

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЛАБОСВЯЗАННОГО ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВОГО НАВИГАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА ВОЗДУШНОГО ПРИМЕНЕНИЯ

САХАРУК Д. А.

Военная академия Республики Беларусь

Разработка малоразмерных беспилотных летательных аппаратов (БЛА), а также необходимость решения специальных задач, связанных с определением параметров движения объектов, выдвигает комплекс новых требований по точности и надежности получения информации о координатах, скорости и ориентации движущихся объектов [1, 2]. Так, при проектировании БЛА военного назначения необходимо обеспечить работоспособность его навигационного оборудования в условиях ведения боевых действий, которые ограничивают эффективность использования средств излучения как средств передачи информации между движущимися объектами и измерительными пунктами. В связи с этим в навигационных комплексах (НК) военного назначения возникает необходимость использования автономных систем [3], среди которых особое место занимают инерциальные навигационные системы (ИНС). Однако принцип работы ИНС обуславливает постоянный рост ее погрешностей [1]. Поэтому в перспективное навигационное оборудование должны быть интегрированы вспомогательные системы, которые с заданной периодичностью корректируют показания ИНС.

К числу современных бортовых навигационных комплексов, прежде всего, следует отнести интегрированные инерциально-спутниковые навигационные комплексы (ИСНК) [4]. Основным элементом ИСНК БЛА является бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), корректируемая по сигналам спутниковой радионавигационной системы (СРНС).

В основе математического обеспечения ИСНК лежат алгоритмы оптимального оценивания (восстановления) переменных состояний системы с использованием теории калмановской фильтрации [5].

Разработка математической модели навигационного комплекса. Для разработки математической модели ИСНК и синтеза дискретного алгоритма оптимального оценивания полного вектора навигационных параметров БЛА на основе линейного дискретного фильтра Калмана запишем математическую модель ИСНК в дискретном виде

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F_{k+1,k} X_k + \tilde{A}_{k+1,k} \zeta_k ; \\ Z_{k+1} &= I_{k+1} X_{k+1} + \xi_{k+1} , \end{aligned} \quad (1)$$

где $X(k)$ – вектор состояния системы размерности 1×15 ; $F_{k+1,k}$ – переходная (фундаментальная) матрица размерности 15×15 ; H_{k+1} – матрица наблюдения размерности 9×15 ; $\tilde{A}_{k+1,k}$ – переходная матрица возмущающих воздействий размерности 15×6 .

Вектор состояния системы $X(k)$ – недоступный непосредственному наблюдению вектор фазовых координат для ИСНК БЛА примет следующий вид:

$$\begin{aligned} x_1 k &= \Delta B k ; x_2 k = \Delta L k ; x_3 k = \Delta H k ; \\ x_4 k &= \Delta V_{xg} k ; x_5 k = \Delta V_{yg} k ; x_6 k = \Delta V_{zg} k ; \\ x_7 k &= \delta_\alpha k ; x_8 k = \delta_\beta k ; x_9 k = \delta_\gamma k ; \\ x_{10} k &= \delta\omega_x k ; x_{11} k = \delta\omega_y k ; x_{12} k = \delta\omega_z k ; \\ x_{13} k &= \delta a_x k ; x_{14} k = \delta a_y k ; x_{15} k = \delta a_z k , \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta B k$, $\Delta H k$, $\Delta L k$ – ошибки определения широты, высоты, долготы соответственно; $\Delta V_{xg} k$, $\Delta V_{yg} k$, $\Delta V_{zg} k$ – то же проекций путевой скорости БЛА на оси нормальной системы координат (СК) [6]; $\delta_\alpha k$, $\delta_\beta k$, $\delta_\gamma k$

$\delta_\beta k, \delta_\gamma k$ – то же углового положения БЛА;

$\delta\delta_{xx} k, \delta\delta_{yy} k, \delta\delta_{zz} k$ – проекции остаточных дрейфов микроэлектромеханических гироскопов (ММГ) на оси связанной СК; $\delta a_x k, \delta a_y k, \delta a_z k$ – то же смещений нулевых сигналов микроэлектромеханических акселерометров (ММА) на оси связанной СК.

Значение вектора $X(k)$ в начальный момент времени $k = 0$ – случайный вектор с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $P(k)$, определяемой в начальный момент времени выражением

$$P(0) = I \cdot X(0) \cdot X(0)^T - I \cdot X(0) \cdot X(0)^T, \quad (3)$$

где I – единичная матрица.

По информации, полученной от БИНС, бесплатформенной инерциальной системы курса и вертикали (БИСКВ), спутниковой радионавигационной системы о координатах, проекциях скорости и углового положения БЛА, формируется вектор измерения $Z(k+1)$ в виде соответствующих разностей:

$$\begin{aligned} Z_1(k+1) &= B_{\text{БИНС}}(k+1) - B_{\text{СРНС}}(k+1); \\ Z_2(k+1) &= L_{\text{БИНС}}(k+1) - L_{\text{СРНС}}(k+1); \\ Z_3(k+1) &= H_{\text{БИНС}}(k+1) - H_{\text{СВС}}(k+1); \\ Z_4(k+1) &= V_{x\text{гБИНС}}(k+1) - V_{x\text{гСРНС}}(k+1); \\ Z_5(k+1) &= V_{y\text{гБИНС}}(k+1) - V_{y\text{гСРНС}}(k+1); \\ Z_6(k+1) &= V_{z\text{гБИНС}}(k+1) - V_{z\text{гСРНС}}(k+1); \\ Z_7(k+1) &= \gamma_{\text{БИНС}}(k+1) - \gamma_{\text{БИСКВ}}(k+1); \\ Z_8(k+1) &= \vartheta_{\text{БИНС}}(k+1) - \vartheta_{\text{БИСКВ}}(k+1); \\ Z_9(k+1) &= \psi_{\text{БИНС}}(k+1) - \psi_{\text{БИСКВ}}(k+1); \end{aligned} \quad (4)$$

где $B_{\text{БИНС}}(k+1), B_{\text{СРНС}}(k+1), L_{\text{БИНС}}(k+1), L_{\text{СРНС}}(k+1), H_{\text{БИНС}}(k+1), H_{\text{СВС}}(k+1)$ – широта, долгота, высота БЛА, определяемые БИНС, СРНС и системой воздушных сигналов соответственно; $V_{x\text{гБИНС}}(k+1), V_{x\text{гСРНС}}(k+1), V_{y\text{гБИНС}}(k+1), V_{y\text{гСРНС}}(k+1), V_{z\text{гБИНС}}(k+1), V_{z\text{гСРНС}}(k+1)$ – составляющие путевой скорости БЛА, определя-

емые БИНС и СРНС; $\gamma_{\text{БИНС}}(k+1), \gamma_{\text{БИСКВ}}(k+1), \vartheta_{\text{БИНС}}(k+1), \vartheta_{\text{БИСКВ}}(k+1), \psi_{\text{БИНС}}(k+1), \psi_{\text{БИСКВ}}(k+1)$ – крен, тангаж, курс БЛА, определяемые БИНС и БИСКВ соответственно.

Для улучшения свойств вертикального канала БИНС в составе средств измерений используется информация от барометрического высотомера системы воздушных сигналов. В основе процедуры синтеза алгоритмов комплексирования БИНС с другими навигационными системами лежат уравнения ошибок БИНС [7]. Для случая представления погрешности моделирования нормальной СК в виде углов рассогласования между истинной и вычисляемой в БИНС системами координат в [1] приводится общий вид уравнений ошибок, к которому может быть приведена динамическая модель погрешностей автономной БИНС. Она представляет собой систему дифференциальных уравнений пятнадцатого порядка.

Переходная матрица системы $F(k+1, k)$ с учетом выражений (2) и (4) примет вид [5]

$$F = \begin{bmatrix} Frr_{3 \times 3} & Frv_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ Fvr_{3 \times 3} & Fvv_{3 \times 3} & Fve_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & Fva_{3 \times 3} \\ Fer_{3 \times 3} & Fev_{3 \times 3} & Fee_{3 \times 3} & Few_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \Delta t, \quad (5)$$

где $0_{3 \times 3}$ – нулевая матрица размерностью 3×3 ;

$F_{ij3 \times 3}$ – элементы блочной переходной матрицы состояния F .

Так как измеряемые параметры непосредственно включены в оцениваемый вектор состояния системы X матрица наблюдения системы (1) H примет вид

$$H = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Структурная схема функционирования навигационного комплекса, построенного на базе дискретного алгоритма оптимального оценива-

ния вектора навигационных параметров БЛА,

представлена на рис. 1.

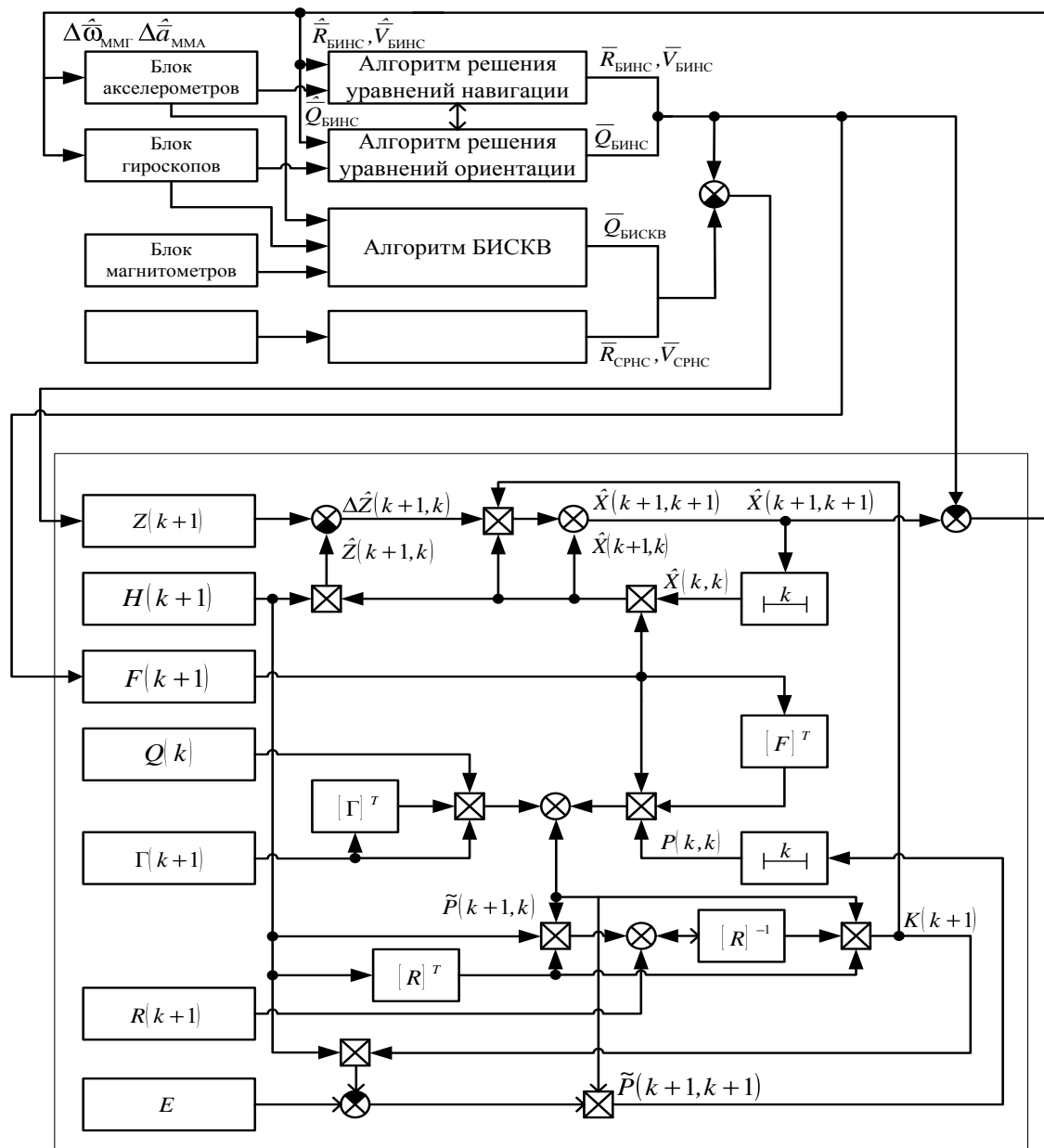


Рис. 1. Структурная схема алгоритма комплексирования навигационных систем на базе линейного дискретного фильтра Калмана

Одной из наиболее важных особенностей дискретного фильтра Калмана является его рекуррентная форма, что делает возможным его реализацию в бортовом вычислителе пилотажно-навигационного комплекса тактического БЛА малого радиуса действия. Измерения обрабатываются по мере их поступления и не требуют хранения в оперативной памяти вычислителя. Однако в общую последовательность вычислительного цикла фильтра Калмана

входят выражения, содержащие (кроме матриц F , H и Γ) матрицы возмущающих воздействий системы Q и ошибок измерения R .

С учетом того, что возмущающая последовательность системы (1) $\zeta(k)$ и вектор ошибок измерений $\xi(k)$ представляют собой векторные случайные процессы типа «белого» шума [8] с ковариационными матрицами $M[\zeta(i) \zeta^T(j)]$ и $M[\xi(i) \xi^T(j)]$, матрицы возмущающих воздействий системы Q и шумов измерений R являют-

ся диагональными. Главная диагональ матрицы Q включает среднеквадратические отклонения флуктуационных ошибок ММГ и ММА. Главная диагональ матрицы R включает среднеквадратические отклонения флуктуационных ошибок спутниковой радионавигационной системы, СВС и БИСКВ.

Выражения, реализующие алгоритм оптимального дискретного оценивания вектора состояния системы $\hat{x} k+1, k+1$, имеют вид [7]:

$$\begin{aligned} \tilde{x} k+1, k &= F k+1, k \hat{x} k, k ; \\ \hat{x} k+1, k+1 &= \tilde{x} k+1, k + K k+1 z k+1, k - \\ &- H k+1 F k+1, k \hat{x} k, k . \end{aligned} \quad (7)$$

Матрица усиления фильтра $K k+1$, в свою очередь, определяется с помощью следующих выражений:

$$\begin{aligned} K k+1 &= \tilde{P} k+1, k H^T k+1 \times \\ &\times H k+1 \tilde{P} k+1, k H^T k+1 + R k+1^{-1} ; \\ \tilde{P} k+1, k &= F k+1, k P k, k F^T k+1, k + \\ &+ \Gamma k+1, k Q k \Gamma k+1, k^T ; \\ P k+1, k &= I \tilde{P} k+1, k - \\ &- K k+1 H k+1 \tilde{P} k+1, k . \end{aligned} \quad (8)$$

Выражения (2)–(8) представляют собой математическую модель интегрированного инерциально-спутникового навигационного комплекса, построенного на базе БИНС, спутнико-

вой радионавигационной системы, системы воздушных сигналов и БИСКВ.

Результаты математического моделирования. Математическое моделирование процесса функционирования инерциально-спутникового навигационного комплекса проводили в составе имитационно-моделирующего стенда динамики полета БЛА, разработанного в рамках опытно-конструкторской работы «Гриф-ИМС» в учреждении образования «Военная академия Республики Беларусь». В качестве численных значений ошибок ММА, ММГ, БИСКВ, БИНС были использованы значения, приведенные в [8]. В качестве примера на рис. 2 представлены оценки ошибок ММА и ММГ алгоритмом ИСНК тактического БЛА.

Анализ полученных результатов моделирования работы ИСНК тактического БЛА показал:

- процессы оценивания ошибок определения навигационных параметров полета ИСНК при наличии корректирующих сигналов от спутниковой радионавигационной системы являются сходящимися;
- время сходимости оценок остаточных дрейфов ММГ и смещения нулевого сигнала ММА составляет не менее 500 с;
- время сходимости оценок остаточных дрейфов ММГ и ММА зависит от типа маневра БЛА. Чем активнее осуществляется маневрирование БЛА, тем дольше длится процесс оценивания погрешностей датчиков;

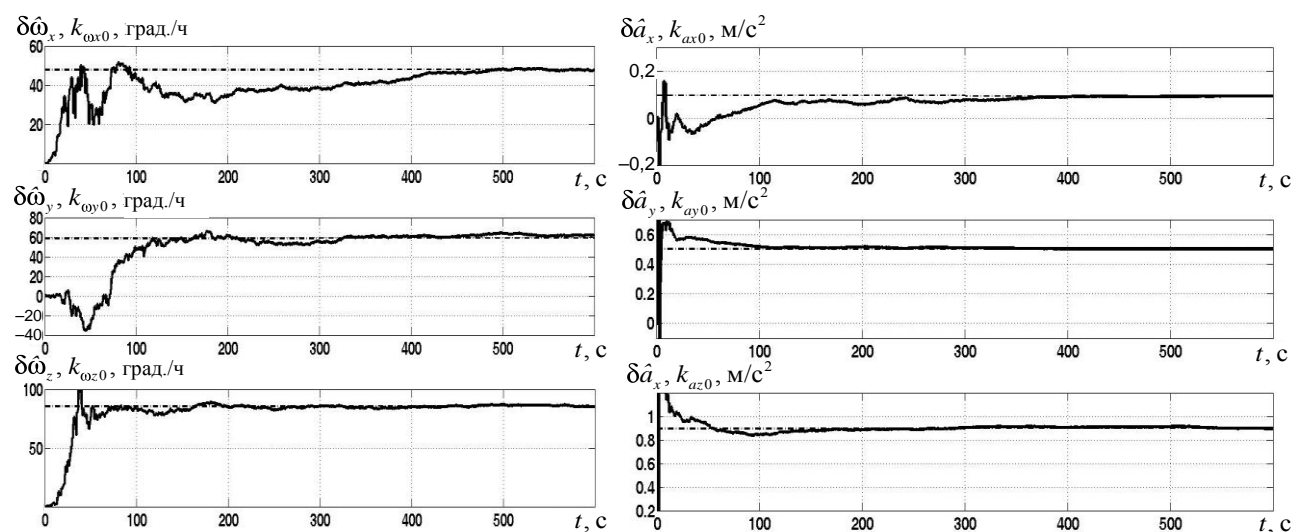


Рис. 2. Оценки остаточных дрейфов микроэлектромеханических гироскопов и смещений нулей микроэлектромеханических акселерометров

• наличие в математической модели ИСНК БЛА обратных связей по ошибке определения углового положения позволяет получать оценку вектора навигационных параметров в широком диапазоне изменения углового положения летательного аппарата.

ВЫВОД

Рассмотренный алгоритм работы перспективного инерциально-спутникового навигационного комплекса разработан в классе линейных дискретных стохастических моделей. Основным отличием его от аналогов является комплексирование на основе уравнений линейного дискретного фильтра Калмана навигационной информации бесплатформенной инерциальной навигационной системы, бесплатформенной инерциальной системы курса и вертикали, системы воздушных сигналов, спутниковой радионавигационной системы, а также возможность использования в качестве источников первичной навигационной информации инерциальных датчиков низкой точности (изготовленных по «МЭМС-технологии»). Результаты моделирования подтвердили возможность оценки остаточных дрейфов микроэлектромеханических гироскопов и микроэлектромеханических акселерометров не только на этапе начальной выставки навигационного комплекса, но и в полете беспилотного летательного аппарата. Использование данного алгоритма в перспективных навигационных комплексах подвижных объектов позволит существенно повысить точностные характеристики

бортового оборудования по оценке истинного местоположения беспилотного летательного аппарата как при наличии, так и при отсутствии корректирующих сигналов спутниковых радионавигационных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Анучин, О. Н.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / О. Н. Анучин, Г. И. Емельянец. – СПб.: ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 389 с.
2. **Современные** информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / К. К. Веремеенко [и др.]; под общ. ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Серебрякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 556 с.
3. **Матвеев, В. В.** Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. В. Матвеев, В. Я. Распопов. – СПб.: ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 278 с.
4. **Управление** и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / К. К. Веремеенко [и др.]; под общ. ред. М. Н. Красильщикова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 280 с.
5. **Ориентация** и навигация подвижных объектов / Б. С. Алешин [и др.]; под общ. ред. С. В. Алешина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424 с.
6. **Сахарук, Д. А.** Математическая модель автономной бесплатформенной инерциальной навигационной системы беспилотного летательного аппарата / Д. А. Сахарук // Вестник ВА РБ. – 2010. – № 2 (27). – С. 52–60.
7. **Помыкаев, И. И.** Навигационные приборы и системы / И. И. Помыкаев, В. П. Селезнев, Л. А. Дмитроченко. – М.: Машиностроение, 1983. – 450 с.
8. **Сахарук, Д. А.** Математическая модель ошибок микроэлектромеханических датчиков / Д. А. Сахарук, В. П. Шабанов // Вестник ВА РБ. – 2010. – № 4 (33). – С. 100–106.

Поступила 25.03.2013