0,5 и изменяется в пределах 0,4–0,6.

В общем случае коэффициент сопротивления витающих шаров является функцией числа Рейнольдса Re . Для витающих частиц

$$Re_s = \frac{\vartheta_s \cdot d_3}{\nu},$$

где ν – кинематическая вязкость несущей среды, m^2/c .

Если $Re_s < 1$, $c = 24/Re_s$ (формула Стокса), при $Re_s = 1-1000$ наиболее приемлема формула Л.С. Клячко [3]:

$$c = \frac{24}{Re_s} + \frac{4}{\sqrt[3]{Re_s}}.$$

Коэффициент сопротивления витающих шаров в случае $d_3 \geq 2$ мм, что соответствует $Re_s > 1000$, не зависит от Re_s и составляет в среднем $\approx 0,3$ [3].

Коэффициент сопротивления реальных частиц $c_{л}$ показывает, какая часть кинетической энергии расходуется на сопротивление. Величина $c_{л}$ зависит от характера обтекания, формы и состояния поверхности частиц. На основании формулы (20) зависимость для определения коэффициента $c_{л}$ может быть представлена в следующем виде:

$$c_{л} = 13,1 \frac{\rho d_3}{\rho_g \cdot \vartheta_s^2} = \frac{13,1}{A^2}. \quad (21)$$

Тогда в случае $Re_s > 1000$, что соответствует $d_3 \geq 2$ мм, коэффициент формы частиц $k_{\phi} = c_{л}/c = c_{л}/0,3$. Из последних рассуждений следует, что функциональной четкой зависимости $c_{л}$ от числа Re_s не наблюдается в случае $d_3 \geq 2$ мм. Это не случайно, т. к. гидроди-

намическое воздействие потока на взвешенные частицы произвольной формы определяется не только числом Рейнольдса, но также формой и шероховатостью частиц, их ориентацией по отношению к направлению потока, а также наличием или отсутствием вращения частиц в потоке и соударений их друг с другом и со стенками воздухопровода. Вследствие этого коэффициент сопротивления частиц произвольной формы при $d_3 \geq 2$ мм не остается постоянным, как это имеет место для неподвижных шаров, и по мере увеличения d_3 в большинстве случаев возрастает [3]. Последнее еще раз свидетельствует, что с увеличением размера частиц измельченных материалов форма их все более отличается от шарообразной.

Измельченный материал представляет собой смесь частиц, отличающихся, как правило, размерами, формой и плотностью. Отдельным фракциям соответствуют определенные значения скоростей витания. В связи с этим выбор режимов работы систем пневмотранспорта целесообразно проводить по приведенной скорости витания, которая вычисляется, как скорость витания определяющей фракции полидисперсной смеси частиц. Скорость \mathfrak{V} воздушного потока, найденная по приведенной скорости витания \mathfrak{V}_{sn} , обеспечивает при пневмотранспорте устойчивое перемещение всей массы частиц полидисперсной смеси. Было установлено, что приведенная скорость витания \mathfrak{V}_{sn} определяется по размеру частиц d_{10} , соответствующему суммарному выходу по плюсу $P = 10$ % (14).

В общем случае для определения размера d_{10} частиц необходимо оценить гранулометрический состав полидисперсной смеси частиц (см. раздел 3) и установить параметры формулы (14). Величина d_{10} может быть также определена при наличии данных о суммарных выходах двух фракций P_1 и P_2 с достаточно большим различием в значениях их наименьших размеров d_1 и d_2 . Для этого необходимо предварительно воспользоваться формулой (7) для вычисления параметра однородности n частиц по фракциям. Тогда искомое значение размера d_{10} частиц выразится следующим образом:

$$d_{10} = d_1 / \sqrt[n]{2 - \lg P_1} = d_2 \sqrt[n]{2 - \lg P_2}. \quad (22)$$

Размер d_{10} можно также определить по формулам (15).

Значения размера частиц d_{10} наряду с другими свойствами определяют собой плотность частиц ρ_{10} (формула 17), их эквивалентный диаметр $d_{\text{э}10} = (0,5 - 0,9)d_{10}$ и коэффициент формы частиц $k_{\text{ф}} = c_{\text{л}}/c$, необходимые для вычисления приведенной скорости витания ϑ_{sn} измельченной калийной руды и продуктов ее переработки по обобщенной формуле (20), которая в рассматриваемом случае имеет следующий вид:

$$\vartheta_{\text{sn}} = \frac{3,62}{\sqrt{k_{\text{ф}} \cdot c}} \sqrt{\frac{\rho_{10}}{\rho_{\text{е}}}} d_{\text{э}10}. \quad (23)$$

Таким образом, для оценки аэродинамических свойств измельченной калийной руды необходимо проведение экспериментов по определению скоростей витания ее отдельных фракций. На этой основе определяются величины коэффициентов сопротивления частиц $c_{\text{л}}$ потоку несущей среды (21), коэффициентов $k_{\text{ф}}$ формы частиц с $d_{\text{э}} \geq 2$ мм ($k_{\text{ф}} = c_{\text{л}}/c$), параметры A формулы (20) и устанавливаются значения приведенных скоростей витания ϑ_{sn} полидисперсных смесей измельченной калийной руды и продуктов ее переработки.

Результаты опытов по определению аэродинамических свойств различных фракций измельченной калийной руды представлены в таблице 6 и изображены в виде обобщающей функции на рисунке 6. Из полученных результатов можно заключить, что весь диапазон экспериментальных данных разделяется на две зоны. Первая зона характерна для частиц с $d_{\text{э}} < 2$ мм, которые имеют относительно округлую форму. В этом случае скорость витания ϑ_{s} составляет 1,58–7,5 м/с, коэффициент лобового сопротивления $c_{\text{л}}$ частиц при уменьшении $d_{\text{э}}$ увеличивается и составляет 0,496–1,007, а параметр A формулы (20) лежит в пределах 3,60–5,14. Для второй зоны, представленной плоскими частицами ($d_{\text{э}} \geq 2$ мм), коэффициент формы $k_{\text{ф}} = 1,426$ –2,111, $\vartheta_{\text{s}} = 8,5$ –20,6 м/с, $c_{\text{л}} = 0,50$ –0,63 и $A = 4,54$ –5,53.

Согласно формуле (20) весь диапазон полученных значений скорости витания можно представить в виде функции $\vartheta_s = f\left(\sqrt{\rho d_3 / \rho_g}\right)$. В этом случае опытные значения ϑ_s располагаются практически на прямой линии (см. рисунок 6) с угловым коэффициентом A_p , т. е.

$$\vartheta_s = A_p \sqrt{\frac{\rho}{\rho_g}} d_3. \quad (24)$$

В результате математической обработки опытных данных оказалось, что обобщенные значения параметров формул (20) и (24) составляют $A_p = 4,77$, $c_{л} = 0,58$ и $k_{\phi} = 1,92$ (для $d_3 \geq 2$ мм). В этом случае среднеквадратическое отклонение расчетных значений ϑ_s от опытных $\sigma = \pm 1,1$ м/с.

Аналогичным образом были обработаны опытные данные, полученные для хлоркалия KCl и сульфата калия K_2SO_4 . В этом случае для полидисперсной смеси частиц KCl $A_p = 5,25$, $c_{л} = 0,47$ и $k_{\phi} = 1,5$, $\sigma = \pm 0,82$ и для K_2SO_4 $A_p = 4,79$, $c_{л} = 0,57$ и $k_{\phi} = 1,90$, $\sigma = \pm 0,67$.

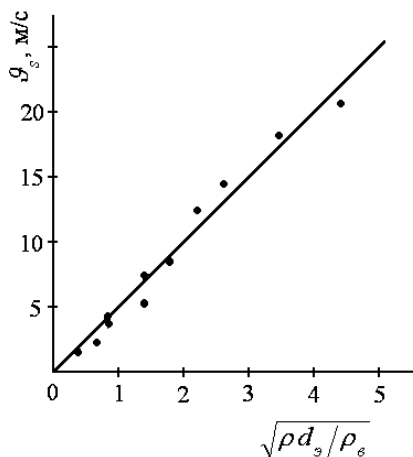


Рисунок 6 – Зависимость $\vartheta_s = A \cdot \sqrt{\rho d_3 / \rho_g}$ для измельченной калийной руды, $A = 4,77$

Таблица 6 – Аэродинамические свойства измельченной калийной руды

$d_n - d_{n-1}$, мм	d_3 , мм	ρ , г/см ³	ϑ_{ss} , м/с	$\sqrt{\frac{\rho \cdot d_3}{\rho_g}}$	A	$c_{л}$	k_{ϕ}	ϑ_{sp} , м/с	σ , м/с	A_p , $c_{лp}$, $k_{\phi p}$
30–20	12,5	1,974	20,6	4,525	4,55	0,630	2,104	21,6	±1,1	4,77 0,58 1,92
20–10	7,5	2,060	18,3	3,581	5,11	0,50	1,669	17,1		
10–7	4,25	2,052	14,5	2,690	5,39	0,50	1,426	12,8		
7–5	3,0	2,085	12,6	2,290	5,53	0,428	2,111	10,9		
5–3	2,0	2,108	8,5	1,870	4,54	0,633	–	8,9		
3–2	1,25	2,166	7,5	1,500	5,00	0,522	–	7,2		
2–1	1,2	2,140	5,4	1,460	5,14	0,496	–	7,0		
1–0,63	0,652	2,126	4,2	1,072	3,92	0,852	–	5,1		
0,63–0,5	0,452	2,174	3,62	0,903	4,01	0,814	–	4,3		
0,5–0,25	0,3	2,225	2,81	0,744	3,78	0,918	–	3,5		
< 0,25	0,1	2,317	1,58	0,438	3,60	1,007	–	2,1		

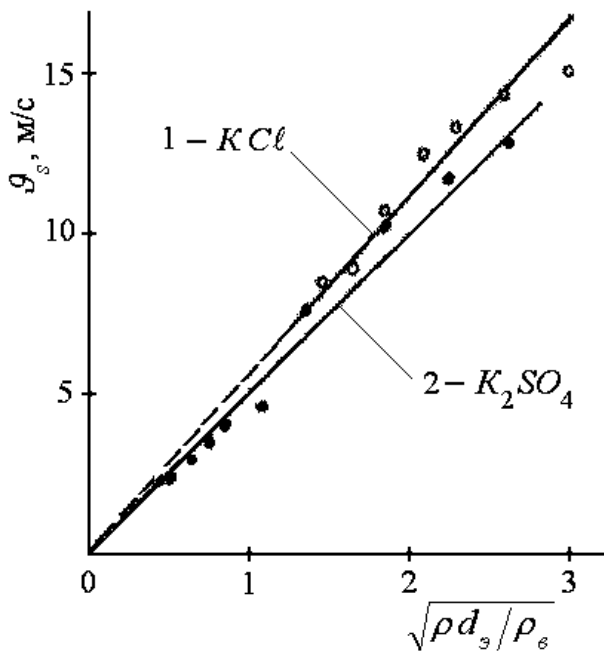
Если сгруппировать все опытные значения скоростей витания ϑ_s , то обобщенная зависимость (24) для KCl и K₂SO₄ принимает следующий вид:

$$\vartheta_s = 5,04 \sqrt{\frac{\rho}{\rho_g} d_3} \pm 0,8, \text{ м/с.} \quad (25)$$

Основываясь на полученных результатах по определению скоростей витания измельченной калийной руды и продуктов ее переработки, выполним расчет приведенных скоростей витания ϑ_{sn} . При этом определяющим является средний размер d_{10} фракции, суммарный выход по плюсу которой $P = 10\%$. Согласно данным таблицы 2 и расчету по формулам (22) $d_{10} = 28,7$ мм.

Фракции измельченной калийной руды в случае $d_3 > 2$ мм представлены пластинчатыми частицами, эквивалентный диаметр которых $d_3 = (0,4–0,6) d$. Согласно данным таблицы суммарный выход P

фракций размером $d_i = 30\text{--}20$ мм составляет 12,22 %, а коэффициент однородности размеров этих частиц очень мал ($n = 0,35$). В связи с этим средний расчетный размер частиц d_{10} , соответствующий выходу $P = 10$ %, получается больше среднего размера фракции $d_i = 30\text{--}20$ мм. Поэтому эквивалентный диаметр этой фракции превышает ее средний размер и составляет $d_{310} = 0,5 d = 14,35$ мм. Коэффициент формы частиц в этом случае $k_\phi = 2,104$ (см. таблицу 6).



1 – KCl, $A = 5,25$; 2 – K_2SO_4 , $A = 4,79$

Рисунок 7 – Зависимость $v_s = A \cdot \sqrt{\rho d_3 / \rho_g}$

Расчетное значение плотности ρ частиц измельченной калийной руды в случае $d_{10} = 28,7$ мм по формуле (18)

$$\rho_{10} = \rho_1 \cdot (d/d_1)^{-a} = 2193 \cdot (28,7/1)^{-0,03} = 1983 \text{ кг/м}^3.$$

Согласно формуле (23) приведенная скорость витания измельченной калийной руды

$$\vartheta_{sn} = \frac{3,62}{\sqrt{k_{\phi} \cdot c}} \sqrt{\frac{\rho_{10}}{\rho_e} d_{310}} = \frac{3,62}{\sqrt{2,104 \cdot 0,3}} \sqrt{\frac{1983 \cdot 0,01435}{1,205}} = 22,1 \text{ м/с.}$$

Обобщенная зависимость (24) также может быть использована для определения приведенной скорости витания. В этом случае $\vartheta_{sn} = 23,2 \text{ м/с.}$

Ранее было установлено (14), что для K_2SO_4 размер частиц d_{10} при $P = 10 \%$ составляет 2 мм. Тогда эквивалентный диаметр частиц $d_{310} = 0,8 \cdot 2 = 1,6 \text{ мм}$, а плотность этих частиц

$$\rho_{10} = 2262 d_{10}^{-0,06} = 2170 \text{ кг/м}^3.$$

По обобщенной формуле (25) приведенная скорость витания $\vartheta_{sn} = 8,5 \text{ м/с}$, а по формуле (23) – 8,4 м/с.

Для KCl при $P = 10 \%$ $d_{10} = 4,3 \text{ м/с}$, $d_{310} = 2,15 \text{ мм}$, $\rho_{10} = 2275 d_{10}^{-0,08} = 2024 \text{ кг/м}^3$, приведенная скорость витания по формуле (25) $\vartheta_s = 9,6 \text{ м/с}$, а по формуле (23) – 10,1 м/с.

Полученные значения приведенных скоростей витания служат основой для определения скорости несущей среды при пневмотранспорте измельченной калийной руды и продуктов ее переработки.

ВЫВОДЫ

1. Проведена оценка размерно-плотностных и аэродинамических свойств измельченной калийной руды и продуктов ее переработки, установлены закономерности изменения этих свойств от определяющих факторов и разработаны методические принципы расчета характеристик измельченной и обогащенной калийной руды как объекта перемещения под воздействием воздушного потока.

2. Межфракционное распределение частиц измельченной калийной руды и их плотности определяется общетехническими и физико-механическими свойствами сырья, способами его диспергирования и технологической переработки. Обоснован новый метод и предложены аналитические зависимости для описания суммарных (интегральных) и дифференциальных кривых распределения частиц по фракциям при разнообразных условиях измельчения и переработки сырья, предложен показатель оценки межфракционной неоднородности измельченной калийной руды и продуктов ее обогащения. Разработанный метод приемлем и для других материалов.

3. Предложена обобщенная зависимость для определения суммарных выходов фракций по плюсу сыпучих материалов в широком диапазоне изменения размеров частиц различных фракций, разработана методика расчета параметров этой зависимости и использования ее для оценки выходов различных классов крупности частиц. Доказано, что для оценки выходов отдельных фракций полидисперсной смеси частиц рыхлой, измельченной и переработанной горной породы необходимо и достаточно располагать сведениями о величине условной средней крупности смеси заданной группы фракций и параметром, характеризующим неоднородность их по размерам частиц.

4. Определен характер изменения плотности частиц отдельных фракций отбитой калийной руды и продуктов ее переработки, установлена аналитическая зависимость изменения плотности частиц от их размеров.

5. Полученные результаты использованы при оценке аэродинамических свойств фракций отбитой калийной руды и продуктов ее переработки. Определены величины коэффициентов сопротивления частиц потоку несущей среды, коэффициентов формы частиц, установлены значения приведенных скоростей витаний полидисперсных смесей частиц, разработана методика оценки аэродинамических свойств сыпучих материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев, С.Е. Закономерности размельчения и исчисление характеристик гранулометрического состава / С.Е. Андреев, В.В. Товаров, В.А. Петров. – М.: Недра, 1959. – 433 с.

2. Коузов, П.А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов П.А. Коузов. – Л.: Химия, 1987. – 264 с.

3. Хрусталеv, Б.М. Пневматический транспорт / Б.М. Хрусталеv, Н.В. Кислов. – Минск: ООО Информационная служба недвижимости, 1998. – 452 с.

4. Швыдкий, В.С. Очистка газов / В.С. Швыдкий, М.Н. Ладыгичев. – М.: Теплоэнергетик, 2002. – 640 с.

5. Исследование, обоснование и выбор режимов процесса транспортирования продуктов сырья и обогащения ПО «Беларуськалий»: отчет о НИР (заключ.) / Бел. политехн. ин-т; рук. темы Н.В. Кислов. – Минск: 1984. – № ГР 0182.5014474.

6. Кислов, Н.В. Размерно-плотностные и аэродинамические свойства пылей при выполнении технологических операций в машиностроении / Н.В. Кислов, В.Я. Щерба, П.В. Цыбуленко // Горная механика. – 2008. № 2. – С. 69–77.

7. Мяздриков, О.А. Дифференциальные методы гранулометрии / О.А. Мяздриков. – М.: Недра, 1974. – 242 с.

8. Зайков, В.И. Эффективность применения комбайновых исполнительных органов различных типов при разработке калийных солей / В.И. Зайков // Расчет и конструирование горных машин и комплексов: сб. науч. тр. / ред. А.В. Топчиев. – М.: Недра, 1971. – С. 56–66.

Учебное издание

КИСЛОВ Николай Владимирович
ЦЫБУЛЕНКО Петр Васильевич

**ИСЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК
ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ ГОРНЫХ ПОРОД И ПРОДУКТОВ
ИХ ПЕРЕРАБОТКИ**

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
1-36 10 01 «Горные машины и оборудование»,
1-36 13 01 «Технология и оборудование торфяного производства»

Редактор *Т. В. Кипель*
Компьютерная верстка *А. Г. Занкевич*

Подписано в печать 13.04.2012. Формат 60×84 ¹/₈. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 100. Заказ 195.
Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.